保険数学1（問題）

1．次の（1）から（10）までについて、それぞれ五つの選択肢の中から正しいものを一つ選んで、所定の解答用紙にその記号（（A）から（E）のうちいずれか一つ。）を記入せよ。（50点）

（1）元金1を投資して利殖する場合、t年後の利力を $\dfrac{2}{5(1+kt)^2}$（kは定数）として、tが増大するにしたがって終価は $e^{\frac{99}{25}}$ に近づくものとするとき、t＝100 の終価に最も近いものは次のうちどれか。

（A）$e^{4.0}$　（B）$e^{3.6}$　（C）$e^{3.2}$　（D）$e^{2.8}$　（E）$e^{2.4}$

（2）30年間の年1回期始払確定年金を考える。最初の10年間は年金額1、次の10年間は年金額1.5、最後の10年間は年金額2とするとき、年金開始から30年後の年金終価に最も近いものは次のうちどれか。但し、$i=0.05$とし、必要なら $(1+i)^{10}=1.62889$ を用いよ。

（A）91　（B）92　（C）93　（D）94　（E）95

（3）$\mu_x=\dfrac{x}{a-x^2}$ のとき、p_x に等しいものは次のうちどれか。

（A）$\dfrac{a-(x+1)^2}{a-x^2}$　（B）$\dfrac{a-x^2}{a-(x+1)^2}$　（C）$\left\{\dfrac{a-x^2}{a-(x+1)^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$　（D）$\left\{1-\dfrac{2x+1}{a-x^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$　（E）$\dfrac{a}{a+x^2}$

（4）xからx＋1まで死亡が一年間を通じて一様に発生するとき、

$\bar{a}_{x:\overline{1|}}=\dfrac{1}{\delta}-\dfrac{v}{\delta}+q_x\cdot\boxed{}$ となる。この$\boxed{}$に等しいものは次のうちどれか。

（A）$\dfrac{v}{\delta}-\dfrac{d}{\delta^2}$　（B）$\dfrac{v}{\delta}+\dfrac{d}{\delta^2}$　（C）$\dfrac{v}{\delta^2}-\dfrac{d}{\delta}$　（D）$\dfrac{d}{\delta}-\dfrac{v}{\delta^2}$　（E）$\dfrac{v}{\delta^2}+\dfrac{d}{\delta}$

（5）n年満期養老保険（保険金即時払、保険金1）において死亡保険金は利力δ（一定）で満期時まで据置くものとする。死力をμ（一定）とするとき、満期時における受取額の平均値（期待値）に等しいものは次のうちどれか。

（A）$\dfrac{\mu e^{\delta n}+\delta e^{-\mu n}}{\mu+\delta}$　（B）$\dfrac{\delta e^{-\delta n}+\mu e^{-\mu n}}{\mu+\delta}$　（C）$\dfrac{\delta e^{-\mu n}-\mu e^{\delta n}}{\delta-\mu}$　（D）$\dfrac{\delta e^{\mu n}-\mu e^{-\delta n}}{\delta-\mu}$　（E）$\dfrac{\mu e^{(\delta-\mu)n}}{\mu+\delta}$

（6）終身保険（保険金期末払、保険金1）の終身払込年払純保険料をP_xとする。今、この予定利率とx歳からの予定死亡率によれば、最初のm年間は $3P_x$、その後の終身間は $0.5P_x$ を年払純保険料として払い込むことができるという。このとき、m年短期払込年払純保険料 ${}_mP_x$ に等しいものは、次のうちどれか。

（A）$4.0P_x$　（B）$4.5P_x$　（C）$5.0P_x$　（D）$5.5P_x$　（E）$6.0P_x$

（7）$i=0.055$、$D_{30}=19622$、$N_{30}=336587$、$S_{30}=5016716$ のとき、$(IA)_{30}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A）3.5　（B）3.8　（C）4.1　（D）4.4　（E）4.7

