生　保　数　理　（　問　題　）

問題１． 次の（１）～（１４）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
（各６点）

（１）経過 t において、年額 $(n-t)$ の割合で支払われる n 年間の連続払確定年金の現価を表す式は次のうちどれか。

（Ａ）$\dfrac{n\cdot v^n}{\delta}+\dfrac{v^n}{\delta^2}-\dfrac{1}{\delta^2}$　（Ｂ）$\dfrac{n\cdot v^n}{\delta}-\dfrac{v^n}{\delta^2}+\dfrac{1}{\delta^2}$　（Ｃ）$\dfrac{n\cdot v^n}{\delta^2}+\dfrac{v^n}{\delta}-\dfrac{1}{\delta}$

（Ｄ）$\dfrac{n\cdot v^n}{\delta^2}-\dfrac{v^n}{\delta}+\dfrac{1}{\delta}$　（Ｅ）$\dfrac{n}{\delta}+\dfrac{v^n}{\delta^2}-\dfrac{1}{\delta^2}$　（Ｆ）$\dfrac{n}{\delta}-\dfrac{v^n}{\delta^2}+\dfrac{1}{\delta^2}$

（Ｇ）$\dfrac{n}{\delta^2}+\dfrac{v^n}{\delta}-\dfrac{1}{\delta}$　（Ｈ）$\dfrac{n}{\delta^2}-\dfrac{v^n}{\delta}+\dfrac{1}{\delta}$　（Ｉ）$\dfrac{n\cdot v^n}{\delta}+\dfrac{n}{\delta^2}$

（Ｊ）$\dfrac{n}{\delta}+\dfrac{n\cdot v^n}{\delta^2}$

（２）人口が定常状態である社会で死力 μ_x が $\mu_x=\dfrac{b}{a-x}$（$0\leqq x<a$ 、$a>0$ 、$b>0$）のとき、この社会の平均年齢を表す式は次のうちどれか。

（Ａ）$\dfrac{a}{b+1}$　（Ｂ）$\dfrac{a}{b+2}$　（Ｃ）$\dfrac{a^b}{b+1}$　（Ｄ）$\dfrac{a^b}{b+2}$　（Ｅ）$\dfrac{a^{-b}}{b+1}$

（Ｆ）$\dfrac{a^{-b}}{b+2}$　（Ｇ）$\dfrac{b\cdot\log a}{b+1}$　（Ｈ）$\dfrac{b\cdot\log a}{b+2}$　（Ｉ）$\dfrac{a\cdot\log b}{b+1}$　（Ｊ）$\dfrac{a\cdot\log b}{b+2}$

（３）ある集団が原因 A、B、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。各脱退はそれぞれ独立に発生し、一年を通じて一様に発生するものとする。
x 歳の中央脱退率 $m_x^A=0.010$ 、中央脱退率 $m_x^B=0.010$ 、中央脱退率 $m_x^C=0.082$ であるとき、x 歳の 1 年後の残存率の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ）0.895　（Ｂ）0.896　（Ｃ）0.897　（Ｄ）0.898　（Ｅ）0.899
（Ｆ）0.900　（Ｇ）0.901　（Ｈ）0.902　（Ｉ）0.903　（Ｊ）0.904

（４） $A_x = 0.5829$、$\ddot{a}_x = 25.9688$、$(IA)_x = 23.2243$ のとき、$(I\ddot{a})_x$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 100　（Ｂ） 110　（Ｃ） 120　（Ｄ） 130　（Ｅ） 140
（Ｆ） 150　（Ｇ） 160　（Ｈ） 170　（Ｉ） 180　（Ｊ） 190

（５）x 歳加入、保険料一時払、保険金年度末支払、満期保険金額 1、保険期間 n 年の生存保険で、期間途中の死亡に対しては各保険年度末の平準純保険料式責任準備金の $\frac{1}{3}$ を年度末に支払う保険を考える。この保険の一時払純保険料を表す式は次のうちどれか。ただし、利力は δ とし、死力は年齢に関係なく定数 $\mu\ (>0)$ に等しいとする。

（Ａ） $e^{-n\cdot\left(\delta+\frac{2}{3}\mu\right)}$　（Ｂ） $e^{-n\cdot\delta}+e^{-\frac{2}{3}n\cdot\mu}$　（Ｃ） $\left(e^{-\delta}+\frac{2}{3}e^{-\mu}\right)^n$

（Ｄ） $e^{-n\cdot\delta}+\left(\frac{2}{3}e^{-\mu}\right)^n$　（Ｅ） $e^{-n\cdot\delta}+\frac{2}{3}e^{-n\cdot\mu}$　（Ｆ） $\frac{1}{3}e^{-n\cdot\delta}+\frac{2}{3}e^{-n\cdot(\delta+\mu)}$

（Ｇ） $\left(\frac{e^{-\delta}+2e^{-\delta-\mu}}{3}\right)^n$　（Ｈ） $\left(\frac{1}{3}e^{-\delta}\right)^n+\left(\frac{2}{3}e^{-\delta-\mu}\right)^n$　（Ｉ） $\left(\frac{2e^{-\delta}+e^{-\delta-2\mu}}{3}\right)^n$

（Ｊ） $\left(\frac{2}{3}e^{-\delta}\right)^n+\left(\frac{1}{3}e^{-\delta-2\mu}\right)^n$

