〔問〕

昭和 43 年度　（問題）

午前の部

1.　$\overset{\circ}{e}_x = 0.9\,(75 - x)$ なる関係があるとき，l_x を求めよ。

2.　保険金期末払の n 年満期養老保険において，死亡率を $(1+k)$ 倍して計算した年払純保険料を $P'_{x:\overline{n}|}$，純保険料式責任準備金を ${}_tV'_{x:\overline{n}|}$ とすれば，次の関係が成り立つことを示せ。

$$(P'_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|})\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} k \cdot v^{t+1}\, {}_{t|}q_x\,(1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

3.　μ_x はゴンパーツの死亡法則に従がう生命表によるものとし，かつ $\mu'_x = (1+k)\mu_x$ なる関係があるとき，$a'_x = a_{x+r}$ となるような r を求める式を作れ。

午後の部

4，5か6，7のいずれかの組を選んで解答せよ。

4.　延長定期保険に対して，利差益配当と死差益配当を行なうものとし，S_1 を延長定期保険金，S_2 を生存保険金としたとき，この保険を

(ア)　S_1 の定期保険部分と，S_2 の生存保険部分とに分けた場合

および

(イ)　$(S_1 - S_2)$ の定期保険と，S_2 の払済養老とに分けた場合

において，それぞれの配当算式を表わし，両者が一致することを示せ。

5.　次は，昭和42年度決算による事業成績のモデルである。このモデルについて，その剰余を利差，死差，解約差および費差の各利源に分析せよ。

(1) 保険種類（契約内容）

30才加入，20年満期養老保険，年払，昭和36年度契約

(2) 契約高異動

年始現在	4,000,000千円
死　亡	14,000（内契約応当日前死亡　7,000千円）
解　約	96,000
年末現在	3,890,000

上記以外の契約異動はないものとする。

(3) 事業年度末責任準備金は，$\alpha = 25$ ‰ とする10年チルメル式責任準備金により積み立て，解約払戻金は，$\alpha = 25$ ‰ とする20年チルメル式責任準備金を支払うものとする。

なお，

$$i = 4\% \qquad P^{(\alpha)}_{30:\overline{20}|} = .0374 \text{（10年チルメル式純保険料）}$$

$${}_6V^{|10}_{30:\overline{20}|} = .208 \text{（10年チルメル式保険料積立金）}$$

とする。

(4) 収　支　表

（損失の部）		（利益の部）	
支払保険金（S）	13,000千円	収入保険料（P″）	162,895千円
解約払戻金（W）	19,200	利息配当収入（I）	62,244
社員配当金（B）	20,894	前期繰越準備金（R_0）	740,366
事業費（E）	30,389	支払備金（R_0^s）	1,000
次期繰越準備金（R_1）	855,592	責任準備金（V_0）	716,000
支払備金（R_1^s）	2,000	社員配当準備金（R_0^B）	23,366
責任準備金（V_1）	851,120		
社員配当準備金（R_1^B）	2,472		
（計	939,075）	（計	965,505）
当年度剰余金（G）	26,430		
合　計	965,505	合　計	965,505

〔問〕

(5) そ の 他

(ア) 保険金は即時払とし，前期末未払分 1,０００千円（支払責任額）は支払済で，当期末未払分は 2,０００千円（支払責任額）あった。

(イ) 解約払戻金の未払はなく，また解約契約の当年度の保険料の払込はなかったものとする。

(ウ) 保険料の前納，ならびに未収はないものとする。

(エ) 社員配当金は，相殺配当で，配当の積立金はないものとする。

6. 人員構成の定常なる企業において，定年者のみに年金を給付する制度を完全年金（Full Pension）として実施することにした。全員加入の場合と，勤続年数による加入制限のある場合における加入年令方式による平準保険料（Normal Cost）の総額の大小を比較せよ。

7. 過去勤務を通算しない年金制度において，将来の新規加入者を見込んだ総合保険料方式による保険料は，一時払保険料積増方式による保険料に等しくなることを示せ。この場合計算にあたって次の条件を仮定せよ。

