

貯蓄性商品の価格評価に関する考察
～ 円建て E I A (Equity-Indexed Annuities) の価格評価

上田 琢磨

米国の個人年金市場で一定のシェアを占める株価指数連動型年金保険 (Equity-Indexed Annuities, E I A) は、そのキャッシュフローについて市場に流通する金融商品により概ね複製可能であり、同様の最低保証機能を持つ変額年金に比較してヘッジ可能性が高い。結果として、変額年金に比較して、契約者が負担するコストを大幅に削減できる可能性が期待される。

現時点の日本の個人年金市場では取り扱いが限定的であるこの E I A について、その価格評価の手法を構築し、リスク特性の分析を行う。

1 米国市場におけるEIAの商品性について

1.1 EIAの概要

EIA (Equity-Indexed Annuities : 株価指数連動型年金保険) とは、積立金に付与される利率について最低利率が保証されており、また株価上昇局面では S&P500 などの代表的な株価指数の上昇率に応じて利率が上乘せられ株式投資の利益も享受できる個人年金保険であり、定額年金と変額年金の双方のメリットを兼ね備えた商品として近年人気を呼んでいる。2008 年上半年 (1 月～6 月) の販売実績は 125 億ドルに達しており、定額年金における総保険料の 26% を占めている。また、サブプライムローン問題が表面化し株価が急激に下落した 2007 年 7 月以降販売量が低調な変額年金 (対前年比 -6%) と比較しても、対前年比 +2% と順調な拡大を続けている。

なお、契約時に手数料相当額を控除しない代わりに据置期間中の早期解約に解約控除を設定するケースが一般的である。一方で、定額年金と同様に各州の保険法規制の対象となっているため、各州が採択している NAIC の標準不没収価格規制法の制約を受けており、解約控除後も当法の要求する水準以上の解約払戻金が最低保証されている。

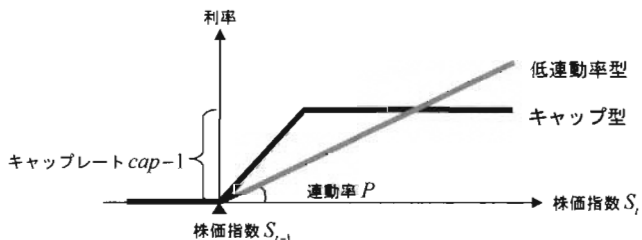
1.2 株価指数のリターンの反映方法

株価指数のリターンの反映方法について、現在では Ratchet 方式が最も一般的となっている。毎年の株価指数のリターンをロックインし、ある年度で株価指数が下落しても前年度の積立金を損なうことがない。

なお、毎年の株価指数のリターンの反映方法として以下の 2 つが挙げられる。

表 1 Ratchet 方式における株価指数のリターンの反映方法 (利率の算出方法)

キャップ型	$\min \left\{ cap-1, \max \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} - 1, 0 \right) \right\}$
低連動率型	$P \times \max \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} - 1, 0 \right)$



以下、それぞれの型についての積立金の推移イメージを確認する。キャップ型は株価指数の上昇率に 100% 連動するが、キャップレート (例 : 年 8.00%) 以上には連動しない。一方で低

連動率型は連動率が100%未満(例: $P=80\%$)に圧縮される。なお、どちらの型も最低保証利率(例: 0%)により株価指数が下落した年度について積立金は減少しない。

表 2 積立金の推移イメージ(一時払保険料10万ドル)

経過	株価指数 リターン	積立金			
		キャップ型		低連動率型	
			反映リターン		反映リターン
1年	+15.0%	\$108,000	+ 8.0%	\$112,000	+ 12.0%
2年	+5.0%	\$113,400	+ 5.0%	\$116,480	+ 4.0%
3年	-5.0%	\$113,400	0.0%	\$116,480	0.0%
4年	-13.0%	\$113,400	0.0%	\$116,480	0.0%
5年	+9.0%	\$122,472	+ 8.0%	\$125,798	+ 7.2%