（６）次の①～⑥において、${}_tV_x$ に常に等しいものは「〇」に、そうでないものは「×」にマークしなさい。

① $\dfrac{a_x - a_{x+t}}{1+a_x}$

② $\dfrac{A_{x+t} - A_x}{1-A_x}$

③ $A_{x+t}\cdot\left(1-\dfrac{P_{x+t}}{P_x}\right)$

④ $\dfrac{P_{x+t} - P_x}{P_{x+t} - d}$

⑤ $\dfrac{P_x - P^{1}_{x:\overline{t|}}}{P_{x:\overline{t|}}^{\ \ 1}}$

⑥ $1-\prod_{k=0}^{t-1}\left(1-{}_tV_{x+k}\right)$

（7）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、予定利率 i および予定死亡率 q_{x+t} をそれぞれ

$$i' = (1+k)\cdot i + k$$

$$q'_{x+t} = (1+k)\cdot q_{x+t} - k \quad (0 \leqq t \leqq n-1)$$

へ変更したとき、年金現価が $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$ から $\ddot{a}'_{x:\overline{n|}}$ に、年払純保険料が $P_{x:\overline{n|}}$ から $P'_{x:\overline{n|}}$ に変化した。

このとき、次の①および②の空欄に当てはまる式の組み合わせ（①,②）として正しいものは次のうちどれか。ただし、$k>0$、$i>0$、$i'>0$、$q_{x+t}>0$、$q'_{x+t}>0$ とする。

$$\ddot{a}'_{x:\overline{n|}} - \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \boxed{①}$$

$$P'_{x:\overline{n|}} - P_{x:\overline{n|}} = \boxed{②}$$

（A） $\left(0,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v\right)$　（B） $\left(0,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v^n\right)$　（C） $\left(0,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v\cdot\frac{1-v^n}{1-v}\right)$

（D） $\left(0,\ \frac{-k}{1+k}\cdot(1-d^n)\right)$　（E） $\left(0,\ \frac{-k}{1+k}\cdot\frac{d}{(1+i)^n-1}\right)$　（F） $\left(d,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v\right)$

（G） $\left(d,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v^n\right)$　（H） $\left(d,\ \frac{-k}{1+k}\cdot v\cdot\frac{1-v^n}{1-v}\right)$　（I） $\left(d,\ \frac{-k}{1+k}\cdot(1-d^n)\right)$

（J） $\left(d,\ \frac{-k}{1+k}\cdot\frac{d}{(1+i)^n-1}\right)$

（8）50 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 3 年の定期保険において、予定利率 i ＝0%とし、予定死亡率 q_x および予定事業費はそれぞれ以下のとおりとする。

x	予定死亡率 q_x
50	0.03
51	0.04
52	0.05

	予定事業費
予定新契約費	新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.01
予定維持費	毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

この保険の年払純保険料および年払営業保険料をそれぞれ P_1 、P_1^* とする。また、同じ定期保険において、予定死亡率 q_x を 2 倍とした場合の年払純保険料および年払営業保険料をそれぞれ P_2 、P_2^* とするとき、$\frac{P_2}{P_1} = \boxed{①}$ 、$\frac{P_2^*}{P_1^*} = \boxed{②}$ である。

①および②の空欄に当てはまる値に最も近いものをそれぞれ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

（A） 2.000　（B） 1.996　（C） 1.992　（D） 1.988　（E） 1.984
（F） 1.981　（G） 1.951　（H） 1.921　（I） 1.891　（J） 1.861

（９）40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険の第 t 保険年度末 10 年チルメル式責任準備金 ${}_tV^{(10z)}_{40:\overline{10}|}$ において、$t=1$ で ${}_1V^{(10z)}_{40:\overline{10}|}=0.070$ となるチルメル割合 α の値に最も近いものは次のうちどれか。
必要であれば、$A_{40:\overline{10}|}=0.8629$ 、$A_{41:\overline{9}|}=0.8756$ を用いなさい。

（Ａ） 0.0100　（Ｂ） 0.0125　（Ｃ） 0.0150　（Ｄ） 0.0175　（Ｅ） 0.0200
（Ｆ） 0.0225　（Ｇ） 0.0250　（Ｈ） 0.0275　（Ｉ） 0.0300　（Ｊ） 0.0325

（１０）40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の養老保険において、責任準備金をチルメル割合 0.02 の 5 年チルメル式で積み立てるとき、第 1 保険年度の付加保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
なお、予定事業費は以下のとおりとし、必要であれば、予定利率 $i=1.00\%$ 、$\ddot{a}_{40:\overline{30}|}=24.6898$ 、$\ddot{a}_{40:\overline{5}|}=4.8863$ を用いなさい。

	予定事業費
予定新契約費	新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.025
予定維持費	毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.0025
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

（Ａ） 0.010　（Ｂ） 0.012　（Ｃ） 0.014　（Ｄ） 0.016　（Ｅ） 0.018
（Ｆ） 0.020　（Ｇ） 0.022　（Ｈ） 0.024　（Ｉ） 0.026　（Ｊ） 0.028

（１１）x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険において、5 年経過後にその時点の解約返戻金 ${}_5W$ に基づいて払済終身保険に変更するとき、変更後の保険金額の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、解約返戻金は ${}_5W={}_5V_x-0.0075$ とし、${}_tV_x$ は平準純保険料式責任準備金、払済終身保険の予定事業費は毎年度始に払済保険金額 1 に対し 0.002 とする。必要であれば、予定利率 $i=1.50\%$ 、$P_x=0.0187$ 、$P_{x+5}=0.0220$ を用いなさい。

