# 生 保 数 理 （ 問 題 ）

**問題１．** 次の（１）～（１４）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各６点　（計８４点）

（１）被保険者の生死に関係なく次の給付を行う、即時年金開始、年度末支払、支払期間 20 年の年金現価の値に最も近いものは次のうちどれか。
・第 1 保険年度末に年金額 1 を、第 2 保険年度末に年金額 2 を支払い、以降毎年 1 ずつ年金額が増加し、第 10 保険年度末に年金額 10 を支払う。
・第 11 保険年度末は年金額 10 を、第 12 保険年度末に年金額 9 を支払い、以降毎年 1 ずつ年金額が減少し、第 20 保険年度末に年金額 1 を支払う。
必要であれば、予定利率 $i=1.00\%$ 、$v^{10}=0.90529$ 、$a_{\overline{10|}}=9.47130$ を用いなさい。

（Ａ） 94　（Ｂ） 99　（Ｃ） 104　（Ｄ） 109　（Ｅ） 114
（Ｆ） 119　（Ｇ） 124　（Ｈ） 129　（Ｉ） 134　（Ｊ） 139

（２）$l_x=\left(\dfrac{100-x}{100}\right)^{\alpha}$ （$0\leqq x<100$），$\alpha>0$ のとき、$\dfrac{d\mathring{e}_x}{dx}$ に等しいものは次のうちどれか。

（Ａ） $\dfrac{1}{1-\alpha}$　（Ｂ） $\dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}$　（Ｃ） $-\dfrac{\alpha}{\alpha+1}$　（Ｄ） $-\dfrac{1}{\alpha}$　（Ｅ） $\dfrac{1-\alpha}{\alpha}$
（Ｆ） $-1$　（Ｇ） $-\dfrac{\alpha+1}{\alpha}$　（Ｈ） $-\dfrac{1}{\alpha+1}$　（Ｉ） $\dfrac{\alpha}{1-\alpha}$　（Ｊ） $\dfrac{1+\alpha}{1-\alpha}$

（３）死亡解約脱退残存表における $x$ 歳の残存者数が $l_x=A-1000\cdot x$ （$0\leqq x\leqq\dfrac{A}{1000}$）で表され、かつ各年齢における解約率 $q_x^w$ が死亡率 $q_x$ の 4 倍という関係にあるとすると、$x$ 歳における絶対死亡率は $q_x^*=1-\dfrac{l_x-k_1}{l_x-k_2}$ と表される。このとき $k_1$ および $k_2$ の組み合わせ（$k_1$、$k_2$）として正しいものは次のうちどれか。なお、死亡および解約はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。

（Ａ） （300、200）　（Ｂ） （400、200）　（Ｃ） （500、200）
（Ｄ） （400、300）　（Ｅ） （500、300）　（Ｆ） （600、300）
（Ｇ） （500、400）　（Ｈ） （600、400）　（Ｉ） （700、400）
（Ｊ） （700、500）

（４）次の①～⑥において、予定利率 $i$ に常に等しいものは「○」に、そうでないものは「×」にマークしなさい。ただし、$x \geqq 0$ 、$n \geqq 2$ とする。

① $\dfrac{1-v^n}{a_{\overline{n|}}}$　　② $\dfrac{a_{\overline{n|}}}{(Ia)_{\overline{n|}} - a_{\overline{n|}} + n \cdot {}_{n|}a_{\infty}}$　　③ $\dfrac{1}{a_{\overline{n|}}} - \dfrac{1}{s_{\overline{n|}}}$

④ $\dfrac{p_x - A_{x:\overline{1|}}^{\ \ 1}}{A_{x:\overline{1|}}^{\ \ 1}}$　　⑤ $\dfrac{p_x \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - 1} - 1$　　⑥ $\dfrac{\ddot{a}_x - a_x - A_x}{A_x + a_x}$

（５）次の①および②の空欄に当てはまる記号の組み合わせ（①、②）として正しいものは次のうちどれか。

$$\frac{d}{dx}\bar{P}^{(\infty)}_{x:\overline{n|}} = \left(\bar{P}^{(\infty)}_{x:\overline{n|}} + \boxed{\quad ① \quad}\right) \cdot \left(\bar{P}^{(\infty)}_{\substack{1\\x:\overline{n|}}} + \boxed{\quad ② \quad}\right)$$

（Ａ） $(\delta\ ,\ \mu_x)$　（Ｂ） $((-\delta)\ ,\ \mu_x)$　（Ｃ） $(\delta\ ,(-\mu_x))$
（Ｄ） $((-\delta)\ ,\ (-\mu_x))$　（Ｅ） $(\mu_x\ ,\ \delta)$　（Ｆ） $((-\mu_x)\ ,\ \delta)$
（Ｇ） $(\mu_x\ ,\ (-\delta))$　（Ｈ） $((-\mu_x)\ ,\ (-\delta))$

（６）55 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 5 年の養老保険を考える。契約から 3 年経過後の平準純保険料式責任準備金 ${}_3V_{55:\overline{5|}}$ は、残り 2 年間の会社と契約者との取引の現価を表す確率変数の期待値とみることができる。この確率変数の標準偏差の値に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、$x$ 歳における予定死亡率 $q_x$ は下表のとおりとする。必要であれば、$v = 0.95$ 、$\ddot{a}_{55:\overline{5|}} = 4.4989$ を用いなさい。

| $x$ | $q_x$ |
|---|---|
| 58 | 0.005 |
| 59 | 0.006 |
| 60 | 0.007 |

（Ａ） 0.010　（Ｂ） 0.011　（Ｃ） 0.012　（Ｄ） 0.013　（Ｅ） 0.014
（Ｆ） 0.015　（Ｇ） 0.016　（Ｈ） 0.017　（Ｉ） 0.018　（Ｊ） 0.019

（７） $x$ 歳加入、年金額 1 の終身年金において $x+t$ 歳における予定死亡率 $q_{x+t}$ のみを $c$（$c>0$）だけ小さくして、$q'_{x+t}=q_{x+t}-c$ へ変更したとき、終身年金現価が $\ddot{a}_x$ から $\ddot{a}'_x$ に変化した。このとき $\ddot{a}'_x$ に等しいものは次のうちどれか。

