

年金数理 (問題)

平成7年12月21日
年金数理……………1

1. 次の(1)~(4)までについて、それぞれ5つの選択肢の中から正しいものを選んで所定の解答用紙にその記号を記入せよ。(1問5点、合計20点)

(1) 60歳支給開始、期初払いの終身年金給付に10年間の保証期間を設けるものとする。(「保証期間を設ける」とは、保証期間中に受給者が死亡した場合は保証期間満了時まで年金額および支払時期を変更せず、他者に年金給付を行うものである)保証期間終了後に年金額を減額して、60歳時点での年金現価が、保証期間がない場合の年金現価と同じになるようにしたい。減額後の年金額は減額前の年金額の何%とすればよいか、次の中から最も近いものを選べ。ただし、予定利率は5.0%とし、5.0%の基数表および現価表は右のとおりである。

x	D_x	N_x	C_x	M_x	n	$\ddot{a}_{n }$	v^n
60	4,690.5	57,468.5	49.443	1,953.523	1	1.00000	0.95238
61	4,417.7	52,778.0	51.233	1,904.080	2	1.95238	0.90703
62	4,156.1	48,360.3	53.190	1,852.847	3	2.85941	0.86384
63	3,905.0	44,204.2	54.948	1,799.657	4	3.72325	0.82270
64	3,664.1	40,299.2	56.919	1,744.709	5	4.54595	0.78353
65	3,432.7	36,635.1	58.557	1,687.790	6	5.32948	0.74622
66	3,210.3	33,202.4	61.029	1,629.233	7	6.07569	0.71068
67	2,996.4	29,992.1	63.114	1,568.204	8	6.78637	0.67684
68	2,790.6	26,995.7	65.014	1,505.090	9	7.46321	0.64461
69	2,592.7	24,205.1	67.038	1,440.076	10	8.10782	0.61391
70	2,402.2	21,612.4	68.910	1,373.038			

(A) 75% (B) 80% (C) 85% (D) 90% (E) 95%

(2) 被保険者および受給権者の集団について定常人口を仮定するとき、次の①~④の各場合の開放型総合保険料方式による保険料は下のア.~カ.のいかなる財政方式による標準保険料に一致するか、正しい組み合わせを選べ。

- ①将来の被保険者集団のみを給付の対象とする。
- ②将来、現在の被保険者、受給権者集団について過去の期間を完全に通算する。
- ③将来、現在の被保険者について将来期間のみを給付の対象とする。
- ④将来、現在の被保険者について過去の期間を通算する。

7.退職時年金現価積立方式 4.加入年齢方式 9.完全積立方式 1.加入時積立方式 6.単位積立方式 8.賦課方式

(A) ①-ウ、②-カ、③-イ、④-オ。 (B) ①-エ、②-ア、③-イ、④-オ。 (C) ①-エ、②-カ、③-オ、④-ア。
(D) ①-ウ、②-ア、③-イ、④-オ。 (E) ①-イ、②-カ、③-オ、④-ア。

(3) 定常状態に達している年金制度に関して、ある年度の実績は以下のとおりであった。この年度の年度末積立金は年初の積立金を上回っており、剰余であることがわかったため、その剰余金のみを用いて給付の一律改善(過去勤務期間は完全通算した)を行ったところ、開放型総合保険料方式の財政方式のもとで一律4%の給付改善が可能であった。この年度の年度末積立金はいくらであったか次の中から最も近いものを選べ。

- 年初の責任準備金 10,500、 • 年初の積立金 10,500、 • 年間保険料(期初払い) 500、 • 予定利率 年5%
- 給付時期: 期初払い

(A) 10,920 (B) 10,940 (C) 11,000 (D) 11,040 (E) 11,340

(4) 年金給付が年12回期末払いで、かつ死亡した場合には、死亡した日の属する月まで給付が支払われる場合の年金現価率の近似式を計算基数を用いて表すと次のうちどれか。

- (A) $(1/D_x) \cdot [N_x - (11/24) \cdot D_x + (1/2) \cdot \bar{M}_x]$ (B) $(1/D_x) \cdot [N_x - (11/24) \cdot D_x + (1/6) \cdot \bar{M}_x]$
 (C) $(1/D_x) \cdot [N_x - (11/24) \cdot D_x + (1/12) \cdot \bar{M}_x]$ (D) $(1/D_x) \cdot [N_x - (13/24) \cdot D_x + (1/12) \cdot \bar{M}_x]$
 (E) $(1/D_x) \cdot [N_x - (13/24) \cdot D_x + (1/2) \cdot \bar{M}_x]$