（Ａ） 0.013　（Ｂ） 0.023　（Ｃ） 0.072　（Ｄ） 0.075　（Ｅ） 0.079
（Ｆ） 0.081　（Ｇ） 0.126　（Ｈ） 0.133　（Ｉ） 0.138　（Ｊ） 0.145

（１２）死力 μ_x が $\mu_x = \dfrac{1}{110-x}$ （$0 \leqq x < 110$）のとき、${}_{10}q^{\,2}_{60,55}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 0.001	（Ｂ） 0.009	（Ｃ） 0.018	（Ｄ） 0.020	（Ｅ） 0.024
（Ｆ） 0.028	（Ｇ） 0.030	（Ｈ） 0.032	（Ｉ） 0.036	（Ｊ） 0.040

（１３）以下の死亡・就業不能脱退残存表が与えられるとき、【記号群】中の記号のうち、最も大きいものは $\boxed{\ ①\ }$ 、最も小さいものは $\boxed{\ ②\ }$ である。

①および②のそれぞれの空欄に当てはまる最も適切な記号を【記号群】から選びなさい。
また、①および②のそれぞれの値に最も近いものを【数値群】から選びなさい。

なお、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}	l_x	d_x
50	94,111	475	133	1,149	25	95,260	500
51	93,503	525	150	1,257	29	94,760	554

【記号群】

（Ａ） q_{50}^{aa}	（Ｂ） $q_{50}^{(i)}$	（Ｃ） q_{50}^{ii}	（Ｄ） q_{50}^{i}	（Ｅ） q_{50}^{a}
（Ｆ） q_{50}^{ai}				

【数値群】

（Ａ） 0.00001	（Ｂ） 0.00005	（Ｃ） 0.0001	（Ｄ） 0.0005	（Ｅ） 0.001
（Ｆ） 0.01	（Ｇ） 0.02	（Ｈ） 0.03	（Ｉ） 0.04	（Ｊ） 0.05

（１４）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 10 年で次の条件を満たす災害保障特約付養老保険を考える。

	主契約（養老保険）	特約（災害保障特約）
死亡保険金額	1	災害による死亡時　　：3 災害以外による死亡時：0
満期保険金額	1	－
予定死亡率 （$0 \leqq t \leqq 9$）	q_{x+t} （ただし、$q_{x+t} > 0.0001$ とする。）	災害による予定死亡率： 0.0001（年齢に関係なく一律） 災害以外による予定死亡率：$q_{x+t} - 0.0001$
予定新契約費	新契約時にのみ、 主契約の保険金額 1 に対し 0.02	新契約時にのみ、 主契約の保険金額 1 に対し 0.002
予定維持費	毎保険年度始に、 主契約の保険金額 1 に対し 0.003	毎保険年度始に、 主契約の保険金額 1 に対し 0.0001
予定集金費	保険料払込のつど、 主契約の営業保険料 1 に対し 0.02	保険料払込のつど、 特約の営業保険料 1 に対し 0.02

主契約（養老保険）の営業保険料が 0.09955 のとき、特約の営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。必要であれば、予定利率 $i = 1.50\%$ を用いなさい。

（Ａ） 0.00060　（Ｂ） 0.00061　（Ｃ） 0.00062　（Ｄ） 0.00063　（Ｅ） 0.00064
（Ｆ） 0.00065　（Ｇ） 0.00066　（Ｈ） 0.00067　（Ｉ） 0.00068　（Ｊ） 0.00069

問題２． 次の（１）、（２）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
（（１） ６点、（２） １０点）

（１） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年の保険で、被保険者が死亡したとき、その死亡の直後の契約応当日から満期日まで毎年 1 の確定年金を支払い、その他の給付は行わない保険を考える。

次の①～⑦の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この保険の年払純保険料 P を責任準備金の再帰式を用いて求める。
被保険者が生存中の第 t 保険年度末平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ とすると、責任準備金の再帰式は、

$${}_{t-1}V + P - v \cdot q_{x+t-1} \cdot \boxed{\quad ① \quad} = v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV$$

となる。両辺に $\boxed{\quad ② \quad}$ を乗じて、$t = 1$ から n まで辺々加え整理すると、

$$P \cdot \boxed{\quad ③ \quad} = \sum_{t=1}^{n} v^t \cdot {}_{t-1|}q_x \cdot \boxed{\quad ① \quad} = \sum_{t=1}^{n} v^t \cdot \left(\boxed{\quad ④ \quad} - \boxed{\quad ⑤ \quad} \right) = \boxed{\quad ⑥ \quad} - \boxed{\quad ⑦ \quad}$$

となるので、この保険の年払純保険料 P は

$$P = \frac{\boxed{\quad ⑥ \quad} - \boxed{\quad ⑦ \quad}}{\boxed{\quad ③ \quad}}$$

と表すことができる。

【選択肢】

（Ａ） 1	（Ｂ） v	（Ｃ） v^n	（Ｄ） ${}_{t-1}p_x$	（Ｅ） ${}_tp_x$
（Ｆ） ${}_{n-t}p_x$	（Ｇ） ${}_np_x$	（Ｈ） $v^{t-1} \cdot {}_{t-1}p_x$	（Ｉ） $v^t \cdot {}_tp_x$	（Ｊ） $\ddot{a}_{\overline{n-t}|}$
（Ｋ） $\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}$	（Ｌ） $\ddot{a}_{\overline{n-1}|}$	（Ｍ） $\ddot{a}_{\overline{n}|}$	（Ｎ） $a_{\overline{n-t}|}$	（Ｏ） $a_{\overline{n-t+1}|}$
（Ｐ） $a_{\overline{n-1}|}$	（Ｑ） $a_{\overline{n}|}$	（Ｒ） $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$	（Ｓ） $a_{x:\overline{n}|}$	（Ｔ） $A^{1}_{x:\overline{n}|}$
（Ｕ） $A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$	（Ｖ） $A_{x:\overline{n}|}$			

