年金数理（問題）

問題１．次の(1)～(8)について、それぞれ５つの選択肢から正しいものを選んで解答用紙の所定欄にその記号を記入せよ。（24 点）

(1) 初年度の年金額がｎで毎年１ずつ年金額が減少し、最終的に１となるようなｎ年変動年金の、ｘ歳時の期初払い生命年金現価率は次のいずれか。

(A) $\dfrac{(n+1)N_x-(S_{x+1}-S_{x+n+1})}{D_x}$　(B) $\dfrac{n\cdot N_x-(S_{x+1}-S_{x+n+1})}{D_x}$　(C) $\dfrac{n\cdot N_x-(S_x-S_{x+n})}{D_x}$

(D) $\dfrac{(n+1)N_x-(S_{x+1}-S_{x+n})}{D_x}$　(E) $\dfrac{n\cdot N_x-(S_x-S_{x+n+1})}{D_x}$

(2) ２種類の期末払い 30 年確定年金(Ⅰ)と(Ⅱ)がある。それぞれの年金額は次のとおりである。

支給時期	1 年目～10 年目	11 年目～20 年目	21 年目～30 年目
年金(Ⅰ)	1	2	1
年金(Ⅱ)	k	0	k

これらの年金(Ⅰ)および年金(Ⅱ)の現価が等しいとき、ｋに最も近いものは次のいずれか。ただし、$v^{10}=0.5$とする。

(A) 1.5　(B) 1.6　(C) 1.7　(D) 1.8　(E) 1.9

(3) Trowbridge モデルにおいて財政方式を、(a)退職時年金現価積立方式、(b)加入年齢方式 とした場合、定常状態における積立金の算式として正しい組み合わせとなっているのはいずれか。ここに、Pは加入年齢方式の標準保険料である。

積立金算式 (Ⅰ) $\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$　(Ⅱ) $\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$　(Ⅲ) $\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}\left(P\cdot\sum_{y=x_e}^{x-1} l_y\cdot(1+i)^{x-y}\right)+\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

(Ⅳ) $\sum_{x=x_e+1}^{x_r}\left(P\cdot\sum_{y=x_e}^{x-1} l_y\cdot(1+i)^{x-y}\right)+\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$　(Ⅴ) $\sum_{x=x_e+1}^{x_r}\left(P\cdot\sum_{y=x_e}^{x} l_y\cdot(1+i)^{x-y}\right)+\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$

(A) (a)→(Ⅰ)、(b)→(Ⅲ)　(B) (a)→(Ⅱ)、(b)→(Ⅲ)　(C) (a)→(Ⅰ)、(b)→(Ⅳ)
(D) (a)→(Ⅱ)、(b)→(Ⅳ)　(E) (a)→(Ⅰ)、(b)→(Ⅴ)

(4) Trowbridge モデルにおける給付現価を示した次の算式のうち、正しいものはいくつあるか。ただし、記号の意味は次のとおりである。

左肩添字は財政方式を表し：P→賦課方式、T→退職時年金現価積立方式、In→加入時積立方式、U→単位積立方式 である。右肩の添字は指数ではなく、被保険者の状態を表し：p→年金者、a→在職中の被保険者、f→将来加入が見込まれる被保険者 である。Cは制度全体の毎年度の保険料総額、υは割引率、$d=1-\upsilon$とする。

① $S^p = \dfrac{{}^{P}C - \upsilon\cdot{}^{T}C}{d}$ ② $S^a = \dfrac{\upsilon\cdot{}^{T}C - \upsilon\cdot{}^{In}C}{d}$ ③ $S^f = \dfrac{\upsilon}{d}\cdot{}^{In}C$ ④ $S^p + S^a{}_{ps} = \dfrac{{}^{P}C - {}^{U}C}{d}$