（Ａ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^t\cdot {}_tp_x$　　（Ｂ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^t\cdot {}_{t+1}p_x$
（Ｃ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot {}_tp_x$　　（Ｄ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot {}_{t+1}p_x$
（Ｅ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^t\cdot {}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t}$　　（Ｆ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^t\cdot {}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t+1}$
（Ｇ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^t\cdot {}_{t+1}p_x\cdot\ddot{a}_{x+t+1}$　　（Ｈ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot {}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t}$
（Ｉ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot {}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t+1}$　　（Ｊ） $\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot {}_{t+1}p_x\cdot\ddot{a}_{x+t+1}$

（８）40 歳加入、保険料年払 20 年払込、60 歳年金開始、年度始支払、年金額 1 の 10 年保証期間付終身年金保険（最初の 10 年間は確定年金で、それ以降は被保険者の生存を条件に年金を支払う保険）を考える。
なお、年金開始前に死亡した場合には、年度末に既払込保険料と同額を支払うこととする。

予定利率は 1.00%とし、予定事業費は以下のとおりとする。

| | |
|---|---|
| 予定新契約費 | 新契約時にのみ、年金原資 1 に対し 0.02 |
| 予定維持費 | 毎保険年度始に、年金開始前は年金原資 1 に対し毎年 0.001、年金開始後は年金額 1 に対し毎年 0.005 |
| 予定集金費 | 保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.01 |

年金原資とは、年金開始時点における（10 年保証期間付終身年金の）年金現価であり、予定事業費を含まない金額をいう。
このとき営業保険料に最も近いものは次のうちどれか。必要ならば以下の基数を用いなさい。

| $x$ | $D_x$ | $N_x$ | $M_x$ | $R_x$ |
|---|---|---|---|---|
| 40 | 65,692 | 2,199,256 | 43,917 | 1,744,712 |
| 60 | 50,219 | 1,027,831 | 40,042 | 893,573 |
| 70 | 40,214 | 568,678 | 34,584 | 514,922 |

（Ａ） 0.900　（Ｂ） 0.925　（Ｃ） 0.950　（Ｄ） 0.975　（Ｅ） 1.000
（Ｆ） 1.025　（Ｇ） 1.050　（Ｈ） 1.075　（Ｉ） 1.100　（Ｊ） 1.125

（９）$x+1$ 歳加入、保険期間 $n$ 年の養老保険の経過 $t$ 年における平準純保険料式責任準備金が、$x$ 歳加入、保険期間 $n+1$ 年の養老保険の経過 $t+1$ 年におけるチルメル割合 $\alpha$ の全期チルメル式責任準備金と等しいとき、$\alpha+P^{1}_{x:\overline{1|}}$ に等しいものは次のうちどれか。ただし、どちらの養老保険も保険料年払全期払込、保険金年度末支払で、$0 \leqq t \leqq n$ とする。

（Ａ） $d$　（Ｂ） $v$　（Ｃ） $P^{\ 1}_{x:\overline{n|}}$　（Ｄ） $P_{x:\overline{n|}}$　（Ｅ） $P^{\ \ 1}_{x:\overline{n+1|}}$
（Ｆ） $P_{x:\overline{n+1|}}$　（Ｇ） $P^{\ \ 1}_{x+1:\overline{n|}}$　（Ｈ） $P_{x+1:\overline{n|}}$　（Ｉ） $P^{\ \ 1}_{x+1:\overline{1|}}$　（Ｊ） $P_{x+1:\overline{1|}}$

（１０）30 歳加入、保険料年払 30 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険において、27 年経過時点より前は保険料は正常に払い込まれていたが、27 年経過時点で保険料が払い込まれなくなったので、第 28 回目の保険料から自動的に保険料振替貸付が行われた。
（保険料の払込遅延があれば、解約返戻金から貸付金を差し引いた金額の範囲内で会社が保険料相当額の貸付を行い、契約を有効に継続させる。これを保険料振替貸付という。なお、貸付金には、既往の振替貸付金残高のほかに契約貸付による貸付金の額も含まれる。）
保険料振替貸付は 1 回のみ行われ、2 回目（第 29 回目の保険料分）は不可能であった。
このときの貸付金に対する利率に当てはまるものは次のうちどれか。適切なものをすべて選びなさい。
ただし、貸付金については 1 年単位で利息が元金に繰り入れられるものとし、保険料振替貸付に対する利率と契約貸付に対する利率は同じとする。また、年払純保険料 ${}_{30}P_{30}$ は 0.020410、年払営業保険料 ${}_{30}P^{*}_{30}$ は 0.025038、27 年経過時点の契約貸付による貸付金 ${}_{27}L$ は 0.61 とし、$t$ 年経過後の解約返戻金 ${}_{t}W$ は次のとおりとする。

| | $t=27$ | $t=28$ | $t=29$ |
|---|---|---|---|
| ${}_{t}W$ | 0.637888 | 0.665948 | 0.694461 |

（Ａ） 1%　（Ｂ） 2%　（Ｃ） 3%　（Ｄ） 4%　（Ｅ） 5%
（Ｆ） 6%　（Ｇ） 7%　（Ｈ） 8%　（Ｉ） 9%　（Ｊ） 10%

（１１）子供$x$歳、親$y$歳加入、保険料年払全期払込、死亡保険金年度末支払、保険期間$n$年で次の(ⅰ)から(ⅳ)の給付を行う親子連生保険の年払純保険料を表す算式として正しいものは次のうちどれか。

（ⅰ）子供が死亡した場合には、死亡保険金 0.1 を支払い、契約は消滅する。

（ⅱ）子供が満期まで生存した場合には、満期保険金 1 を支払う。

（ⅲ）親が死亡した場合には、死亡保険金 1 を支払い、その後の保険料の払込を免除する。

（ⅳ）親が死亡した保険年度の翌年度始から第$n$保険年度始まで、子供の生存を条件に年金額 0.5 を支払う。

（Ａ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

（Ｂ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}+A^{\;1}_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

（Ｃ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A^{\;1}_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

（Ｄ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A_{xy:\overline{n}|}^{\phantom{xy:}1}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

（Ｅ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

（Ｆ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}+A^{\;1}_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

（Ｇ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A^{\;1}_{xy:\overline{n}|}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

（Ｈ） $$\frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\phantom{x:}1}+A_{xy:\overline{n}|}^{\phantom{xy:}1}+0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

（１２）死亡・就業不能脱退残存表において、生存者総数に占める就業不能者数の割合が、$x$ 歳では 0.012062 、$x$＋１歳では 0.013265 であるとする。$x$ 歳の死亡率が 0.005249、$x$ 歳の就業不能者の絶対死亡率が 0.020568 のとき、$x$ 歳の就業者が 1 年以内に就業不能となる確率 $q_x^{(i)}$ に最も近いものは次のうちどれか。ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