（2）子供 x 歳、親 y 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 n 年で次の(ⅰ)～(ⅴ)の条件を満たす親子連生保険を考える。

(ⅰ) 親が死亡した場合には、その後の保険料の払込を免除する。
(ⅱ) 子供が死亡した場合には、死亡保険金として既払込保険料（払込免除の保険料を含む）を支払い、契約は消滅する。
(ⅲ) 子供が満期まで生存した場合には、満期保険金 1 を支払う。
(ⅳ) 親が死亡した場合には、死亡保険金 1 を支払う。
(ⅴ) 親が死亡した保険年度の翌年度始から第 n 保険年度始まで、子供の生存を条件に 0.1 の年金を支払う。

なお、予定死亡率は親子とも同一の生命表に従うものとし、付加保険料は考慮しないものとする。

次の①～⑬の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この保険の年払純保険料を P とすると、

収入の現価は、 $P\cdot\boxed{\text{①}}$

支出の現価は（ⅱ）の部分が $P\cdot\boxed{\text{②}}$

（ⅲ）の部分が $\boxed{\text{③}}$

（ⅳ）の部分が $\boxed{\text{④}}$

（ⅴ）の部分が、 $0.1\cdot\left(\boxed{\text{⑤}}-\boxed{\text{⑥}}\right)$ となるので、

収支相等の原則より $P=\dfrac{\boxed{\text{③}}+\boxed{\text{④}}+0.1\cdot\left(\boxed{\text{⑤}}-\boxed{\text{⑥}}\right)}{\boxed{\text{①}}-\boxed{\text{②}}}$

また、第 t 保険年度末の純保険料式責任準備金は、将来法により、

親子とも生存の場合

$${}_tV=P\cdot\left\{t\boxed{\text{⑦}}+\boxed{\text{⑧}}-\boxed{\text{⑨}}\right\}+\boxed{\text{⑩}}+\boxed{\text{⑪}}+0.1\cdot\left(\boxed{\text{⑫}}-\boxed{\text{⑬}}\right)$$

親死亡、子生存の場合

$${}_t\tilde{V}=P\cdot\left\{t\boxed{\text{⑦}}+\boxed{\text{⑧}}\right\}+\boxed{\text{⑩}}+0.1\cdot\boxed{\text{⑫}}$$

【選択肢】

（A） $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$
（B） $\ddot{a}_{y:\overline{n}|}$
（C） $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$
（D） $(IA)_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}$
（E） $(IA)_{\overset{1}{y}:\overline{n}|}$
（F） $(IA)_{x:\overline{n}|}$
（G） $A_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}$
（H） $A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$
（I） $A_{x:\overline{n}|}$
（J） $A_{\overset{1}{xy}:\overline{n}|}$
（K） $A_{\overset{1}{x}y:\overline{n}|}$
（L） $A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}$
（M） $A_{xy:\overline{n}|}$
（N） $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$
（O） $\ddot{a}_{y+t:\overline{n-t}|}$
（P） $\ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{n-t}|}$
（Q） $(IA)_{\overset{1}{x+t}:\overline{n-t}|}$
（R） $(IA)_{\overset{1}{y+t}:\overline{n-t}|}$
（S） $(IA)_{x+t:\overline{n-t}|}$
（T） $A_{\overset{1}{x+t}:\overline{n-t}|}$
（U） $A_{x+t:\overset{1}{\overline{n-t}|}}$
（V） $A_{x+t:\overline{n-t}|}$
（W） $A_{\overset{1}{x+t},y+t:\overline{n-t}|}$
（X） $A_{x+t,\overset{1}{y+t}:\overline{n-t}|}$
（Y） $A_{x+t,y+t:\overset{1}{\overline{n-t}|}}$
（Z） $A_{x+t,y+t:\overline{n-t}|}$

生 保 数 理 （ 解 答 例 ）

問題１．

番号	解答	配点	番号	解答	配点
（１）	**（Ｅ）**	６点	（２）	**（Ｂ）**	６点
（３）	**（Ｉ）**	６点	（４）	**（Ｈ）**	６点
（５）	**（Ｇ）**	６点	（６）	① **○**　② **○**　③ **×** ④ **×**　⑤ **○**　⑥ **×**	各１点
（７）	**（Ａ）**	６点	（８）	①**（Ｄ）**　②**（Ｉ）**	６点
（９）	**（Ｇ）**	６点	（１０）	**（Ｆ）**	６点
（１１）	**（Ｇ）**	６点	（１２）	**（Ｃ）**	６点
（１３）	① 記号**（Ｃ）**、値**（Ｇ）** ② 記号**（Ｆ）**、値**（Ａ）**	６点	（１４）	**（Ｃ）**	６点

※（８）および（１３）は完答の場合のみ得点

（１）

$$\int_0^n (n-t)\cdot e^{-\delta\cdot t}dt = \left[-\frac{(n-t)}{\delta}\cdot e^{-\delta\cdot t}\right]_0^n - \int_0^n \frac{1}{\delta}\cdot e^{-\delta\cdot t}dt$$

$$= \frac{n}{\delta} + \left[\frac{1}{\delta^2}\cdot e^{-\delta\cdot t}\right]_0^n$$

$$= \frac{n}{\delta} + \frac{1}{\delta^2}\cdot e^{-\delta\cdot n} - \frac{1}{\delta^2}$$

$$= \frac{n}{\delta} + \frac{v^n}{\delta^2} - \frac{1}{\delta^2}$$

解答：**（Ｅ）**

（２）

$${}_t p_x = \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+s}ds\right) = \exp\left(-\int_0^t \frac{b}{a-(x+s)}ds\right) = \exp\left(b\cdot\log\frac{a-(x+t)}{a-x}\right) = \left(\frac{a-(x+t)}{a-x}\right)^b$$