2. 次の年金制度に関する後述の説明文の空欄に当てはまる数値を所定の解答用紙に記入せよ。(合計20点)

A社では、平成5年4月1日に、同日付およびそれ以降に入社する社員を対象とした年金制度を発足させた。制度の内容および基礎率等は以下のとおりである。

〔制度内容〕

- 制度への加入時期：年1回4月1日（毎期初）
- 給付内容：定年退職者に対して、定年時の給与の一定割合（加入期間1年あたり0.1とする）を乗じた額を翌期初から終身にわたって支給する。
- 保険料：年1回4月1日（期初）に全被保険者の給与総額の一定割合を払い込む。
- 昇給（給与変更）：年1回、3月31日（期末）の被保険者に対して行う。
- 財政方式：加入年齢方式（特定年齢方式）、特定年齢20歳

〔基礎率等〕〔一部年齢のみ記載〕

- 予定利率：年5.5%
- 年齢別予定給与、生存脱退率、死亡脱退率、給与現価率（給与1に対して）、加入期間別給付現価率（給与1に対して）

年齢	予定給与	生存脱退率	死亡脱退率	給与現価率	給付現価率			
					年齢	加入期0年	加入期1年	加入期2年
20歳	120,000円	0.09495	0.00081	12.13311	20歳	2.90906	—	—
21	125,000	0.07442	0.00079	12.46971	21	3.17694	3.25840	—
22	130,000	0.06862	0.00076	12.58138	22	3.39551	3.48486	3.57422

- (1) 標準保険料率は である。(小数第6位を四捨五入し、第5位まで求めよ)
- (2) 平成5年4月1日に20歳の従業員200人が制度に加入した。給与は一人あたり120,000円とすると初年度の保険料総額は 千円(百円位四捨五入で千円位とする。以下2.における金額について同様)である。
- (3) 平成5年4月1日の加入者は、一人の脱退もなく期末を迎え、予定どおりの昇給があった。期末加入員の総給与(昇給後)は 千円であり、責任準備金は 千円である。
- (4) 仮に平成5年度の昇給、脱退とも予定基礎率どおり推移したとした場合、期末の加入員数は 人(小数第1位を四捨五入し、整数とせよ)、責任準備金は 千円となり、「⑥-④」が脱退差による差損益(プラスの場合は差益、マイナスの場合は差損である)となる。
- (5) 平成5年4月1日～平成6年3月31日までの積立金の運用実績は、予定利率どおりの5.5%であった。
- (6) 平成6年4月1日に20歳の従業員100人(一人あたり給与は120,000円)および21歳の従業員100人(一人あたり給与は125,000円)が制度に新たに加入した。加入年齢差による差損益は平成7年3月31日時点の評価額で 千円である。(差損の場合は数値の前に「△」または「-」を記入すること。以下(7)、(8)、(9)の差損益について同様とする)。
- (7) 平成6年4月1日に加入した者は平成7年3月31日まで一人の脱退もなかったが、平成5年4月1日から引き続き加入している者は平成6年4月1日の保険料を支払った後、平成6年4月1日～平成7年3月31日の間に10名が脱退した。平成6年4月1日～平成7年3月31日までの脱退差による差損益は 千円である。
- (8) 平成5年4月1日から引き続き加入している者のうち90人は平成7年3月31日に10,000円の昇給があり、その他の加入員は予定どおりの昇給であった。平成6年度の昇給差による差損益は 千円である。
- (9) 平成7年3月31日の積立金が19,000千円であった。利差による差損益は 千円である。

3. 定常状態にあり、給付が最終給与に比例して決まる以下の年金制度で、ある年度期初に給付水準を一律2倍にする給付改善を行った。これに伴い給与に対する一定割合としている標準保険料率も2倍とした。

- ・過去勤務期間は完全通算する ・財政方式：加入年齢方式 ・給付改善直前の責任準備金： V_0 ・予定利率： i
- ・被保険者の総給与： G_0 ・給付、保険料の支払時期（標準保険料および特別保険料とも）：年1回期初払い