（8）20年満期で、第t保険年度の死亡給付として、$\dfrac{t}{20}$と保険年度末責任準備金 ${}_t\tilde{V}_x$ の合計額をその保険年度末に支払う保険を考える。年払純保険料$\tilde{P}_x=0.025$、${}_4\tilde{V}_x=0.2845$、${}_5\tilde{V}_x=0.3241$、$i=0.055$ とすると、q_{x+4} の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A）0.00966　（B）0.00969　（C）0.00972　（D）0.00975　（E）0.00978

（９）終身保険（保険金期末払、保険金１）について、 ${}_1V_x=0.005$ および ${}_1V_{x+1}=0.006$ のとき、 ${}_2V_x$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.009　(B) 0.010　(C) 0.011　(D) 0.012　(E) 0.013

(10) $A_{x+t:\overline{n-t}|}$ 、${}_tV_{x:\overline{n}|}$ および $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$ を、契約時からｔ年を経過した時点での、それぞれ残りｎ－ｔ年間におけるある保険取引の現価を表わす確率変数（保険取引の発生確率は、q_{x+t} 、${}_{1|}q_{x+t}$ 、${}_{2|}q_{x+t}$ 、……、${}_{n-t-1|}q_{x+t}$ 、 ${}_{n-t}p_{x+t}$ で与えられる。）の平均値とみることができる。このときそれぞれの確率変数の分散を $\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$、$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})$、および $\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$ で表わすものとすると、次のうち正しいものはどれか。

(A) $\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})=d^{-2}\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$

(B) $\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=(d\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})^{-2}\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

(C) $\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})\cdot(1-A_{x:\overline{n}|})^2=\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

(D) $\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})-(P_{x:\overline{n}|})^2\cdot\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$

(E) $d^2\cdot\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=\{(P_{x:\overline{n}|})^2+d^2\}\cdot\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

２．ｍ（正整数）が与えられているとき、第ｔ保険年度（$1\leqq t\leqq n$）の死亡には保険金 $\ddot{a}_{\overline{t}|}$ をその年度末に支払い、ｎ年後の生存には保険金 $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ を支払うｎ年満期の保険において、一時払純保険料は、

$$\frac{1}{d}\left(A_{x:\overline{n}|}-A'_{x:\overline{n}|}\right)$$

と表わされることを証明せよ。ここに、$A_{x:\overline{n}|}$ は予定利率ｉによる養老保険の一時払純保険料率で、$d=\frac{i}{1+i}$ とし、$A'_{x:\overline{n}|}$ は他の予定利率による養老保険の一時払純保険料率である。　(25点)

３．ｘ歳加入、ｎ年満期、保険料全期払込で、次の①から③の給付を行う保険を考える。

①災害による死亡には、その死亡時に保険金 1.5を支払う。

②災害以外による死亡には、その死亡時に保険金 $\frac{t}{n}$ を支払う。（ｔは死亡時までの経過年数で年未満の端数は切上げる。）

③満期まで生存したときは、満期保険金１を支払う。

この保険について、次の問に答えよ。但し、予定災害死亡率 q^* は年齢によらず一定とする。　(25点)

（１）年払平準純保険料を求めよ。

（２）将来法および過去法による純保険料式責任準備金をそれぞれ求め、それらが一致することを証明せよ。

保険数学１（解答例）

1.

設問番号	解答欄
(1)	(B)
(2)	(D)
(3)	(D)
(4)	(A)
(5)	(A)
(6)	(C)
(7)	(B)
(8)	(B)
(9)	(C)
(10)	(C)

正解は上表のとおりであるが，以下問題を再掲するとともに解法を略記する。

(1)元金１を投資して利殖する場合，t 年後の利力を$\dfrac{2}{5(1+kt)^2}$（k は定数）として，t が増大するにしたがって終価は $e^{\frac{99}{25}}$ に近づくものとするとき，$t=100$ の終価に最も近いものは次のうちどれか。

