

死亡リスク，長寿リスクおよび解約・失効リスクの 将来の所要資本に対するリスクドライバーの導出 ～生保数理に基づくアプローチ～

丸山かおり

概要

本論文の研究対象は，2025 年にわが国で導入される経済価値ベースのソルベンシー規制において MOCE を推計する際に用いる将来の所要資本のランオフパターンである。

本論文では，一定の前提を満たす場合，死亡リスク，長寿リスクおよび解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素それぞれについて，原則どおりに推計した将来の所要資本と完全に比例するリスクドライバーが存在することを，生保数理に基づき証明する．このリスクドライバーを“理論ドライバー”と呼ぶ。

“理論ドライバー”は複雑な計算式であるため，実務的には使用しづらいという課題がある．そこで本論文では，ランオフパターンに基づく将来の所要資本推計の正確性を担保しつつ，“理論ドライバー”を若干変形させることにより，実務で使用しやすいリスクドライバーを導出する方法を提案する。

キーワード： 死亡リスク，長寿リスク，解約・失効リスク，水準およびトレンドの要素，将来の所要資本，ランオフパターン，リスクドライバー，MOCE，妥当性検証，経済価値ベースのソルベンシー規制

1 はじめに

2025 年にわが国で経済価値ベースのソルベンシー規制が導入される．本規制における検証項目の一つに“MOCE を推計する際に用いる将来の所要資本のランオフパターン”がある．これが本論文の研究対象である。

MOCE は「現在推計に上乗せされるマージン (Margin Over Current Estimate)」として定義される経済価値ベースのバランスシートの項目の一つである．図 1 のとおり現在推計と MOCE の合計が保険負債となる。

2022 年 6 月に公表された「経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する基本的な内容の暫定決定について [1]」で，MOCE は資本コスト法で推計することが示された．図 2 は資本コスト法での MOCE の推計方法を表している．MOCE を推計するためには，将来の各時点の所要資本（リスク量）を推計することが必要になる。

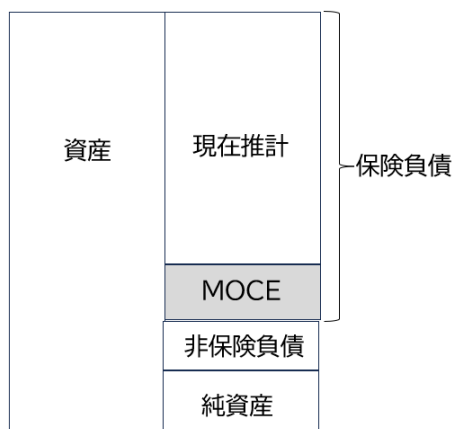


図 1: 経済価値ベースのバランスシート

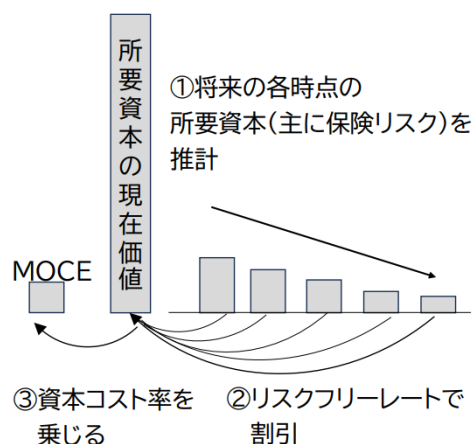


図 2: 資本コスト法での MOCE の推計方法

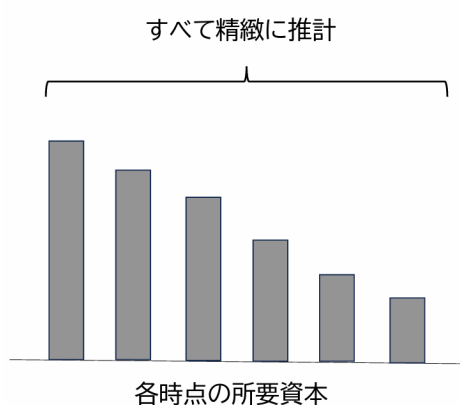


図 3: 原則法のイメージ図

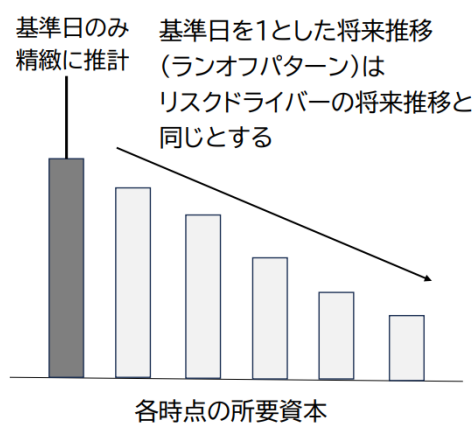


図 4: ランオフパターン法のイメージ図

実は、資本コスト法には一つ大きな課題がある。それは、将来の各時点の所要資本を原則どおりに精緻に推計することは実務負荷が非常に大きいという課題である。図3は原則法のイメージ図である。2022年のフィールドテストで金融庁が各社のMOCEの推計方法を確認したところ、多くの会社が将来の所要資本をランオフパターン法という簡便法で推計していることがわかった。図4はランオフパターン法のイメージ図である。ランオフパターン法では精緻に推計するのは基準日の所要資本だけで、将来分は所要資本そのものを推計せずに、基準日の所要資本を1とした将来推移(ランオフパターン)を推計する。ランオフパターンは、所要資本と相関があると考えられるリスクドライバーを一つ選択し、そのリスクドライバーの将来推移と同じとして推計する。このように、ランオフパターン法は将来の所要資本を簡便的に推計するため原則法と比べて実務負荷が小さくなる。

この状況に鑑みて、2023年6月、「経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する基準の最終化

に向けた検討状況について [2]」で、将来の所要資本の推計方法は原則法が基本としつつランオフパターン法も認めるとの方向性が示された。ただし、ランオフパターン法を用いる場合には妥当性検証が必要とされた。ランオフパターン法が認められたのは実務負荷の観点から望ましいことだが、妥当性検証において新たな問題が出てくる。特に、死亡リスク、長寿リスクおよび解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素においては、ランオフパターン法の所要資本と原則法の所要資本が乖離するという問題である。

なぜこの3つのリスクではランオフパターン法の所要資本と原則法の所要資本が乖離するのか。その理由は、リスクドライバーは既存の項目から選択することが一般的であるが、これら3つのリスクの場合、既存の項目の中に原則法の所要資本と比例する項目がおそらく存在しないためである。存在しないことを証明するのは難しいが、実際、これら3つのリスクについて原則法の所要資本と相関がありそうなリスクドライバーを思いつく限り列挙し原則法のランオフパターンと比較したが一致しなかった。

<既存の項目の例>

- ・現在推計
- ・現在推計で使用するキャッシュフロー（保険料・保険金・給付金・事業費等）やその現在価値
- ・各種指標（保有契約高・危険保険金額・単年度損益・経過保険料等）やその現在価値

表 1: リスクの特徴によるリスク項目の分類と原則法の所要資本と比例する既存の項目

リスクの特徴	リスク項目	原則法の所要資本と比例する既存の項目
死亡率や解約率等にストレスがかからず 特定のキャッシュフローが定数倍になる	罹患・障害リスク 経費リスク	該当するキャッシュフローの現在価値
死亡率や解約率等に 瞬間的にストレスがかかる	解約・失効リスク (大量解約の要素)	全件解約時解約返戻金額 －負債キャッシュフローの現在価値
死亡率や解約率等に 全期間にわたりストレスがかかる	死亡リスク、長寿リスク 解約・失効リスク (水準およびトレンドの要素)	(おそらく) 該当なし

表 1 は、生命保険リスクをリスクの特徴から分類し原則法の所要資本と比例する既存の項目を記載したものである。生命保険リスクのうち、死亡リスク、長寿リスクおよび解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素以外の要素は既存の項目の中に原則法の所要資本と比例する項目が存在する。

ここで実際の数字を少し紹介する。図 5(a) は平準払定期保険の契約 1 件を用いた死亡リスクの試算結果である。実線が原則法の所要資本のランオフパターンであり、横軸 0 の基準日を 100% として経過につれて原則法の所要資本がどのように推移するかを表している。原則法の所要資本と相関があると考えられる死亡保険金キャッシュフロー (CF) の現在価値、危険保険金額の現在価値および危険保険料の現在価値の将来推移も併せて載せている。グラフをみると、危険保険金の現在価

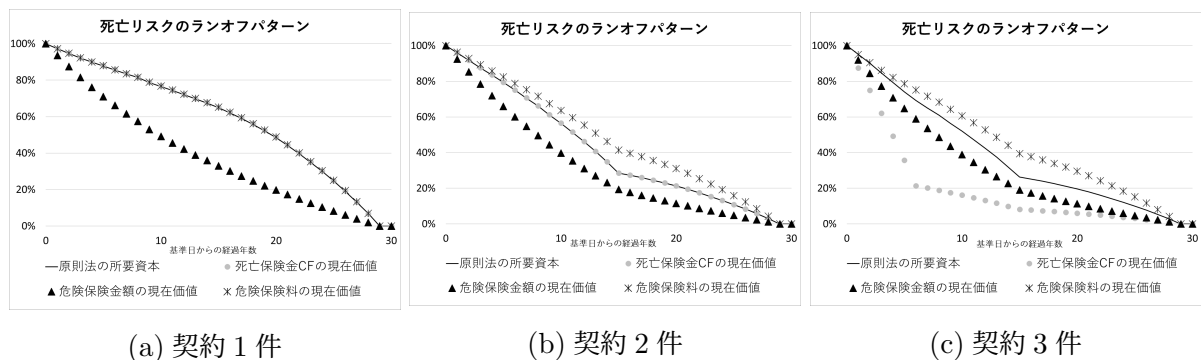


図 5: 既存の項目に基づく死亡リスクのランオフパターン

値の将来推移は原則法のランオフパターンから乖離しているが、死亡保険金キャッシュフローの現在価値と危険保険料の現在価値は原則法の所要資本のランオフパターンに近似している。

上記の平準払定期保険の契約 1 件に前提が異なるもう 1 件の平準払定期保険を加えた試算結果が図 5(b) である。(a) と異なり、危険保険料の現在価値の将来推移も原則法の所要資本のランオフパターンから乖離している。

さらに、一時払養老保険の契約 1 件を加えた試算結果が図 5(c) である。死亡保険金キャッシュフローの現在価値の将来推移も原則法の所要資本のランオフパターンから乖離し、死亡保険金キャッシュフローの現在価値、危険保険金額の現在価値および危険保険料の現在価値の将来推移はいずれも原則法の所要資本のランオフパターンから乖離している。

以上を前提とした本研究の目的は、既存の項目によらないアプローチにより、死亡リスク、長寿リスクおよび解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素について、ランオフパターン法の所要資本が原則法の所要資本に比例するリスクドライバーを導出することである。

本論文の成果は 2 つある。

1 つめの成果は、この 3 つのリスクについて、既存の項目から選択するアプローチではなく生保数理に基づく理論的なアプローチによりリスクドライバーを導出したことである。しかも、導出したリスクドライバーは一定の条件の下で原則法の所要資本と完全に比例する。このリスクドライバーを**理論ドライバー**と呼ぶ。つまり、MOCE のリスクドライバーとして理論ドライバーを選択すると、ランオフパターン法の所要資本は原則法の所要資本と完全に一致することになる。

2 つめの成果は、理論ドライバーをもとに実際に実務で使用するリスクドライバー（以下、**実務ドライバー**）を導出したことである。本論文におけるシステムに関する仮定の下では理論ドライバーは計算可能な実務負荷だが、複雑な計算式である。実務においては、定量的近似度だけでなく説明しやすさやシステム変更要否も非常に重要な要素である。そこで、ランオフパターンに基づく将来の所要資本推計の正確性を担保しつつ、理論ドライバーを式変形することにより、実務上の要請も満たす実務ドライバーの導出方法の提案も行う。

本論文の構成は次のとおりである。

第 2 章：諸準備として、(1) 本論文における原則法の所要資本の定義、(2) 本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提、(3) 本論文で用いる記号の定義、および (4) 本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定を説明する。

第 3 章：各リスクについて 2 種類の理論ドライバーを定義した上で、理論ドライバーに関する定理を紹介する。理論ドライバーの実務上の計算可能性についても言及する。

第 4 章：理論ドライバーに関する定理を証明する。

第 5 章：理論ドライバーをもとに実務ドライバーを導出する方法を提案する。

第 6 章：本論文のまとめを述べる。

2 諸準備

本章では、(1) 本論文における原則法の所要資本の定義、(2) 本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提、(3) 本論文で用いる記号の定義、および (4) 本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定を説明する。

2.1 本論文における原則法の所要資本の定義

本節では、本論文における死亡リスク、長寿リスクおよび解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素の原則法の所要資本を定義する。基本的には 2023 年の「経済価値ベースの評価・監督手法に関するフィールドテスト（仕様書）[3]」（以下、FT23 仕様書）の記載に基づくが、一定の仮定をおくことで、より単純な形で定式化する。

FT23 仕様書では、死亡（長寿）リスクの基準日時点における原則法の所要資本は、現在推計の計算に用いる死亡率がリスク係数の割合だけ増加（減少）した場合の経済価値ベースの純資産の減少額として計算するとされている。これに対して、本論文では次の仮定をおく。

- 経済価値ベースの資産および負債のうち、負債キャッシュフローの現在価値以外は、死亡率水準に対するストレスにより変動しない。
- 死亡率には死亡率と絶対死亡率の 2 つの概念があるが、ストレス適用の対象となる死亡率は絶対死亡率である。
- 将来時点における原則法の所要資本は、基準日時点における原則法の所要資本の定義における割引時点およびストレス開始時点を将来時点に変更したものである。

この仮定の下、本論文では、死亡（長寿）リスクの基準日の n 年後における原則法の所要資本を

次のとおり定義する。

死亡（長寿）リスクの基準日の n 年後における原則法の所要資本
＝死亡（長寿）リスクシナリオ（基準日の n 年後以降ストレス）の負債キャッシュフロー（CF）の
基準日の n 年後における現在価値
－ 最良推計シナリオの負債キャッシュフロー（CF）の基準日の n 年後における現在価値

ただし、死亡（長寿）リスクシナリオ（基準日の n 年後以降ストレス）は最良推計シナリオに対して基準日から n 年後以降の絶対死亡率のみ一律 $(1 + \text{リスク係数})$ 倍 $((1 - \text{リスク係数})$ 倍) としたシナリオを指す。図 6 および図 7 は、基準日時点および将来時点の原則法の所要資本の定義のイメージ図である。