(A) 0 個　(B) 1 個　(C) 2 個　(D) 3 個　(E) 4 個

(5) 極限方程式 $\mathrm{C} + \dfrac{i}{1+i}\mathrm{F} = \mathrm{B}$ が成立している給与比例制の年金制度において、ある年度始に一律$(1+k)$倍$(k>0)$の給与改定が行われ、その給与改定の効果は給付にも及んだ。この年度中に利回りがj $(>i)$となったため、結果として次年度始でも極限方程式が成立したという。このときのkとi、jの関係は次のどれか。

(A) $j = i\cdot(1+k)$　(B) $1+k = \dfrac{1+i}{1+j}$　(C) $1+k = \dfrac{1+j}{1+i}$　(D) $\dfrac{j}{1+j} = \dfrac{i}{1+i}(1+k)$

(E) $\dfrac{1+j}{j} = \dfrac{1+i}{i}(1+k)$

(6) ある年金制度において、一定の条件を満たした年金受給者には(α)ファンドから年金給付を行い、それ以外の年金受給者には当該年金受給権者の年金現価相当額を(β)ファンドに移して(β)ファンドから年金給付を行うものとする。成熟状態に到達した後における(α)ファンドの年間保険料収入をP、(α)ファンドの年金給付額をS_A、また(α)ファンドから(β)ファンドへの年間の移管金総額をQ、(β)ファンドの年金給付額をS_Bとするとき、(α)ファンドの積立金から(β)ファンドの積立金を差し引いた額は次のいずれか。ただし、δは利力である。

(A) $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A + S_B + P + 2Q)$　(B) $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A - S_B + P - 2Q)$　(C) $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A + S_B - P - 2Q)$

(D) $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A - S_B - P - 2Q)$　(E) $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A - S_B - P + 2Q)$

(7) ある年金制度において、平準保険料P(年１回、期初払い)を採用する代わりに、当初は$P' < P$を採用し、以降m年毎に一定額を増額することをn回繰り返し最終的な保険料に到達させることとする。このとき１回あたりの増額分はどのように表わされるか。ただし、最終的な保険料に到達するまでの間、この被保険者集団は定常状態であり、年金制度としての後発債務の発生はないものとする。

(A) $\dfrac{P-P'}{\upsilon^{m}\dfrac{1-\upsilon^{mn}}{1-\upsilon^{m}}}$　(B) $\dfrac{P-P'}{\upsilon^{n}\dfrac{1-\upsilon^{mn}}{1-\upsilon^{n}}}$　(C) $\dfrac{P-P'}{\upsilon^{mn}\dfrac{1-\upsilon^{n}}{1-\upsilon^{m}}}$　(D) $\dfrac{P-P'}{\upsilon^{mn}\dfrac{1-\upsilon^{m}}{1-\upsilon^{n}}}$　(E) $\dfrac{P-P'}{\upsilon^{mn}\dfrac{1-\upsilon^{mn}}{1-\upsilon^{m}}}$

(8) ある年金制度において、ある年度に関して次のことが分かっている。この年度の年間標準保険料[期初払い]はいくらか。

・前年度末責任準備金（800）、・前年度末年金資産 (250)、

・今年度末年金資産 (315)、・年金給付[期初払い]（37）

・年間特別保険料[期初払い]は前期末過去勤務債務の 10%、・実質利回り (5.0%)、

(A) 30　(B) 32　(C) 34　(D) 36　(E) 38

問題2．次の(1)～(3)について、空欄に当てはまる算式、選択肢記号または数値を求め、解答用紙の所定欄に記入せよ。(32点)

(1) 次の説明の空欄①～⑩には算式を、空欄⑪は選択肢(Ⅰ)～(Ⅲ)のいずれかの記号を選んで埋めよ。ただし、同じ番号の付された空欄は同じ算式が入るものとする。

最終給与比例制で、かつ、過去勤務期間を完全に通算する年金制度において、過去勤務債務償却を定率(給与比例)による凍結方式(過去勤務債務を凍結するという意味であり、過去勤務債務の利息相当分のみを償却する方式)とし、再計算期まで特別保険料の変更を行わないことにした。