（Ａ） 0.0010　（Ｂ） 0.0011　（Ｃ） 0.0012　（Ｄ） 0.0013　（Ｅ） 0.0014
（Ｆ） 0.0015　（Ｇ） 0.0016　（Ｈ） 0.0017　（Ｉ） 0.0018　（Ｊ） 0.0019

（１３）現在 40 歳の就業者が保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 100 万円、保険期間 20 年の定期保険に加入した。この保険に保険料払込免除特約を付け、就業不能になればそれ以後の保険料払込を免除することとした。この特約の年払純保険料に最も近いものは次のうちどれか。ここで、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとし、最終年度に発生する就業不能に対しては免除すべき保険料がないため、最終年度の特約保険料の払込は必要ないものとする。

定期保険の予定事業費は以下のとおりとし、必要であれば、$A^{1}_{40:\overline{20}|} = 0.0896$ 、$A^{(i)}_{40:\overline{20}|} = 0.0273$ 、$\ddot{a}_{40:\overline{20}|} = 16.8570$ 、$\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{19}|} = 16.0611$ 、$\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{20}|} = 16.7228$ 、$\ddot{a}^{a}_{40:\overline{19}|} = 16.1861$ 、$\ddot{a}^{a}_{40:\overline{20}|} = 16.8668$ を用いなさい。

| | 定期保険の予定事業費 |
|---|---|
| 予定新契約費 | 新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.01 |
| 予定維持費 | 毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.001 |
| 予定集金費 | 保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03 |

（Ａ） 44 円　（Ｂ） 49 円　（Ｃ） 54 円　（Ｄ） 59 円　（Ｅ） 64 円
（Ｆ） 69 円　（Ｇ） 74 円　（Ｈ） 79 円　（Ｉ） 84 円　（Ｊ） 89 円

余白ページ

（１４）$x$ 歳加入、保険料年払全期払込、給付日額 $\delta$ 、保険期間 $n$ 年の疾病入院保険を考える。この保険は、疾病により入院した場合、入院日数に給付日額を乗じて得られる金額を疾病入院給付金として支払う保険であり、以下のような条件が付加されている。

- 契約の日から 6 ヶ月以内に発生した疾病による入院に対しては給付を行わない。
- 期間中に入院給付金を全く請求しないで満期となった契約に対しては、満期時に 5 年分の年払営業保険料を返還する。
- 死亡時の給付はない。

この保険の年払営業保険料を表す算式は次のうちどれか。

ここで、$y$ 歳（$x \leqq y \leqq x+n-1$）における 1 年間の予定疾病入院発生率を $h_y$ 、疾病により入院した場合の予定平均日数を $T_y$ とする。入院は 1 年を通じて一様に発生するものとし、保険契約は契約の満期と死亡による脱退の場合にのみ消滅するものとする。

また、$x$ 歳の者が $n$ 年間入院給付金の請求をせずに生存する確率を ${}_n\overline{p}_x$ とし、年払営業保険料 $P^*$ と年払純保険料 $P$ とは $P^* = P + C$ （$C$ は定数）という関係にあるとする。

（A）
$$\frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot h_x \cdot (T_x - 180) \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}$$

（B）
$$\frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot h_x \cdot (T_x - 180) \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x} + C$$

（C）
$$\frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot h_x \cdot (T_x - 180) \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta + C \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}$$

（D）
$$\frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot h_x \cdot (T_x - 180) \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta - 5C \cdot v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}$$

（E）
$$\frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot h_x \cdot (T_x - 180) \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta + 5C \cdot v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}$$

（F）
$$\frac{\frac{1}{2} v^{\frac{3}{4}} \cdot h_x \cdot T_x \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x}$$

（G）
$$\frac{\frac{1}{2} v^{\frac{3}{4}} \cdot h_x \cdot T_x \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot h_{x+t} \cdot T_{x+t} \cdot \delta}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 5v^n \cdot {}_n\overline{p}_x} + C$$

（H） $$\frac{\frac{1}{2}v^{\frac{3}{4}}\cdot h_x\cdot T_x\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_tp_x\cdot h_{x+t}\cdot T_{x+t}\cdot\delta+C\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}$$

（I） $$\frac{\frac{1}{2}v^{\frac{3}{4}}\cdot h_x\cdot T_x\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_tp_x\cdot h_{x+t}\cdot T_{x+t}\cdot\delta-5C\cdot v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}$$

（J） $$\frac{\frac{1}{2}v^{\frac{3}{4}}\cdot h_x\cdot T_x\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_tp_x\cdot h_{x+t}\cdot T_{x+t}\cdot\delta+5C\cdot v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}$$

**問題２．** 次の（１）、（２）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各８点　（計１６点）

（１）$x$ 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 $n$ 年の次の給付を行う保険を考える。

- 第 $t$ 保険年度中に被保険者が死亡した場合には、死亡給付金として $\dfrac{t}{n}$ を即時に支払うとともに、第 $t$ 保険年度末から第 $n$ 保険年度末まで毎保険年度末に被保険者の遺族に年金を（遺族の生死に関係なく）支払う。この年金額は、第 1 回目は $r$、第 2 回目は $r\cdot(1+j)$ 、第 3 回目は $r\cdot(1+2j)$ 、・・・と毎年逓増していくものとする。
- 満期まで被保険者が生存した場合には、満期保険金として 1 を支払う。

次の①～⑧の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

年払純保険料を $P$ とすると、

（収入の現価）　$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

（支出の現価）　・死亡給付金　$\dfrac{1}{n}\cdot\boxed{①}$

・遺族年金　第 $t$ 保険年度中に被保険者が死亡した場合の、その年度末における年金の現価を $F(t)$ とすると、

$F(t)=r\cdot\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}+r\cdot j\cdot\boxed{②}$ であるから、加入時の現価は

$$\sum_{t=1}^{n}\frac{F(t)\cdot C_{x+t-1}}{D_x}$$

・満期保険金　${}_nE_x=\dfrac{D_{x+n}}{D_x}$

収支相等の原則により、

$$P=\frac{\dfrac{1}{n}\cdot\boxed{①}+\displaystyle\sum_{t=1}^{n}\frac{F(t)\cdot C_{x+t-1}}{D_x}+{}_nE_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