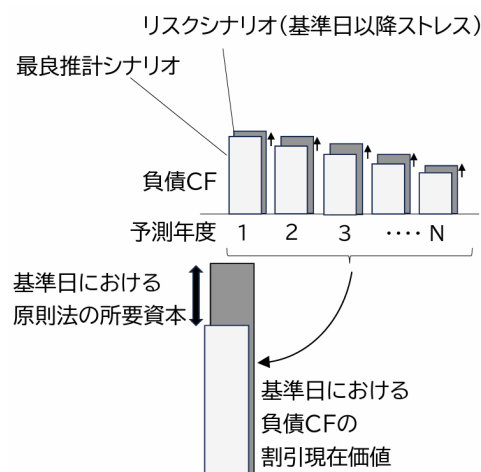


図 6: 基準日における原則法の所要資本

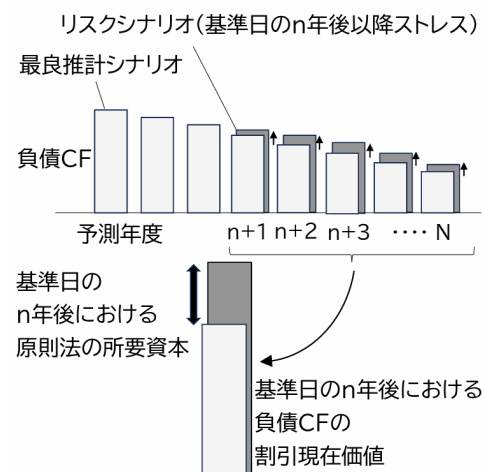


図 7: 基準日の n 年後における原則法の所要資本

FT23 仕様書には、解約・失効リスクの所要資本は、水準およびトレンドの要素（上昇ストレス）に対応する所要資本、水準およびトレンドの要素（下降ストレス）に対応する所要資本および大量解約の要素に対応する所要資本の 3 種類の所要資本を用いて計算されると記載されている。このうち、水準およびトレンドの要素（上昇ストレス）および水準およびトレンドの要素（下降ストレス）は、死亡リスクおよび長寿リスクとストレスの適用方法が類似しており、リスクドライバーについて同様の論理が成立する。そのため本論文では、解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素（上昇ストレス）および解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素（下降ストレス）を死亡リスクや長寿リスクと同列の独立したリスクとして扱う。解約・失効リスクの大量解約の要素は本論文の対象外とする。以降、解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素（上昇ストレス）を解約上昇リスク、解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素（下降ストレス）を解約下降リスクと呼ぶ。

また、FT23 仕様書には、解約上昇リスクおよび解約下降リスクのストレスの適用対象は、将来キャッシュフローを変化させ得る法的または契約上のオプション全ての行使率とされている。本論文では、解約上昇リスクおよび解約下降リスクのストレスの適用対象は、特に影響が大きいと考え

られる絶対解約率および更新率のみとする。更新率の場合、 $(1 - \text{更新率})$ に対してストレスが適用されるため、以降、 $(1 - \text{更新率})$ を**非更新率**と呼ぶ。

解約上昇リスクおよび解約下降リスクについて、死亡リスクおよび長寿リスクと同様に、本論文における原則法の所要資本を定義する。

各リスクの原則法の所要資本の定義をまとめると次のとおり。

定義 (原則法の所要資本). 死亡リスク、長寿リスク、解約上昇リスクおよび解約下降リスクの基準日の n 年後における原則法の所要資本を以下のとおり定義する。

$$\begin{aligned} & \text{基準日の } n \text{ 年後における原則法の所要資本} \\ &= \text{リスクシナリオ（基準日の } n \text{ 年後以降ストレス）の負債キャッシュフローの} \\ & \quad \text{基準日の } n \text{ 年後における現在価値} \\ & \quad - \text{最良推計シナリオの負債キャッシュフローの基準日の } n \text{ 年後における現在価値} \end{aligned}$$

なお、リスクシナリオ（基準日の n 年後以降のみストレス）は、最良推計シナリオに対して基準日から n 年後以降のみストレスが適用されるシナリオを指す。各リスクにおけるストレスの内容は以下のとおり。

- 死亡リスク：絶対死亡率が $(1 + \text{リスク係数})$ 倍になる。
- 長寿リスク：絶対死亡率が $(1 - \text{リスク係数})$ 倍になる。
- 解約上昇リスク：絶対解約率および非更新率が $(1 + \text{リスク係数})$ 倍になる。
- 解約下降リスク：絶対解約率および非更新率が $(1 - \text{リスク係数})$ 倍になる。

2.2 本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提

本論文で用いるキャッシュフローモデルは次の前提を満たすものとする。

本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提

1. 死亡、解約、更新または満期のいずれかによって消滅する 1 件の契約である。
2. 基準日を始点とした年単位で計測する。
3. 死亡と解約は保険期間にわたり独立に発生する。
4. 契約応当日を予測年度始とし、満期は予測年度末に、更新は予測年度始に瞬間的に発生する。
5. 負債キャッシュフロー (CF) は生存 CF、死亡 CF、解約 CF および満期 CF の 4 種類に分けられる。各 CF の発生条件および発生時期は下表のとおり。

CF の種類	発生条件	発生時期
生存 CF	予測年度始に生存している場合	予測年度始
死亡 CF	死亡した場合	予測年度末
解約 CF	解約した場合	予測年度末
満期 CF	満期を迎えた場合	予測年度末

6. 最良推計シナリオとリスクシナリオで次の金額は変わらない。
 - 予測年度始の生存者一人当たりの生存 CF
 - 死亡者一人当たりの死亡 CF
 - 解約者一人当たりの解約 CF
 - 満期者一人当たりの満期 CF
7. ストレスによる絶対死亡率（または絶対解約率，更新率）の変動率は，全予測年度でリスク係数と一致する。
8. 非更新率は満期または最終年齢前に 1 にならない。
9. 年度末の継続者数が 0 となる最小の予測年度は，すべてのシナリオで共通である。

例えば次の場合も本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提を満たしうる。

- 契約ごとにキャッシュフロー項目が異なる場合
- 一人当たりの各キャッシュフローの金額が予測年度ごとに異なる場合
- 金利が一定の場合一人当たりの死亡保険金額，解約返戻金額，年金額等が一定である変額（年金）保険契約の場合
- 生存者一人当たりの給付金キャッシュフローが一定である医療保険契約の場合

前提を満たさない例としては次が挙げられる。

- 死亡，解約，更新または満期以外の脱退事由がある契約（前提 1 を満たさない）
- 有配当契約（前提 6 を満たさない）

配当キャッシュフローは，生存している場合に発生する生存 CF に該当するが，リスク削減効果を有するため一般には最良推計シナリオとリスクシナリオで生存者一人当たりの生存 CF は異なると考えられる。

- 動的解約適用契約（前提 7 を満たさない）

金利感応度が高い貯蓄性商品では，金利により解約率が変動する動的解約が適用される場合がある。経済価値ベースの評価・監督手法に関するフィールドテスト仕様書 [3] には，「305. 現在推計の計算に動的解約関数を用いる商品の場合，水準およびトレンドの要素のストレスは，動的解約関数のベースレートに適用することとする。」と記載されている。つまり，動的解約関数適用後の解約率は一般には最良推計シナリオに対してリスク係数の率で変動しない。

- 終身保険の死亡リスク（前提 7 を満たさない）

終身保険では最終年齢の絶対死亡率が 100% となる．絶対死亡率は 100% を超えることができないため，最終年齢では，死亡リスクシナリオにおける絶対死亡率が，最良推計シナリオの絶対死亡率に対してリスク係数の率で変動しない．

ただし，5.2 節で言及するとおり，前提を満たさない契約でも後述の理論ドライバーに基づくランオフパターンが原則法の所要資本のランオフパターンに近似する場合がある．

2.3 記号の定義

本節では，本論文で用いる記号を定義する．

計算基準日を予測 0 年度末とする． t ， t_1 ， t_2 ， n を予測年度を表す非負の整数とする．

＜シナリオ共通の変数＞

変数	定義
CF_t^ℓ	予測 t 年度始の継続者 1 人当たりの生存 CF の金額
CF_t^d	予測 t 年度の死亡者 1 人当たりの死亡 CF の金額
CF_t^w	予測 t 年度の解約者 1 人当たりの解約 CF の金額
CF_t^m	予測 t 年度末の満期者 1 人当たりの満期 CF の金額
DF_t	予測 t 年度末のディスカウントファクター（正値）
N	予測年度末の継続者数が 0 となる最小の予測年度

＜最良推計シナリオの変数＞

変数	定義	変数	定義
ℓ_t^e	予測 t 年度末の継続者数	q_t^r	予測 t 年度始の非更新率
r_t	予測 t 年度始の非更新者数 (<u>r</u> enewal)	q_t	予測 t 年度の死亡率
ℓ_t^b	予測 t 年度始の継続者数	q_t^w	予測 t 年度の解約率
d_t	予測 t 年度の死亡者数 (<u>d</u> eath)	q_t^m	予測 t 年度の満期率
w_t	予測 t 年度の解約者数 (<u>w</u> ithdrawal)	q_t^*	予測 t 年度の絶対死亡率
m_t	予測 t 年度末の満期者数 (<u>m</u> aturity)	q_t^{w*}	予測 t 年度の絶対解約率
V_t	予測 t 年度末の継続者 1 人当たりの負債キャッシュフローの現在価値		

各変数の関係を記載すると，次のとおり．

$$\begin{aligned}
&\ell_0^e = 1, \quad \ell_N^e = 0. \quad \ell_{t-1}^e - r_t = \ell_t^b, \quad \ell_t^b - d_t - w_t - m_t = \ell_t^e, \\
&q_t^r = \frac{r_t}{\ell_{t-1}^e}, \quad q_t = \frac{d_t}{\ell_t^b}, \quad q_t^w = \frac{w_t}{\ell_t^b}, \quad q_t^m = \frac{m_t}{\ell_t^b - d_t - w_t}, \\
&q_t = q_t^* \left(1 - \frac{q_t^{w*}}{2}\right), \quad q_t^w = q_t^{w*} \left(1 - \frac{q_t^*}{2}\right) \quad (t = 1, \dots, N).
\end{aligned}$$

リスクシナリオの変数は、最良推計シナリオの対応する変数の右上に次の添え字をつけて表す。例えば、解約上昇リスクシナリオ（基準日以降ストレス）における予測 t 年度末の継続者数は $\ell_t^{e\text{Lapseup}}$ となる。

＜各シナリオの添え字＞

添え字	シナリオ
なし	最良推計シナリオ
Mortality	死亡リスクシナリオ（基準日以降ストレス）
Longevity	長寿リスクシナリオ（基準日以降ストレス）
Lapseup	解約上昇リスクシナリオ（基準日以降ストレス）
Lapsedown	解約下降リスクシナリオ（基準日以降ストレス）
Lapseup[$t_1 : t_2$]	解約上昇リスクシナリオ（予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス）

＜リスク係数および所要資本（リスクにより添え字は異なる）＞

変数	定義
k^{Lapseup}	解約上昇リスクのリスク係数
CR_n^{Lapseup}	予測 n 年度末の原則法の解約上昇リスクの所要資本

＜第 4 章の証明で使用する変数＞

変数	定義
$\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$	解約上昇リスクシナリオにおけるリスク係数 1 当たりの非更新率の増分 ($= q_t^r$)
$\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$	解約上昇リスクシナリオにおけるリスク係数 1 当たりの死亡率の増分 ($= -q_t^* q_t^{w*} / 2$)
$\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$	解約上昇リスクシナリオにおけるリスク係数 1 当たりの解約率の増分 ($= q_t^w$)

＜複数の契約を考慮する場合＞

契約件数を M ，所要資本の推計年数を $N_{\max}$ とする． $\bar{m}(= 1, \dots, M)$ として， $\bar{m}$ 番目の契約の変数， M 件合計の変数はそれぞれ，上記で定義した変数の右上に添え字 ($\bar{m}$)，($total$) をつけて表す．

2.4 本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定

本論文の議論においては，負債キャッシュフローを推計する際に用いるシステム（以下，**負債キャッシュフロー推計システム**）における計算可能性が重要となる．実際の計算可能性は，会社により異なると思われるが，本論文では次のとおり仮定することとする．

本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定

- 1 つのシナリオの負債キャッシュフローの現在価値は，対応するシナリオで負債

- キャッシュフロー推計システムを1回実行することで得られる。
2. 負債キャッシュフロー推計システムを10回実行することは、計算可能である。
 3. 所要資本の推計年数を $N_{\max}$ として、負債キャッシュフロー推計システムを $N_{\max}$ 回実行することは、計算不可能である。
 4. 契約件数を M として、負債キャッシュフロー推計システムに計算量 $O(MN_{\max})$ の計算を追加することは、計算可能である。
 5. 任意の $m(=1, \dots, M)$, $t(=1, \dots, N_{\max})$ における、予測 t 年度末のディスカウントファクター DF_t , $\bar{m}$ 番目の契約の予測 t 年度の非更新率 $q_t^{r(\bar{m})}$, 絶対死亡率 $q_t^{*(\bar{m})}$, 絶対解約率 $q_t^{w*(\bar{m})}$, 満期率 $q_t^{m(\bar{m})}$, 死亡者1人当たりの死亡 CF の金額 $CF_t^{d(\bar{m})}$, 解約者1人当たりの解約 CF の金額 $CF_t^{w(\bar{m})}$, 満期者1人当たりの満期 CF の金額 $CF_t^{m(\bar{m})}$ は、負債キャッシュフロー推計システムの計算与件である。
 6. 任意の $m(m=1, \dots, M)$, $t(t=1, \dots, N_{\max})$ における、 $\bar{m}$ 番目の契約の予測 t 年度の最良推計シナリオにおける負債キャッシュフローの現在価値 $V_t^{(\bar{m})}$, 死亡率 $q_t^{(\bar{m})}$, 解約率 $q_t^{*(\bar{m})}$ は、最良推計シナリオで負債キャッシュフロー推計システムを実行する際の計算項目である。
 7. 危険保険料および危険保険金の現在価値は、負債キャッシュフロー推計システムの出力項目である。

この仮定の下で、次の2つの定理が成立する。これらは、第1章で説明した、「原則法は計算負荷が非常に大きく、ランオフパターン法は原則法と比べて実務負荷が小さい」ことと整合的である。

定理 (原則法の所要資本の計算可能性). 本論文における負債キャッシュフロー推計システムの仮定の下、将来の各時点における原則法の所要資本は、計算不可能である。

Proof. 原則法の所要資本の定義より、将来の各時点における原則法の所要資本を推計するためには、所要資本の推計年数を $N_{\max}$ として、最良推計シナリオおよび $N_{\max}$ 本のリスクシナリオの合計 $(N_{\max} + 1)$ シナリオの負債キャッシュフローの現在価値を用いる。この場合、本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定1より、負債キャッシュフローシステムを $(N_{\max} + 1)$ 回実行する必要がある、仮定3より、計算不可能である。□

定理 (ランオフパターン法の所要資本の計算可能性). 本論文における負債キャッシュフロー推計システムの仮定の下、負債キャッシュフロー推計システムの出力項目をリスクドライバとして選択する場合、将来の各時点におけるランオフパターン法の所要資本は、計算可能である。

Proof. 将来の各時点のランオフパターン法の所要資本は、基準日における原則法の所要資本および将来の各時点のリスクドライバで計算される。基準日における原則法の所要資本は、原則法の

所要資本の定義および仮定 1 より，負債キャッシュフロー推計システム 2 回（最良推計シナリオ，リスクシナリオ（基準日以降ストレス））の実行で得られる．リスクドライバーが負債キャッシュフロー推計システムの出力項目の場合，基準日以降の各時点のリスクドライバーは，負債キャッシュフロー推計システム 1 回（最良推計シナリオ）の実行で得られる．よって，ランオフパターン法の所要資本は，負債キャッシュフロー推計システム 2 回（最良推計シナリオ，リスクシナリオ（基準日以降ストレス））の実行で得られ，仮定 2 より計算可能である． $\square$

3 理論ドライバーの定義および定理

本章では，死亡リスク，長寿リスク，解約上昇リスクおよび解約下降リスクの理論ドライバーの定義および定理について説明する．

3.1 理論ドライバーの定義

本節では，死亡リスク，長寿リスク，解約上昇リスクおよび解約下降リスクについて，それぞれ 2 種類の理論ドライバー（理論ドライバー 1 と理論ドライバー 2）を定義する．

定義 1 (死亡リスクの理論ドライバー 1)．

$$RD1_n^{\text{Mortality}} = \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Mortality}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t - \left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Mortality}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n}$$

定義 2 (死亡リスクの理論ドライバー 2)．

$$RD2_n^{\text{Mortality}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Mortality}}} \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Mortality}} q_t - \left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Mortality}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n}$$

長寿リスクの理論ドライバーは，死亡リスクの理論ドライバーの定義式において，添え字を Mortality から Longevity に変更し，正負反転させた式として定義する．