総人口は

$$\int_0^a l_x dx = l_0\cdot\int_0^a {}_x p_0 dx = l_0\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^b\cdot\int_0^a (a-x)^b dx = \frac{l_0}{a^b}\cdot\left[-\frac{1}{b+1}\cdot(a-x)^{b+1}\right]_0^a = \frac{1}{b+1}\cdot l_0\cdot a$$

総人口の年齢の合計は

$$\int_0^a x\cdot l_x dx = l_0\cdot\int_0^a x\cdot{}_x p_0 dx = l_0\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^b\cdot\int_0^a x\cdot(a-x)^b dx$$

$$= \frac{l_0}{a^b}\cdot\left\{\left[-\frac{1}{b+1}\cdot x\cdot(a-x)^{b+1}\right]_0^a - \int_0^a\left(-\frac{1}{b+1}\cdot(a-x)^{b+1}\right)dx\right\} = \frac{l_0}{a^b}\cdot\left\{0+\frac{1}{b+1}\cdot\int_0^a (a-x)^{b+1}dx\right\}$$

$$= \frac{l_0}{a^b}\cdot\frac{1}{b+1}\cdot\left[-\frac{1}{b+2}\cdot(a-x)^{b+2}\right]_0^a = \frac{1}{b+1}\cdot\frac{1}{b+2}\cdot l_0\cdot a^2$$

したがって、平均年齢は、

$$\frac{\frac{1}{b+1}\cdot\frac{1}{b+2}\cdot l_0\cdot a^2}{\frac{1}{b+1}\cdot l_0\cdot a} = \frac{a}{b+2}$$

解答：**（Ｂ）**

（3）

$$q_x^{A*}=\frac{2m_x^A}{2+m_x^A}=\frac{2\cdot 0.010}{2+0.010}=0.00995$$

$$q_x^{B*}=\frac{2m_x^B}{2+m_x^B}=\frac{2\cdot 0.010}{2+0.010}=0.00995$$

$$q_x^{C*}=\frac{2m_x^C}{2+m_x^C}=\frac{2\cdot 0.082}{2+0.082}=0.07877$$

$$p_x^*=(1-q_x^{A*})\cdot(1-q_x^{B*})\cdot(1-q_x^{C*})=(1-0.00995)\cdot(1-0.00995)\cdot(1-0.07877)=0.903$$

解答：（I）

（4）

$M_x=v\cdot N_x-N_{x+1}$ より

$R_x=v\cdot S_x-S_{x+1}=(1-d)\cdot S_x-S_{x+1}=N_x-d\cdot S_x$

これを用いて、

$$(IA)_x=\frac{R_x}{D_x}=\frac{N_x-d\cdot S_x}{D_x}$$

$$=\ddot{a}_x-d\cdot(I\ddot{a})_x \qquad \cdots ①$$

また、$d=\dfrac{1-A_x}{\ddot{a}_x}$ $\qquad \cdots ②$

よって、①②より、

$$(I\ddot{a})_x=\frac{\ddot{a}_x-(IA)_x}{d}=\frac{\ddot{a}_x-(IA)_x}{\dfrac{1-A_x}{\ddot{a}_x}}=170.8736$$

解答：（H）

（5）

死力が一定値 μ なので、$-\dfrac{d}{dx}\log l_x=\mu$

$\log l_x=-\mu\cdot x-C$ （C は定数）

$l_x=e^{-\mu\cdot x}\cdot e^{-C}$

$p_x=e^{-\mu}$ $\qquad \cdots ①$

また、$v=\dfrac{1}{1+i}=e^{-\delta}$ $\qquad \cdots ②$

責任準備金の再帰式より、

$${}_tV-v\cdot q_{x+t}\cdot\frac{1}{3}{}_{t+1}V=v\cdot p_{x+t}\cdot{}_{t+1}V$$

$${}_tV=v\cdot(\frac{1}{3}q_{x+t}+p_{x+t})\cdot{}_{t+1}V=v\cdot\frac{1+2p_{x+t}}{3}\cdot{}_{t+1}V$$

$$=\frac{e^{-\delta}+2e^{-\delta-\mu}}{3}\cdot{}_{t+1}V \qquad \text{（①②より）}$$

よって、${}_0V=\left(\dfrac{e^{-\delta}+2e^{-\delta-\mu}}{3}\right)^n\cdot{}_nV=\left(\dfrac{e^{-\delta}+2e^{-\delta-\mu}}{3}\right)^n$ （${}_nV=1$ より）

解答：（G）

（6）

① $_tV_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x+t} - \dfrac{1 - d \cdot \ddot{a}_x}{\ddot{a}_x} \cdot \ddot{a}_{x+t} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x} = 1 - \dfrac{1 + a_{x+t}}{1 + a_x} = \dfrac{a_x - a_{x+t}}{1 + a_x}$

② $_tV_x = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x} = \dfrac{\ddot{a}_x - \ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x} = \dfrac{\dfrac{1 - A_x}{d} - \dfrac{1 - A_{x+t}}{d}}{\dfrac{1 - A_x}{d}} = \dfrac{A_{x+t} - A_x}{1 - A_x}$