(ア) 給付としては，すべての生存脱退者に一定年令から支給開始する終身年金とする。（死亡給付はないものとする。）

(イ) 年金額は加入時（または発足時）から脱退時までの給与累計額の一定割合とする。

(ウ) 計算時点は制度発足時とし，受給者および積立金はないものとする。

(エ) 加入者の人員給与の分布は予定基礎率による分布と相似な定常状態にあるものとする。

なお，加入，昇給，拠出，脱退，給付等は年1回定時もしくは連続的のいずれを仮定しても，また，加入年令は単一年令と仮定して差支えない。

昭和43年度　（解答）

午前の部

1.　$\mathring{e}_x = 67.5 - 0.9x$

$$\frac{d\mathring{e}_x}{dx} = -0.9$$

一方，

$$\mathring{e}_x = \int_0^\infty {}_tp_x \, dt$$

両辺をxで微分すると

$$\frac{d\mathring{e}_x}{dx} = \frac{d}{dx}\int_0^\infty {}_tp_x \, dt$$

$$= \int_0^\infty \frac{d}{dx}\,{}_tp_x \, dt$$

$$= -\int_0^\infty {}_tp_x\,\mu_{x+t}\, dt + \int_0^\infty {}_tp_x\,\mu_x\, dt$$

$$= \mu_x \cdot \mathring{e}_x - 1$$

よって

$$(67.5 - 0.9x)\cdot\mu_x - 1 = -0.9$$

$$\therefore\ \mu_x = \frac{1}{675 - 9x}$$

また，

$$\mu_x = -\frac{d\log \ell_x}{dx}$$

から

$$\log \ell_x = -\int \mu_x \, dx$$

$$= \frac{1}{9} \log \left(1 - \frac{9}{675} x \right) + C$$

$$\therefore \ \ell_x = K \left(1 - \frac{x}{75} \right)^{\frac{1}{9}} \qquad (K = e^c)$$

ここで　$x = 0$　とおけば

$$K = \ell_0$$

故に求める ℓ_x は,

$$\ell_x = \ell_0 \left(1 - \frac{x}{75} \right)^{\frac{1}{9}}$$

2.　養老保険の責任準備金の再帰公式により

$$({}_tV_{x:\overline{n}|} + P_{x:\overline{n}|})(1 + i) = q_{x+t} + p_{x+t} \ {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$({}_tV'_{x:\overline{n}|} + P'_{x:\overline{n}|})(1 + i) = q'_{x+t} + p'_{x+t} \ {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)式より(2)式を引き,　${}_tV_{x:\overline{n}|} - {}_tV'_{x:\overline{n}|} = (\triangle V)_t \quad (t = 0, \ 1, \cdots n)$

で表わせば,

$$(P_{x:\overline{n}|} - P'_{x:\overline{n}|})(1 + i) - (q_{x+t} - q'_{x+t})(1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

$$= p_{x+t} (\triangle V)_{t+1} - (1 + i)(\triangle V)_t$$

この左辺を R_{t+1} とおき，両辺に　$v \cdot D_{x+t}$　を乗ずると

$$v \cdot D_{x+t} \ R_{t+1} = D_{x+t+1} (\triangle V)_{t+1} - D_{x+t} (\triangle V)_t$$

両辺を $t = 0$ から $t = n - 1$ まで加えれば　$(\triangle V)_n = (\triangle V)_0 = 0$　ゆえ

$$\sum_{t=0}^{n-1} v D_{x+t} \ R_{t+1} = D_{x+n} (\triangle V)_n - D_x (\triangle V)_0 = 0$$

すなわち

$$(P_{x:\overline{n}|}-P'_{x:\overline{n}|})(1+i)\sum_{t=0}^{n-1}D_{x+t}-\sum_{t=0}^{n-1}(q_{x+t}-q'_{x+t})(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})D_{x+t}=0$$

よって

$$(P'_{x:\overline{n}|}-P_{x:\overline{n}|})(1+i)=\frac{\sum_{t=0}^{n-1}(q'_{x+t}-q_{x+t})(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})D_{x+t}}{\sum_{t=0}^{n-1}D_{x+t}}$$