定義 3 (長寿リスクの理論ドライバー 1).

$$RD1_n^{\text{Longevity}} = - \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Longevity}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t \right. \\ \left. - \left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Longevity}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n}$$

定義 4 (長寿リスクの理論ドライバー 2).

$$RD2_n^{\text{Longevity}} = - \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Longevity}}} \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Longevity}} q_t \right. \\ \left. - \left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Longevity}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n}$$

解約上昇リスクの理論ドライバーは、死亡リスクの理論ドライバーの定義式において、添え字を Mortality から Lapseup に変更し、死亡の要素 (CF_t^d , q_t , q_t^*) と解約の要素 (CF_t^w , q_t^w , q_t^{w*}) を入れ替え、非更新率へのストレスの影響 (第 3 項) を追加した式として定義する。

定義 5 (解約上昇リスクの理論ドライバー 1).

$$RD1_n^{\text{Lapseup}} = \sum_{t=n+1}^N \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t^w \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\ \left. - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)$$

定義 6 (解約上昇リスクの理論ドライバー 2).

$$RD2_n^{\text{Lapseup}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Lapseup}}} \sum_{t=n+1}^N \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\ \left. - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)$$

解約下降リスクの理論ドライバーは、解約上昇リスクの理論ドライバーの定義式において、添え字を Lapseup から Lapsedown に変更し、正負反転させた式として定義する。

定義 7 (解約下降リスクの理論ドライバー 1).

$$RD1_n^{\text{Lapsedown}} = - \sum_{t=n+1}^N \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapsedown}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t^w \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapsedown}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\ \left. - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapsedown}}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)$$

定義 8 (解約下降リスクの理論ドライバー 2).

$$RD2_n^{\text{Lapsedown}} = - \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapsedown}}} \sum_{t=n+1}^N \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapsedown}} q_t^w \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapsedown}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\ \left. - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapsedown}} q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)$$

3.2 理論ドライバーの性質

本節では、理論ドライバーに関する 4 つの定理を紹介する．解約上昇リスクの場合の定理を記載するが、これらの定理は、死亡リスク、長寿リスク、解約上昇リスクおよび解約下降リスクで共通で成立する．定理の証明は第 4 章で行う．

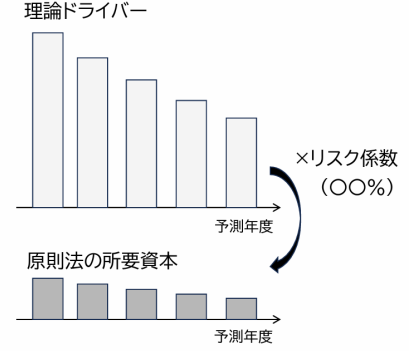
定理 1 (理論ドライバー 1 と所要資本の関係)．解約上昇リスクのリスク係数 k^{Lapseup} 、予測 n 年度末の原則法の所要資本 CR_n^{Lapseup} と理論ドライバー 1 $RD1_n^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する．

$$CR_n^{\text{Lapseup}} = k^{\text{Lapseup}} RD1_n^{\text{Lapseup}}$$

定理 2 (理論ドライバー 2 と所要資本の関係)．解約上昇リスクのリスク係数 k^{Lapseup} 、予測 n 年度末の原則法の所要資本 CR_n^{Lapseup} と理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する．

$$CR_n^{\text{Lapseup}} = k^{\text{Lapseup}} RD2_n^{\text{Lapseup}}$$

定理 1 および定理 2 は本論文の主な成果の一つである。理論ドライバー 1 と理論ドライバー 2 は右図のように原則法の所要資本と完全に比例することを表している。つまり、MOCE のリスクドライバーとして理論ドライバーを選択すると、ランオフパターン法の所要資本は原則法の所要資本と一致する。しかも、その比例係数であるリスク係数はすべての契約で共通であるため、複数の契約の合計でも理論ドライバーと原則法の所要資本は完全に比例することになる。



定理 3 (理論ドライバー 1 の解釈). 解約上昇リスクの理論ドライバー 1 の要素 $rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ を次のとおり定義する。

$$RD1_n^{\text{Lapseup}} = \sum_{t=n+1}^N rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$$

$$rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}} = \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t^w \right. \\ \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \\ - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$$

このとき、解約上昇リスクの理論ドライバー 1 の要素 $rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する。

$$k^{\text{Lapseup}} rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}} = \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t:N]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t+1:N]} \right) \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$$

定理 4 (理論ドライバー 2 の解釈). 解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の要素 $rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ を次のとおり定義する。

$$RD2_n^{\text{Lapseup}} = \sum_{t=n+1}^N rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$$

$$rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w \right. \right. \\ \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \\ \left. - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)$$

このとき、解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の要素 $rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する。

$$k^{\text{Lapseup}} rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}} = \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} \ell_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \ell_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \right) \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$$

定理 3 および定理 4 は、それぞれ理論ドライバー 1 および理論ドライバー 2 の解釈を与える定理である。定理 3 より、理論ドライバー 1 は、予測最終年度である予測 N 年度から予測 $n+1$ 年度に向かって 1 年ずつストレスをかける場合の、リスク係数 1 当たりの負債キャッシュフローの現在価値の増加額を合計したものと解釈できる。定理 4 より、理論ドライバー 2 は、予測 $n+1$ 年度から予測最終年度である予測 N 年度に向かって 1 年ずつストレスをかける場合の、リスク係数 1 当たりの負債キャッシュフローの現在価値の増加額を合計したものと解釈できる。これをイメージ図で表したものが図 8 と図 9 である。ストレスをかける方向の違いにより定義式は異なるが、開始時のシナリオと最終的なシナリオは同じであるため、理論ドライバー 1 と理論ドライバー 2 は一致する。

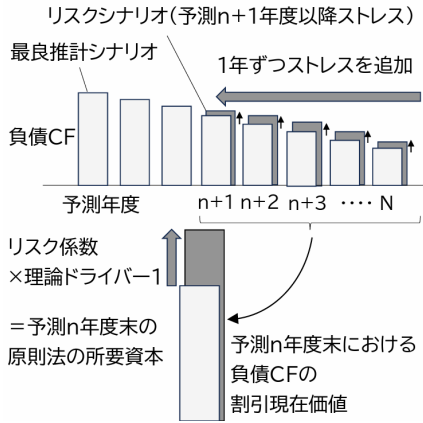


図 8: 理論ドライバー 1 の解釈

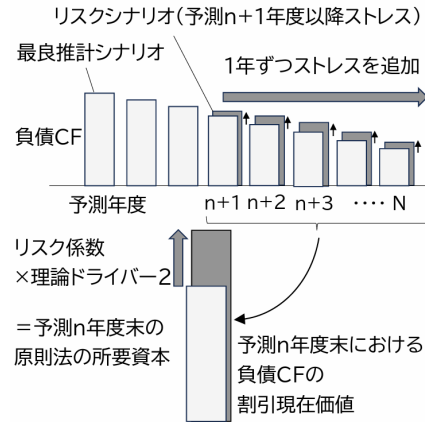


図 9: 理論ドライバー 2 の解釈

解約上昇リスクの理論ドライバー 1 の各要素は、予測 N 年度から予測 $n+1$ 年度に向かって 1 年ずつストレスを追加する場合に、予測 t 年度にストレスを追加したときの次の概念と解釈できる。

- 増加解約者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額 × リスク係数 1 当たりの増加解約者数

$$\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \frac{DF_t}{DF_n} \times \ell_t^b q_t^w$$

- 増加死亡者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額 × リスク係数 1 当たりの増加死亡者数

$$\left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \frac{DF_t}{DF_n} \times \left(-\ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right)$$

- 増加非更新者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額×リスク係数 1 当たりの増加非更新者数

$$\left(-\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{\text{Lapseup}}} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right) \times \ell_{t-1}^e q_t^r$$

解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の各要素は、予測 $n+1$ 年度から予測 N 年度に向かって 1 年ずつストレスを追加する場合に、予測 t 年度にストレスを追加したときの次の概念と解釈できる。

- 増加解約者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額×リスク係数 1 当たりの増加解約者数

$$\{CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \frac{DF_t}{DF_n} \times \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Lapseup}}} \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w$$

- 増加死亡者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額×リスク係数 1 当たりの増加死亡者数

$$\{CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \frac{DF_t}{DF_n} \times \left(-\frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Lapseup}}} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right)$$

- 増加非更新者数 1 当たりの負債 CF 現価の増加額×リスク係数 1 当たりの増加非更新者数

$$\left(-\frac{V_{t-1}}{1 - q_t} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right) \times \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r$$

なお、解約上昇リスクの所要資本に増加死亡者数の影響が含まれるのは、2.2 節の前提 3 より死亡と解約が独立に発生することから解約者数が増加するとその分死亡者数は減少するためである。

3.3 理論ドライバーの計算可能性

理論ドライバーの計算可能性について次の定理が成立する。

定理 5 (理論ドライバーの計算可能性). 2.4 節の本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定の下、最良推計シナリオにおける負債キャッシュフロー推計システムの実行により、死亡リスク、長寿リスクおよび解約上昇リスクの理論ドライバー 2 は計算可能である。

Proof. 解約上昇リスクについて証明を行う。他のリスクも同様に証明できる。

2.4 節における仮定 5 および 6 より、解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の定義式に登場する変数のうち、負債キャッシュフロー推計システムの計算与件または計算項目でない変数は、 $\ell_n^{e\text{Lapseup}}$ 、 $\ell_t^{b\text{Lapseup}}$ だけである。次のアルゴリズムを追加すれば、負債キャッシュフロー推計システム 1 回（最良推計シナリオ）の実行により、解約上昇リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}}$ を計算できる。本計算は計算量 $O(MN_{\max})$ であり、2.4 節における仮定 4 より、計算可能である。

□

Algorithm 1 M 件合計の解約上昇リスクの理論ドライバー $2 RD2_n^{\text{Lapseup}(\text{total})}$ を計算する

given: $k^{\text{Lapseup}}, DF_t, q_t^{r(\bar{m})}, q_t^{*(\bar{m})}, q_t^{w*(\bar{m})}, q_t^{w(\bar{m})}, q_t^{m(\bar{m})}, CF_t^{d(\bar{m})}, CF_t^{w(\bar{m})}, CF_t^{m(\bar{m})}, V_t^{(\bar{m})}, N^{(\bar{m})}$
 $(\bar{m} = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, N_{\max})$

for $\bar{m} \leftarrow 1$ **to** M **do**

$\ell_0^{e\text{Lapseup}(\bar{m})} := 1$

for $t \leftarrow 1$ **to** $N_{\max}$ **do**

$\ell_t^{b\text{Lapseup}(\bar{m})} := \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}(\bar{m})} \{1 - (1 + k^{\text{Lapseup}}) q_t^{r(\bar{m})}\}$

$\ell_t^{e\text{Lapseup}(\bar{m})} := \ell_t^{b\text{Lapseup}(\bar{m})} (1 - q_t^{*(\bar{m})}) \{1 - (1 + k^{\text{Lapseup}}) q_t^{w*(\bar{m})}\} (1 - q_t^{m(\bar{m})})$

end for

$tmp := 0$

for $n \leftarrow N_{\max}$ **to** 0 **do**

if $n \geq N^{(\bar{m})}$ **then**

$RD2_n^{\text{Lapseup}(\bar{m})} := 0$

else

$tmp := \left[tmp + \left\{ CF_{n+1}^{w(\bar{m})} - CF_{n+1}^{m(\bar{m})} q_{n+1}^{m(\bar{m})} - V_{n+1}^{(\bar{m})} (1 - q_{n+1}^{m(\bar{m})}) \right\} \ell_{n+1}^{b\text{Lapseup}(\bar{m})} q_{n+1}^{w(\bar{m})} \right.$

$\left. - \left\{ CF_{n+1}^{d(\bar{m})} - CF_{n+1}^{m(\bar{m})} q_{n+1}^{m(\bar{m})} - V_{n+1}^{(\bar{m})} (1 - q_{n+1}^{m(\bar{m})}) \right\} \ell_{n+1}^{b\text{Lapseup}(\bar{m})} \frac{q_{n+1}^{*(\bar{m})} q_{n+1}^{w*(\bar{m})}}{2} \right] \frac{DF_{n+1}}{DF_n}$

$- \frac{V_n^{(\bar{m})}}{1 - q_{n+1}^{r(\bar{m})}} \ell_n^{e\text{Lapseup}(\bar{m})} q_{n+1}^{r(\bar{m})}$

$RD2_n^{\text{Lapseup}(\bar{m})} := tmp \times \frac{\ell_n^{e(\bar{m})}}{\ell_n^{e\text{Lapseup}(\bar{m})}}$

end if

end for

end for

for $n \leftarrow 0$ **to** $N_{\max}$ **do**

$RD2_n^{\text{Lapseup}(\text{total})} = 0$

for $\bar{m} \leftarrow 1$ **to** M **do**

$RD2_n^{\text{Lapseup}(\text{total})} := RD2_n^{\text{Lapseup}(\text{total})} + RD2_n^{\text{Lapseup}(\bar{m})}$

end for

end for

4 理論ドライバーに関する定理の証明

本章では、3.2 節で紹介した理論ドライバーに関する 4 つの定理を証明する。死亡リスク、長寿リスク、解約上昇リスクおよび解約下降リスクで、証明の流れは共通であるが、絶対死亡率のみにストレスがかかる死亡リスク、長寿リスクに比べ、絶対解約率と非更新率の 2 つにストレスがかか

る解約上昇リスクおよび解約下降リスクの方が証明がやや複雑になるため、本章では解約上昇リスクの場合について証明を行う。証明の流れは次のとおり。

1. 補題 1 の証明

最良推計シナリオとリスクシナリオ（基準日以降ストレス）の非更新率，死亡率，解約率および満期率の関係を証明する。

2. 補題 2，補題 3，補題 4 の証明

リスクシナリオ（予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス）と，最良推計シナリオまたはリスクシナリオ（基準日以降ストレス）の非更新率，死亡率，解約率，満期率，継続者数および負債キャッシュフローの現在価値の関係を証明する。

3. 各定理の証明

2つのシナリオにおいて負債キャッシュフローの現在価値の漸化式を立てる。補題 1，補題 2，補題 3，補題 4 を用いて式変形することで，定理を証明する。

証明において工夫した点は次のとおり。

- 負債キャッシュフローの現在価値を「1人当たりの負債キャッシュフローの現在価値」と「継続者数」の要素に分けた。
- リスク係数1当たりの最良推計シナリオとリスクシナリオ（基準日以降ストレス）の非更新率，死亡率，解約率の差に変数を設定することで，式変形を容易にした。

補題 1 (最良推計シナリオとリスクシナリオ（基準日以降ストレス）の非更新率，死亡率，解約率および満期率の関係)。

$$\begin{aligned} q_t^{r\text{Lapseup}} &= q_t^r + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} & (1 \leq t \leq N) \\ q_t^{\text{Lapseup}} &= q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} & (1 \leq t \leq N) \\ q_t^{w\text{Lapseup}} &= q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} & (1 \leq t \leq N) \\ q_t^{m\text{Lapseup}} &= q_t^m & (1 \leq t \leq N) \end{aligned}$$

Proof. 解約上昇リスクシナリオ（基準日以降ストレス）の定義より，次の式が成立する。

$$q_t^{r\text{Lapseup}} = (1 + k^{\text{Lapseup}})q_t^r, \quad q_t^{*\text{Lapseup}} = q_t^* \quad (4.1)$$

$$q_t^{w*\text{Lapseup}} = (1 + k^{\text{Lapseup}})q_t^{w*}, \quad q_t^{m\text{Lapseup}} = q_t^m \quad (4.2)$$