次に、被保険者が生存している場合、第 $t$ 保険年度末平準純保険料式責任準備金について、過去法の責任準備金を ${}_tV^R$ 、将来法の責任準備金を ${}_tV^P$ とすると、

$${}_tV^R=\frac{P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{t}|}-\left\{\dfrac{1}{n}\cdot\boxed{③}+\displaystyle\sum_{k=1}^{t}\frac{\boxed{④}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}\right\}}{{}_tE_x}$$

$${}_tV^P=\frac{t}{n}\cdot\boxed{⑤}+\frac{1}{n}\cdot\boxed{⑥}+\sum_{k=1}^{n-t}\frac{\boxed{⑦}\cdot C_{x+t+k-1}}{D_{x+t}}+{}_{n-t}E_{x+t}-P\cdot\boxed{⑧}$$

一方、記号の定義により、次の（ⅰ）～（ⅳ）の等式が成立する。

（ⅰ）　$\boxed{①}=\boxed{③}+{}_tE_x\left\{t\cdot\boxed{⑤}+\boxed{⑥}\right\}$

（ⅱ）　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\boxed{④}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}=\sum_{k=1}^{t}\frac{\boxed{④}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}+{}_tE_x\cdot\sum_{k=1}^{n-t}\frac{\boxed{⑦}\cdot C_{x+t+k-1}}{D_{x+t}}$

（ⅲ）　${}_nE_x={}_tE_x\cdot{}_{n-t}E_{x+t}$

（ⅳ）　$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=\ddot{a}_{x:\overline{t}|}+{}_tE_x\cdot\boxed{⑧}$

そこで、$\dfrac{1}{n}$ ×（ i ）＋（ ii ）＋（iii）－$P$×（iv）を辺々計算し、右辺を${}_tE_x$について整理すれば、左辺は収支相等の原則により 0 であるから、

$$0=\left\{\frac{1}{n}\cdot\boxed{\quad ③ \quad}+\sum_{k=1}^{t}\frac{\boxed{\quad ④ \quad}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}-P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{t}|}\right\}+{}_tE_x\cdot{}_tV^P$$

となる。ところが、中括弧内は$-{}_tE_x\cdot{}_tV^R$に等しいので、${}_tV^R={}_tV^P$となり、過去法と将来法の一致が示された。

【選択肢】

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| （A） | $\ddot{a}_{x:\overline{n}\|}$ | （B） | $\ddot{a}_{x:\overline{t}\|}$ | （C） | $\ddot{a}_{x:\overline{k}\|}$ | （D） | $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\|}$ | （E） | $\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}\|}$ |
| （F） | $(I\ddot{a})_{\overline{n}\|}$ | （G） | $(I\ddot{a})_{\overline{n-t}\|}$ | （H） | $(I\ddot{a})_{\overline{n-k}\|}$ | （I） | $(Ia)_{\overline{n}\|}$ | （J） | $(Ia)_{\overline{n-t}\|}$ |
| （K） | $\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{n}\|}$ | （L） | $\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{t}\|}$ | （M） | $\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{k}\|}$ | （N） | $\bar{A}^{\,1}_{x+t:\overline{n-t}\|}$ | （O） | $\bar{A}^{\,1}_{x+k:\overline{n-k}\|}$ |
| （P） | $(I\bar{A})^{\,1}_{x:\overline{n}\|}$ | （Q） | $(I\bar{A})^{\,1}_{x:\overline{t}\|}$ | （R） | $(I\bar{A})^{\,1}_{x:\overline{k}\|}$ | （S） | $(I\bar{A})^{\,1}_{x+t:\overline{n-t}\|}$ | （T） | $(I\bar{A})^{\,1}_{x+k:\overline{n-k}\|}$ |
| （U） | $F(n)$ | （V） | $F(t)$ | （W） | $F(k)$ | （X） | $F(t+k)$ | （Y） | $F(n-k)$ |

（２）

(a) 3 人の被保険者 X、Y、Z の年齢をそれぞれ x 歳、y 歳、z 歳とし、3 人は同一の生命表に従うとする。
ここで、$n$ 年以内に 3 人のうち 2 番目の死亡が起こった場合は、死亡した年度末に保険金 1 を支払い、$n$ 年後に少なくとも 2 人が生存している場合にも保険金 1 を支払う連生保険の一時払純保険料を考える。

次の①～⑤の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

一時払純保険料は、次の 2 つの部分 $A_1$、$A_2$ に分けることができる。
$A_1$ ：$n$ 年以内に 3 人のうち 2 番目の死亡が起こった場合に保険金 1 を支払う死亡保険
$A_2$ ：$n$ 年後に少なくとも 2 人が生存している場合に保険金 1 を支払う生存保険

$$A_1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \left( {}_t p_{\overset{2}{\overline{xyz}}} - \boxed{\quad ① \quad} \right) = v \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_{\overset{2}{\overline{xyz}}} - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \boxed{\quad ① \quad} = v \cdot \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - \boxed{\quad ② \quad}$$

これに $\boxed{\quad ② \quad} = \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - 1 + v^n \cdot \boxed{\quad ③ \quad}$ を代入すると、$A_1 = 1 - \boxed{\quad ④ \quad} \cdot \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - v^n \cdot \boxed{\quad ③ \quad}$

$A_2 = v^n \cdot {}_n p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ は明らか。

以上から、一時払純保険料 $A_1 + A_2 = 1 - \boxed{\quad ④ \quad} \cdot \boxed{\quad ⑤ \quad}$

【選択肢】

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| （ア） | $v$ | （イ） | $d$ | （ウ） | $v^t$ | （エ） | $d^t$ | （オ） | $v^n$ |
| （カ） | $d^n$ | （キ） | ${}_t p_{xyz}$ | （ク） | ${}_t p_{\overline{xyz}}$ | （ケ） | ${}_t p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ | （コ） | ${}_{t+1} p_{xyz}$ |
| （サ） | ${}_{t+1} p_{\overline{xyz}}$ | （シ） | ${}_{t+1} p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ | （ス） | ${}_{n-1} p_{xyz}$ | （セ） | ${}_{n-1} p_{\overline{xyz}}$ | （ソ） | ${}_{n-1} p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ |
| （タ） | ${}_n p_{xyz}$ | （チ） | ${}_n p_{\overline{xyz}}$ | （ツ） | ${}_n p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ | （テ） | $\ddot{a}_{xyz:\overline{n-1}|}$ | （ト） | $\ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n-1}|}$ |
| （ナ） | $\ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n-1}|}$ | （ニ） | $\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}$ | （ヌ） | $\ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n}|}$ | （ネ） | $\ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|}$ | （ノ） | $a_{xyz:\overline{n-1}|}$ |
| （ハ） | $a_{\overline{xyz}:\overline{n-1}|}$ | （ヒ） | $a_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n-1}|}$ | （フ） | $a_{xyz:\overline{n}|}$ | （ヘ） | $a_{\overline{xyz}:\overline{n}|}$ | （ホ） | $a_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|}$ |