条件より $q'_{x+t}-q_{x+t}=k\,q_{x+t}$ であるから

$$P'_{x:\overline{n}|}-P_{x:\overline{n}|}=\frac{k\sum_{t=0}^{n-1}v\,q_{x+t}\,D_{x+t}\,(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})}{\sum_{t=0}^{n-1}D_{x+t}}$$

$$=\frac{k\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\,{}_{t|}q_x\,(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$\therefore\ (P'_{x:\overline{n}|}-P_{x:\overline{n}|})\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=k\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\,{}_{t|}q_x\,(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

〔別　解〕　養老保険の責任準備金の再帰公式により

$${}_tV'_{x:\overline{n}|}+P'_{x:\overline{n}|}=v\,q'_{x+t}\,(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})+v\,{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|}$$

右辺を変形して $q'_{x+t}-q_{x+t}=k\,q_{x+t}$ を代入すれば

$$右辺=v\,q_{x+t}+v\,p_{x+t}\,{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|}+v\,k\,q_{x+t}\,(1-{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

両辺に D_{x+t} を乗ずれば，

$$D_{x+t}({}_tV'_{x:\overline{n}|}+P'_{x:\overline{n}|})=v\,q_{x+t}\,D_{x+t}+D_{x+t+1}\,{}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|}$$

$$+ v k q_{x+t} D_{x+t} (1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

$t = 0 \sim n-1$ を加えると

$$\sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t} P'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v q_{x+t} D_{x+t} + D_{x+n}$$

$$+ \sum_{t=0}^{n-1} v k q_{x+t} D_{x+t} (1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

一方

$$\sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t} P_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v q_{x+t} D_{x+t} + D_{x+n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

したがって, (1)－(2)を作れば

$$(P'_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|}) \sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t} = \sum_{t=0}^{n-1} v k q_{x+t} D_{x+t} (1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

すなわち

$$(P'_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|}) \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} k q_{x+t} \, {}_tp_x (1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

$$= k \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \, {}_{t|}q_x (1 - {}_{t+1}V'_{x:\overline{n}|})$$

3. $$a_{x+r} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \, {}_tp_{x+r} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-\int_0^t \mu_{x+r+s} ds}$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-\int_0^t BC^{x+r+s} ds} \qquad (\mu_x = BC^x \text{ とする})$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-BC^{x+r} \int_0^t C^s ds}$$

一方,

$$a'_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-\int_0^t \mu'_{x+s}ds}$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-\int_0^t (1+k)BC^{x+s}ds}$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t e^{-(1+k)BC^x\int_0^t C^s ds}$$

ここで,

$$a'_x = a_{x+r}$$

とすれば,上式より,

$$(1+k)BC^x = BC^{x+r}$$

$$C^r = (1+k)$$

$$\therefore\ r = \frac{\log(1+k)}{\log C}$$

午 後 の 部

4. 現在年令をx,残余年数をt,利差配当に使用する責任準備金は1年前,死差配当に使用する$\triangle q$は2年前,γを払済後の維持費とし,

$$\bar{A}'^{1}_{x:\overline{n}|} = \bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\ ,\quad \bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \bar{A}_{x:\overline{n}|} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

とする。

(ア) による配当算式

$$S_1\left\{\bar{A}'^{1}_{x-1:\overline{t+1}|}\cdot\triangle i + (1-\bar{A}'^{1}_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$+\,S_2\left\{A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\cdot\triangle i-A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\triangle q_{x-2}\right\}$$

(イ) による算式

$$(S_1-S_2)\left\{\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|}\triangle i+(1-\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$+\,S_2\left\{\bar{A}'_{x-1:\overline{t+1}|}\triangle i+(1-\bar{A}'_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