絶対死亡率および絶対解約率の定義より，次の式が成立する。

$$q_t = q_t^* \left(1 - \frac{q_t^{w*}}{2}\right), \quad q_t^w = q_t^{w*} \left(1 - \frac{q_t^*}{2}\right) \quad (4.3)$$

$$q_t^{\text{Lapseup}} = q_t^{*\text{Lapseup}} \left(1 - \frac{q_t^{w*\text{Lapseup}}}{2}\right), \quad q_t^{w\text{Lapseup}} = q_t^{w*\text{Lapseup}} \left(1 - \frac{q_t^{*\text{Lapseup}}}{2}\right) \quad (4.4)$$

式 (4.4) に式 (4.1), (4.2), (4.3) と変数 $\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$ の定義を代入すると, 補題 1 が得られる. $\square$

補題 2 (最良推計シナリオ, リスクシナリオ (基準日以降ストレス), リスクシナリオ (予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス) の非更新率, 死亡率, 解約率および満期率の関係).

$$\begin{aligned} q_t^{r\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \begin{cases} q_t^{r\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t^r & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \\ q_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \begin{cases} q_t^{\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \\ q_t^{w\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \begin{cases} q_t^{w\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t^w & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \\ q_t^{m\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \begin{cases} q_t^{m\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t^m & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \end{aligned}$$

Proof. 解約上昇リスクシナリオ (予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス) において, 補題 1 と同様にすると, 次の式が得られる.

$$q_t^{r\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \begin{cases} q_t^r + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t^r & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \quad (4.5)$$

$$q_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \begin{cases} q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \quad (4.6)$$

$$q_t^{w\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \begin{cases} q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ q_t^w & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \quad (4.7)$$

$$q_t^{m\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = q_t^m \quad (1 \leq t \leq N) \quad (4.8)$$

補題 1 と式 (4.5)~(4.8) より, 補題 2 が得られる. $\square$

補題 3 (最良推計シナリオ, リスクシナリオ (基準日以降ストレス), リスクシナリオ (予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス) の継続者数の関係).

$$\begin{aligned} \ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \ell_t^e & (0 \leq t < t_1) \\ \ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} &= \frac{\ell_{t_1-1}^e}{\ell_{t_1-1}^{e\text{Lapseup}}} \ell_t^{e\text{Lapseup}} & (t_1 \leq t \leq t_2) \end{aligned}$$

Proof. 最良推計シナリオの継続者数 $\{\ell_t^e\}$ について、次の漸化式が成立する。

$$\ell_t^e = \ell_{t-1}^e (1 - q_t^r) (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) \quad (4.9)$$

$$\ell_0^e = 1 \quad (4.10)$$

補題 2 より、リスクシナリオ（予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス）の継続者数 $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ について、次の漸化式が成立する。

$$\begin{aligned} & \ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} \\ &= \begin{cases} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} (1 - q_t^{r\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) & (t_1 \leq t \leq t_2) \\ \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} (1 - q_t^r) (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) & (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\ell_0^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = 1 \quad (4.12)$$

リスクシナリオ（基準日以降ストレス）の継続者数 $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}}\}$ について、次の漸化式が成立する。

$$\ell_t^{e\text{Lapseup}} = \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} (1 - q_t^{r\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) \quad (1 \leq t \leq N) \quad (4.13)$$

$$\ell_0^{e\text{Lapseup}} = 1 \quad (4.14)$$

(i) $t_1 = 1$ の場合

$t_1 \leq t \leq t_2$ において、 $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}}\}$ と $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ は初期値 ($t = 0$) と漸化式が一致するため、次の式が成立する。

$$\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \ell_t^{e\text{Lapseup}} \quad (0 \leq t \leq t_2) \quad (4.15)$$

(ii) $t_1 > 1$ の場合

$1 \leq t < t_1$ において、 $\{\ell_t^e\}$ と $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ は初期値 ($t = 0$) と漸化式が一致するため、次の式が成立する。

$$\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \ell_t^e \quad (0 \leq t < t_1) \quad (4.16)$$

$t_1 \leq t \leq t_2$ において、 $\ell_t^{e\text{Lapseup}}, \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \neq 0$ であるので、式 (4.11), (4.13) を辺々割ると、次の式が得られる。

$$\frac{\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]}}{\ell_t^{e\text{Lapseup}}} = \frac{\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]}}{\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}}} \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \quad (4.17)$$

式 (4.16) より $\ell_{t_1-1}^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \ell_{t_1-1}^e$ であり、式 (4.17) を数列 $\{\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} / \ell_t^{e\text{Lapseup}}\}$ の漸化式とみると、次の式が成立する。

$$\ell_t^{e\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = \frac{\ell_{t_1-1}^e}{\ell_{t_1-1}^{e\text{Lapseup}}} \ell_t^{e\text{Lapseup}} \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \quad (4.18)$$

$\ell_0^e = \ell_0^{e\text{Lapseup}} = 1$ であるので, $t_1 = 1$ のときも式 (4.16), (4.18) は成立する. □

補題 4 (最良推計シナリオ, リスクシナリオ (基準日以降ストレス), リスクシナリオ (予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス) の負債キャッシュフローの現在価値の関係).

$$t_2 = N \text{ の場合: } V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = V_t^{\text{Lapseup}} \quad (t_1 - 1 \leq t \leq N)$$

$$t_2 < N \text{ の場合: } V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = V_t \quad (t_2 \leq t \leq N)$$

Proof. 最良推計シナリオの負債キャッシュフローの現在価値 $\{V_t\}$ において, 次の漸化式が成立する.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t DF_t - CF_t^w q_t^w DF_t \\ & - CF_t^m (1 - q_t - q_t^w) q_t^m DF_t = V_t (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) DF_t \quad (t = 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$V_N = 0 \quad (4.20)$$

補題 2 より, リスクシナリオ (予測 $t_1 \sim t_2$ 年度のみストレス) の負債キャッシュフローの現在価値 $\{V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ について, 次の漸化式が成立する.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t^{\text{Lapseup}} DF_t - CF_t^w q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \\ & - CF_t^m (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) q_t^{m\text{Lapseup}} DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) DF_t \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]}}{1 - q_t^r} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t DF_t - CF_t^w q_t^w DF_t - CF_t^m (1 - q_t - q_t^w) q_t^m DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) DF_t \quad (1 \leq t < t_1, t_2 < t \leq N) \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$V_N^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = 0 \quad (4.23)$$

リスクシナリオ (基準日以降ストレス) の負債キャッシュフローの現在価値 $\{V_t^{\text{Lapseup}}\}$ について, 次の漸化式が成立する.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t^{\text{Lapseup}} DF_t - CF_t^w q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \\ & - CF_t^m (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) q_t^{m\text{Lapseup}} DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) DF_t \quad (1 \leq t \leq N) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$V_N^{\text{Lapseup}} = 0 \quad (4.25)$$

(i) $t_2 = N$ の場合

$t_1 \leq t \leq t_2$ において, $\{V_t^{\text{Lapseup}}\}$ と $\{V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ は初期値 ($t = N$) と漸化式が一致するため, 次の式が成立する.

$$V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = V_t^{\text{Lapseup}} \quad (t_1 - 1 \leq t \leq N) \quad (4.26)$$

(ii) $t_2 < N$ の場合

$t_2 < t \leq N$ において, $\{V_t\}$ と $\{V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]}\}$ は初期値 ($t = N$) と漸化式が一致するため, 次の式が成立する.

$$V_t^{\text{Lapseup}[t_1:t_2]} = V_t \quad (t_2 \leq t \leq N) \quad (4.27)$$

式 (4.26), (4.27) をまとめると, 補題 4 が得られる. □

定理 1 (理論ドライバー 1 と所要資本の関係). 解約上昇リスクのリスク係数 k^{Lapseup} , 予測 n 年度末の原則法の所要資本 CR_n^{Lapseup} と理論ドライバー 1 $RD1_n^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する.

$$CR_n^{\text{Lapseup}} = k^{\text{Lapseup}} RD1_n^{\text{Lapseup}}$$

Proof. 補題 1 を用いて式 (4.24) から $q_t^{r\text{Lapseup}}$, q_t^{Lapseup} , $q_t^{w\text{Lapseup}}$ を消去すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^r - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} \\ & - CF_t^d \left(q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) DF_t - CF_t^w \left(q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) DF_t \\ & - CF_t^m \left\{ 1 - \left(q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) - \left(q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) \right\} q_t^m DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}} \left\{ 1 - \left(q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) - \left(q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) \right\} (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.28)$$

式 (4.28), (4.19) を辺々引いて整理すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^r - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \right) DF_{t-1} \\ & - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) DF_t \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

式 (4.29) の両辺に $\ell_{t-1}^e(1-q_t^r)(=\ell_t^b)$ を乗じ、式 (4.9) を用いて整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-q_t^r}{1-q_t^r-k^{\text{Lapseup}}\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} V_{t-1}^{\text{Lapseup}} - V_{t-1} \right) \ell_{t-1}^e DF_{t-1} - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) \ell_t^e DF_t \\ &= k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

補題 1 を用いて変形すると、次の式が得られる。

$$\frac{1-q_t^r}{1-q_t^r-k^{\text{Lapseup}}\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} = 1 + k^{\text{Lapseup}} \frac{\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}}{1-q_t^{r\text{Lapseup}}} \quad (4.31)$$

式 (4.31) を式 (4.30) に代入すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}} - V_{t-1} \right) \ell_{t-1}^e DF_{t-1} - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) \ell_t^e DF_t \\ &= k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \\ & \quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1-q_t^{r\text{Lapseup}}} \right) \ell_{t-1}^e \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} DF_{t-1} \right] \end{aligned} \quad (4.32)$$

式 (4.32) に $t = n+1, \dots, N$ を代入して足し合わせる。 $(V_N^{\text{Lapseup}} - V_N) \ell_N^e = 0$ および $DF_n \neq 0$ を用いて整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & (V_n^{\text{Lapseup}} - V_n) \ell_n^e \\ &= k^{\text{Lapseup}} \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\ & \quad + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1-q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \frac{DF_t}{DF_n} \\ & \quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1-q_t^{r\text{Lapseup}}} \right) \ell_{t-1}^e \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

補題 3 および補題 4 より、次の式が得られる。

$$\ell_n^{e\text{Lapseup}[n+1:N]} = \ell_n^e \quad (4.34)$$

$$V_n^{\text{Lapseup}[n+1:N]} = V_n^{e\text{Lapseup}} \quad (4.35)$$

式 (4.34), (4.35) および原則法の所要資本の定義より、次の式が得られる。

$$\text{式 (4.33) の左辺} = CR_n^{\text{Lapseup}} \quad (4.36)$$

変数 $\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$ の定義および理論ドライバー 1 の定義より、次の式が得られる。

$$\text{式 (4.33) の右辺} = k^{\text{Lapseup}} RD1_n^{\text{Lapseup}} \quad (4.37)$$

式 (4.36), (4.37) より, 定理 1 が得られる. □

定理 2 (理論ドライバー 2 と所要資本の関係). 解約上昇リスクのリスク係数 k^{Lapseup} , 予測 n 年度末の原則法の所要資本 CR_n^{Lapseup} と理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}}$ には次の関係が成立する.

$$CR_n^{\text{Lapseup}} = k^{\text{Lapseup}} RD2_n^{\text{Lapseup}}$$

Proof. 補題 1 を用いて式 (4.19) から q_t^r, q_t, q_t^w, q_t^m を消去すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^{\ell} DF_{t-1} \\ & - CF_t^d \left(q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) DF_t - CF_t^w \left(q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) DF_t \\ & - CF_t^m \left\{ 1 - \left(q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) - \left(q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) \right\} q_t^{m\text{Lapseup}} DF_t \\ & = V_t \left\{ 1 - \left(q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right) - \left(q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right) \right\} (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) DF_t \end{aligned} \quad (4.38)$$

式 (4.24), (4.38) を辺々引いて整理すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} \right) DF_{t-1} \\ & - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) \left(1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}} \right) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) DF_t \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^{m\text{Lapseup}} - V_t (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) \right\} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^{m\text{Lapseup}} - V_t (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) \right\} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.39)$$

式 (4.39) の両辺に $\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} (1 - q_t^{r\text{Lapseup}}) (= \ell_t^{b\text{Lapseup}})$ を乗じ, 式 (4.13) を用いて整理すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}} - \frac{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} V_{t-1} \right) \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} \\ & - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) \ell_t^{e\text{Lapseup}} DF_t \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^{m\text{Lapseup}} - V_t (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^{m\text{Lapseup}} - V_t (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.40)$$

補題 1 を用いて変形すると, 次の式が得られる.

$$\frac{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} = 1 - k^{\text{Lapseup}} \frac{\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}}{1 - q_t^r} \quad (4.41)$$

補題 1 より $q_t^{m\text{Lapseup}} = q_t^m$ であり、式 (4.41) を式 (4.40) に代入すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}} - V_{t-1} \right) \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} - \left(V_t^{\text{Lapseup}} - V_t \right) \ell_t^{e\text{Lapseup}} DF_t \\
&= k^{\text{Lapseup}} \left[\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m) \} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\
&\quad + \{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m) \} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \\
&\quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \right) \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} DF_{t-1} \right] \quad (4.42)
\end{aligned}$$

式 (4.42) に $t = n+1, \dots, N$ を代入して足し合わせ、両辺に $\ell_n^e / \ell_n^{e\text{Lapseup}}$ を乗じる。 $(V_N^{\text{Lapseup}} - V_N) \ell_N^{e\text{Lapseup}} = 0$ および $DF_n \neq 0$ を用いて整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}
& (V_n^{\text{Lapseup}} - V_n) \ell_n^e \\
&= k^{\text{Lapseup}} \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \sum_{t=n+1}^N \left[\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m) \} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \frac{DF_t}{DF_n} \right. \\
&\quad + \{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m) \} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \frac{DF_t}{DF_n} \\
&\quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \right) \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right] \quad (4.43)
\end{aligned}$$

式 (4.43) の左辺は式 (4.33) の左辺と一致する。式 (4.36) より、次の式が得られる。

$$\text{式 (4.43) の左辺} = CR_n^{\text{Lapseup}} \quad (4.44)$$

変数 $\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$ の定義および理論ドライバー 2 の定義より、次の式が得られる。

$$\text{式 (4.43) の右辺} = k^{\text{Lapseup}} RD2_n^{\text{Lapseup}} \quad (4.45)$$

式 (4.44), (4.45) より、定理 2 が得られる。 $\square$

定理 3 (理論ドライバー 1 の解釈)．解約上昇リスクの理論ドライバー 1 の要素 $rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ を次のとおり定義する。

$$\begin{aligned}
RD1_n^{\text{Lapseup}} &= \sum_{t=n+1}^N rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}} \\
rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}} &= \left[\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1 - q_t^m) \} \ell_t^b q_t^w \right. \\
&\quad - \left. \{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1 - q_t^m) \} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \\
&\quad - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n}
\end{aligned}$$

このとき、解約上昇リスクの理論ドライバー 1 の要素 $rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ には以下の関係が成立

する.

$$k^{\text{Lapseup}} r d 1_{n,t}^{\text{Lapseup}} = \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t:N]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t+1:N]} \right) \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$$

Proof. 式 (4.21) に $t_1 = t, t_2 = N$ を代入する. 補題 4 より $V_t^{\text{Lapseup}[t:N]} = V_t^{\text{Lapseup}}$ を用いると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t^{\text{Lapseup}} DF_t - CF_t^w q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \\ & - CF_t^m (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) q_t^{m\text{Lapseup}} DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^{m\text{Lapseup}}) DF_t \end{aligned} \quad (4.46)$$