③ $_tV_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} = A_{x+t} - P_x \cdot \dfrac{A_{x+t}}{P_{x+t}} = A_{x+t} \cdot \left(1 - \dfrac{P_x}{P_{x+t}}\right)$

④ $_tV_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} = P_{x+t} \cdot \ddot{a}_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} = \ddot{a}_{x+t} \cdot (P_{x+t} - P_x) = \dfrac{P_{x+t} - P_x}{P_{x+t} + d}$

⑤ $_tV_x = P_x \dfrac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}} - \dfrac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}} = \dfrac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}} \cdot \left(P_x - \dfrac{M_x - M_{x+t}}{N_x - N_{x+t}}\right) = \dfrac{P_x - P^1_{x:\overline{t}|}}{P_{x:\overline{t}|}^{\ 1}}$

⑥ $_tV_x = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x} \cdot \dfrac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}} \cdot \ \cdots \ \cdot \dfrac{\ddot{a}_{x+t-1}}{\ddot{a}_{x+t-2}} \cdot \dfrac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_{x+t-1}} = 1 - \prod_{k=0}^{t-1} \dfrac{\ddot{a}_{x+k+1}}{\ddot{a}_{x+k}} = 1 - \prod_{k=0}^{t-1} \left(1 - {_1V_{x+k}}\right)$

解答：① ○、② ○、③ ×、④ ×、⑤ ○、⑥ ×

（7）

$i' = (1+k) \cdot i + k$ より

$1 + i' = 1 + (1+k) \cdot i + k = (1+k) \cdot (1+i)$

$v' = \dfrac{1}{1+k} \cdot v$　　　　・・・ ①

$q'_{x+t} = (1+k) \cdot q_{x+t} - k$ より

$p'_{x+t} = 1 - (1+k) \cdot q_{x+t} + k = (1+k) \cdot p_{x+t}$

$_tp'_x = (1+k)^t \cdot {_tp_x}$　　　　・・・ ②

$\ddot{a}'_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} (v'^t \cdot {_tp'_x} - v^t \cdot {_tp_x})$

$= \sum_{t=0}^{n-1} \left((\dfrac{1}{1+k} \cdot v)^t \cdot (1+k)^t \cdot {_tp_x} - v^t \cdot {_tp_x} \right)$　　（①②より）

$= 0$　　　　・・・ ③

$P'_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|} = \dfrac{1 - d' \cdot \ddot{a}'_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{x:\overline{n}|}} - \dfrac{1 - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

$= \dfrac{1 - d' \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - \dfrac{1 - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　　（③より）

$= d - d' = v' - v$

$= \dfrac{1}{1+k} \cdot v - v$　　（①より）

$= \dfrac{-k}{1+k} \cdot v$

解答：（A）

（8）

$i=0\%$　すなわち、$v=1$ より、

$$\ddot{a}_{50:\overline{3}|}=1+p_{50}+{}_2p_{50}$$

$$A^{1}_{50:\overline{3}|}=q_{50}+p_{50}\cdot q_{51}+{}_2p_{50}\cdot q_{51}$$

$$P=\frac{A^{1}_{50:\overline{3}|}}{\ddot{a}_{50:\overline{3}|}}$$

$$P^{*}=\frac{A^{1}_{50:\overline{3}|}+0.01+0.001\cdot\ddot{a}_{50:\overline{3}|}}{\ddot{a}_{50:\overline{3}|}\cdot(1-0.03)}$$

とそれぞれ表すことができるため、

	予定死亡率 q_x を用いて計算した場合	予定死亡率 q_x を2倍とした場合
$\ddot{a}_{50:\overline{3}|}$	$1+(1-0.03)+(1-0.03)\cdot(1-0.04)$ $=2.90120$	$1+(1-0.06)+(1-0.06)\cdot(1-0.08)$ $=2.80480$
$A^{1}_{50:\overline{3}|}$	$0.03+(1-0.03)\cdot 0.04$ $+(1-0.03)\cdot(1-0.04)\cdot 0.05=0.11536$	$0.06+(1-0.06)\cdot 0.08$ $+(1-0.06)\cdot(1-0.08)\cdot 0.10=0.22168$
P	$\frac{0.11536}{2.90120}=0.03976$	$\frac{0.22168}{2.80480}=0.07904$
P^{*}	$\frac{0.11536+0.01+0.001\cdot 2.90120}{2.90120\cdot(1-0.03)}=0.04558$	$\frac{0.22168+0.01+0.001\cdot 2.80480}{2.80480\cdot(1-0.03)}=0.08619$

よって、$\frac{P_2}{P_1}=1.98793$ 、$\frac{P_2^{*}}{P_1^{*}}=1.89096$

解答：①（D）、②（I）

（9）

$$
\begin{aligned}
{}_1V^{(10z)}_{40:\overline{10}|}&={}_1V_{40:\overline{10}|}-\frac{\alpha}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}}\cdot\ddot{a}_{41:\overline{9}|}\\
&=1-\frac{\ddot{a}_{41:\overline{9}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}}-\frac{\alpha}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}}\cdot\ddot{a}_{41:\overline{9}|}\\
&=1-\frac{\ddot{a}_{41:\overline{9}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}}\cdot(1+\alpha)\\
&=1-\frac{1-A_{41:\overline{9}|}}{1-A_{40:\overline{10}|}}\cdot(1+\alpha)
\end{aligned}
$$