この年金制度で、給付改善による後発過去勤務債務の償却について次の4とおりの方法を考える。

- ①給付改善年度を含んで、償却期間を6年とし、給与に対する一定割合の特別保険料率を決めて償却する。
- ②償却割合を年5分の1とし、給与に対する一定割合の特別保険料率を決めて給付改善年度から償却する。
- ③期初の未償却過去勤務債務の30%（給付改善年度は給付改善直後の未償却過去勤務債務の30%を償却する）を毎年償却する。
- ④給付改善年度を含んで、毎期に $0.22 \cdot V_0$ 。ずつ償却する。

なお、給付改善後も定常人口は保たれ、毎年期末に給与に関して $k\%$ のベースアップがあり、それに伴い年金受給者を含んで給付額も $k\%$ 増加させることとするが、給与の一定割合としている標準および特別保険料率の変更は行われぬものとする。また、ベースアップ以外の要因での後発過去勤務債務の発生はないものとし、未償却過去勤務債務額は予定利率により増加する。

以上の前提のもとで次の設問に答えよ。（合計20点）

- (1) ①および②の特別保険料率の算式を示せ。
- (2) ①～④の3年目（給付改善年度を1年目とする）の償却額をそれぞれ算式で示せ。
- (3) $V_0 = 10,000$ 、 $G_0 = 1,000$ 、 $i = 5\%$ 、 $k = 4$ とした場合、第3年度の特別保険料による償却直後の過去勤務債務額について、償却が一番進んでいる方法は①～④の何れか（償却が進んでいるとは、過去勤務債務現在残高の、制度変更時後発過去勤務債務額に対する割合が小さいことをいう）。5年目ではどうか。必要があれば現価表は1の(1)のものを使用すること。

4. 定年時より加入期間にかかわらず定額の終身年金を支払う年金制度を考える。今、財政方式として加入年齢方式（特定年齢方式）を採用しており、定常状態に達しているとする。もし、特定年齢を超えたある年齢においてそのときのその年齢における人数だけ追加加入があったとしたとき、それによって生ずる後発過去勤務債務は、定常状態において特定年齢で加入した者にかかる標準保険料のその年齢までの元利合計に等しいことを示せ。解答にあたっては次の記号を用いること。（20点）

x_a ：特定年齢、 x_r ：定年年齢、 eP ：特定年齢方式の標準保険料率

5. 生存退職者に加入期間1年あたり1単位の年金額を定年年齢 x_r 歳の期初から終身にわたり給付する制度を考える。保険料は毎年期初払いとし、定常状態を仮定する。財政方式を加入年齢方式とした場合について以下の設問に答えよ。（合計20点）

- (1) 加入年齢 x_r 歳の標準保険料率 P_{x_r} を求めよ。
- (2) 各年齢における生存脱退率が全てゼロの場合、加入年齢が上昇すれば標準保険料率も上昇することを示せ。

（注）基数については以下の要領で使用すること

D_x 、 $C_x^{(w)}$ 等：脱退職存表に基づく計算基数

D_x' 、 \ddot{a}_{x_r}' 等 ['] の付された記号：生命表に基づく計算基数、年金現価率等

$d_x^{(w)}$ には生存脱退後、その年度中に死亡する者を含まないものとする。

以 上

1.

問題	(1)	(2)	(3)	(4)
記号	(D)	(C)	(E)	(D)

正解は上記のとおりであるが、以下に解法を略記する。

- (1) 減額後の年金額を減額前年金額のX%とおくと、以下の算式が成り立つ。

$$\ddot{a}_{107} + (X/100) \cdot {}_{101}\ddot{a}_{80} = \ddot{a}_{80}$$

$$\therefore X = \{(\ddot{a}_{80} - \ddot{a}_{107}) \div {}_{101}\ddot{a}_{80}\} \times 100$$

上式中の各年金現価を基数表から計算して代入すると、

$$\ddot{a}_{80} = N_{80} \div D_{80} = 57,468.54 \div 4,690.5 = 12.25211 \quad , \quad \ddot{a}_{107} = 8.10782$$

$${}_{101}\ddot{a}_{80} = N_{70} \div D_{80} = 21,612.4 \div 4,690.5 = 4.60770$$

より $X = 89.94$ したがって、(D)が正しい。

- (2) 正しい組み合わせは ①-エ、②-カ、③-オ、④-ア であるから (C) が正しい。

年金数理(改訂版)第5章 練習問題1 参照

- (3) 定常状態であるから極限方程式より、この制度の給付改善前の年間の給付を求めると $B = C + d \cdot F = 500 + (0.05/1.05) \cdot 10,500 = 1,000$ となる。この年度の年度末積立金をXとすると、剰余金額 $(X - 10,500)$ は年間給付額の4%相当の利息を生み出すこととなるので $1,000 \times 0.04 = d \cdot (X - 10,500)$ が成り立つ。これからXを求めると $X = 40 \cdot (1.05/0.05) + 10,500 = 11,340$ 。したがって (E) が正しい。