制度発足後、毎年、期末に一定率の給与改定(給与改定率は予定利率 i と等しいものとする)がある場合、n 年経過後に再計算を行うものとして再計算前と再計算後の特別保険料率の検討をした。この場合、被保険者集団は定常人口にあり、給与改定は予め見込まれておらず毎年の昇給差損となるものとし、昇給差損以外の差損益は生じないものとする。

初期の過去勤務債務をV_0とする。(定常人口なので、給与改定がない場合の責任準備金である。)制度発足後 r 年度の給与改定(ベア)による後発債務は、r 年後の給与改定前の責任準備金が

$\boxed{①} \times V_0$なので、i × $\boxed{①} \times V_0$と表わせる。よって、償却が行われなかった場合の n 年度末の過去勤務債務累積残は

$$V_0 \times (1+i)^n + \mathrm{i} \times \sum_{r=0}^{n-1} \boxed{②} \times V_0 = \boxed{③} \times (1+i)^{n-1} \times V_0 \cdots\cdots\cdots(a)$$

次に、特別保険料率を u とすると、凍結方式なので

$$\mathrm{u} = \boxed{④} \times V_0 / G_0 \quad (G_0：発足時給与総額)$$

よって、n 年度末までの償却済過去勤務債務累積額は

$$\mathrm{u} \times \sum_{r=0}^{n-1} \boxed{⑤} \times G_0 = \boxed{⑥} \times V_0 \cdots\cdots\cdots(b)$$

ゆえに、n 年度末未償却残は

$$(a)-(b) = \boxed{③} \times (1+i)^{n-1} \times V_0 - \boxed{⑥} \times V_0 = \boxed{⑦} \times V_0$$

よって、見直し後における特別保険料率 u' は

$$\mathrm{u'} = \{\boxed{⑧} \times V_0\} / \{\boxed{⑨} \times G_0\} = \boxed{⑩} \times V_0 / G_0$$

すなわち、見直し後の前後において特別保険料率は ⑪ (Ⅰ)見直し後の方が大きい、(Ⅱ)見直し 後の方が小さい、(Ⅲ)見直し後も変わらない。

(2)開放基金方式の財政方式で運営を行っている年金制度で、財政再計算の前後での諸計数は下表のとおりとなった。この制度が財政再計算前には標準保険料率を下回る保険料率で運営できていたとして、以下の空欄を埋めよ。ただし、空欄①、③、④、⑥～⑧および⑩には数値を埋め、保険料率を求める場合は小数点以下第6位を四捨五入して5位まで求めよ。また、空欄②、⑤および⑨は表および設問中の記号を用いた算式を埋めよ。算式に用いる記号は再計算後計数を表すものとする。

説明	記号	再計算前計数	再計算後計数
積立金	F	1,350,000	1,350,000
剰余金	R	50,000	未定
在職中の被保険者の将来加入員期間対応の給付現価	S_{FS}^{a}	600,000	610,500
在職中の被保険者の全加入員期間対応の給付現価	S^{a}	1,500,000	1,600,000
将来の被保険者の給付現価	S^{f}	1,000,000	1,050,000
在職中の被保険者の給与現価	G^{a}	15,000,000	15,500,000
将来の被保険者の給与現価	G^{f}	25,000,000	25,500,000
年金者・受給待期者等の給付現価	S^{P}	350,000	370,000
10年償却確定年金給与現価	a_{10}	9,000,000	9,000,000