より、

$$\alpha=\frac{1-A_{40:\overline{10}|}}{1-A_{41:\overline{9}|}}\cdot(1-{}_1V^{(10z)}_{40:\overline{10}|})-1=\frac{1-0.8629}{1-0.8756}\cdot(1-0.070)-1=0.024944$$

解答：（G）

（１０）

$$P_{40:\overline{30}|} = \frac{1}{\ddot{a}_{40:\overline{30}|}} - d = \frac{1}{24.6898} - \frac{0.01}{1.01} = 0.03060$$

営業保険料を P^* 、第１保険年度の純保険料を P_1 とすると

$$P^* = \frac{1}{1-0.03} \cdot \left(P_{40:\overline{30}|} + \frac{0.025}{\ddot{a}_{40:\overline{30}|}} + 0.0025 \right) = \frac{1}{0.97} \cdot \left(0.03060 + \frac{0.025}{24.6898} + 0.0025 \right) = 0.03517$$

$$P_1 = P_{40:\overline{30}|} - 0.02 \cdot \left(1 - \frac{1}{\ddot{a}_{40:\overline{5}|}} \right) = 0.03060 - 0.02 \cdot \left(1 - \frac{1}{4.8863} \right) = 0.01469$$

したがって、第１保険年度の付加保険料は

$$P^* - P_1 = 0.03517 - 0.01469 = 0.02048$$

解答：（Ｆ）

（１１）

$P_x = \dfrac{1}{\ddot{a}_x} - d$ より、 $\ddot{a}_x = \dfrac{1}{P_x + d} = \dfrac{1}{0.0187 + \dfrac{0.015}{1.015}} = 29.870073$

同様に、 $\ddot{a}_{x+5} = \dfrac{1}{P_{x+5} + d} = \dfrac{1}{0.0220 + \dfrac{0.015}{1.015}} = 27.189928$

よって、 ${}_5W = {}_5V_x - 0.0075 = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+5}}{\ddot{a}_x} - 0.0075 = 1 - \dfrac{27.189928}{29.870073} - 0.0075 = 0.082227$

求める払済終身保険の保険金額は、

$$\frac{{}_5W}{A_{x+5} + 0.002 \cdot \ddot{a}_{x+5}} = \frac{{}_5W}{1 + (0.002 - d) \cdot \ddot{a}_{x+5}} = \frac{0.082227}{1 + \left(0.002 - \dfrac{0.015}{1.015} \right) \times 27.189928} = 0.126007$$

解答：（Ｇ）

（１２）

${}_n p_x = \exp\left(-\int_0^n \mu_{x+t} dt \right) = \exp\left(-\left[-\log(110 - x - t) \right]_0^n \right) = \dfrac{110 - x - n}{110 - x}$ である。

60 歳の死亡に着目すると、

$${}_{10}q^{\,2}_{60,55} = \int_0^{10} {}_tp_{60} \cdot {}_tq_{55} \cdot \mu_{60+t} dt = \int_0^{10} \frac{50-t}{50} \cdot \frac{t}{55} \cdot \frac{1}{50-t} dt = \frac{1}{50 \cdot 55} \cdot \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{10} = \frac{1}{55} = 0.01818$$

解答：（Ｃ）

【別解１】

55 歳の死亡に着目すると、

$${}_{10}q^{\,2}_{60,55} = \int_0^{10} {}_tp_{60} \cdot {}_tp_{55} \cdot \mu_{55+t} \cdot {}_{10-t}q_{60+t} dt = \int_0^{10} \frac{50-t}{50} \cdot \frac{55-t}{55} \cdot \frac{1}{55-t} \cdot \frac{10-t}{50-t} dt = \frac{1}{50 \cdot 55} \cdot \left[-\frac{(10-t)^2}{2} \right]_0^{10} = \frac{1}{55}$$

【別解２】

${}_{10}q^{\,2}_{60,55} = {}_{10}q^{\,1}_{60,55} - {}_{10}p_{60} \cdot {}_{10}q_{55}$ である。

$${}_{10}q^{\,1}_{60,55} = \int_0^{10} {}_tp_{60} \cdot {}_tp_{55} \cdot \mu_{55+t} dt = \int_0^{10} \frac{50-t}{50} \cdot \frac{55-t}{55} \cdot \frac{1}{55-t} dt = \frac{1}{50 \cdot 55} \cdot \left[50t - \frac{t^2}{2} \right]_0^{10} = \frac{9}{55}$$ であるから、

$${}_{10}q^{\,2}_{60,55} = \frac{9}{55} - \frac{40}{50} \cdot \frac{10}{55} = \frac{1}{55}$$

（１３）

$$q_{50}^{aa}=\frac{d_{50}^{aa}}{\ell_{50}^{aa}}=\frac{475}{94{,}111}=0.005047$$

$$q_{50}^{(i)}=\frac{i_{50}}{\ell_{50}^{aa}}=\frac{133}{94{,}111}=0.001413$$

$$q_{50}^{ii}=\frac{d_{50}^{ii}}{\ell_{50}^{ii}}=\frac{25}{1{,}149}=0.021758$$

$$q_{50}^{i}=\frac{d_{50}^{ii}}{\ell_{50}^{ii}+\frac{i_{50}}{2}}=\frac{25}{1{,}149+\frac{133}{2}}=0.020568$$

$$q_{50}^{a}=\frac{d_{50}^{aa}+\frac{1}{2}\cdot i_{50}\cdot q_{50}^{i}}{\ell_{50}^{aa}}=\frac{475+\frac{1}{2}\cdot 133\cdot 0.020568}{94{,}111}=0.005062$$

$$q_{50}^{ai}=\frac{d_{50}^{ii}-\ell_{50}^{ii}\cdot q_{50}^{i}}{\ell_{50}^{aa}}=\frac{25-1{,}149\cdot 0.020568}{94{,}111}=0.000015$$