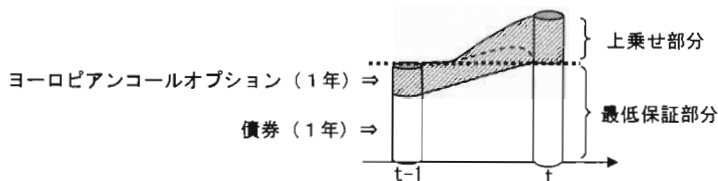
なお、S&P500などの配当の再投資を前提としていない株価指数に連動する点について、配当の再投資を前提とする現物ファンドを投資対象としている変額年金と対照的である。株価指数は配当支払いの分だけ下落するため、その分だけ現物ファンドに比較して期待収益率は低い。

1.3 複製ポートフォリオによる Ratchet 方式の価格

最近では、毎保険年度始にキャップレートを見直す条項が付帯されている商品が見られるが、このように毎年提示価格をリセットする Ratchet 型商品では、市場に流通する金融商品から複製できる可能性が高い。

表 3 Ratchet 型 EIA の複製ポートフォリオ

	割引債	ヨーロピアンコールオプション	
		権利行使価格= S_{t-1}	権利行使価格= cap
キャップ型	ロング	ロング	ショート
低連動率型	ロング	ロング	—



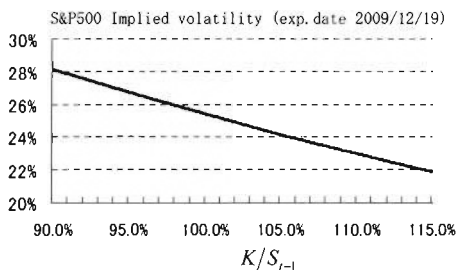
最低保証部分を満期1年の割引債、上乗せ部分を(保険年度末を権利行使日とする)同じく満期1年のヨーロピアンコールオプションで構成することにより、株価指数の変動に非対称に連動する Ratchet 方式のペイオフを複製することができる。以下、過去の米国の金融市場に流通した金融商品により具体的に複製ポートフォリオを構築し、キャップレート cap および連動

率 P を確認してみる。

表 4 複製ポートフォリオのアロケーション

		2007年7月2日	2008年9月9日
(U.S. Treasury(12month))		(5.00%)	(2.05%)
割引債(満期1年)	最低保証部分	95.1%	98.0%
コールオプション(満期1年)	上乗せ部分	4.9%	2.0%

表 5 S&P500のインプライドボラティリティ(2008年9月9日)



短期金利水準が上昇するとコールオプションへの投入割合が高くなり、結果としてキャップレートまたは連動率が上昇する。またコールオプションプライスが下落するとより多くのオプション枚数が購入可能となり、同じ結果が得られる。サブプライムローン問題が表面化する前のフェデラル・ファンドレートの誘導目標が5.25%であった2007年7月までの環境では、インプライドボラティリティも低水準(アット・ザ・マネーで14%程度)を推移しており、比較的魅力的な価格が提示可能であったことが伺える。

表 6 複製ポートフォリオのキャップレート cap および連動率 P

		2007年7月2日	2008年9月9日
(U.S. Treasury(12month))		(5.00%)	(2.05%)
(配当率)		(1.75%)	(2.48%)
キャップ型	$cap-1$	NA(注1)	4.10%
低連動率型	P	68.6%	20.9%

2 日本市場へのEIAの導入可能性およびその際の商品性の検討

2.1 年金原資 Ratchet 方式の導入可能性

日本の個人年金市場では、金融機関代理店での保険商品の販売が解禁されて以降、変額年金や積立利率変動型年金といった価格変動リスクを伴った保険商品の販売量が急速に拡大した。平成19年度において、個人年金保険全体の新契約件数に占める変額年金保険の占率は39.1%を占めており、保有件数についても16.3%に達している¹⁵。

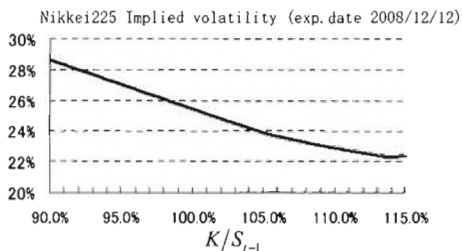
一方で、米国では一定の存在感を示しているEIAの取り扱いは、日本ではこれまで極めて限定的であった。日本市場でEIAの導入を検討する場合、どのような商品性、価格水準が考えられるのであろうか。この章では、日本の代表的な株価指数である日経平均株価に連動する円建てEIAについて、日本市場への導入可能性およびその際の商品性を検討する。