再計算前の標準保険料率(値) ①

再計算後の標準保険料率[記号: P](算式) ②

再計算後の標準保険料率（値） ③

再計算前の実際適用保険料率（値） ④

再計算後の標準保険料率で運営するとした場合の後発債務額
[記号: PSL](算式) ⑤

再計算後の標準保険料率で運営するとした場合の後発債務額(値) ⑥

剰余金留保の場合、再計算後⑥の10年償却特別保険料率(値) ⑦

剰余金留保の場合、再計算後⑥の永久償却特別保険料率(値) ⑧

剰余金を全額取崩して掛金引下げに充当した場合の再計算後実際保険料率（算式） ⑨

剰余金を全額取崩して掛金引下げに充当した場合の再計算後実際保険料率（値） ⑩

(3)次の①～⑫の空欄に当てはまる適当な算式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし、算式の解答にあたってはTrowbridgeモデルを前提として以下の記号を用いること

S^a：在職中の被保険者の給付現価、
S^p：年金受給権者の給付現価、
S^f：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価、
G^a：在職中の被保険者の人数現価、
G^f：将来加入が見込まれる被保険者の人数現価、
v：$1/(1+i)$、$d=1-v$、
B：制度全体の毎年度の給付額(期初払い)、
L：在職中の被保険者の総数、
${}^CP_n$：総合保険料方式での第n年度の一人当たり保険料、
${}^CC_n$：第n年度の総合保険料方式での保険料、
${}^CF_n$：第n年度始の総合保険料方式での積立金

総合保険料方式(閉鎖型)においては、毎年度適用される保険料が変動するが、定常状態に達したときの積立金の残高が加入年齢方式のそれに等しくなることを以下に示すこととする。

一般に、第n年度においては

$${}^CC_n={}^CP_n\cdot \mathrm{L}=\frac{\boxed{①}-{}^CF_n}{\boxed{②}}\cdot \mathrm{L} \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{I})$$

が成り立つ。また、定常状態を仮定していることから、極限方程式

$${}^CF_n=({}^CF_{n-1}+{}^CC_{n-1})(1+\mathrm{i})-\boxed{③} \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{II})$$

が成り立つ。(ただし、給付および保険料は期初払いとする。)

(I)、(II)より${}^CC_n$を消去すれば

$${}^CF_n=\left(1-\frac{\mathrm{L}}{\boxed{②}}\right)(1+\mathrm{i})\cdot {}^CF_{n-1}+\boxed{④} \quad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{III})$$

が得られる。ここで、右辺第1項の係数である $\left(1-\frac{\mathrm{L}}{\boxed{②}}\right)(1+\mathrm{i})$ について調べてみる。

$\boxed{⑤}=d(G^a+G^f)$などを用いると

$$\left(1-\frac{L}{\boxed{②}}\right)(1+i)=1-\frac{d\boxed{⑥}}{v\boxed{⑦}}<1$$

一方、明らかに $\boxed{②} > L$ であるから、

$$0<\left(1-\frac{L}{\boxed{②}}\right)(1+i)<1$$ であることがわかる。

したがって $\{{}^{C}F_n\}$ は収束する。ここで、Rを次の条件を満たす値とする。

$$R=\left(1-\frac{L}{\boxed{②}}\right)(1+i)R+\boxed{④} \quad \cdots\cdots\cdots \text{(IV)}$$

この式をRについて解くと次のとおりとなる。

$$R=\frac{\boxed{⑧}\cdot L-\boxed{⑨}}{\boxed{⑩}}$$

(III)式から(IV)式を差し引くと

$$({}^{C}F_n-R)=\left(1-\frac{L}{\boxed{②}}\right)(1+i)({}^{C}F_{n-1}-R)$$

したがって、数列 $\{{}^{C}F_n-R\}$ は公比 $\left(1-\dfrac{L}{\boxed{②}}\right)(1+i)$ の等比数列であり 0 に収束する。