補題 1 を用いて式 (4.46) から $q_t^{r\text{Lapseup}}, q_t^{\text{Lapseup}}, q_t^{w\text{Lapseup}}, q_t^{m\text{Lapseup}}$ を消去すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]}}{1 - q_t^r - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} \\ & - CF_t^d (q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) DF_t - CF_t^w (q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}}) DF_t \\ & - CF_t^m \{1 - (q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) - (q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}})\} q_t^m DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}} \{1 - (q_t + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) - (q_t^w + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}})\} (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.47)$$

式 (4.22) に $t_1 = t + 1, t_2 = N$ を代入する. 補題 4 より $V_t^{\text{Lapseup}[t+1:N]} = V_t^{\text{Lapseup}}$ を用いると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]}}{1 - q_t^r} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t DF_t - CF_t^w q_t^w DF_t - CF_t^m (1 - q_t - q_t^w) q_t^m DF_t \\ & = V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.48)$$

式 (4.47), (4.48) を辺々引いて整理すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]}}{1 - q_t^r - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]}}{1 - q_t^r} DF_{t-1} \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.49)$$

式 (4.49) の両辺に $\ell_{t-1}^e (1 - q_t^r) (= \ell_t^b)$ を乗じると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} \frac{1 - q_t^r}{1 - q_t^r - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^e DF_{t-1} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]} \ell_{t-1}^e DF_{t-1} \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.50)$$

式 (4.31) を式 (4.50) に代入すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} \ell_{t-1}^e - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]} \ell_{t-1}^e \right) DF_{t-1} \\
& = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\
& \quad + \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \\
& \quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} \right) \ell_{t-1}^e \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} DF_{t-1} \right] \quad (4.51)
\end{aligned}$$

補題 3 および補題 4 より次の式が成立する。

$$\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t:N]} = \ell_{t-1}^e \quad (4.52)$$

$$\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t+1:N]} = \ell_{t-1}^e \quad (4.53)$$

$$V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} = V_{t-1}^{\text{Lapseup}} \quad (4.54)$$

式 (4.52)～(4.54) および変数 $\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$ の定義を式 (4.51) に代入して整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t:N]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[t+1:N]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[t+1:N]} \right) DF_{t-1} \\
& = k^{\text{Lapseup}} \left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b q_t^w DF_t \right. \\
& \quad - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}} (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^b \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} DF_t \\
& \quad \left. - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^e q_t^r DF_{t-1} \right] \quad (4.55)
\end{aligned}$$

定理 3 における $rd1_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ の定義および式 (4.55) より、定理 3 が得られる。 $\square$

定理 4 (理論ドライバー 2 の解釈)． 解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の要素 $rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ を次のとおり定義する。

$$\begin{aligned}
RD2_n^{\text{Lapseup}} &= \sum_{t=n+1}^N rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}} \\
rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}} &= \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \left(\left[\left\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w \right. \right. \\
& \quad \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right] \frac{DF_t}{DF_n} \\
& \quad \left. - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right)
\end{aligned}$$

このとき、解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の要素 $rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ には以下の関係が成立

する.

$$k^{\text{Lapseup}} r d 2_{n,t}^{\text{Lapseup}} \\ = \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \right) \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$$

Proof. 式 (4.21) に $t_1 = n+1, t_2 = t$ を代入する. 補題 1 より $q_t^{m\text{Lapseup}} = q_t^m$, 補題 4 より $V_t^{\text{Lapseup}[n+1:t]} = V_t$ を用いると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t^{\text{Lapseup}} DF_t - CF_t^w q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \\ & - CF_t^m (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) q_t^m DF_t \\ & = V_t (1 - q_t^{\text{Lapseup}} - q_t^{w\text{Lapseup}}) (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.56)$$

式 (4.22) に $t_1 = n+1, t_2 = t-1$ を代入する. 補題 4 より $V_t^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} = V_t$ を用いると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]}}{1 - q_t^r} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} - CF_t^d q_t DF_t - CF_t^w q_t^w DF_t - CF_t^m (1 - q_t - q_t^w) q_t^m DF_t \\ & = V_t (1 - q_t - q_t^w) (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.57)$$

補題 1 を用いて式 (4.57) から q_t^r, q_t, q_t^w を消去すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - CF_t^\ell DF_{t-1} \\ & - CF_t^d (q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) DF_t - CF_t^w (q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}}) DF_t \\ & - CF_t^m \left\{ 1 - (q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) - (q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}}) \right\} q_t^m DF_t \\ & = V_t \left\{ 1 - (q_t^{\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}}) - (q_t^{w\text{Lapseup}} - k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}}) \right\} (1 - q_t^m) DF_t \end{aligned} \quad (4.58)$$

式 (4.56), (4.58) を辺々引いて整理すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} - \frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} DF_{t-1} \\ & = k^{\text{Lapseup}} \left[\{ CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} \right. \\ & \quad \left. + \{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t (1 - q_t^m) \} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} \right] DF_t \end{aligned} \quad (4.59)$$

式 (4.59) の両辺に $\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}}(1 - q_t^{r\text{Lapseup}})(= \ell_t^{b\text{Lapseup}})$ を乗じると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} - \frac{1 - q_t^{r\text{Lapseup}}}{1 - q_t^{r\text{Lapseup}} + k^{\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}}} V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} \\ &= k^{\text{Lapseup}} \left[\{CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad \left. + \{CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \right] \end{aligned} \quad (4.60)$$

式 (4.41) を式 (4.60) に代入すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} DF_{t-1} \\ &= k^{\text{Lapseup}} \left[\{CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{w\text{Lapseup}} DF_t \right. \\ & \quad + \{CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \Delta q_t^{\text{Lapseup}} DF_t \\ & \quad \left. + \left(-\frac{V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]}}{1 - q_t^r} \right) \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \Delta q_t^{r\text{Lapseup}} DF_{t-1} \right] \end{aligned} \quad (4.61)$$

補題 3 および補題 4 より次の式が成立する。

$$\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t]} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \quad (4.62)$$

$$\ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t-1]} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} \quad (4.63)$$

$$V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} = V_{t-1} \quad (4.64)$$

式 (4.62)～(4.64) および変数 $\Delta q_t^{r\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{\text{Lapseup}}$, $\Delta q_t^{w\text{Lapseup}}$ の定義を式 (4.61) に代入して整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t]} - V_{t-1}^{\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}[n+1:t-1]} \right) DF_{t-1} \\ &= k^{\text{Lapseup}} \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \left[\{CF_t^w - CF_t^m q_t^m - V_t(1 - q_t^m)\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w DF_t \right. \\ & \quad \left. - \left\{ CF_t^d - CF_t^m q_t^m - V_t^{\text{Lapseup}}(1 - q_t^m) \right\} \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} DF_t - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r DF_{t-1} \right] \end{aligned} \quad (4.65)$$

定理 4 における $rd2_{n,t}^{\text{Lapseup}}$ の定義および式 (4.65) より、定理 4 が得られる。 $\square$

5 理論ドライバーに基づく実務ドライバー導出の提案

本章では、死亡リスク、長寿リスクおよび解約上昇リスクについて、理論ドライバーをもとに、実務で用いるリスクドライバー（以下、実務ドライバー）を導出する方法を提案する。これは、本論文における主な成果の一つである。

5.1 導出の概要

3.2 節で説明したとおり、理論ドライバーにリスク係数を乗じると原則法の所要資本と一致する。そのため、実務ドライバーとして理論ドライバーを選択すると、ランオフパターン法の所要資本は原則法の所要資本と一致する。しかも、3.3 節で説明したとおり、本論文における負債キャッシュフロー推計システムに関する仮定の下では、理論ドライバーは計算可能である。では、実務ドライバーとして理論ドライバーを選択するのが最良の選択かという点、そうとは限らない。実務においては、定量的近似度だけでなく、説明しやすさやシステム対応負荷も重要な要素であるためである。

＜実務ドライバー導出における3つの観点＞

- 定量的近似度
リスクドライバーに基づくランオフパターン法の所要資本が原則法の所要資本に近似しているか。妥当性検証においては、定量的近似度が一定水準以上であることが求められる。
- 説明しやすさ
リスクドライバーを関係者に説明する際に理解されやすいか。シンプルであるほど、そして既存の統計項目やキャッシュフロー項目などの馴染みのある項目に近いほど、直感的に理解されやすい。
- システム変更要否
リスクドライバーを出力するために負債キャッシュフロー推計システムの変更が必要か。リスクドライバーが既存の出力項目でない場合は、システム変更が必要となる。

そこで、理論ドライバーをもとに、次の流れで実務ドライバーを導出する方法を提案する。

＜理論ドライバーに基づく実務ドライバー導出の流れ＞

- (i) 理論ドライバーの立式
具体的な商品を想定して理論ドライバー2を立式する。理論ドライバー2を用いるのは、3.3 節の定理5で示したとおり、負債キャッシュフロー推計システム1回（最良推計シナリオ）の実行で計算できるためである。
- (ii) 実務ドライバー候補の列举
説明しやすさおよびシステム変更要否の観点からより望ましくなるように理論ドライバー2を式変形することで、実務ドライバーの候補を複数作成する。
- (iii) 試算による定量的近似度の確認
基準日および将来の複数の時点における原則法の所要資本、将来の各時点の実務ドライバー候補を試算し、各候補について原則法のランオフパターンへの近似度を確認する。
- (iv) 実務ドライバーの決定

(iii) で確認した定量的近似度に説明しやすさおよびシステム変更要否を加えた3つの観点から各実務ドライバー候補を評価することで、最終的な実務ドライバーを決定する。

既存の項目から実務ドライバーを選択する従来の方法と比べて、理論ドライバーをもとに実務ドライバーを導出する方法は次の点で優れている。

- より定量的近似度が高いリスクドライバーを発見することができる。
従来の方法では、実務ドライバーの候補が既存の項目に限定されていたため、原則法のランオフパターンにより近似する既存の項目以外のリスクドライバーが存在したとしても、それを見出すことができなかった。提案方法では既存の項目以外の候補も導出できる。
- 定量的近似度が高い場合に、それが偶然かどうかを判別できる。
従来の方法では、あるリスクドライバーの定量的近似度が高い場合、それが偶然なのか、理論上そうなるべきものなのかが区別できなかった。前者の場合、前提が変化すると原則法のランオフパターンから乖離する可能性がある。提案方法では、理論ドライバーの計算式とリスクドライバーの計算式を比較することで、偶然か必然かを判別できる。
- 実務ドライバーの妥当性をより根拠をもって説明できる。
従来の方法における実務ドライバーの妥当性の根拠は、定性的相関関係や試算結果くらいであった。提案方法では、理論ドライバーの計算式と実務ドライバーの計算式を比較することで乖離する要因を特定することでより根拠を持って妥当性を説明することができる。

次節以降で、理論ドライバーをもとに実務ドライバーを導出する方法を具体的に示す。

5.2 死亡リスクの実務ドライバーの導出

本節では、無配当平準払定期保険の場合の死亡リスクの実務ドライバーの導出方法を示す。

(i) 理論ドライバーの立式

本商品にかかる負債キャッシュフローは次のとおり。

CF 項目	発生条件	発生時期	予測 t 年度の一人当たりの金額
保険料	予測年度始に生存している場合	予測年度始	$-P$
死亡保険金	死亡した場合	予測年度末	S
解約返戻金	解約した場合	予測年度末	W_t
事業費	予測年度始に生存している場合	予測年度始	E_t (予定事業費と同額)

このとき、死亡リスクの理論ドライバー2の定義式に

- 1人当たりの死亡キャッシュフロー $CF_t^d = S$,
- 1人当たりの解約キャッシュフロー $CF_t^w = W_t$,
- 1人当たりの満期キャッシュフロー $CF_t^m = 0$,

- 満期率 $q_t^m = 0$

を代入すると、死亡リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Mortality}}$ は次のように立式できる。

$$RD2_n^{\text{Mortality}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Mortality}}} \sum_{t=n+1}^N \left\{ (S - V_t) \ell_t^{b\text{Mortality}} q_t - (W_t - V_t) \ell_t^{b\text{Mortality}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right\} \frac{DF_t}{DF_n}$$

(ii) 実務ドライバー候補の列挙

理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Mortality}}$ に対して、説明しやすさおよびシステム変更要否の観点からより望ましくなるように式変形することで、次の5つを実務ドライバー候補とする。

候補	算式	説明
1	$\frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Mortality}}} \sum_{t=n+1}^N (S - V_t) \ell_t^{b\text{Mortality}} q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	
2	$\sum_{t=n+1}^N (S - V_t) \ell_t^b q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	経済価値ベースの 危険保険料の現在価値
3	$\sum_{t=n+1}^N S \ell_t^b q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	死亡保険金キャッシュ フローの現在価値
4	$\sum_{t=n+1}^N (S - V_t^{(P)}) \ell_t^{b(P)} q_t^{(P)} \frac{DF_t^{(P)}}{DF_{t-1}^{(P)}} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} = \sum_{t=n+1}^N P_t^{(risk)} \ell_t^b \frac{DF_{t-1}}{DF_n}$	危険保険料の現在価値
5	$\sum_{t=n+1}^N (S - V_t^{(P)}) \ell_t^b \frac{DF_t}{DF_n}$	危険保険金の現在価値

各候補を選択する際の考え方は次のとおり。

- 候補 1（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
理論ドライバー 2 の中括弧内の第 1 項 $(S - V_t) \ell_t^{b\text{Mortality}} q_t$ と第 2 項 $(W_t - V_t) \ell_t^{b\text{Mortality}} q_t^* q_t^{w*} / 2$ を比較すると、次の理由から第 2 項は第 1 項に比べ小さいと考えられることから、理論ドライバー 2 から中括弧内第 2 項を除く。
 - 死亡保険金額 S に比べて経済価値ベースの責任準備金 V_t や解約返戻金 W_t が小さい
 - 第 1 項では乗じる率が q_t （1 次）であるのに対して、第 2 項では乗じる率が $q_t^* q_t^{w*} / 2$ （2 次）である
- 候補 2（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
死亡率は絶対値が小さいため、最良推計シナリオと死亡リスクのリスクシナリオの継続者数は概ね一致すると考えられる。そこで、候補 1 に対して、リスクシナリオの継続者数 $\ell_n^{e\text{Mortality}}$ 、 $\ell_n^{b\text{Mortality}}$ を最良推計シナリオの継続者数 ℓ_n^e 、 ℓ_n^b に置き換える。候補 2 は最良推計シナリオの変数だけで表され、経済価値ベースの危険保険料の現在価値と説明できる。
- 候補 3（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目である）
定期保険の場合、保険金額 S に比べて経済価値ベースの責任準備金 V_t が小さく、 $S - V_t$ と

S は概ね一致すると考えられるため、候補 2 の $S - V_t$ を S に置き換える。候補 3 は死亡保険金キャッシュフローの現在価値と説明できる。

- 候補 4（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目である）

候補 2 の経済価値ベースの責任準備金 V_t ，死亡率 q_t ，ディスカウントファクター DF_t ， DF_{t-1} を保険料計算基礎ベースの責任準備金 $V_t^{(P)}$ ，死亡率 $q_t^{(P)}$ ，ディスカウントファクター $DF_t^{(P)}$ ， $DF_{t-1}^{(P)}$ に置き換える。候補 4 は危険保険料の現在価値と説明できる。次が成立するならば、候補 4 のランオフパターンは候補 2 のランオフパターンに一致する。

- $S - V_t^{(P)}$ が $S - V_t$ と一致する。
- $q_t/q_t^{(P)}$ （死亡指数と呼ぶ）が一定である。
- $DF_t^{(P)}/DF_{t-1}^{(P)}$ が DF_t/DF_{t-1} と一致する。

- 候補 5（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目である）

次のとおり仮定し、候補 2 から死亡率 q_t を除き、 $S - V_t$ を $S - V_t^{(P)}$ に置き換える。候補 5 は危険保険金の現在価値と説明できる。死亡率は一般に年齢とともに増加するため、1 つ目の仮定は成立しない可能性が高い。