まず、Ratchet方式のペイオフを日本市場に流通する金融商品から複製することにより、キャップレートおよび連動率の水準を確認してみる。なお、試算に際し、満期1年の日経平均株価オプションの流通量は限定的であるため、3ヶ月物のインプライドボラティリティで代替する。

表7 Ratchet方式の複製ポートフォリオのアロケーション

		2008年9月9日
(JGB 1year)		(0.64%)
割引債(満期1年)	最低保証部分	99.4%
コールオプション(満期1年)	上乗せ部分	0.6%

表8 日経平均株価のインプライドボラティリティ(2008年9月9日)



日本の短期金利市場は、金融政策(金融緩和)の影響により超低水準を維持しているため、複製ポートフォリオにおけるコールオプションへの投入割合が、米国の短期金利を前提とする場合と比較して極端に低い。上場オプションのインプライドボラティリティは米国の水準とそれほど変わらないものの、短期金利水準の影響により、米ドル建てのEIAに比較してキャップレートまたは連動率の大幅な引き下げが必要となることがわかる。

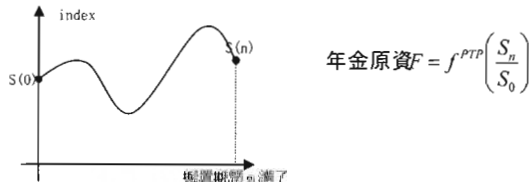
表 9 Rachet 方式の複製ポートフォリオのキャップレート cap および連動率 P

		2008年9月9日
(JGB 1year)		(0.64%)
(配当率)		(1.77%)
キャップ型	$cap-1$	1.20%
低連動率型	P	6.7%

2.2 Point-to-Point 方式の導入可能性

日本のような低金利下においては、毎年の株価指数のリターンをロックインするスキームを搭載すると、かえって貯蓄性能が訴求しにくくなる可能性があることが分かった。一方で、現在の米国ではほとんど取り扱いが見られないが、Point-to-Point 方式と呼ばれる Rachet 機能を外したシンプルな方式の EIA は、検討の可能性があると考えられる。契約時と据置期間満了時の 2 点の株価指数から算出されるリターンを年金原資に反映させる方式であり、Rachet 方式と比較した場合、毎年のリターンがロックインできない反面、ヘッジコストを効率化し、キャップレートおよび連動率をより高く設定できる可能性のある方式である。

図 1 Point-to-Point 方式における年金原資 F



原資保証に必要な債券投入割合を比較してみる。Point-to-Point 方式では最低保証部分について長期金利を前提とするため、上乗せ部分に対応するコールオプション投入割合が 10% を超える水準まで上昇する。これは、最低保証部分について短期金利を前提とする Rachet 方式と比較して、キャップレートや連動率の引き上げ可能性を示唆している。

表 10 Point-to-Point 方式の複製ポートフォリオのアロケーション

		2008年9月9日
(JGB 10year)		(1.45%)
割引債 (満期 10年)	最低保証部分	86.5%
コールオプション (満期 10年)	上乗せ部分	13.5%

2.3 株価指数のリターンの反映方法 : トリガー型

米国のEIAでは、株価が少しでも上昇すれば上乗せ年金原資が発生するスキームが一般的である。

一方で、株価指数がある一定の水準(トリガーレート)を超えて上昇した場合に初めて上乗せ年金原資が発生する方式も考えられる。この方式を、既存の「キャップ方式」および「低連動率方式」と区別し、以下「トリガー方式」と呼ぶこととする。株価指数リターンの反映方法を図2にまとめる。

ところで、日本の最低年金原資保証機能(GMMB)付の変額年金の年金原資のペイオフについて、この3つの方式に照らして考えてみる。保険契約関係費率および信託報酬手数料の合計が2%~3%程度(積立金比例:年率)が一般的であり、据置期間が10年であれば運用資産が20%~30%以上にリターンをあげて初めて上乗せ年金原資が得られることになる。また、特別勘定における株式ファンドの構成割合は20%~40%程度が一般的であり、必然的に株価の変動に対する積立金の連動率もその程度となる。つまり、株価の変動に対する年金原資のペイオフについては、「トリガーレート」および「連動率」を介して年金原資保証機能付変額年金とEIAの比較ができそうである。(この比較については後述する。)