- (3) まず、年m回分割の各期末生存者に支払う分割払年金の現価はWoolhouseの公式より

$$a_x^{(m)} = \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{\omega-x} D_{x+t} + \frac{m-1}{2m} \cdot D_x + \frac{m^2-1}{12 \cdot m^2} \cdot \frac{dD_x}{d_x} + \dots \right)$$

$$\approx \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{\omega-x} D_{x+t} + \frac{m-1}{2m} \cdot D_x \right) \text{、これに } m=12 \text{ を代入して}$$

$$\text{与式} = \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{\omega-x} D_{x+t} + \frac{11}{24} \cdot D_x \right) = \frac{1}{D_x} \left(N_x - \frac{13}{24} \cdot D_x \right)$$

一方、死亡者に対する給付現価は、

$${}^{(12)}a_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{\omega-x} \sum_{j=1}^{12} \left\{ \frac{1}{12} (l_{x+t+(j-1)/12} - l_{x+t+j/12}) \right\} v^{t+j/12}$$

ここで $(x+t, x+t+1)$ の死亡は一様に発生すると考えれば、与式の () 内は全て

$$\frac{1}{12} (l_{x+t} - l_{x+t+1}) = \frac{1}{12} d_{x+t} \text{ となるので}$$

$${}^{(12)}a_x = \frac{1}{12 l_x} \sum_{t=0}^{\omega-x} \frac{1}{12} d_{x+t} \left(\sum_{j=1}^{12} v^{t+j/12} \right) \doteq \frac{1}{144 l_x} \sum_{t=0}^{\omega-x} d_{x+t} \cdot 12 \cdot v^{t+1/2}$$

$= \frac{1}{D_x} \cdot \frac{\bar{M}_x}{12}$ 、これらより、求める現価率は各々の合計であり、

$\frac{1}{D_x} (N_x - \frac{13}{24} \cdot D_x + \frac{1}{12} \cdot \bar{M}_x)$ となる。したがって (D) が正しい。

2.

番号	解 答
①	0. 2 3 9 7 6
②	5, 7 5 4 (千円)
③	2 5, 0 0 0 (千円)
④	6, 7 1 7 (千円)
⑤	1 8 1 (人)
⑥	6, 0 7 8 (千円)
⑦	△ 2, 4 6 9 (千円)
⑧	△ 1, 1 4 5 (千円)
⑨	△ 2 5 1 (千円)
⑩	7 5 (千円)

各々の計数を求める算式は以下のとおり

① $2.90906 \div 12.13311$

② $200 \text{人} \times 120,000 \text{円} \times 0.23976$

③ $120,000 \text{円} \times (125,000 \text{円} / 120,000 \text{円}) \times 200 \text{人}$

④ $25,000 \text{円} \times (3.25840 - 12.46971 \times 0.23976)$

設問より前の説明文で計算されている計数は指定されている端数処理を行った後の値を用いて計算した。採点にあたっては、端数処理前の値を用いて計算した結果の値も正解としている。
(以下 ⑥、⑦、⑧、⑩でも同様)

⑤ $200 \text{人} \times (1 - 0.09495 - 0.00081)$

⑥ $181 \text{人} \times 125,000 \text{円} \times 0.26866^*$ [*は④括弧内]

⑦ 加入年齢差は、21歳で加入した従業員 100人に

に対して20歳の特定年齢の標準保険料率を適用することによって生じる。

$3.17694 / 12.46971 = 0.25477 > 0.23976$ であり、掛金不足分が差損となる。

$\{100 \text{人} \times 125,000 \text{円} \times (3.17694 - 12.46971 \times 0.23976)\} \times 1.055$

ただし、20歳の新規加入員の責任準備金は0としている。

- ⑧ 定年退職者のみに対し給付のある制度のため、定年以前の年齢においては脱退実績が予定脱退を下回ると、予定以上の残存者分の責任準備金額が差損となる。（予定どおりであれば責任準備金の積立が不要となるはずのものが、残存しているため積み立てて置かなければならなくなったということ）