(イ) による算式を変形すると，

$$(S_1-S_2)\left\{\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|}\triangle i+(1-\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$+\,S_2\left\{\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|}\triangle i+(1-\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$+\,S_2\left\{A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\cdot\triangle i-A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\cdot\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$=S_1\left\{\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|}\triangle i+(1-\bar{A}'^{\,1}_{x-1:\overline{t+1}|})\triangle q_{x-2}\right\}$$

$$+\,S_2\left\{A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\cdot\triangle i-A_{x-1:\overset{\;1}{\overline{t+1}|}}\cdot\triangle q_{x-2}\right\}$$

よって，(ア)による配当算式と (イ) による配当算式は等しい。

5. 各利源の計算に必要となる数値を計算する。

(a) 総収入チルメル式純保険料を P^z とすれば，対象契約高は条件より

3,890,000千円 ＋ 7,000千円 ＝ 3,897,000千円 であるから

P^z ＝ 3,897,000 × .0374 ＝ 145,748千円

(b) 解約契約の消滅時責任準備金を V_w とすれば ${}_6V^{[10]}_{30:\overline{20}|}$ ＝ .208 ゆえ

V_w ＝ 96,000 × .208 ＝ 19,968千円

(c) 予定事業費をLとすれば，　$L=P''-P^z$ であるから

L ＝ 162,895 − 145,748 ＝ 17,147千円

次に各利源別の計算をする。

(d) 死差益(G_1)

ボールマン氏の方法によれば，G_1 は次式で計算される。

$$G_1 = V_0(1+i) + (P^z - S - V_w)(1+\frac{i}{2}) - V_1 + (R_0^s - R_1^s)$$

ここに，R_0^s, R_1^s は，保険金関係の年始，年末における支払備金で，題意より

R_0^s = 1,000千円，　R_1^s = 2,000千円　である。　よって

$$G_1 = 716{,}000 \times 1.04 + (145{,}748 - 13{,}000 - 19{,}968) \times 1.02$$

$$- 851{,}120 + (1{,}000 - 2{,}000) = 7{,}556$$

ここに予定利息 I_1 は

$$I_1 = V_0\, i + (P^z - S - V_w) \cdot \frac{i}{2}$$

$$= 716{,}000 \times 0.04 + (145{,}748 - 13{,}000 - 19{,}968) \times 0.02$$

$$= 30{,}896$$

(e) 解約益(G_2)

G_2 は次式によって計算される。

$$G_2 = (V_w - W)(1+\frac{i}{2})$$

$$= (19{,}968 - 19{,}200) \times 1.02 = 783$$

ここに予定利息 I_2 は

$$I_2 = (V_w - W) \cdot \frac{i}{2}$$

$$= (19{,}968 - 19{,}200) \times 0.02 = 15$$

(f) 費差益(G_3)

G_3 は次式によって計算される。

$$G_3 = (L - E)(1+\frac{i}{2})$$

$= (17{,}147 - 30{,}389) \times 1.02 = -13{,}507$

ここに予定利息 I_3 は

$$I_3 = (L - E) \cdot \frac{i}{2}$$

$= (17{,}147 - 30{,}389) \times 0.02 = -265$

(g) 利差益 (G_4)

G_4 は次式によって計算される。

$$G_4 = I - (I_1 + I_2 + I_3)$$

$$= 62{,}244 - (30{,}896 + 15 - 265) = 31{,}598$$

以上を検証するに $G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$ である筈であるから

$G_1 + G_2 + G_3 + G_4$

$= 7{,}556 + 783 - 13{,}507 + 31{,}598$

$= 26{,}430 = G$

よって，上記の利源分析の計算は正しい。

なお，題意より，配当準備金関係損益は 0 であることは明らかである。

(注) 現在各社が用いている大蔵省方式による利源分析においては，実務上上記の方法とは異なり，予定利息は死差益および利差益の計算にのみ計上し，費差益および解約・失効益の計算には計上していない。

また，死差益の計算は

$$G_1 = V_0(1+i) + (P^z - S - R_1^s + R_0^s - V_w)\left(1 + \frac{i}{2}\right) - V_1$$