(b) (a) における一時払純保険料 の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
必要であれば、予定利率 $i = 2.00\%$ 、$a_{xy:\overline{n-1}|} = 6.950$ 、$a_{yz:\overline{n-1}|} = 6.800$ 、$a_{zx:\overline{n-1}|} = 6.665$ 、$a_{xyz:\overline{n-1}|} = 6.350$ 、$a_{xy:\overline{n}|} = 7.850$ 、$a_{yz:\overline{n}|} = 7.720$ 、$a_{zx:\overline{n}|} = 7.600$ 、$a_{xyz:\overline{n}|} = 7.050$ を用いなさい。

【選択肢】

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| （Ａ） | 0.781 | （Ｂ） | 0.788 | （Ｃ） | 0.795 | （Ｄ） | 0.802 | （Ｅ） | 0.809 |
| （Ｆ） | 0.816 | （Ｇ） | 0.823 | （Ｈ） | 0.830 | （Ｉ） | 0.837 | （Ｊ） | 0.944 |

以上

# 生　保　数　理　（　解　答　例　）

**問題１.**

| 設問 | 解答 | 配点 | 設問 | 解答 | 配点 |
|---|---|---|---|---|---|
| （１） | **（Ｂ）** | 6 点 | （２） | **（Ｈ）** | 6 点 |
| （３） | **（Ｈ）** | 6 点 | （４） | ① **〇**　② **〇**　③ **〇**<br>④ **〇**　⑤ **〇**　⑥ **〇** | 各 1 点 |
| （５） | **（Ｃ）** | 6 点 | （６） | **（Ｆ）** | 6 点 |
| （７） | **（Ｉ）** | 6 点 | （８） | **（Ｅ）** | 6 点 |
| （９） | **（Ｈ）** | 6 点 | （１０） | **（Ｃ）、（Ｄ）** | 6 点 |
| （１１） | **（Ｇ）** | 6 点 | （１２） | **（Ｅ）** | 6 点 |
| （１３） | **（Ｅ）** | 6 点 | （１４） | **（Ｈ）** | 6 点 |

※（１０）は完答の場合のみ得点

（１）

第 1 保険年度末から 第10 保険年度末までの年金 現価を $(Ia)_{\overline{10|}}$ とする。

$$(Ia)_{\overline{10|}} = v^1 + 2v^2 + 3v^3 \cdots + 10v^{10} \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$v \cdot (Ia)_{\overline{10|}} = \qquad v^2 + 2v^3 \cdots + 9v^{10} + 10v^{11} \cdots ②$$

①－②より、$(1-v)\cdot(Ia)_{\overline{10|}} = a_{\overline{10|}} - 10v^{11}$

$$(Ia)_{\overline{10|}} = \frac{a_{\overline{10|}} - 10v^{11}}{1-v} = \frac{9.47130 - 10\times 0.90529 \div 1.01}{1 - 1\div 1.01} = 51.31130$$

求める年金現価は、$(Ia)_{\overline{10|}} + v^{10}\cdot(11a_{\overline{10|}} - (Ia)_{\overline{10|}})$

$$= (Ia)_{\overline{10|}}\cdot(1-v^{10}) + 11v^{10}\cdot a_{\overline{10|}}$$

$$= 51.31130 \times (1 - 0.90529) + 11 \times 0.90529 \times 9.47130$$

$$= 99.18$$

解答：**（Ｂ）**

（２）

$$\mathring{e}_x = \int_0^{100-x} {}_t p_x dt = \int_0^{100-x} \frac{\left(\dfrac{100-x-t}{100}\right)^\alpha}{\left(\dfrac{100-x}{100}\right)^\alpha} dt = \frac{1}{(100-x)^\alpha}\int_0^{100-x}(100-x-t)^\alpha dt$$

$$= \frac{1}{(100-x)^\alpha}\left[\frac{-(100-x-t)^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right]_0^{100-x} = \frac{100-x}{\alpha+1}$$

したがって、

$$\frac{d\mathring{e}_x}{dx} = -\frac{1}{\alpha+1}$$

解答**（Ｈ）**

（３）

$w_x = l_x \cdot q_x^w = l_x \cdot 4q_x = 4d_x$ であるから、

$l_{x+1} = l_x - d_x - w_x = l_x - 5d_x$

よって、

$d_x = \dfrac{l_x - l_{x+1}}{5} = 200$

$w_x = 800$

となることより、

$$q_x^* = \frac{d_x}{l_x - \frac{w_x}{2}} = \frac{200}{l_x - 400} = 1 - \frac{l_x - 600}{l_x - 400}$$

解答（Ｈ）

（４）

① 教科書上巻 p.14　$a_{\overline{n}|} = \dfrac{1-v^n}{i}$ より、$\dfrac{1-v^n}{a_{\overline{n}|}} = i$

② 教科書上巻 p.25

$$(Ia)_{\overline{n}|} - a_{\overline{n}|} + n \cdot {}_{n|}a_\infty = \frac{a_{\overline{n}|}}{d} - \frac{n \cdot v^n}{i} - a_{\overline{n}|} + n \cdot v^n \cdot a_\infty = a_{\overline{n}|} \cdot \left(\frac{1}{d} - 1\right) = \frac{a_{\overline{n}|}}{i}$$

よって、$\dfrac{a_{\overline{n}|}}{(Ia)_{\overline{n}|} - a_{\overline{n}|} + n \cdot {}_{n|}a_\infty} = i$

③ 教科書上巻 p.23

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1-v^n} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i - i \cdot v^n}{1 - v^n} = i$$

④ 教科書上巻 p.103　$A_{x:\overline{1}|}^{\ 1} = v \cdot p_x$ より、$\dfrac{p_x - A_{x:\overline{1}|}^{\ 1}}{A_{x:\overline{1}|}^{\ 1}} = \dfrac{p_x \cdot (1-v)}{v \cdot p_x} = i$

⑤ 教科書上巻 p.106　$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + v \cdot p_x \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}$ より、$\dfrac{p_x \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1} - 1 = \dfrac{1}{v} - 1 = i$