20歳0年、21歳0年および21歳1年の集団について予定以上に残存した者の責任準備金が差損額となる。

$$20歳0年：\{100人 - 100人 \times (1 - 0.09495 - 0.00081)\} \times 125,000円 \times 0.26866$$

$$21歳0年：\{100人 - 100人 \times (1 - 0.07442 - 0.00079)\} \times 130,000円 \times$$

$$(3.48486 - 12.58138 \times 0.23976)$$

$$21歳1年：\{(200人 - 10人) - 200人 \times (1 - 0.07442 - 0.00079)\} \times 130,000円 \times$$

$$(3.57422 - 12.58138 \times 0.23976)$$

$$321,586円 + 457,920円 + 365,557円 = 1,145,063円$$

- ⑨ 平成5年4月1日から加入している者の平成7年3月31日の予定昇給は5,000円（∵ 130,000円 - 125,000円）だから、10,000円という予定以上の給与上昇は将来の給付の見込みの増加が大きすぎることであり、差損を生じる。（収支が合うためには、給付の見込みが予定以上に増加したことに見合った過去期間分の保険料が必要である、ということ）この差損は予定以上の昇給額の22歳2年の責任準備金となるため、以下のとおり。

$$\{10,000円 - (130,000円 - 125,000円)\} \times 90人 \times (3.57422 - 12.58138 \times 0.23976)$$

- ⑩ 平成5年度末資産 5,574千円 \times 1.055 \approx 6,070千円

$$\text{平成6年度給与} (200人 \times 125,000円 + 100人 \times 120,000円 + 100人 \times 125,000円)$$

$$\text{したがって 平成6年度始収入} 49,500千円 \times 0.23976 \approx 11,868千円、給付は0$$

$$\text{平成6年度末予定資産残高の} (6,070千円 + 11,868千円) \times 1.055 \approx 18,925千円$$

実際の積立金を比較すると 19,000千円 - 18,925千円 = 75千円 の利差益である。

$$3. (1) \text{ ① } V_0 \div (\ddot{a}_{67} \times G_0) \quad \text{② } V_0 \times (1/5) \div G_0$$

- (2) ① $\{V_0 \div (\ddot{a}_{67} \times G_0)\} \times \{G_0 \times (1+k/100)^2\} = (V_0/\ddot{a}_{67}) \times (1+k/100)^2$
 ② $\{V_0 \times (1/5) \div G_0\} \times \{G_0 \times (1+k/100)^2\} = (V_0/5) \times (1+k/100)^2$
 ③ $\{0.7^2 \cdot V_0 \cdot (1+i)^2 + 0.7 \cdot (k/100) \cdot 2 \cdot V_0 \cdot (1+i) + (k/100) \cdot (1+k/100) \cdot 2 \cdot V_0\} \times 0.3$
 ④ $0.22 \cdot V_0$

(3) 償却額の終価が大きい順番となる。(∵後発債務は償却方法と無関係)

① 1年目の償却額 $10,000 \div (5.32948 \times 1,000) \times 1,000 = 1.87636 \times 1,000 = 1,876.36$

2年目の償却額 $1,876.36 \times 1.04 = 1,951.41$

同様に 3年目：2,029.47、4年目：2,110.64、5年目：2,195.07

② 1年目の償却額 $10,000 \times (1/5) \div 1,000 \times 1,000 = 2,000$ 、以下①と同様に

2年目：2,080、3年目：2,163.2、4年目：2,249.73、5年目：2,339.72

5年目終価 11,925.74

③ 1年目 $10,000 \times 0.3 = 3,000$ 償却直後過去勤務債務： $10,000 - 3,000 = 7,000$

2年目 $(7,000 \times 1.05 + 20,000 \times 0.04) \times 0.3 = 2,445$ 同上： $8,150 - 2,445 = 5,705$

3年目 $(5,705 \times 1.05 + 20,800 \times 0.04) \times 0.3 = 2,046.68$ 同上：4,775.58

4年目 $(4,775.58 \times 1.05 + 21,632 \times 0.04) \times 0.3 = 1,763.89$ 同上：4,115.75