- 死亡率 q_t がほぼ一定の値である。
- 保険金額 S に比べて経済価値ベースの責任準備金 V_t および保険金計算基礎ベースの責任準備金 $V_t^{(P)}$ が小さい。

(iii) 試算による定量的近似度の確認

実務では会社の保有契約を用いるが、ここでは 2 件のサンプル契約を用いて、基準日および基準日の 5、10、15、20 年後の原則法の所要資本、将来の各時点の実務ドライバー候補を試算し、原則法のランオフパターンへの近似度を確認する。試算前提は次のとおり。2 件のサンプル契約で各候補の特徴をよく表すように極端な前提をおいている。本節ではサンプル 1、2 を使用する。これらは第 1 章で示した平準払定期保険のサンプル契約と同じである。参考に第 1 章で用いた一時払養老保険の契約条件もここに記載する。

<サンプル契約の条件>

サンプル契約 1、2 は平準払定期保険、サンプル 3 は一時払養老保険である。

	性別	年齢	保険期間	経過年数	保険金額
サンプル契約 1	男	30 歳	30 年	1 年	100 万円
サンプル契約 2	女	30 歳	20 年	5 年	100 万円
サンプル契約 3	女	40 歳	30 年	24 年	300 万円

<保険料計算基礎>

- 予定利率：1%
- 予定死亡率：生保標準生命表 2018（死亡保険用）と同じ

- 予定新契約費：死亡保険金額の 2.5%
- 予定集金費：営業保険料の 3.0%
- 予定維持費：死亡保険金額の 0.3%

<最良推計シナリオの前提等>

- 金利前提：2023 年 3 月末国債利回り
- 死亡率前提：保険料計算基礎の死亡率に対して、契約ごとに次の死亡指数を乗じた率。
サンプル契約 1：40%，サンプル契約 2：90%，サンプル契約 3：70%
- 解約率前提：すべての経過年数で 4%
- 死亡リスクのリスク係数：12.5%

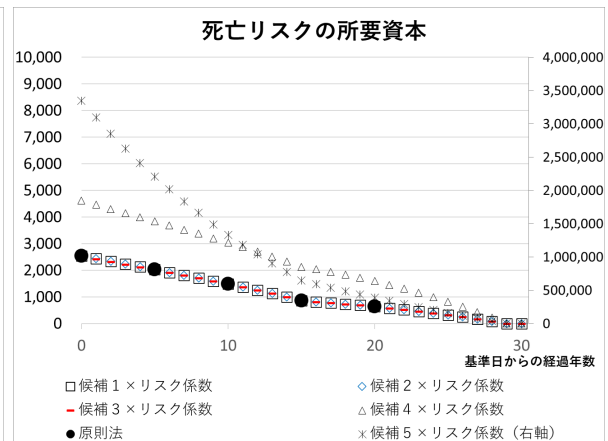
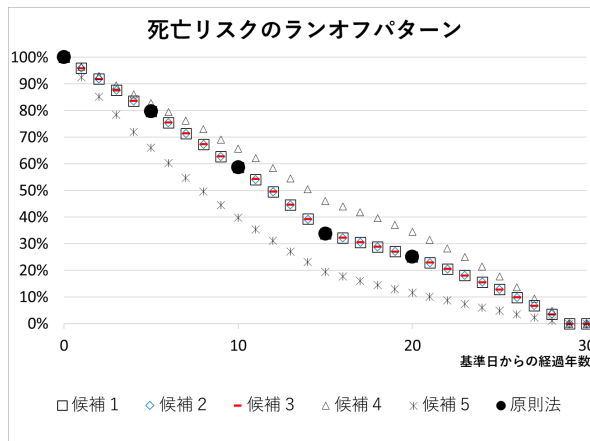
試算結果が表 2 および図 10 である。候補 1，2，3 は、原則法のランオフパターンとほぼ一致しており、候補にリスク係数を乗じた値も原則法の所要資本とほぼ一致している。候補 4，5 は、原則法のランオフパターンからやや乖離しており、候補にリスク係数を乗じた値は原則法の所要資本から乖離している。特に候補 5 は、リスク係数を乗じた値と原則法の所要資本が桁も全く異なる。

表 2: 死亡リスクの実務ドライバー候補の、原則法のランオフパターンおよび所要資本からの乖離

	原則法のランオフパターンからの乖離の最大値	基準日における所要資本／候補 × リスク係数		
		合計	サンプル契約 1	サンプル契約 2
原則法		2,545	1,321	1,224
候補 1	0.0%（予測 20 年度末）	2,546	1,322	1,224
候補 2	0.0%（予測 10 年度末）	2,548	1,323	1,225
候補 3	0.2%（予測 10 年度末）	2,527	1,309	1,218
候補 4	12.3%（予測 15 年度末）	4,628	3,264	1,364
候補 5	18.8%（予測 10 年度末）	3,348,035	1,995,509	1,389,526

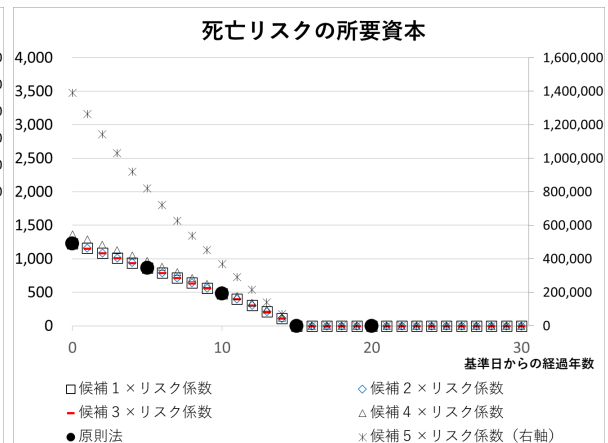
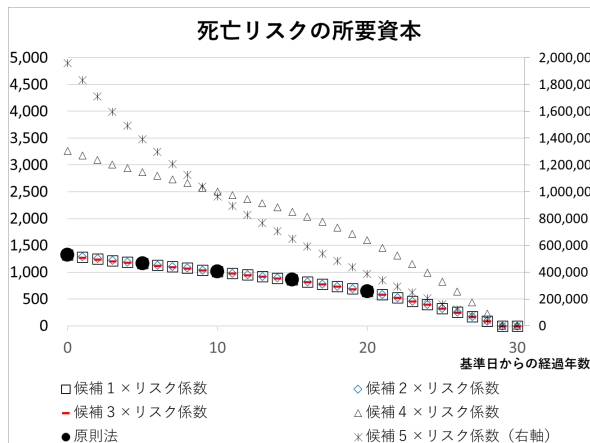
試算結果から各候補を選択する際の仮定について次のとおり考察できる。

- 候補 1 の仮定「理論ドライバー 2 の中括弧内の第 2 項は第 1 項に比べて十分小さい」は成立する。
- 候補 2 の仮定「最良推計シナリオと死亡リスクのリスクシナリオの継続者数が概ね一致している」は成立する。
- 候補 3 の仮定「保険金額に比べて経済価値ベースの責任準備金が小さい」は成立する。
- 候補 4 の 3 つの仮定のうち少なくとも 1 つは成立しない。候補 4 × リスク係数に対する原則法の所要資本の比率は、サンプル契約 1 では約 40%，サンプル契約 2 では約 90% であり、これは各契約の死亡指数に概ね一致する。死亡指数を一律 60% として試算すると、図 10(e)(f) のとおり、候補 4 × リスク係数に対する原則法の所要資本の比率は一律約 60% と



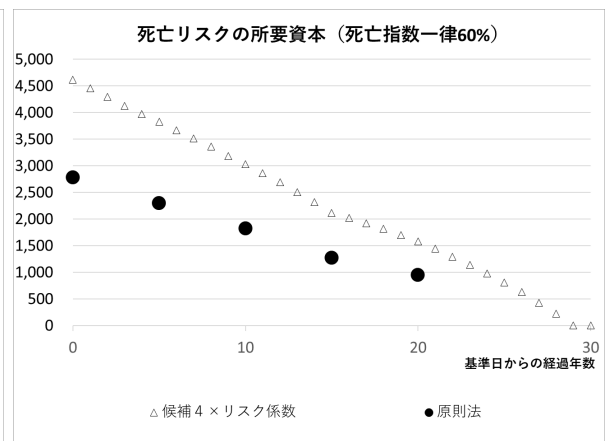
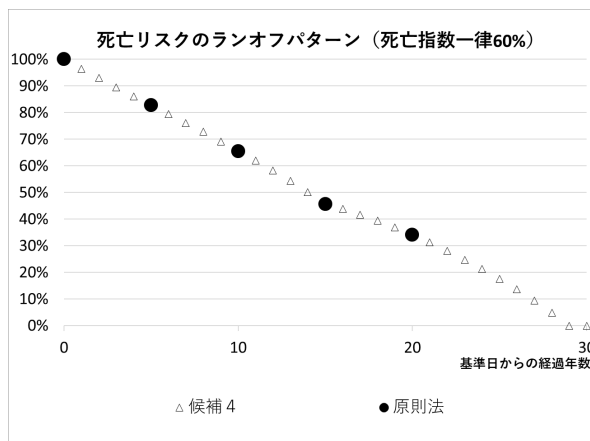
(a) 実務ドライバー候補と原則法の所要資本のランオフパターン (サンプル契約 1, 2 合計)

(b) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本 (サンプル契約 1, 2 合計)



(c) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本 (サンプル契約 1)

(d) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本 (サンプル契約 2)



(e) 実務ドライバー候補 4 のランオフパターン (サンプル契約 1, 2 合計: 死亡指数一律 60%)

(f) 実務ドライバー候補 4 × リスク係数 (サンプル契約 1, 2 合計: 死亡指数一律 60%)

図 10: 実務ドライバー候補に基づく死亡リスクの所要資本およびランオフパターン

なり、候補4に基づくランオフパターンと原則法の所要資本のランオフパターンは近似する。従って、候補4を選択する際の仮定の1つ「死亡指数が一定」が成立しないため、候補4は原則法のランオフパターンから乖離していると考えられる。

- 候補5の仮定「死亡率は一定」は成立しない。候補5は「×死亡率」を除いたため、候補5×リスク係数は原則法の所要資本と桁が全く異なっている。死亡率は一般に経過が進むにつれて上昇するため、候補5は将来の所要資本を原則法より過小評価していることになる。そのため、候補5のランオフパターンは原則法の所要資本のランオフパターンに比べ下に凸になると考えられる。

(iv) 実務ドライバーの決定

定量的近似度、説明しやすさ、システム変更要否の観点から各候補を評価すると下表のとおり。候補5は、ランオフパターンではやや乖離し、所要資本では大きく乖離しているため、定量的近似度は「×：乖離」と評価した。候補3（死亡保険金キャッシュフローの現在価値）がすべて◎であるため、最終的な実務ドライバーは候補3に決定する。

候補	定量的近似度	説明しやすさ	システム変更要否
1	◎：ほぼ一致	△：リスクシナリオを含み説明しづらい	△：必要
2	◎：ほぼ一致	○：既存項目を用いて説明可	△：必要
3	◎：ほぼ一致	◎：キャッシュフロー項目	◎：不要
4	△：やや乖離	◎：既存の統計項目	◎：不要
5	×：乖離	◎：既存の統計項目	◎：不要

<補足>

ここでは「死亡保険金キャッシュフローの現在価値」が最終的な実務ドライバーとして決定されたが、最適な実務ドライバーは商品によって異なる。死亡保険金キャッシュフローの現在価値を候補に選択する際の仮定「保険金額に比べて経済価値ベースの責任準備金が小さい」は、定期保険の場合は成立するが、養老保険や終身保険などの貯蓄性商品の場合は一般には成立せず、最終的な実務ドライバーは死亡保険金キャッシュフローの現在価値にならない可能性が高い。

また、死亡リスクの主な対象商品である終身保険は、2.2節で説明したとおり本論文における前提を満たさない。しかし、前提を満たさないのは最終年齢のみであり、実際に試算したところ終身保険の理論ドライバー×リスク係数は原則法の所要資本とほぼ一致することを確認しており、前提を満たす場合と同様の流れで理論ドライバーをもとに実務ドライバーを導出することができる。

5.3 長寿リスクの実務ドライバーの導出

本節では、無配当平準払確定年金の場合の長寿リスクの実務ドライバーの導出方法を示す。

(i) 理論ドライバーの立式

本論文で用いるキャッシュフローモデルの前提を満たすため、次のとおりモデル化する。本モデル化でも所要資本の計算結果は変わらない。

- 年金開始する予測年度始（基準日において年金開始後の場合は基準日）に年金および事業費（年金開始後）のキャッシュフローの現在価値を一時金として支払う。
- 年金開始する予測年度末に満期を迎える。

<基準日において年金開始前の場合>

年金開始前の予測年度（ $t < N$ ）において、本商品にかかる負債キャッシュフローは次のとおり。

CF 項目	発生条件	発生時期	予測 t 年度の一人当たりの金額
保険料	生存している場合	予測年度始	$-P$
死亡保険金	死亡した場合	予測年度末	S_t （既払保険料と同額）
解約返戻金	解約した場合	予測年度末	W_t
事業費	予測年度始に生存している場合	予測年度始	E_t （予定事業費と同額）

このとき、長寿リスクの理論ドライバー 2 の定義式に登場する変数は次のとおり。

- 1 人当たりの死亡キャッシュフロー $CF_t^d = S_t$,
- 1 人当たりの解約キャッシュフロー $CF_t^w = W_t$,
- 1 人当たりの満期キャッシュフロー $CF_t^m = 0$,
- 満期率 $q_t^m = 0$.

年金開始する予測年度（ $t = N$ ）において、本商品にかかる負債キャッシュフローは次のとおり。

CF 項目	発生条件	発生時期	予測 t 年度の一人当たりの金額
年金	予測年度始に生存している場合	予測年度始	A （年金キャッシュフローの現在価値）
事業費	予測年度始に生存している場合	予測年度始	E_t （年金開始後の予定事業費の現在価値と同額）

このとき、長寿リスクの理論ドライバー 2 の定義式に登場する変数は次のとおり。

- 1 人当たりの死亡キャッシュフロー $CF_t^d = 0$,
- 1 人当たりの解約キャッシュフロー $CF_t^w = 0$,
- 1 人当たりの満期キャッシュフロー $CF_t^m = 0$,
- 満期率 $q_t^m = 1$.