⑥ 教科書上巻 p.128、p.105　$A_x = 1 - d \cdot \ddot{a}_x$ 、$\ddot{a}_x = 1 + a_x$ より、$\dfrac{\ddot{a}_x - a_x - A_x}{A_x + a_x} = \dfrac{\ddot{a}_x \cdot d}{\ddot{a}_x \cdot (1-d)} = i$

解答：**①〇、②〇、③〇、④〇、⑤〇、⑥〇**

（5）

$$\frac{d}{dx}\overline{P}^{(\infty)}_{x:\overline{n}|}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}}-\delta\right)=\frac{d}{dx}\frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}}=\frac{-1}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2}\cdot\frac{d}{dx}\overline{a}_{x:\overline{n}|}$$

ここで、$\frac{d}{dx}\overline{a}_{x:\overline{n}|}=\frac{d}{dx}\int_0^n v^t\cdot{}_tp_x dt=\int_0^n v^t\cdot\left(\frac{d}{dx}{}_tp_x\right)dt$

$$\frac{d}{dx}{}_tp_x=\frac{d}{dx}\frac{l_{x+t}}{l_x}=\frac{l_x\cdot\frac{d}{dx}l_{x+t}-l_{x+t}\cdot\frac{d}{dx}l_x}{l_x^2}=\frac{l_{x+t}}{l_x}\cdot\frac{1}{l_{x+t}}\cdot\frac{d}{dx}l_{x+t}-\frac{l_{x+t}}{l_x}\cdot\frac{1}{l_x}\cdot\frac{d}{dx}l_x={}_tp_x\cdot\left(\mu_x-\mu_{x+t}\right)$$

よって、$\frac{d}{dx}\overline{a}_{x:\overline{n}|}=\int_0^n v^t\cdot{}_tp_x\cdot\left(\mu_x-\mu_{x+t}\right)dt=\mu_x\cdot\overline{a}_{x:\overline{n}|}-\overline{A}^{\ 1}_{x:\overline{n}|}$

したがって、$\frac{d}{dx}\overline{P}^{(\infty)}_{x:\overline{n}|}=\frac{-1}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2}\cdot\left(\mu_x\overline{a}_{x:\overline{n}|}-\overline{A}^{\ 1}_{x:\overline{n}|}\right)=\frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\left(\overline{P}^{(\infty)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}-\mu_x\right)=\left(\overline{P}^{(\infty)}_{x:\overline{n}|}+\delta\right)\cdot\left(\overline{P}^{(\infty)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}-\mu_x\right)$

<u>解答：（**C**）</u>

（6）

養老保険の純保険料 $P_{55:\overline{5}|}$ は、

$$P_{55:\overline{5}|}=\frac{A_{55:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{55:\overline{5}|}}=\frac{1-d\cdot\ddot{a}_{55:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{55:\overline{5}|}}=\frac{1-(1-0.95)\cdot 4.4989}{4.4989}=0.172277$$

3 年経過後を基準とした場合、会社と契約者の取引の現価は、

1 年目に死亡する場合には、$v-P_{55:\overline{5}|}=0.777723$

2 年目に死亡する場合には、$v^2-P_{55:\overline{5}|}\cdot(1+v)=0.566561$

2 年後に生存している場合には、$v^2-P_{55:\overline{5}|}\cdot(1+v)=0.566561$

となる。この確率変数のとる値は 0.777723 と 0.566561 であり、それぞれの確率は 0.005 と 0.995 である。よって、この確率変数の標準偏差は以下のようになる。

$$\sqrt{0.777723^2\times 0.005+0.566561^2\times 0.995-(0.777723\times 0.005+0.566561\times 0.995)^2}=0.014894$$

<u>解答（**F**）</u>

（7）

$$\begin{aligned}\ddot{a}'_x&=1+v\cdot p'_x+v^2\cdot{}_2p'_x+\ldots+v^t\cdot{}_tp'_x+v^{t+1}\cdot{}_{t+1}p'_x+v^{t+2}\cdot{}_{t+2}p'_x+v^{t+3}\cdot{}_{t+3}p'_x+\ldots\\&=1+v\cdot p_x+v^2\cdot p_x\cdot p_{x+1}+\ldots+v^t\cdot p_x\cdot p_{x+1}\ldots p_{x+t-1}+v^{t+1}\cdot p_x\cdot p_{x+1}\ldots p_{x+t-1}\cdot(p_{x+t}+c)\\&\quad+v^{t+2}\cdot p_x\cdot p_{x+1}\ldots p_{x+t-1}\cdot(p_{x+t}+c)\cdot p_{x+t+1}+v^{t+3}\cdot p_x\cdot p_{x+1}\ldots p_{x+t-1}\cdot(p_{x+t}+c)\cdot p_{x+t+1}\cdot p_{x+t+2}+\ldots\\&=\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot{}_tp_x\cdot\left(1+v\cdot p_{x+t+1}+v^2\cdot p_{x+t+1}\cdot p_{x+t+2}+\ldots\right)\\&=\ddot{a}_x+c\cdot v^{t+1}\cdot{}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t+1}\end{aligned}$$

<u>解答：（**I**）</u>

（８）

予定利率 1.00%での 10 年確定年金の現価は

$$\ddot{a}_{\overline{10}|}=\frac{1-v^{10}}{1-v}=9.56602$$

年金原資 $F$ は

$$F=\ddot{a}_{\overline{10}|}+\frac{N_{70}}{D_{60}}=20.88998$$

である。営業保険料を $P^*$ 、新契約費率を $\alpha$ 、集金費率を $\beta$ 、維持費率の年金開始前を $\gamma$ 、開始後を $\gamma'$ とし、 $F$ を用いて収支相等の式を書くと

$$P^*\cdot\ddot{a}_{40:\overline{20}|}=\frac{D_{60}}{D_{40}}\cdot F+P^*\cdot(IA)^{\ \ 1}_{40:\overline{20}|}+\alpha\cdot F+\beta\cdot P^*\cdot\ddot{a}_{40:\overline{20}|}+\gamma\cdot F\cdot\ddot{a}_{40:\overline{20}|}+\frac{D_{60}}{D_{40}}\cdot\gamma'\cdot F$$

であるから、これを解くと

$$P^*=\frac{\dfrac{D_{60}}{D_{40}}\cdot(1+\gamma')+\alpha+\gamma\cdot\ddot{a}_{40:\overline{20}|}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{40:\overline{20}|}-(IA)^{\ \ 1}_{40:\overline{20}|}}\cdot F$$