よって、 $q_{50}^{ii}(=0.021758)>q_{50}^{i}>q_{50}^{a}>q_{50}^{aa}>q_{50}^{(i)}>q_{50}^{ai}(=0.000015)$

解答：①記号（Ｃ）、値（Ｇ）

②記号（Ｆ）、値（Ａ）

（１４）

主契約（養老保険）の営業保険料が 0.09955 なので、

$$0.09955\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}=(1-d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}})+0.02+0.09955\times 0.02\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}+0.003\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}$$

これを解いて、

$$\ddot{a}_{x:\overline{10|}}=9.3289$$

求める特約の営業保険料を P とすると、

$$\ddot{a}_{x:\overline{10|}}\cdot P=0.0001\times 3\cdot v\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}+0.002+0.0001\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}+0.02\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}\cdot P$$

よって、

$$P=\frac{0.0001\times(3v+1)\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}+0.002}{0.98\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10|}}}$$

$$=0.000622$$

解答：（Ｃ）

問題２.

（１）	番号	解答	配点
	①	（Ｋ）	１点
	②	（Ｈ）	１点
	③	（Ｒ）	１点
	④	（Ａ）	１点
	⑤	（Ｅ）	１点
	⑥	（Ｑ）	１点（完答のみ）
	⑦	（Ｓ）	

（２）	番号	解答	配点
	①	（Ｃ）	１点
	②	（Ｄ）	１点
	③	（Ｈ）	１点
	④	（Ｋ）	１点
	⑤	（Ａ）	１点（完答のみ）
	⑥	（Ｃ）	
	⑦	（Ｔ）	１点（完答のみ）
	⑧	（Ｑ）	
	⑨	（Ｐ）	１点
	⑩	（Ｕ）	１点
	⑪	（Ｘ）	１点
	⑫	（Ｎ）	１点（完答のみ）
	⑬	（Ｐ）	

（１）

責任準備金の再帰式は

$$ {}_{t-1}V + P - v \cdot q_{x+t-1} \cdot \boxed{① \ \ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}} = v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV $$

となる。この両辺に $\boxed{② \ v^{t-1} \cdot {}_{t-1}p_x}$ を乗じて、$t=1$ から n まで辺々加え整理すると、

$$ P \cdot \boxed{③ \ \ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t \cdot {}_{t-1|}q_x \cdot \boxed{① \ \ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}} $$

$$ = v \cdot q_x \cdot (1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-1}) + v^2 \cdot {}_{1|}q_x \cdot (1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-2}) + \cdots + v^n \cdot {}_{n-1|}q_x \cdot 1 $$

$$ = \sum_{t=1}^{n} v^t \cdot {}_tq_x = \sum_{t=1}^{n} v^t \cdot (\boxed{④ \ 1} - \boxed{⑤ \ {}_tp_x}) $$

$$ = \boxed{⑥ \ a_{\overline{n}|}} - \boxed{⑦ \ a_{x:\overline{n}|}} $$

となるので、この保険の年払純保険料 P は

$$ P = \frac{\boxed{⑥ \ a_{\overline{n}|}} - \boxed{⑦ \ a_{x:\overline{n}|}}}{\boxed{③ \ \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}} $$

と表すことができる。

（２）

この保険の年払純保険料を P とすると、

収入の現価は、$P\cdot\boxed{①\ \ddot{a}_{xy:\overline{n|}}}$

支出の現価は（ⅱ）の部分が $P\cdot\boxed{②\ (IA)^{\ 1}_{x:\overline{n|}}}$

（ⅲ）の部分が $\boxed{③\ A^{\ 1}_{x:\overline{n|}}}$

（ⅳ）の部分が $\boxed{④\ A^{\ 1}_{xy:\overline{n|}}}$

（ⅴ）の部分が、$0.1\cdot(\boxed{⑤\ \ddot{a}_{x:\overline{n|}}}-\boxed{⑥\ \ddot{a}_{xy:\overline{n|}}})$　となるので、

収支相等の原則より、$P=\dfrac{\boxed{③\ A^{\ 1}_{x:\overline{n|}}}+\boxed{④\ A^{\ 1}_{xy:\overline{n|}}}+0.1\cdot(\boxed{⑤\ \ddot{a}_{x:\overline{n|}}}-\boxed{⑥\ \ddot{a}_{xy:\overline{n|}}})}{\boxed{①\ \ddot{a}_{xy:\overline{n|}}}-\boxed{②\ (IA)^{\ 1}_{x:\overline{n|}}}}$

また、第 t 保険年度末の純保険料式責任準備金は、将来法により、

親子とも生存の場合

$$ {}_tV=P\cdot\left\{t\cdot\boxed{⑦\ A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}+\boxed{⑧\ (IA)^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}-\boxed{⑨\ \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{n-t|}}}\right\}+\boxed{⑩\ A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}+\boxed{⑪\ A^{\ 1}_{x+t,y+t:\overline{n-t|}}} $$
$$ +0.1\cdot(\boxed{⑫\ \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}}-\boxed{⑬\ \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{n-t|}}}) $$

親死亡、子生存の場合

$$ {}_t\tilde{V}=P\cdot\left\{t\cdot\boxed{⑦\ A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}+\boxed{⑧\ (IA)^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}\right\}+\boxed{⑩\ A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t|}}}+0.1\cdot\boxed{⑫\ \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}} $$