このことから、数列 $\{{}^{C}F_n\}$ はRに収束することがわかる。

${}^{C}F_{\infty}=R$

この極限値であるRは $\boxed{⑪}=d(S^a+S^p+S^f)$ などを用いて

$R=S^a+S^p-\boxed{⑫}\cdot G^a$ と表わすことができ、$\boxed{⑫}$ は加入年齢方式の保険料率であるから　${}^{C}F_{\infty}=R=(S^a+S^p)-{}^{E}P\cdot G^a={}^{E}V$

したがって、総合保険料方式の積立金は加入年齢方式の責任準備金に収束することが確認できた。

問題３．定額制の保険料は年１回期初払いで、定年退職者に年額１の期初払い終身年金を支給する年金制度がある。財政方式は加入年齢方式とし、現時点で年金受給者は発生していない状態である。この制度に関して、以下の問に答えよ。（20 点）

(1)加入年齢をx_e歳とした場合の標準保険料率P_{x_e}を、定年年齢における年金現価率および計算基数を用いて表わせ。ただし、定年年齢はx_r歳とする。

(2)計算基礎率のうち、脱退率のみを洗い替える財政再計算を行ったところ、再計算前後の脱退率に基づく脱退残存表の加入者数に以下の関係があった。

$^{A}l_{x_e}={}^{B}l_{x_e}$ 、$^{A}l_x={}^{A}l_{x_e}-{}^{A}k\cdot(x-x_e)$ 、$^{B}l_x={}^{B}l_{x_e}-{}^{B}k\cdot(x-x_e)$ ここに、Aは再計算後、Bは再計算前の計数を表わすものとし、^{A}kおよび^{B}kは定数で、$^{A}k>{}^{B}k>0$ である。

$x_e<y<x_r$ のｙについて$^{A}D_y/{}^{B}D_y$ は単調減少の関数であることを示せ。

(3)再計算前後の加入年齢方式の標準保険料率 $^{A}P_{x_e}, {}^{B}P_{x_e}$ の大小を論ぜよ。

問題4．以下の(1)、(2)に答えよ。ただし、(2)②(Ⅱ)のグラフについては所定の解答用紙に記入せよ。（24点）

(1)期初時点の人数が、期初時点の満年齢x ($x_e \leq x < \omega$)に対して

$l_x = l_0 \times \lambda^x$ （$0 < \lambda < 1$）で与えられる定常状態の集団について、次のような退職一時金制度を導入するものとする。

・制度の対象者：制度導入時の従業員($x_e \leq x < x_r$の者。x_rは定年年齢)および将来の従業員

・給付の内容：各年度の期初時点に満x歳の従業員が、その期に退職によって制度から脱退した場合、期末に$(x - x_e + 1)$の一時金を支給する。

：期の途中にx_r歳に到達した場合、期末に$(x_r - x_e)$の一時金を支給する。

Ｙをx_eで入社した者の退職一時金の支給額とする。

① ｎを整数とした場合、退職一時金がｎである確率 $P(Y=n)$を求め、この確率を合計することにより、$\sum_n P(Y=n)=1$ を示せ。

② 退職一時金の期待値 Ｅ(Ｙ) を求めよ。

(2) (1)と同じ集団に、次のような退職年金制度を導入するものとする。

・制度の対象者：制度導入時の従業員、退職者および将来の従業員

・給付の内容：定年退職者(定常状態における$x \geq x_r$の者)に対して毎期初に1ずつの退職年金を支給する。なお、制度設立時の過去勤務期間は全て通算するものとする。

・保険料の内容：財政方式は賦課方式とし、期初現在の従業員($x_e \leq x < x_r$の者)一人当たり一定額を保険料として支払う

① 加入員一人当たりの保険料P_0 を求めよ。

② ある年度から新規の従業員数が $(1-k) \times l_0$ に減少し、その後は$(1-k) \times l_0$人のまま推移した。ここに、k は $0 < k < 1$ の定数であり、脱退率等に変化はないものとして、(Ⅰ)、(Ⅱ)に答えよ。

(Ⅰ)新規従業員が減少した最初の年度を第1年度とした場合、第ｎ年度の加入員数L_nおよび年金支給額B_nを求めよ。

(Ⅱ)横軸を年度とし、各年度の一人当たりの保険料額を折れ線グラフで示せ。ただし、グラフは、保険料額の増減、最大値、最小値とその年度が分かる程度でよい。

以上

年金数理（解答例）

問題１.