年金開始前後をまとめると、長寿リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Longevity}}$ は次のように立式で

きる。年金開始後の理論ドライバー 2 は 0 となる。

$$RD2_n^{\text{Longevity}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Longevity}}} \sum_{t=n+1}^{N-1} \left\{ (V_t - S_t) \ell_t^{b\text{Longevity}} q_t - (V_t - W_t) \ell_t^{b\text{Longevity}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right\} \frac{DF_t}{DF_n}$$

<基準日において年金開始後の場合>

本商品にかかる負債キャッシュフローおよび長寿リスクの理論ドライバー 2 の定義式に登場する変数は、基準日において年金開始前の場合の年金開始する予測年度と同様であるため、長寿リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Longevity}}$ は 0 となる。

(ii) 実務ドライバー候補の列挙

年金開始後は理論ドライバー、所要資本ともに 0 となるため、以降は年金開始前の実務ドライバーを導出していく。理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Longevity}}$ を式変形することで、次の 3 つを実務ドライバーの候補とする。

候補	算式	説明
1	$\frac{\ell_n^e}{\ell_n^{\text{Longevity}}} \sum_{t=n+1}^{N-1} (V_t - S_t) \ell_t^{b\text{Longevity}} q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	
2	$\sum_{t=n+1}^{N-1} (V_t - S_t) \ell_t^b q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	－経済価値ベースの危険保険料の現在価値
3	$\sum_{t=n+1}^{N-1} V_t \ell_t^b q_t \frac{DF_t}{DF_n}$	経済価値ベースの責任準備金 × 死亡率の現在価値

各候補を選択する際の考え方は次のとおり。

- 候補 1（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
理論ドライバー 2 の中括弧内の第 1 項 $(V_t - S_t) \ell_t^{b\text{Longevity}} q_t$ と第 2 項 $(V_t - W_t) \ell_t^{b\text{Longevity}} q_t^* q_t^{w*} / 2$ を比較すると、第 1 項では乗じる率が q_t （1 次）であるのに対して、第 2 項では乗じる率が $q_t^* q_t^{w*} / 2$ （2 次）であることから、第 2 項は第 1 項に比べ小さいと考えられる。そこで、理論ドライバー 2 から中括弧内第 2 項を除く。
- 候補 2（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
死亡率は絶対値が小さいため、最良推計シナリオと死亡リスクのリスクシナリオの継続者数は概ね一致すると考えられる。そこで、候補 1 に対して、リスクシナリオの継続者数 $\ell_n^{\text{Longevity}}$ 、 $\ell_n^{b\text{Longevity}}$ を最良推計シナリオの継続者数 ℓ_n^e 、 ℓ_n^b に置き換える。候補 2 は経済価値ベースの危険保険料の現在価値を正負反転したものと説明できる。
- 候補 3（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
死亡保険金額 S_t が時価ベースの責任準備金 V_t に比べて小さいならば、 $V_t - S_t$ と V_t は概ね一致するため、候補 2 の $V_t - S_t$ を V_t に置き換える。死亡保険金額 S_t は既払保険料と同額であるため、この仮定は成立しない可能性が高い。

候補 1 から 3 はいずれも負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではないが、これ以上式変形すると定量的近似度が確保できない可能性が高いため、候補は以上の 3 つとする。

(iii) 試算による定量的近似度の確認

サンプル契約 2 件を用いて、基準日および基準日の 5、10、15、20、25 年後の原則法の所要資本、将来の各時点の実務ドライバー候補を試算し、定量的近似度を確認する。試算前提は次のとおり。

<サンプル契約の条件>

商品はいずれも平準払確定年金である。

	性別	年齢	保険期間	年金年数	経過年数	年金年額
サンプル契約 4	男	30 歳	30 年	10 年	0 年	60 万円
サンプル契約 5	男	20 歳	20 年	5 年	5 年	60 万円

<保険料計算基礎>

- 予定利率：1.5%
- 予定死亡率：生保標準生命表 2 0 1 8（死亡保険用）と同じ
- 予定新契約費：年金原資の 2.5%
- 予定集金費：営業保険料の 3.0%
- 予定維持費：保険料払込中は年金原資の 0.3%、年金開始後は年金年額の 1.0%

<最良推計シナリオの前提等>

- 金利前提：2023 年 3 月末国債利回り
- 死亡率前提：保険料計算基礎の死亡率に対して、死亡指数 70% を乗じた率。
- 解約率前提：すべての経過年数で 3%
- 長寿リスクのリスク係数：20.0%

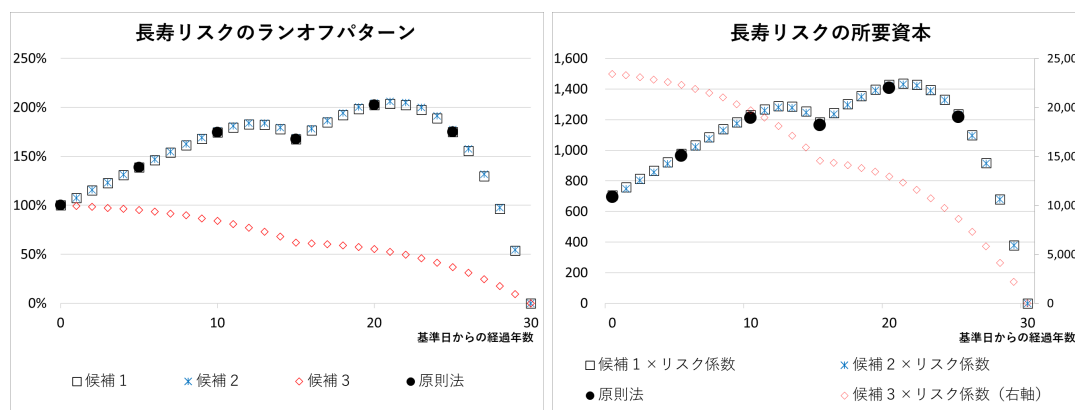
試算結果が表 3 および図 11 である。候補 1、2 は、原則法のランオフパターンとほぼ一致しており、候補にリスク係数を乗じた値も原則法の所要資本とほぼ一致している。候補 3 は、原則法のランオフパターンから大きく乖離しており、候補にリスク係数を乗じた値も原則法の所要資本から大きく乖離している。

試算結果から各候補を選択する際の仮定について次のとおり考察できる。

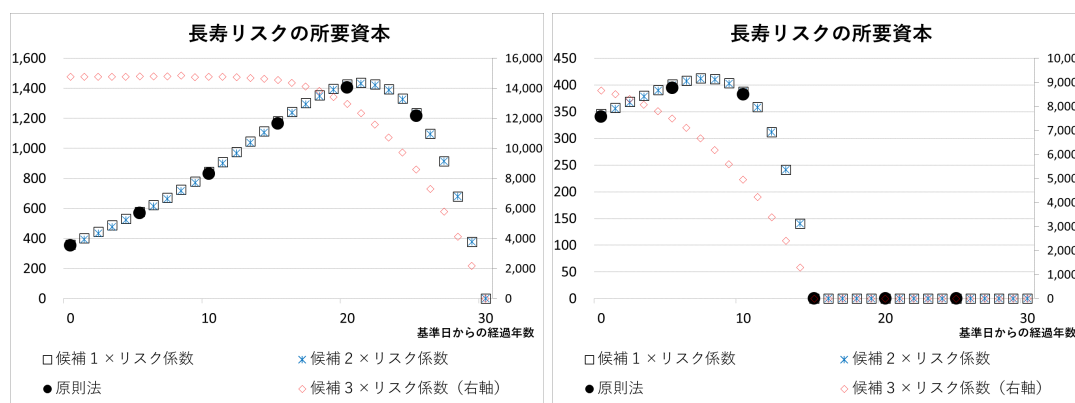
- 候補 1 の仮定「理論ドライバー 2 の中括弧内の第 2 項は第 1 項に比べて十分小さい」は成立する。
- 候補 2 の仮定「最良推計シナリオと死亡リスクのリスクシナリオの継続者数が概ね一致している」は成立する。
- 候補 3 の仮定「死亡保険金額が時価ベースの責任準備金に比べて小さい」は成立しない。

表 3: 長寿リスクの実務ドライバー候補の、原則法のランオフパターンおよび所要資本からの乖離

	原則法のランオフパターンからの乖離の最大値	基準日における所要資本／候補 × リスク係数
原則法		695
候補 1	0.0%（予測 15 年度末）	706
候補 2	2.4%（予測 25 年度末）	695
候補 3	147.1%（予測 20 年度末）	23,434



(a) 実務ドライバー候補と原則法のランオフパターン（サンプル契約 4，5 合計） (b) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本（サンプル契約 4，5 合計）



(c) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本（サンプル契約 4） (d) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本（サンプル契約 5）

図 11: 実務ドライバー候補に基づく長寿リスクの所要資本およびランオフパターン

(iv) 実務ドライバーの決定

定量的近似度，説明しやすさ，システム変更要否の観点から各候補を評価すると下表のとおり。候補 2 がすべての観点で評価が最も高いため，最終的な実務ドライバーを候補 2 に決定する。

候補	定量的近似度	説明しやすさ	システム変更要否
1	◎：ほぼ一致	△：リスクシナリオを含み説明しづらい	△：必要
2	◎：ほぼ一致	○：既存の項目を用いて説明可	△：必要
3	×：大きく乖離	○：既存の項目を用いて説明可	△：必要

5.4 解約上昇リスクの実務ドライバーの導出

本節では、平準払定期特約付終身保険の場合の解約上昇リスクの実務ドライバーの導出方法を示す。

(i) 理論ドライバーの立式

主契約部分と定期特約でそれぞれ理論ドライバー 2 を立式する。

<主契約部分>

主契約部分の変数は添え字に (1) を付す。主契約部分の負債キャッシュフローは次のとおり。

CF 項目	発生条件	発生時期	予測 t 年度の一人当たりの金額
保険料	予測年度始に生存している場合	予測年度始	$-P^{(1)}$
死亡保険金	死亡した場合	予測年度末	$S^{(1)}$
解約返戻金	解約した場合	予測年度末	$W_t^{(1)}$
事業費	予測年度始に生存している場合	予測年度始	$E_t^{(1)}$ (予定事業費と同額)

このとき、解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の定義式に

- 1 人当たりの死亡キャッシュフロー $CF_t^d = S^{(1)}$,
- 1 人当たりの解約キャッシュフロー $CF_t^w = W_t^{(1)}$,
- 1 人当たりの満期キャッシュフロー $CF_t^m = 0$,
- 満期率 $q_t^m = 0$,
- 非更新率 $q_t^r = 0$

を代入すると、主契約部分の解約上昇リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}(1)}$ は次のとおり。

$$RD2_n^{\text{Lapseup}(1)} = \frac{\ell_n^{e(1)}}{\ell_n^{e\text{Lapseup}(1)}} \sum_{t=n+1}^N \left\{ \left(W_t^{(1)} - V_t^{(1)} \right) \ell_t^{b\text{Lapseup}(1)} q_t^{w(1)} - \left(S^{(1)} - V_t^{(1)} \right) \ell_t^{b\text{Lapseup}(1)} \frac{q_t^{*(1)} q_t^{w*(1)}}{2} \right\} \frac{DF_t}{DF_n}$$

<定期特約部分>

定期特約部分の変数は添え字に (2) を付す．定期特約部分の負債キャッシュフローは次のとおり．

CF 項目	発生条件	発生時期	予測 t 年度の一人当たりの金額
保険料	予測年度始に生存している場合	予測年度始	$-P_t^{(2)}$
死亡保険金	死亡した場合	予測年度末	$S^{(2)}$
解約返戻金	解約した場合	予測年度末	$W_t^{(2)}$
事業費	予測年度始に生存している場合	予測年度始	$E_t^{(2)}$ (予定事業費と同額)

このとき，解約上昇リスクの理論ドライバー 2 の定義式に

- 1 人当たりの死亡キャッシュフロー $CF_t^d = S^{(2)}$,
- 1 人当たりの解約キャッシュフロー $CF_t^w = W_t^{(2)}$,
- 1 人当たりの満期キャッシュフロー $CF_t^m = 0$

を代入する．そして，満期を迎える予測年度 t では $q_t^{m(2)} = 1$, $V_t^{(2)} = 0$ であり，満期を迎えない予測年度 t では $q_t^{m(2)} = 0$ であるため，すべての予測年度で $V_t^{(2)}(1 - q_t^{m(2)}) = V_t^{(2)}$ が成立することを用いると，定期特約部分の解約上昇リスクの理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}(2)}$ は次のとおり．

$$RD2_n^{\text{Lapseup}(2)} = \frac{\ell_n^{e(2)}}{\ell_n^{e\text{Lapseup}(2)}} \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ \left(W_t^{(2)} - V_t^{(2)} \right) \ell_t^{b\text{Lapseup}(2)} q_t^{w(2)} - \left(S^{(2)} - V_t^{(2)} \right) \ell_t^{b\text{Lapseup}(2)} \frac{q_t^{*(2)} q_t^{w*(2)}}{2} \right\} \frac{DF_t}{DF_n} - \frac{V_{t-1}^{(2)}}{1 - q_t^{r(2)}} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}(2)} q_t^{r(2)} \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right]$$

<主契約部分・定期特約部分の統合>

主契約および定期特約の理論ドライバー 2 をまとめると，次のとおり立式できる．主契約部分の変数は添え字に (1) を，定期特約部分の変数は添え字に (2) を付す．ただし， $q_t^{r(1)} = 0$ とする．

$$RD2_n^{\text{Lapseup}} = \frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \sum_{t=n+1}^N \left[\left\{ (W_t - V_t) \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w - (S_t - V_t) \ell_t^{b\text{Lapseup}} \frac{q_t^* q_t^{w*}}{2} \right\} \frac{DF_t}{DF_n} - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right]$$

(ii) 実務ドライバー候補の列举

理論ドライバー 2 $RD2_n^{\text{Lapseup}}$ を式変形することで，次の 3 つを実務ドライバーの候補とする．

候補	算式	説明
1	$\frac{\ell_n^e}{\ell_n^{e\text{Lapseup}}} \sum_{t=n+1}^N \left\{ (W_t - V_t) \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w \frac{DF_t}{DF_n} - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right\}$	
2	$\sum_{t=n+1}^N \left\{ (W_t - V_t) \ell_t^b q_t^w \frac{DF_t}{DF_n} - \frac{V_{t-1}}{1 - q_t^r} \ell_{t-1}^e q_t^r \frac{DF_{t-1}}{DF_n} \right\}$	{(解約返戻金額 - 時価 V) × 解約率 - 時価 V × 非更新率/(1 - 非更新率)} の現在価値
3	$\sum_{t=n+1}^N (W_t - V_t) \ell_t^b q_t^w \frac{DF_t}{DF_n}$	(解約返戻金額 - 時価 V) × 解約率 の現在価値

各候補を選択する際の考え方は次のとおり。

- 候補1（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
理論ドライバー2の大括弧内の第1項 $(W_t - V_t) \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^w DF_t/DF_n$ 、第2項 $-(S_t - V_t) \ell_t^{b\text{Lapseup}} q_t^* q_t^{w*}/2DF_t/DF_n$ 、第3項 $-V_{t-1} \ell_{t-1}^{e\text{Lapseup}} q_t^r/(1 - q_t^r) DF_{t-1}/DF_n$ を比較すると、第1項および第3項では乗じる率が q_t^w 、 $q_t^r/(1 - q_t^r)$ （1次）であるのに対して、第2項では乗じる率が $q_t^* q_t^{w*}/2$ （2次）であることから、第2項は第1項および第3項に比べ小さいと考えられる。そこで、理論ドライバー2から大括弧内第2項を除く。
- 候補2（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
最良推計シナリオと解約上昇リスクのリスクシナリオの継続者数が概ね一致すると仮定し、候補1のリスクシナリオの継続者数 $\ell_n^{e\text{Lapseup}}$ 、 $\ell_n^{b\text{Lapseup}}$ を最良推計シナリオの継続者数 ℓ_n^e 、 ℓ_n^b に置き換える。解約率や非更新率の絶対値は死亡率ほど小さくないため、この仮定は成立しない可能性がある。
- 候補3（負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではない）
候補2の中括弧内第1項は解約率へのストレスの影響、第2項は非更新率へのストレスの影響である。第1項に比べ第2項が小さいと仮定し、候補2から第2項を除く。主契約には更新がないため候補2＝候補3となる。

候補1から3はいずれも負債キャッシュフロー推計システムの出力項目ではないが、これ以上式変形すると定量的近似度が確保できない可能性が高いため、候補は以上の3つとする。

(iii) 試算による定量的近似度の確認

サンプル契約2件を用いて、基準日および基準日の3、13、23、33、43年後の原則法の所要資本、将来の各時点の実務ドライバー候補を試算し、原則法のランオフパターンへの近似度を確認する。基準日の3、13、23、33、43年後としたのは、更新時以外の方が各候補の影響をよく表すと考えたためである。試算前提は次のとおり。

＜サンプル契約の条件＞

商品はいずれも平準払定期特約付終身保険（特約は 10 年ごとに更新）である。

	性別	年齢	保険料払込期間 主契約	定期特約	経過年数	死亡保険金額	
						主契約	定期特約
サンプル契約 6	男	30 歳	30 年	90 歳まで	0 年	100 万円	100 万円
サンプル契約 7	女	60 歳	20 年	90 歳まで	5 年	100 万円	300 万円