(A) $e^{4.0}$　(B) $e^{3.6}$　(C) $e^{3.2}$　(D) $e^{2.8}$　(E) $e^{2.4}$

（答） (B)

$$S_t=\exp\left(\int_0^t \delta_s ds\right)$$

$$=\exp\left(\int_0^t \frac{2}{5(1+ks)^2}ds\right) \qquad \text{（題意より）}$$

$$=\exp\left\{\frac{2}{5}\left[-\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{1+ks}\right]_0^t\right\}$$

$$=\exp\left\{\frac{2}{5k}\left(1-\frac{1}{1+kt}\right)\right\}$$

$$\therefore\quad S_\infty=\exp\left(\frac{2}{5k}\right)=e^{\frac{99}{25}} \qquad \text{（題意より）}$$

$$\therefore\quad k=\frac{10}{99}$$

$$\therefore\quad S_{100}=\exp\left\{\frac{2}{5\cdot\frac{10}{99}}\left(1-\frac{1}{1+\frac{10}{99}\cdot 100}\right)\right\}$$

$$=e^{\frac{3960}{1099}}\fallingdotseq e^{3.6032757}\fallingdotseq e^{3.6}$$

(2)30年間の年1回期始払確定年金を考える。最初の10年間は年金額1，次の10年間は年金額1.5，最後の10年間は年金額2とするとき，年金開始から30年後の年金終価に最も近いものは次のうちどれか。ただし，$i=0.05$ とし，必要なら $(1+i)^{10}=1.62889$ を用いよ。

(A) 91　(B) 92　(C) 93　(D) 94　(E) 95

（答） (D)

$$\text{求める終価}=\ddot{S}_{\overline{10|}}(1+i)^{20}+1.5\ddot{S}_{\overline{10|}}(1+i)^{10}+2\ddot{S}_{\overline{10|}}$$

$$=\frac{(1+i)\{(1+i)^{10}-1\}}{i}[\{(1+i)^{10}\}^2+1.5(1+i)^{10}+2]$$

$$=\frac{1.05(1.62889-1)}{0.05}\cdot\{(1.62889)^2+1.5\times1.62889+2\}\ \text{（題意より）}$$

$$=93.722829$$

(3)$\mu_x=\dfrac{x}{a-x^2}$ のとき，p_x に等しいものは次のうちどれか。

(A) $\dfrac{a-(x+1)^2}{a-x^2}$　(B) $\dfrac{a-x^2}{a-(x+1)^2}$　(C) $\left\{\dfrac{a-x^2}{a-(x+1)^2}\right\}^{1/2}$

(D) $\left\{1-\dfrac{2x+1}{a-x^2}\right\}^{1/2}$　(E) $\dfrac{a}{a+x^2}$

（答） (D)

$$p_x=\exp\left\{-\int_0^1\mu_{x+t}dt\right\}$$

$$=\exp\left\{-\int_x^{x+1}\mu_t dt\right\}$$

$$=\exp\left\{-\int_x^{x+1}\frac{t}{a-t^2}dt\right\}\qquad\text{（題意より）}$$

$$=\exp\left\{\left[\frac{1}{2}\log(a-t^2)\right]_x^{x+1}\right\}$$

$$=\left\{\frac{a-(x+1)^2}{a-x^2}\right\}^{1/2}$$

$$=\left\{1-\frac{2x+1}{a-x^2}\right\}^{1/2}$$

(4) x から $x+1$ まで死亡が一年間を通じて一様に発生するとき，

$\bar{a}_{x:\overline{1|}}=\frac{1}{\delta}-\frac{v}{\delta}+q_x\cdot$ $\boxed{}$ となる。この $\boxed{}$ に等しいものは次のうちどれか。

(A) $\frac{v}{\delta}-\frac{d}{\delta^2}$　(B) $\frac{v}{\delta}+\frac{d}{\delta^2}$　(C) $\frac{v}{\delta^2}-\frac{d}{\delta}$　(D) $\frac{d}{\delta}-\frac{v}{\delta^2}$　(E) $\frac{v}{\delta^2}+\frac{d}{\delta}$