番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
記号	(B)	(D)	(B)	(E)	(D)	(E)	(A)	(B)

解答は上記であり、解説は以下のとおり。

(1) $(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1}(n-t)\cdot \upsilon^t \cdot {}_tp_x$

$$= (n+1)\cdot\sum_{t=0}^{n-1}\upsilon^t\cdot{}_tp_x - \sum_{t=0}^{n-1}(t+1)\cdot\upsilon^t\cdot{}_tp_x$$

$$= (n+1)\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$$

$$= (n+1)\cdot\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} - \frac{S_x - S_{x+n} - n\cdot N_{x+n}}{D_x}$$

$$= \frac{(n+1)\cdot N_x - S_x + S_{x+n} - N_{x+n}}{D_x}$$

$$= \frac{n\cdot N_x - (S_{x+1} - S_{x+n+1})}{D_x}$$

したがって(B)が正しい。

(2)題意より $a_{\overline{30}|} + \upsilon^{10}\cdot a_{\overline{10}|} = k\cdot(a_{\overline{30}|} - \upsilon^{10}\cdot a_{\overline{10}|})$

$k = \dfrac{a_{\overline{30}|} + \upsilon^{10}\cdot a_{\overline{10}|}}{a_{\overline{30}|} - \upsilon^{10}\cdot a_{\overline{10}|}}$　　$a_{\overline{30}|} = \dfrac{1-\upsilon^{30}}{i}$、$a_{\overline{10}|} = \dfrac{1-\upsilon^{10}}{i}$ に

$\upsilon^{10} = 0.5$ を代入し

$$k = \frac{\left\{1-(0.5)^3\right\} + 0.5\cdot(1-0.5)}{\left\{1-(0.5)^3\right\} - 0.5\cdot(1-0.5)} = \frac{1.125}{0.625} = 1.8$$

したがって(D)が正しい。

(3) Trowbridge モデルにおける退職時年金現価積立方式の積立金は x_r 歳の者を除く年金受給権者の給付現価となるから

${}^TF = S^p - l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r} = \sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\cdot\ddot{a}_x$ であり、加入年齢方式の場合の積立

金は年金受給権者の給付現価 S^P と在職中の被保険者に対する積立金の合計値となるため ${}^{L}F=\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}\left(P\cdot\sum_{y=x_e}^{x-1} l_y \cdot (1+i)^{x-y}\right)$ となる。

したがって、正解は(a)→(Ⅱ)、(b)→(Ⅲ)の組み合わせである(B)となる。

(4) 教科書P 66の各式より、①は(3－43)式、②は(3－45)式、③は(3－46)式、④は(3－46)式次行の算式からそれぞれ正しい。したがって、正しい算式は4個であり(E)が正しい。

(5) 題意より $\{F+(1+k)\cdot(C-B)\}\cdot(1+j)=F$ が成立し、極限方程式と連立させ、C,B を消去し F を約分すると(D)式となる。したがって(D)が正しい。

(6) 成熟状態に達していることから(α)、(β)ファンドの積立金は次のとおりとなる。

$F_\alpha=\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A+Q-P)$、$F_\beta=\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_B-Q)$ したがって、$F_\delta-F_\beta$ は $\dfrac{1}{\delta}\cdot(S_A-S_B-P+2Q)$ となり(E)が正しい。