ここで、

$$\ddot{a}_{40:\overline{20}|}=\frac{N_{40}-N_{60}}{D_{40}}=17.83208$$

$$(IA)^{\ \ 1}_{40:\overline{20}|}=\frac{R_{40}-R_{60}-20M_{60}}{D_{40}}=0.76568$$

これらを代入すると $P^*=0.99714$

解答：（Ｅ）

（９）

$${}_tV_{x+1:\overline{n}|}=A_{x+t+1:\overline{n-t}|}-P_{x+1:\overline{n}|}\cdot\ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|}、\quad {}_{t+1}V^{[z]}_{x:\overline{n+1}|}=A_{x+t+1:\overline{n-t}|}-(P_{x:\overline{n+1}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}})\cdot\ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|}$$

これらが等しいことより、

$$P_{x+1:\overline{n}|}=P_{x:\overline{n+1}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}}$$

$$\alpha=P_{x+1:\overline{n}|}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}-A_{x:\overline{n+1}|}$$

$$\begin{aligned}\alpha+P^{\ 1}_{x:\overline{1}|}&=P_{x+1:\overline{n}|}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}-(A_{x:\overline{n+1}|}-v\cdot q_x)\\&=P_{x+1:\overline{n}|}\cdot(1+v\cdot p_x\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n}|})-v\cdot p_x\cdot A_{x+1:\overline{n}|}\\&=P_{x+1:\overline{n}|}+v\cdot p_x\cdot A_{x+1:\overline{n}|}-v\cdot p_x\cdot A_{x+1:\overline{n}|}\\&=P_{x+1:\overline{n}|}\end{aligned}$$

解答：（Ｈ）

（１０）
$t$ 年経過時点の貸付金を ${}_{t}L$ 、貸付金に対する利率を $i'$ とすると、

$$({}_{t}L+{}_{30}P_{30}^{*})\cdot(1+i') \leqq {}_{t+1}W$$

となれば貸付可能となる。
題意より、

$$({}_{27}L+{}_{30}P_{30}^{*})\cdot(1+i') \leqq {}_{28}W \quad \cdots\cdots①$$

$$({}_{28}L+{}_{30}P_{30}^{*})\cdot(1+i') > {}_{29}W \quad \cdots\cdots②$$

ここで、

$${}_{27}L = 0.61 \quad , \quad {}_{28}L = ({}_{27}L+{}_{30}P_{30}^{*})\cdot(1+i')$$

①より、

$$i' \leqq \frac{{}_{28}W}{{}_{27}L+{}_{30}P_{30}^{*}} - 1 = 0.04867425$$

②および$1+i'>0$ より、

$$1+i' > \frac{-{}_{30}P_{30}^{*}+\sqrt{({}_{30}P_{30}^{*})^{2}+4\cdot({}_{27}L+{}_{30}P_{30}^{*})\cdot{}_{29}W}}{2\cdot({}_{27}L+{}_{30}P_{30}^{*})} = 1.02621287$$

したがって、

$$0.02621287 < i' \leqq 0.04867425$$

<u>解答：（**C**）、（**D**）</u>

（１１）
この保険の年払純保険料を $P$ とすると
収支相等の原則より、 $P\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 0.1A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} + A_{xy:\overline{n}|}^{\ \ \ 1} + 0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)$ となるため、

$$P = \frac{0.1A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} + A_{xy:\overline{n}|}^{\ \ \ 1} + 0.5\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xy:\overline{n}|}\right)}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

<u>解答：（**G**）</u>

（１２）

$x$ 歳の生存者総数を 10,000,000 人とおいて計算する。
このとき、

$$l_x^{ii} = 10,000,000 \times 0.012062 = 120,620$$

$$l_x^{aa} = 10,000,000 \times (1 - 0.012062) = 9,879,380$$

$$l_{x+1} = 10,000,000 \times (1 - 0.005249) = 9,947,510$$

$$l_{x+1}^{ii} = 9,947,510 \times 0.013265 = 131,954$$

である。$x$ 歳の就業不能者の絶対死亡率は

$$q_x^i = \frac{d_x^{ii}}{l_x^{ii} + i_x / 2}$$

であり、また、就業不能者集団の人数異動について

$$l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} = i_x - d_x^{ii}$$

が成り立つから、これを $i_x$ について整理すると

$$i_x = \frac{l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} + l_x^{ii} \cdot q_x^i}{1 - q_x^i / 2} = 13,958$$

従って、

$$q_x^{(i)} = \frac{i_x}{l_x^{aa}} = 0.0014$$

解答：（**E**）

（１３）
定期保険の営業保険料を $P^*$、新契約費率を $\alpha$、集金費率を $\beta$、維持費率を $\gamma$ とすると、

$$P^* = 1,000,000 \cdot \frac{A^{\;1}_{40:\overline{20}|} + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{40:\overline{20}|}}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{40:\overline{20}|}} = 1,000,000 \cdot \frac{0.0896 + 0.01 + 0.001 \cdot 16.8570}{(1 - 0.03) \cdot 16.8570} = 7122.190359$$

特約の年払純保険料を $P_D$ とすると、払込回数は最終年度を除く 19 回であるため、

$$P_D = \frac{P^* \cdot a^{ai}_{40:\overline{19}|}}{\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{19}|}}$$ となる。

ここで、

$$a^{ai}_{40:\overline{19}|} = a^{a}_{40:\overline{19}|} - a^{aa}_{40:\overline{19}|} = \ddot{a}^{a}_{40:\overline{20}|} - \ddot{a}^{aa}_{40:\overline{20}|}$$

より、

$$P_D = \frac{P^* \cdot \left(\ddot{a}^{a}_{40:\overline{20}|} - \ddot{a}^{aa}_{40:\overline{20}|}\right)}{\ddot{a}^{aa}_{40:\overline{19}|}} = \frac{7122.190359 \cdot (16.8668 - 16.7228)}{16.0611} = 63.855864$$

解答：（**E**）

（１４）

疾病入院給付の現価を $A$ とすると、初年度は給付対象期間が後半の半年であることを考慮して、

$$A=\frac{1}{2}v^{\frac{3}{4}}\cdot h_x\cdot T_x\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_tp_x\cdot h_{x+t}\cdot T_{x+t}\cdot\delta$$

となる。

収支相等の原則から、

$$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=A+v^n\cdot{}_n\overline{p}_x\cdot 5(P+C)$$