によって行なう場合もある。

6. 最低年令を x_0，定年年令を x_r とすれば定常状態にあるため，年令別人員構成と脱退残存表を同一視出来る。これを今

$$\{ \ell_{x_0} ,\ \ell_{x_0+1} ,\ \cdots\cdots, \ell_{x_r-1} \}$$

と表わすものとする。定年脱退人員も同様 ℓ_{x_r} とすれば，全員加入の際の保険料率 P_{x_0} と t 年待機期間をおいた場合の保険料率 P_{x_0+t} は夫々次のように示される。

$$P_{x_0} = \frac{S_{x_r} D_{x_r}}{N_{x_0}} \quad , \quad P_{x_0+t} = \frac{S_{x_r} D_{x_r}}{N_{x_0+t}}$$

従って Total の保険料 $\mathbb{P}_{x_0}$, $\mathbb{P}_{x_0+t}$ は

$$\mathbb{P}_{x_0} = \sum_{x=x_0}^{x_r-1} \ell_x \cdot \frac{S_{x_r} D_{x_r}}{N_{x_0}} \quad , \quad \mathbb{P}_{x_0+t} = \sum_{x=x_0+t}^{x_r-1} \ell_x \cdot \frac{S_{x_r} D_{x_r}}{N_{x_0+t}}$$

となり簡単な代数演算により

$$\mathbb{P}_{x_0} < \mathbb{P}_{x_0+t}$$

7. 次のように記号を定義する。

x_0 : 加入年令

x_r : 定年年令

x_p : 支給開始年令

$$\left.\begin{array}{l} x_0 \\ x_r \\ x_p \end{array}\right\} \quad x_0 < x_r \leqq x_p$$

α : 支給率

L_x : x才の加入者数 $\quad L_x = \ell_x \cdot L$

B_x : x才の者の給与 $\quad B_x = b_x \cdot B$

まず，給与現価は

$$\int_{x_0}^{x_r} \frac{\int_0^{x_r-x} \ell_{x+t}\, b_{x+t}\, v^t\, dt}{\ell_x\, b_x} L_x B_x\, dx + \frac{1}{\delta} \frac{\int_0^{x_r-x_0} \ell_{x_0+t}\, b_{x_0+t}\, v^t\, dt}{\ell_{x_0}\, b_{x_0}} L_{x_0} B_{x_0}$$

第１項を変形してみると

$$\mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\int_0^{x_r-x} \ell_{x+t}\ \mathrm{b}_{x+t}\ v^t\ dt\ dx$$

$$=\ \mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\int_0^{x-x_0} \ell_x\ \mathrm{b}_x\ v^t\ dt\ dx$$

$$=\ \mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r} \ell_x\ \mathrm{b}_x\ \left(\int_0^{x-x_0} v^t\ dt\right)\ dx$$

$$=\ \mathrm{LB}\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r} \ell_x\ \mathrm{b}_x\ (1-v^{x-x_0})\ dx$$

$$=\ \frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r} \mathrm{L}_x\,\mathrm{B}_x\,dx-\frac{1}{\delta}\left(\int_0^{x_r-x_0} \ell_{x_0+t}\ \mathrm{b}_{x_0+t}\ v^t\,dt\,/\,\ell_{x_0}\ \mathrm{b}_{x_0}\right)\mathrm{L}_{x_0}\,\mathrm{B}_{x_0}$$

故に給与現価は

$$\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r} \mathrm{L}_x\,\mathrm{B}_x\ dx \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

となる。

一方，給付現価は

$$\int_{x_0}^{x_r}\frac{\displaystyle\int_0^{x_r-x} \ell_{x+t}\,\mu^{(\omega)}_{x+t}\cdot\alpha\int_0^t \mathrm{b}_{x+k}\,dk\cdot{}_{x_p-(x+t)|}\overline{a}_{x+t}\cdot v^t\,dt}{\ell_x\ \mathrm{b}_x}\ \mathrm{L}_x\mathrm{B}_x\,dx$$

$$+\frac{1}{\delta}\ \frac{\displaystyle\int_0^{x_r-x_0} \ell_{x_0+t}\,\mu^{(\omega)}_{x_0+t}\cdot\alpha\int_0^t \mathrm{b}_{x_0+k}\,dk\cdot{}_{x_p-(x+t)|}\overline{a}_{x+t}\ v^t\,dt}{\ell_{x_0}\ \mathrm{b}_{x_0}}\ \mathrm{L}_{x_0}\,\mathrm{B}_{x_0}$$