（答）(A)

$$\bar{a}_{x:\overline{1|}}=\int_0^1 v^t\,{}_tp_x dt$$

$$=\int_0^1 v^t(1-{}_tq_x)dt$$

$$=\int_0^1 v^t(1-t\cdot q_x)dt \qquad \text{（題意より）}$$

$$=\left[\frac{v^t}{\log v}\right]_0^1-q_x\left\{\left[\frac{tv^t}{\log v}\right]_0^1-\int_0^1\frac{v^t}{\log v}dt\right\}$$

$$=\left(-\frac{v}{\delta}+\frac{1}{\delta}\right)-q_x\left\{-\frac{v}{\delta}-\left[\frac{v^t}{(\log v)^2}\right]_0^1\right\}$$

$$=\frac{1}{\delta}-\frac{v}{\delta}+q_x\left\{\frac{v}{\delta}+\frac{v-1}{\delta^2}\right\}$$

$$=\frac{1}{\delta}-\frac{v}{\delta}+q_x\left(\frac{v}{\delta}-\frac{d}{\delta^2}\right)$$

(5) n 年満期養老保険（保険金即時払，保険金1）において死亡保険金は利力 δ（一定）で満期時まで据置くものとする。死力を μ（一定）とするとき，満期時における受取額の平均値（期待値）に等しいものは次のうちどれか。

(A) $\frac{\mu e^{\delta n}+\delta e^{-\mu n}}{\mu+\delta}$　(B) $\frac{\delta e^{-\delta n}+\mu e^{-\mu n}}{\mu+\delta}$　(C) $\frac{\delta e^{-\mu n}-\mu e^{\delta n}}{\delta-\mu}$

(D) $\frac{\delta e^{\mu n}-\mu e^{-\delta n}}{\delta-\mu}$　(E) $\frac{\mu e^{(\delta-\mu)n}}{\mu+\delta}$

（答）(A)

$$\text{求める平均値}=\int_0^n {}_tp_x\cdot\mu\cdot e^{\delta(n-t)}dt+{}_np_x$$

$$=\int_0^n\{e^{-\int_0^t\mu ds}\}\mu\cdot e^{\delta(n-t)}dt+e^{-\int_0^n\mu ds}$$

$$=\mu e^{\delta n}\int_0^n e^{-(\mu+\delta)t}dt+e^{-\mu n}$$

$$=\mu e^{\delta n}\cdot\frac{1}{-(\mu+\delta)}[e^{-(\mu+\delta)t}]_0^n+e^{-\mu n}$$

$$=\frac{-\mu e^{\delta n}}{\mu+\delta}(e^{-(\mu+\delta)n}-1)+e^{-\mu n}$$

$$=\frac{\mu e^{\delta n}+\delta e^{-\mu n}}{\mu+\delta}$$

(6)終身保険（保険金期末払，保険金１）の終身払込年払純保険料をP_xとする。今，この予定利率とx歳からの予定死亡率によれば，最初のm年間は$3P_x$その後の終身間は$0.5P_x$を年払純保険料として払い込むことができるという。

このとき，m年短期払込年払純保険料${}_mP_x$に等しいものは，次のうちどれか。

(A) $4.0P_x$　(B) $4.5P_x$　(C) $5.0P_x$　(D) $5.5P_x$　(E) $6.0P_x$

（答） (C)

$$P_x\cdot\ddot{a}_x=3P_x\cdot\ddot{a}_{x:\overline{m}|}+0.5P_x\cdot{}_{m|}\ddot{a}_x$$

$$=2.5P_x\ddot{a}_{x:\overline{m}|}+0.5P_x\cdot\ddot{a}_x$$

これより，$0.5P_x\cdot\ddot{a}_x=2.5P_x\cdot\ddot{a}_{x:\overline{m}|}$　$\therefore\ \ddot{a}_{x:\overline{m}|}=\frac{0.5}{2.5}\ddot{a}_x$

$$_mP_x=\frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}=\frac{P_x\ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}=\frac{2.5}{0.5}P_x=5P_x$$

(7)$i=0.055$，$D_{30}=19622$，$N_{30}=336587$，$S_{30}=5016716$のとき，$(IA)_{30}$の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 3.5　(B) 3.8　(C) 4.1　(D) 4.4　(E) 4.7