よって、

$$P=\frac{A+5C\cdot v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}$$

営業保険料はこれに $C$ を加え、

$$P^*=\frac{A+5C\cdot v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}+C=\frac{A+C\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}=\frac{\frac{1}{2}v^{\frac{3}{4}}\cdot h_x\cdot T_x\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_tp_x\cdot h_{x+t}\cdot T_{x+t}\cdot\delta+C\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-5v^n\cdot{}_n\overline{p}_x}$$

解答（**H**）

**問題２.**

| 設問 | | 解答 | 配点 |
|---|---|---|---|
| （１） | ① | （P） | １点 |
| | ② | （J） | １点 |
| | ③ | （Q） | １点 |
| | ④ | （W） | １点 |
| | ⑤ | （N） | １点 |
| | ⑥ | （S） | １点 |
| | ⑦ | （X） | １点 |
| | ⑧ | （D） | １点 |

| 設問 | | | 解答 | 配点 |
|---|---|---|---|---|
| （２） | (a) | ① | （シ） | １点 |
| | | ② | （ホ） | １点 |
| | | ③ | （ツ） | １点 |
| | | ④ | （イ） | １点 |
| | | ⑤ | （ネ） | １点 |
| | (b) | | （H） | ３点 |

（１）

年払純保険料を $P$ とすると、

（収入の現価）　$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

（支出の現価）　・死亡給付金　$\frac{1}{n}\cdot\boxed{①(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|}}$

・遺族年金　第 $t$ 保険年度中に被保険者が死亡した場合の、その年度末における年金の現価を $F(t)$ とすると、$F(t)=r\cdot\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}+r\cdot j\cdot\boxed{②(Ia)_{\overline{n-t}|}}$ であるから、加入時の現価は $\sum_{t=1}^{n}\frac{F(t)\cdot C_{x+t-1}}{D_x}$

・満期保険金　${}_nE_x=\frac{D_{x+n}}{D_x}$

収支相等の原則により、

$$P=\frac{\frac{1}{n}\cdot\boxed{①(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|}}+\sum_{t=1}^{n}\frac{F(t)\cdot C_{x+t-1}}{D_x}+{}_nE_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

次に、被保険者が生存している場合、第 $t$ 保険年度末平準純保険料式責任準備金について、過去法の責任準備金を ${}_tV^R$、将来法の責任準備金を ${}_tV^P$ とすると、

$$ {}_tV^R=\frac{P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{t}|}-\left\{\frac{1}{n}\cdot\boxed{③(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{t}|}}+\sum_{k=1}^{t}\frac{\boxed{④F(k)}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}\right\}}{{}_tE_x}$$

$$ {}_tV^P=\frac{t}{n}\cdot\boxed{⑤\bar{A}^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}}+\frac{1}{n}\cdot\boxed{⑥(I\bar{A})^{1}_{x+t:\overline{n-t}|}}+\sum_{k=1}^{n-t}\frac{\boxed{⑦F(t+k)}\cdot C_{x+t+k-1}}{D_{x+t}}$$
$$+{}_{n-t}E_{x+t}-P\cdot\boxed{⑧\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}$$

一方、記号の定義により、次の（ⅰ）～（ⅳ）の等式が成立する。

（ⅰ）$\boxed{①(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{n}|}}=\boxed{③(I\bar{A})^{1}_{x:\overline{t}|}}+{}_tE_x\left\{t\cdot\boxed{⑤\bar{A}^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}}+\boxed{⑥(I\bar{A})^{1}_{x+t:\overline{n-t}|}}\right\}$

（ⅱ）$\sum_{k=1}^{n}\frac{\boxed{④F(k)}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}=\sum_{k=1}^{t}\frac{\boxed{④F(k)}\cdot C_{x+k-1}}{D_x}+{}_tE_x\cdot\sum_{k=1}^{n-t}\frac{\boxed{⑦F(t+k)}\cdot C_{x+t+k-1}}{D_{x+t}}$

（ⅲ）${}_nE_x={}_tE_x\cdot{}_{n-t}E_{x+t}$

（iv） $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{t}|} + {}_tE_x \cdot \boxed{⑧\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}$

そこで、$\dfrac{1}{n}$ ×（ i ）＋（ii）＋（iii）－ $P$ ×（iv）を辺々計算し、右辺を ${}_tE_x$ について整理すれば、左辺は収支相等の原則により 0 であるから、

$$0 = \left\{ \frac{1}{n} \cdot \boxed{③(I\bar{A})^1_{x:\overline{t}|}} + \sum_{k=1}^{t} \frac{\boxed{④F(k)} \cdot C_{x+k-1}}{D_x} - P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{t}|} \right\} + {}_tE_x \cdot {}_tV^P$$

となる。ところが、中括弧内は $-{}_tE_x \cdot {}_tV^R$ に等しいので、${}_tV^R = {}_tV^P$ となり、過去法と将来法の一致が示された。

（２）

(a)

$$A_1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \left( {}_t p_{\overset{2}{\overline{xyz}}} - \boxed{①\ {}_{t+1}p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}} \right) = v \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_{\overset{2}{\overline{xyz}}} - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \boxed{①\ {}_{t+1}p_{\overset{2}{\overline{xyz}}}} = v \cdot \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - \boxed{②a_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|}}$$

これに $\boxed{②a_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|}} = \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - 1 + v^n \cdot \boxed{③\ {}_np_{\overset{2}{\overline{xyz}}}}$ を代入すると、$A_1 = 1 - \boxed{④d} \cdot \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} - v^n \cdot \boxed{③\ {}_np_{\overset{2}{\overline{xyz}}}}$

$A_2 = v^n \cdot {}_np_{\overset{2}{\overline{xyz}}}$ は明らか。

以上から、一時払保険料 $A_1 + A_2 = 1 - \boxed{④d} \cdot \boxed{⑤\ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|}}$

(b)　(a)より

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= 1 - d \cdot \ddot{a}_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n}|} = 1 - d \cdot \left(1 + a_{\overset{2}{\overline{xyz}}:\overline{n-1}|}\right) \\ &= 1 - d \cdot \left(1 + a_{xy:\overline{n-1}|} + a_{yz:\overline{n-1}|} + a_{zx:\overline{n-1}|} - 2a_{xyz:\overline{n-1}|}\right) \\ &= 1 - \frac{0.02}{1+0.02}\left(1 + 6.950 + 6.800 + 6.665 - 2 \times 6.350\right) \\ &= 0.82912 \end{aligned}$$

解答（H）