(7) 平準保険料 P の無限級数と逓増保険料の無限級数が等しいと考えると $P\cdot\dfrac{1}{1-\upsilon}$ が $P'\dfrac{1}{1-\upsilon}$ と 1 回あたり増額分保険料(Δ P とする)の級数 $\Delta P\cdot\dfrac{\upsilon^m}{1-\upsilon}\cdot\dfrac{1-\upsilon^{mn}}{1-\upsilon^m}$ の合計に等しいので、$\Delta P=\dfrac{P-P'}{\upsilon^m\cdot\dfrac{1-\upsilon^{mn}}{1-\upsilon^m}}$ となり、

(A)が正しい。

(8) ある年度の年間標準保険料をPとすると、その年度の資金収支は $\{250+(800-250)\cdot 0.1+P-37\}\times 1.05=315$ となる。これをPについて解くとP＝32となるので(B)が正しい。

問題２．(1)教科書Ｐ 240～241 より

番号	算　式
①	$(1+i)^{r-1}$
②	$(1+i)^{r}\cdot(1+i)^{n-1-r}$
③	$\{1+(n+1)\cdot i\}$
④	d
⑤	$(1+i)^{r}\cdot(1+i)^{n-r}$
⑥	$i\cdot n\cdot(1+i)^{n-1}$
⑦	$(1+i)^{n}$
⑧	$d\cdot(1+i)^{n}$
⑨	$(1+i)^{n}$
⑩	d
⑪	（Ⅲ）

(2)教科書Ｐ 195～196 と同趣旨問題

番号	値または算式
①(値)	0.04000
②(算式)	$(S_{FS}^{a}+S^{f})/(G^{a}+G^{f})$
③(値)	0.04050
④(値)	0.03875
⑤(算式)	$(S^{a}+S^{f}+S^{p})-P\cdot(G^{a}+G^{f})-F$
⑥(値)	9,500
⑦(値)	0.00106
⑧(値)	0.00023
⑨(算式)	$P+(PSL-R)/(G^{a}+G^{f})$
⑩(値)	0.03951

なお、設問中で解答を求めていない計数(①、④、⑦、⑧)の算式

は次のとおりである。

①再計算前計数を用いて②の算式にあてはめたもの。

④$=\dfrac{S^a+S^f+S^p-(F-R)}{G^a+G^f}$ を再計算前の計数で計算したもの

⑦$= PSL \div 9{,}000{,}000$

⑧$= PSL \div (G^a+G^f)$

問題2．(3)教科書P 77～79

番号	算式
①	S^p+S^a
②	G^a
③	$(1+i)\cdot B$
④	$\left\{\left(S^p+S^a\right)/(G^a/L)-B\right\}\cdot(1+i)$
⑤	L
⑥	G^f
⑦	G^a
⑧	S^p+S^a
⑨	$B\cdot G^a$
⑩	$d\cdot G^f$
⑪	B
⑫	S^f/G^f

問題3 教科書P 151～153 参照

(1) $P_{x_e}=\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}$

(2) ${}^AD_y\Big/{}^BD_y=v^y\cdot{}^Al_y\Big/v^y\cdot{}^Bl_y={}^Al_y\Big/{}^Bl_y=\left\{{}^Al_{x_e}-{}^Ak\cdot(y-x_e)\right\}\Big/\left\{{}^Bl_{x_e}-{}^Bk\cdot(y-x_e)\right\}$

したがって、$y \to y+t \quad (t>0)$ のとき $\dfrac{{}^{A}D_{y}}{{}^{B}D_{y}} - \dfrac{{}^{A}D_{y+t}}{{}^{B}D_{y+t}}$ の符号を調べればよい。${}^{A}k = {}^{B}k + c$ （ｃは正の定数）とし、与式を通分すると、分子は $t \cdot c \cdot {}^{A}l_{x_e}$ となり正である。ゆえに、与式は単調減少である。

(3)再計算前後の加入年齢方式の標準保険料率の比は(1)より

$${}^{A}P_{x_e} \Big/ {}^{B}P_{x_e} = \frac{{}^{A}D_{x_r}}{{}^{B}D_{x_r}} \cdot \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{B}D_{y}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{A}D_{y}}$$