5年目 $(4,115.75 \times 1.05 + 22,497.28 \times 0.04) \times 0.3 = 1,566.43$

3年目終価 7,921.43 5年目終価 12,151.89

④ $0.22 \times 10,000 = 2,200$ で毎年同一額で3年目までは②を上回っている。

3年目終価 6,935.5 5年目終価 12,156.39

これらより、3年目で償却が最も進んでいるのは③、5年目は④である。

4. 定年時の給付現価をAとする。特定年齢を超えたある年齢 x ($x_e < x < x_r$) で追加加入した場合の後発過去勤務債務は

$$l_x \cdot \{(D_{x_r}/D_x) \times A - {}^eP \cdot (N_x - N_{x_r})/D_x\} \dots\dots\dots \textcircled{1} \text{ となる。}$$

また、 ${}^eP = \{D_{x_r} \times A \div (N_{x_e} - N_{x_r})\}$ であるからこれを①式に代入すると

$$\text{与式} = l_x \cdot \{(D_{x_r}/D_x) \times A - D_{x_r} \times A / (N_{x_e} - N_{x_r}) \cdot (N_x - N_{x_r})/D_x\}$$

$$\begin{aligned}
&= (l_x \cdot D_{x_r} \cdot A / D_x) \times \{1 - (N_x - N_{x_r}) / (N_{x_e} - N_{x_r})\} \\
&= (l_x \cdot D_{x_r} \cdot A / D_x) \times \{(N_{x_e} - N_x) / (N_{x_e} - N_{x_r})\} \dots\dots\dots \textcircled{1}' \text{ となる。}
\end{aligned}$$

一方、年齢 x までの標準保険料の元利合計は

$$\begin{aligned}
&{}^E P \cdot \{l_{x_e} \cdot (1+i)^{x-x_e} + l_{x_e+1} \cdot (1+i)^{x-x_e-1} + \dots\dots + l_{x-1} \cdot (1+i)\} \\
&= {}^E P \cdot \{l_x \cdot (D_{x_e} / D_x) + l_{x+1} \cdot (D_{x_e+1} / D_x) + \dots\dots + l_x \cdot (D_{x-1} / D_x)\} \\
&= {}^E P \cdot \{l_x / D_x \cdot (N_{x_e} - N_x)\} \\
&= \{D_{x_r} \cdot A / (N_{x_e} - N_{x_r})\} \cdot \{l_x / D_x \cdot (N_{x_e} - N_x)\} \dots\dots\dots \textcircled{2}
\end{aligned}$$

①' = ② より題意は示された。

5. (1) $P_{x_e} = S_{x_0} / G_{x_0}$ ここに S_{x_0} 、 G_{x_0} はそれぞれ給付現価、給与現価であり

$$\begin{aligned}
S_{x_0} &= \sum_{y=x_0}^{x_r-1} (y - x_e) \cdot C y^{(w)} \cdot (D'_{x_r} / D'_{y+1}) \cdot \ddot{a}'_{x_r} + (x_r - x_e) \cdot D_{x_r} \cdot \ddot{a}'_{x_r} \\
G_{x_0} &= \sum_{y=x_0}^{x_r-1} D y
\end{aligned}$$

(2) 生存脱退率が全てゼロの場合、加入年齢 x の者の標準保険料率 P_x は

$$P_x = (x_r - x) \cdot D_{x_r} \cdot \ddot{a}'_{x_r} / \sum_{y=x}^{x_r-1} D y \quad \text{と表される。} \quad x+1 \text{ の者は}$$

$$P_{x+1} = (x_r - x - 1) \cdot D_{x_r} \cdot \ddot{a}'_{x_r} / \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y \quad \text{と表され、これらの差をとると}$$

$$P_{x+1} - P_x = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}'_{x_r}}{\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D y\right) \cdot \left(\sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y\right)} \left\{ (x_r - x - 1) \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D y - (x_r - x) \cdot \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y \right\}$$

であり { } 内は $(x_r - x - 1) \cdot \sum_{y=x}^{x_r-1} D y - (x_r - x - 1) \cdot \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y - \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y$

$$= (x_r - x - 1) \cdot D_x - \sum_{y=x+1}^{x_r-1} D y = \sum_{y=x+1}^{x_r-1} (D_x - D y) \quad \text{となり}$$

$D_x > D_{x+1} > \dots\dots > D_{x_r-1}$ より { } は正。この結果 $P_{x+1} - P_x > 0$ である。

したがって、加入年齢が上昇すれば標準保険料率も上昇する。