（答） (B)

$$(IA)_{30}=\frac{R_{30}}{D_{30}}=\frac{1}{D_{30}}(C_{30}+2C_{31}+\cdots)$$

$$=\frac{1}{D_{30}}\{vD_{30}-D_{31}+2(vD_{31}-D_{32})+\cdots\}$$

$$=\frac{1}{D_{30}}(vS_{30}-S_{31})=\frac{1}{D_{30}}(vS_{30}+N_{30}-S_{30})$$

$$=\frac{1}{19622}\left(\frac{5016716}{1.055}+336587-5016716\right)$$

$$=3.824\cdots$$

(8)20年満期で，第t保険年度の死亡給付として，$\frac{t}{20}$と保険年度末責任準備金${}_t\widetilde{V}_x$の合計額をその保険年度末に支払う保険を考える。年払純保険料$\widetilde{P}_x=0.025$，${}_4\widetilde{V}_x=0.2845$，${}_5\widetilde{V}_x=0.3241$，$i=0.055$とすると，$q_{x+4}$の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.00966　(B) 0.00969　(C) 0.00972　(D) 0.00975　(E) 0.00978

（答）(B)

$$({}_4\widetilde{V}_x+\widetilde{P}_x)(1+i)-\left(\frac{5}{20}+{}_5\widetilde{V}_x\right)q_{x+4}=(1-q_{x+4}){}_5\widetilde{V}_x$$

より

$$(0.2845+0.025)\times 1.055-(0.25+0.3241)q_{x+4}=0.3241(1-q_{x+4})$$

$$\therefore\quad 0.3265225-0.5741q_{x+4}=0.3241-0.3241q_{x+4}$$

$$q_{x+4}=0.00969$$

(9)終身保険（保険金期末支払，保険金１）について，${}_1V_x=0.005$ および ${}_1V_{x+1}=0.006$ のとき，${}_2V_x$の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.009　(B) 0.010　(C) 0.011　(D) 0.012　(E) 0.013

（答）(C)

$${}_tV_x=1-\frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}$$

より

$${}_2V_x=1-\frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_x}=1-\frac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x}\frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}}=1-(1-{}_1V_x)(1-{}_1V_{x+1})$$

$$=1-(1-0.005)(1-0.006)$$

$$=0.01097$$

(10)$A_{x+t:\overline{n-t}|}$, ${}_tV_{x:\overline{n}|}$および$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$を，契約時から$t$年を経過した時点での，それぞれ残り$n-t$年間における保険取引の現価を表す確率変数（保険取引の発生確率は，q_{x+t}，${}_{1|}q_{x+t}$，${}_{2|}q_{x+t}$，……，${}_{n-t-1|}q_{x+t}$，${}_{n-t}p_{x+t}$で与えられる。）の平均値とみることができる。このときそれぞれの確率変数の分散を$\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$，$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})$，および$\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$で表すものとすると，次のうち正しいものはどれか。

(A)　$\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})=d^{-2}\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$

(B)　$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=(d\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})^{-2}\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

(C)　$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})\cdot(1-A_{x:\overline{n}|})^2=\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

(D)　$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})-(P_{x:\overline{n}|})^2\cdot\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})$

(E)　$d^2\cdot\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=\{(P_{x:\overline{n}|})^2+d^2\}\cdot\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t}|})$

（答）(C)

$$\sigma^2({}_tV_{x:\overline{n}|})=\sum_{s=1}^{n-t}(v^s-P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{s}|})^2{}_{s-1|}q_{x+t}+(v^{n-t}-P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{n-t}|})^2{}_{n-t}p_{x+t}-({}_tV_{x:\overline{n}|})^2$$

また，

$$v^s - P_{x:\overline{n|}}\ddot{a}_{\overline{s|}} = \left(\frac{P_{x:\overline{n|}}}{d} + 1\right)v^s - \frac{P_{x:\overline{n|}}}{d}$$

$$_tV_{x:\overline{n|}} = \left(\frac{P_{x:\overline{n|}}}{d} + 1\right)A_{x+t:\overline{n-t|}} - \frac{P_{x:\overline{n|}}}{d}$$

$$A_{x+t:\overline{n-t|}} = \sum_{s=1}^{n-t} v^s{}_{s-1|}q_{x+t} + v^{n-t}{}_{n-t}p_{x+t}$$

$$\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t|}}) = \left(\sum_{s=1}^{n-t} v^{2s}{}_{s-1|}q_{x+t} + v^{2(n-t)}{}_{n-t}p_{x+t}\right) - (A_{x+t:\overline{n-t|}})^2$$