であり、$\dfrac{{}^{A}D_{y}}{{}^{B}D_{y}}$ は(2)より単調減少のため、

$$\frac{{}^{A}D_{x_r}}{{}^{B}D_{x_r}} < \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{A}D_{y}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{B}D_{y}}$$

が成り立つ。ゆえに、与式＜１となり、${}^{A}P_{x_e} < {}^{B}P_{x_e}$ である。

問題４ (1) ① n≦０のとき、$P(n)=0$

１≦n≦$x_r - x_e - 1$ のとき

$$P(n) = \frac{d_{x_e+n-1}}{l_{x_e}} = \frac{l_{x_e+n-1} - l_{x_e+n}}{l_{x_e}} = \frac{l_0 \cdot \lambda^{x_e+n-1} - l_0 \cdot \lambda^{x_e+n}}{l_0 \cdot \lambda^{x_e}} = \lambda^{n-1} - \lambda^{n}$$

n＞$x_r - x_e$ のとき $P(n)=0$ 　また、

$$\sum_{n=1}^{x_r-x_e} P(n) = \sum_{n=1}^{x_r-x_e-1} (\lambda^{n-1} - \lambda^{n}) + \lambda^{x_r-x_e-1} = (1-\lambda) + (\lambda - \lambda^2) + \cdots\cdots + \lambda^{x_r-x_e-1} = 1$$

② $$E(Y) = \sum_{n-1}^{x_r-x_r} n \cdot (\lambda^{n-1} - \lambda^{n}) + (x_r - x_e) \cdot \lambda^{x_r-x_e-1}$$

$$= (1-\lambda) + 2\cdot(\lambda-\lambda^2) + \cdots + (x_r - x_e - 1)\cdot(\lambda^{x_r-x_e-2} - \lambda^{x_r-x_e-1}) + (x_r - x_e)\cdot\lambda^{x_r-x_e-1}$$

$$= 1 + \lambda + \cdots\cdots + \lambda^{x_r-x_r-1} = \frac{1-\lambda^{x_r-x_e}}{1-\lambda}$$

(2) ① $P_0 = \dfrac{\displaystyle\sum_{x=x_r}^{\omega-1} l_x}{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x} = \dfrac{l_0 \cdot \lambda^{x_r} \cdot \dfrac{1-\lambda^{\omega-x_r}}{1-\lambda}}{l_0 \cdot \lambda^{x_e} \cdot \dfrac{1-\lambda^{x_r-x_e}}{1-\lambda}} = \dfrac{\lambda^{x_r} - \lambda^{\omega}}{\lambda^{x_e} - \lambda^{x_r}}$

② (Ⅰ) $(1 \leq n < x_r - x_e)$ のとき $L_n = \displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_e+n-1} (1-k) \cdot l_0 \cdot \lambda^{x-x_e} + \sum_{x=x_e+n}^{x_r-1} l_0 \cdot \lambda^x$

$(n \geq x_r - x_e)$ のとき $L_n = \displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (1-k) \cdot l_0 \cdot \lambda^{x-x_e}$

年金支給額については $(1 \leq n < x_r - x_e)$ のとき $B_n = \displaystyle\sum_{x=x_r}^{\omega-1} l_0 \cdot \lambda^x$

$(x_r - x_e < n < \omega - x_e)$ のとき $B_n = \displaystyle\sum_{x=x_r}^{x_e+n-1} (1-k) \cdot l_0 \cdot \lambda^{x-x_e} + \sum_{x=x_e+n}^{\omega-1} l_0 \cdot \lambda^x$

$(n \geq \omega - x_e)$ のとき $B_n = \displaystyle\sum_{x=x_r}^{\omega-1} (1-k) \cdot l_0 \cdot \lambda^{x-x_e}$

(Ⅱ) 下図のとおり。