＜保険料計算基礎＞

- 予定利率：1%
- 予定死亡率：生保標準生命表 2 0 1 8（死亡保険用）と同じ
- 予定新契約費：新契約時は死亡保険金額の 2.5%，更新時は死亡保険金額の 1.0%
- 予定維持費：営業保険料の 3.0%
- 予定集金費：死亡保険金額の 0.3%

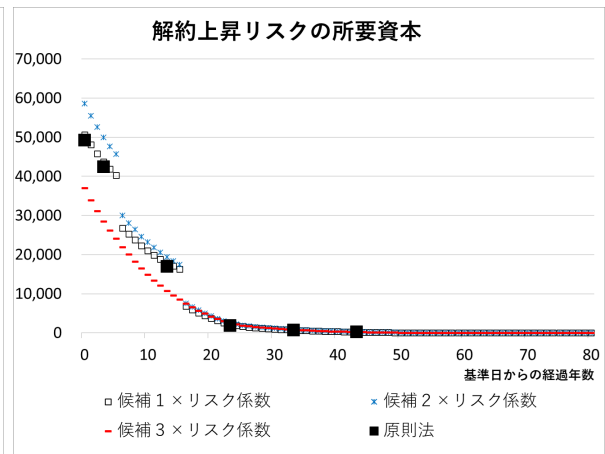
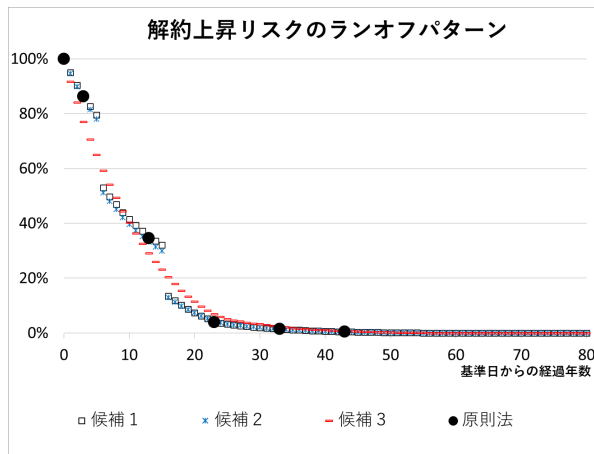
＜最良推計シナリオの前提等＞

- 金利前提：2023 年 3 月末国債利回り
- 死亡率前提：保険料計算基礎の死亡率に対して，死亡指数 70% を乗じた率。
- 解約率前提：サンプル契約 6 は一律 10%，サンプル契約 7 は一律 3%
- 非更新率前提：サンプル契約 6 は一律 4%，サンプル契約 7 は一律 30%
- 解約上昇リスクのリスク係数：25.0%

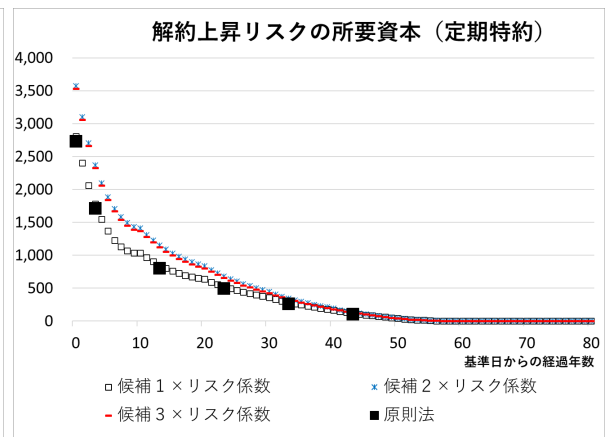
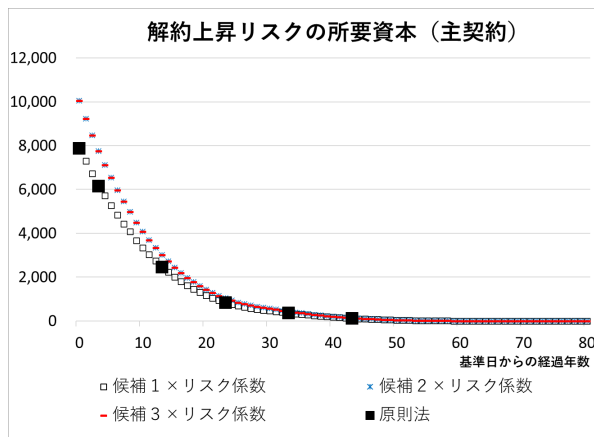
試算結果が表 4 および図 12 である。候補 1，2 は，原則法のランオフパターンとほぼ一致しているが，候補 2 は，候補にリスク係数を乗じた値と原則法の所要資本が乖離している。候補 3 は，原則法のランオフパターンから大きく乖離しており，候補にリスク係数を乗じた値も原則法の所要資本から大きく乖離している。

表 4: 解約上昇リスクの実務ドライバー候補の，原則法のランオフパターンおよび所要資本からの乖離

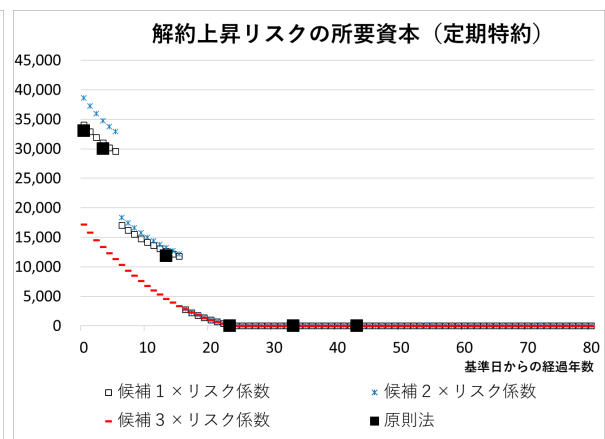
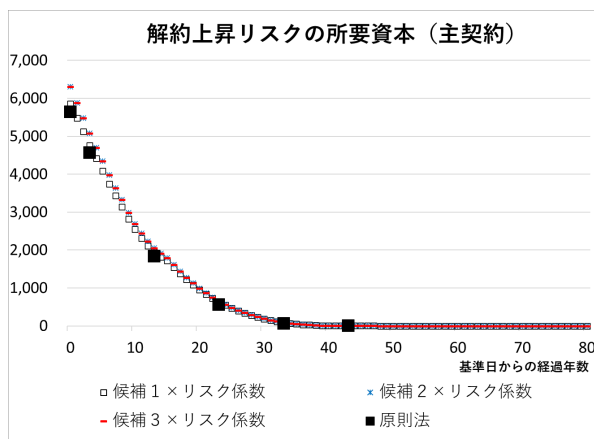
	原則法のランオフパターンからの乖離の最大値	基準日における所要資本／候補 × リスク係数
原則法		49,310
候補 1	0.8%（予測 13 年度末）	50,704
候補 2	1.3%（予測 13 年度末）	58,567
候補 3	9.2%（予測 3 年度末）	37,078



(a) 実務ドライバー候補と原則法の所要資本のランオフパターンの比較（サンプル契約6，7 合計） (b) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本の比較（サンプル契約6，7 合計）



(c) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本の比較（サンプル契約6：主契約） (d) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本の比較（サンプル契約6：定期特約）



(e) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本の比較（サンプル契約7：主契約） (f) 実務ドライバー候補 × リスク係数と原則法の所要資本の比較（サンプル契約7：定期特約）

図 12: 実務ドライバー候補に基づく解約上昇リスクの所要資本およびランオフパターン

試算結果から各候補を選択する際の仮定について次のとおり考察できる。

- 候補 1 の仮定「理論ドライバー 2 の中括弧内の第 2 項は第 1 項および第 3 項に比べて十分小さい」は成立する。
- 候補 2 の仮定「最良推計シナリオと解約上昇リスクのリスクシナリオの継続者が概ね一致する」は成立しない。参考に、図 13 は最良推計シナリオとリスクシナリオの継続者数の比率（主契約，特約で各 1 件とした），図 14 は 3.2 節の死亡リスクの場合における同比率である。死亡リスクの場合と比べ解約上昇リスクでは，ストレス前後の継続者数の比率が大きく異なることがわかる。
- 候補 3 の仮定「候補 2 のうち非更新率へのストレスの影響は解約率へのストレスの影響に比べて小さい」は成立しない。ただし，これは試算前提に依存すると考えられる。

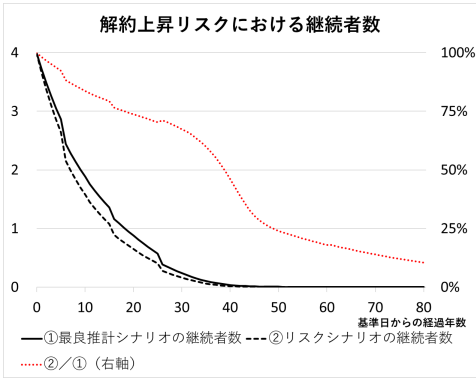


図 13: 解約上昇リスクにおける継続者数

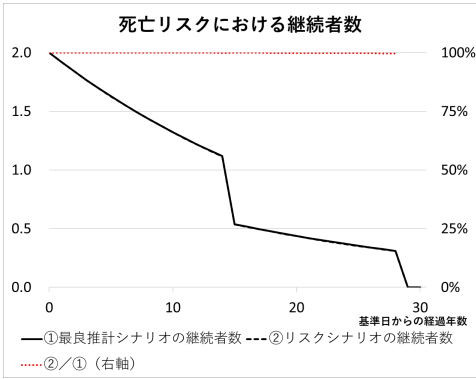


図 14: 死亡リスクにおける継続者数

(iv) 実務ドライバーの決定

定量的近似度，説明しやすさ，システム変更要否の観点から各候補を評価すると下表のとおり。候補 2 は，ランオフパターンではほぼ一致しているが，所要資本では乖離しているため，定量的近似度は「やや乖離」と評価した。今回はすべての観点で評価が最も高い候補は存在しないため，総合的な評価は人により異なるだろう。ここでは，定量的近似度を最も重視し，最終的な実務ドライバーは候補 1 に決定する。

候補	定量的近似度	説明しやすさ	システム変更要否
1	◎：ほぼ一致	△：リスクシナリオを含み説明しづらい	△：必要
2	△：やや乖離	○：既存の項目を用いて説明可	△：必要
3	×：大きく乖離	○：既存の項目を用いて説明可	△：必要

6 まとめ

本論文では、「経済価値ベースのソルベンシー規制においてランオフパターン法で MOCE を推計する場合に、死亡リスク、長寿リスク、解約・失効リスクの水準およびトレンドの要素のランオフパターンが、原則法の所要資本のランオフパターンと乖離する」という問題を解決することを目的に研究を行った。この目的のもと、本研究では2つの成果を得た。

1つ目の成果は、生保数理に基づく理論的なアプローチにより理論ドライバーを導出したことである。2.2 節で説明した前提を満たす場合、理論ドライバーにリスク係数を乗じると原則法の所要資本と一致するという性質があるため、MOCE のリスクドライバーとして理論ドライバーを選択すると、ランオフパターン法の所要資本は原則法の所要資本と完全に一致する。また、3.3 節で説明したとおり、本論文におけるシステムに関する仮定のもとでは、理論ドライバー2はシステムで計算可能である。

2つ目の成果は、理論ドライバーをもとに実務ドライバーを導出する方法を提案したことである。実務においては、説明しやすさやシステム変更要否も重要な要素である。理論ドライバーは、定量的近似度が高いが、説明しやすさやシステム変更を考慮すると実務上最善の選択になるとは限らない。本論文の提案手法により、実務上の要請を満たす最善の実務ドライバーが選択可能となる。

理論ドライバーに基づき導出した実務ドライバーは、経済価値ベースのソルベンシー規制における MOCE のランオフパターン以外に次の場面でも活用できる。

- 経済価値ベースのソルベンシー比率のシミュレーション

経営計画策定時や新商品開発時に経済価値ベースのソルベンシー比率のシミュレーションを行う場合がある。理論ドライバーに基づき導出した実務ドライバーは将来の所要資本のリスクドライバーであるため、死亡リスク、長寿リスク、解約・失効リスクの所要資本のシミュレーション値を推計する際に活用できる。

- 所要資本の変動要因分析

理論ドライバーの定義式は所要資本を要素に分解した式でもあるため、理論ドライバーの各要素の変動を確認することにより、所要資本の変動要因を特定することができる。

本論文は次のとおり更なる研究の余地がある。特に3つ目は、取り組みやすく実務上の有用性が高いと思われるため、後続の研究を期待する。

- 前提を満たさない場合への対応

5.2 節の補足で言及したとおり、本論文における前提を満たさない契約でも理論ドライバーに基づくランオフパターンが原則法の所要資本のランオフパターンに近似する場合がある。しかし、前提を満たさない場合の定量的近似度について理論的な説明ができていない。前提を満たさない場合の理論ドライバーに基づくランオフパターンと原則法の所要資本のランオ

フパターンの乖離を定式化し、前提を満たさない影響が軽微である場合を特定することが考えられる。

- 解約上昇リスクの実務ドライバー

5.4 節では、定量的近似度は高いがリスクシナリオの変数を含み説明しづらい候補を、解約上昇リスクの最終的な実務ドライバーとした。定量的近似度が高くリスクシナリオの変数を含まない解約上昇リスクの実務ドライバーがもし存在するならば、その実務ドライバーを提示することが考えられる。

- 所要資本の性質の理解向上

理論ドライバー × リスク係数は原則法の所要資本と一致するため、理論ドライバーをさまざまな商品や複数の割引率や死亡率等に対して試算することで、所要資本の性質に対する理解を深めることができる。

謝辞

本研究にあたり、住友生命保険相互会社主計部国際保険計理室の皆さまに非常に多くの助言をいただきました。この場をお借りし御礼申し上げます。

(住友生命保険相互会社 主計部)

参考文献

- [1] 金融庁 [2022], 『経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する基本的な内容の暫定決定について』
- [2] 金融庁 [2023], 『経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する基準の最終化に向けた検討状況について』
- [3] 金融庁 [2023], 『経済価値ベースの評価・監督手法に関するフィールドテスト（仕様書）』
- [4] 金融庁 [2020], 『経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する有識者会議報告書』
- [5] 金融庁 [2021], 『経済価値ベースのソルベンシー規制等に関する基準の最終化に向けた検討状況について』
- [6] 日本アクチュアリー会 ソルベンシー検討WG（生保・損保）[2023], 『保険負債の検証レポート 記載要領・記載要領の背景』
- [7] 二見隆, 『生命保険数学（上・下）』, 生命保険文化研究所

Derivation of risk drivers for future capital requirements
for mortality, longevity and lapse risks:
Life insurance actuarial approach

Kaori Maruyama

Abstract

The economic value-based solvency regime to be introduced in Japan in 2025 requires validation of the run-off pattern of future capital requirements used in estimating MOCE under simplification method. However, the run-off patterns based on risk drivers, especially for mortality, longevity, and lapse risks (level and trend components), deviate from the run-off patterns for capital requirements estimated in principle.

This paper proves by life insurance actuarial methods that, under certain conditions, certain risk driver is strictly proportional to the future capital requirements estimated in principle for mortality risk, longevity risk and lapse risk (level and trend components). I call this risk driver the theoretical driver.

The theoretical driver is a complicated formula and is difficult to use in practice. Therefore, this paper derives a risk driver that is simple enough to use in practice by slightly modifying the theoretical driver.

Keyword : mortality risk, longevity risk, lapse risk, future capital requirements, run-off patterns, risk drivers, MOCE, validation, economic value-based solvency regime