以上より

$$\sigma^2(_tV_{x:\overline{n|}}) = \left(\frac{P_{x:\overline{n|}}}{d} + 1\right)^2 \sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t|}})$$

よって $\sigma^2(_tV_{x:\overline{n|}})(1 - A_{x:\overline{n|}})^2 = \sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t|}})$

なお

(A)は $\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t|}}) = d^2\sigma^2(\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}})$ なら正しい。

(B)は $\sigma^2(_tV_{x:\overline{n|}}) = (d\ddot{a}_{x:\overline{n|}})^{-2}\sigma^2(A_{x+t:\overline{n-t|}})$ なら正しい。

(D), (E)は明らかに誤り

2. $\ddot{a}_{\overline{tm|}} = 1 + v \cdots + v^{tm-1}$

$$= \frac{1-v^{tm}}{1-v} = \frac{1-v^{tm}}{d}$$

であるので，一時払保険料は

$$A = vq_x\ddot{a}_{\overline{m|}} + v^2{}_{1|}q_x\ddot{a}_{\overline{2m|}} + \cdots + v^n{}_{n-1|}q_x\ddot{a}_{\overline{nm|}} + v^n{}_np_x\ddot{a}_{\overline{nm|}}$$

$$= \frac{1}{d}\{vq_x(1-v^m) + v^2{}_{1|}q_x(1-v^{2m}) + \cdots + v^n{}_{n-1|}q_x(1-v^{nm}) + v^n{}_np_x(1-v^{nm})\}$$

$$= \frac{1}{d}[\{vq_x + v^2{}_{1|}q_x + \cdots + v^n{}_{n-1|}q_x + v^n{}_np_x\}$$

$$-\{v^{m+1}q_x + v^{2(m+1)}{}_{1|}q_x + \cdots + v^{n(m+1)}{}_{n-1|}q_x + v^{n(m+1)}{}_np_x\}]$$

$$= \frac{1}{d}(A_{x:\overline{n|}} - A'_{x:\overline{n|}})$$

となり，ここに

$$A'_{x:\overline{n|}} = v^{m+1}q_x + v^{2(m+1)}{}_{1|}q_x + \cdots + v^{n(m+1)}{}_{n-1|}q_x + v^{n(m+1)}{}_np_x$$

である。これは，$v' = v^{m+1}$ すなわち $i' = (1+i)^{m+1} - 1$ を予定利率とする養老保険の一時払保険料である。

3. (1)求める保険料を P とする。

第 t 保険年度の死亡については $\frac{t}{n}$ 支払う。ただし災害による死亡の場合にはさらに $1.5-\frac{t}{n}$ を加えて支払う。また満期保険金は1であるので

$$P\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=\sum_{t=1}^{n}\frac{\overline{C}_{x+t-1}}{D_x}\cdot\frac{t}{n}+\sum_{t=1}^{n}\frac{D_{x+t-1}}{D_x}v^{\frac{1}{2}}q^a\cdot\left(1.5-\frac{t}{n}\right)+\frac{D_{x+n}}{D_x}\cdot 1$$

$$=\frac{1}{n}(I\overline{A})^1_{x:\overline{n}|}+1.5v^{\frac{1}{2}}q^a\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\frac{1}{n}v^{\frac{1}{2}}q^a(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}+A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$$

従って

$$P=1.5v^{\frac{1}{2}}q^a+\frac{1}{n\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\{(I\overline{A})^1_{x:\overline{n}|}-v^{\frac{1}{2}}q^a(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}\}+P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$$

$$=1.5v^{\frac{1}{2}}q^a+\frac{1}{N_x-N_{x+n}}\left\{\frac{\overline{R}_x-\overline{R}_{x+n}-n\overline{M}_{x+n}}{n}-v^{\frac{1}{2}}q^a\frac{S_x-S_{x+n}-nN_{x+n}}{n}+D_{x+n}\right\}$$