第１項を変形してみると

$$\alpha\,\mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\int_0^{x_r-x} \ell_{x+t}\,\mu^{(\omega)}_{x+t}\ {}_{x_p-(x+t)|}\overline{a}_{x+t}\ v^t\ \left(\int_0^t \mathrm{b}_{x+k}\,dk\right)dt\ dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\int_0^{x-x_0}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\,v^t\left(\int_0^t \mathrm{b}_{x-t+k}\,dk\right)dt\;dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\left(\int_0^{x-x_0}\int_0^t \mathrm{b}_{x-t+k}\,v^t\,dk\;dt\right)dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\int_{x_0}^{x_r}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\left(\int_{x_0}^{x}\int_0^{y-x_0}\mathrm{b}_y\,v^{x-y+k}\,dk\;dy\right)dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\int_{x_0}^{x}\mathrm{b}_y\left(v^{x-y}-v^{x-x_0}\right)dy\;dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\int_{x_0}^{x}\mathrm{b}_y\,v^{x-y}\,dy\;dx$$

$$-\alpha\,\mathrm{LB}\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r}\ell_x\mu_x^{(\omega)}\;{}_{x_p-x|}\bar{a}_x\cdot\int_{x_0}^{x}\mathrm{b}_y\,dy\cdot v^{x-x_0}\;dx$$

$$=\alpha\,\mathrm{LB}\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r}\mathrm{b}_x\int_0^{x_r-x}\ell_{x+t}\,\mu_{x+t}^{(\omega)}\;{}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t}\;v^t\;dt\cdot dx$$

$$-\frac{1}{\delta}\left(\int_0^{x_r-x}\ell_{x_0+t}\,\mu_{x_0+t}^{(\omega)}\cdot\alpha\int_0^t \mathrm{b}_{x_0+k}\,dk\cdot{}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t}\cdot v^t\,dt/\ell_{x_0}\mathrm{b}_{x_0}\right)\mathrm{L}_{x_0}\mathrm{B}_{x_0}$$

故に給付現価は

$$\frac{1}{\delta}\int_{x_0}^{x_r}\mathrm{L}_x\mathrm{B}_x\left(\int_0^{x_r-x}\ell_{x+t}\;\mu_{x+t}^{(\omega)}\;\alpha\;{}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t}\;v^t\;dt/\ell_x\right)dx\;\cdots\cdots(2)$$

(1)，(2)より保険料は，P（OAN）・(1)＝(2) として保険料率を求め，それに給与総額を乗じ

$$\int_{x_0}^{x_r}\mathrm{L}_x\mathrm{B}_x\frac{\int_0^{x_r-x}\ell_{x+t}\,\mu_{x+t}^{(\omega)}\cdot\alpha\;{}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t}-v^t\;dt}{\ell_x}\;dx$$

しかるに

$$= \int_0^{x_r - x} {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}^{(\omega)} \cdot {}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t}\, v^t \, dt$$

$$= \int_0^{x_r - x} {}_tp_x^{(d)}\, v^t \; {}_{x_p-(x+t)|}\bar{a}_{x+t} \cdot {}_tp_x^{(\omega)}\, \mu_{x+t}^{(\omega)}\, dt$$

$$= {}_{x_p-x|}\bar{a}_x \int_0^{x_r - x} {}_tp_x^{(\omega)} \cdot \mu_{x+t}^{(\omega)}\, dt$$

$$= {}_{x_p-x|}\bar{a}_x \left[-\,{}_tp_x^{(\omega)} \right]_0^{x_r - x}$$

$$= {}_{x_p-x|}\bar{a}_x$$

したがって保険料は次のようになる。

$$\int_{x_0}^{x_r} \mathrm{L}_x \cdot \alpha\, \mathrm{B}_x \cdot {}_{x_p-x|}\bar{a}_x\, dx$$

これは一時払保険料に等しい。