(2)第 t 保険年度末将来法責任準備金を ${}_tV^P$ 過去法責任準備金を ${}_tV^R$ とする。

(将来法)

$${}_tV^P=\left\{\sum_{k=t+1}^{n}\frac{\overline{C}_{x+k-1}}{D_{x+t}}\cdot\frac{k}{n}+\sum_{k=t+1}^{n}\frac{D_{x+k-1}}{D_{x+t}}v^{\frac{1}{2}}q^a\left(1.5-\frac{k}{n}\right)+\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}\right\}-P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

$$=\frac{1}{D_{x+t}}\left\{\frac{t}{n}\sum_{k=t+1}^{n}\overline{C}_{x+k-1}+\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-t}k\overline{C}_{x+t+k-1}+1.5v^{\frac{1}{2}}q^a\sum_{k=t+1}^{n}D_{x+k-1}\right.$$

$$\left.-v^{\frac{1}{2}}q^a\left(\frac{t}{n}\sum_{k=t+1}^{n}D_{x+k-1}+\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-t}kD_{x+t+k-1}\right)+D_{x+n}\right\}-P\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}$$

$$=\frac{1}{D_{x+t}}\left\{\frac{t(\overline{M}_{x+t}-\overline{M}_{x+n})}{n}+\frac{\overline{R}_{x+t}-\overline{R}_{x+n}-(n-t)\overline{M}_{x+n}}{n}+1.5v^{\frac{1}{2}}q^a(N_{x+t}-N_{x+n})\right.$$

$$\left.-v^{\frac{1}{2}}q^a\left[\frac{t(N_{x+t}-N_{x+n})}{n}+\frac{S_{x+t}-S_{x+n}-(n-t)N_{x+n}}{n}\right]+D_{x+n}\right\}$$

$$-P\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}$$

$$=\frac{1}{D_{x+t}}\left\{1.5v^{\frac{1}{2}}q^a(N_{x+t}-N_{x+n})+\frac{\overline{R}_{x+t}-\overline{R}_{x+n}+t\overline{M}_{x+t}-n\overline{M}_{x+n}}{n}\right.$$

$$\left.-v^{\frac{1}{2}}q^a\frac{S_{x+t}-S_{x+n}+tN_{x+t}-nN_{x+n}}{n}+D_{x+n}\right\}-P\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}$$

（過去法）

$$ {}_tV^R=P\frac{N_x-N_{x+t}}{D_{x+t}}-\left\{\sum_{k=1}^{t}\frac{\overline{C}_{x+k-1}}{D_{x+t}}\cdot\frac{k}{n}+\sum_{k=1}^{t}\frac{D_{x+k-1}}{D_{x+t}}v^{\frac{1}{2}}q^a\left(1.5-\frac{k}{n}\right)\right\} $$

$$ =P\frac{N_x-N_{x+t}}{D_{x+t}}-\frac{1}{D_{x+t}}\left\{1.5v^{\frac{1}{2}}q^a(N_x-N_{x+t})+\frac{\overline{R}_x-\overline{R}_{x+t}-t\overline{M}_{x+t}}{n}\right. $$

$$ \left.-v^{\frac{1}{2}}q^a\frac{S_x-S_{x+t}-tN_{x+t}}{n}\right\} $$

（一致の証明）

$$ {}_tV^P-{}_tV^R=\frac{1}{D_{x+t}}\left\{1.5v^{\frac{1}{2}}q^a(N_x-N_{x+n})+\frac{\overline{R}_x-\overline{R}_{x+n}-n\overline{M}_{x+n}}{n}\right. $$

$$ \left.-v^{\frac{1}{2}}q^a\frac{S_x-S_{x+n}-nN_{x+n}}{n}+D_{x+n}\right\}-P\frac{N_x-N_{x+n}}{D_{x+t}} $$

これに(1)の P を代入すれば ${}_tV^P-{}_tV^R=0$ 従って ${}_tV^P={}_tV^R$

以上