図2 株価指数のリターンの年金原資への反映方法

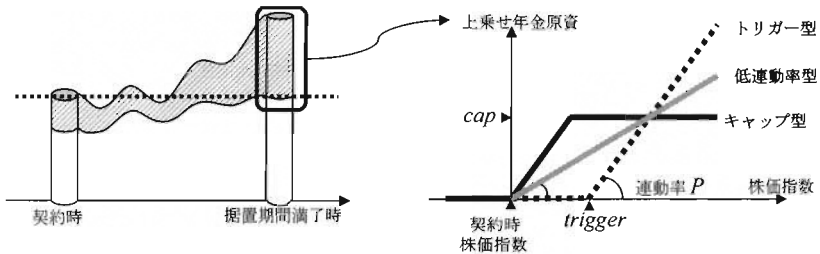


表 11 株価指数のリターンの年金原資への反映方法

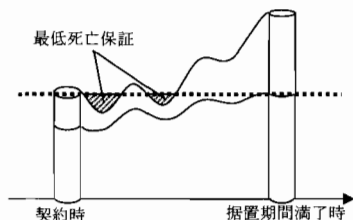
	株価指数のリターンの年金原資への反映方法 f^{PTP}		
	キャップ	連動率	トリガーレート
キャップ型	$\min\left\{\max\left\{\frac{S_t}{S_0}, 1\right\}, cap\right\}$	有限値 (cap)	(100%)
低連動率型	$連動率 P \times \max\left\{\frac{S_t}{S_0} - 1, 0\right\} + 1$	(∞)	100%未満 (P)
トリガー型	$\max\left\{\frac{S_t}{S_0} - trigger + 1, 1\right\}$	(∞)	100%超 ($trigger$)

VA (GMMB)	(∞)	100%未満	100%超
-----------	--------------	--------	-------

2.4 最低死亡保証

近年の金融機関代理店において急速に販売量が拡大した変額年金保険や積立利率変動型年金等の価格変動リスクを伴った商品は、高齢者層をメインマーケットとしたことに伴い、元本（一時払保険料）相当の最低死亡保証（GMDB）を組み込んだものが主流となっている。

図 3 死亡給付の最低保証



これら金融機関代理店で現在取り扱われている商品は、伝統的な個人生命保険商品の定石とは異なり、年齢・性別を問わず一律の保険料水準としている点が大きな特徴の一つである。また引受査定を簡素なものにし、健康状態についての告知を省略する例が一般的となっている。

2.5 解約払戻金

米国のEIAは、毎保険年度末のペイオフについて市場に流通する金融商品による複製可能性が高いことを述べた。積立金（解約払戻金）水準について給付内容の時価相当額に基づき約定することは、EIAの大きな特徴の一つである。これは現在日本の金融機関代理店において取り扱われている積立利率変動型年金においても同様に見られる特徴であり、金利変動による満期給付価値の変動を、MVAを付与することにより積立金に反映している。

一方、同様の最低保証機能を持つ変額年金の積立金水準は対照的である。例えば、契約直後に株価が急上昇した場合を考える。この場合、最低死亡保証および最低年金原資保証は deep out of the money であり価値は大幅に減少しているにもかかわらず、その減少は積立金（解約払戻金）には反映されない。

2.6 一般勘定／特別勘定

ところで、積立金を一般勘定とするか特別勘定とするかは大きな論点となる。一般勘定とする場合、据置期間中の解約払戻金の水準について契約時点で約定することとなるが、どのリスクパラメータ（グリークス）まで参照させるかについて、顧客の分かり易さの観点とリスク管理の観点の両側から検討する必要がある。

一方、特別勘定とする場合、同一価格を提示する契約者群団ごとに特別勘定を設定する必要があり、事務体制の整備負荷が懸念される。

2.7 モデル商品

以上の考察を踏まえ、3章以降以下の商品をモデルとして、EIAの価格評価に関する分析を行う。

表 12 日本市場への導入を検討するEIAモデル商品

	内容
参照株価指数	日経平均株価
据置期間	10年
通貨	円建て
年金原資の最低保証	一時払保険料相当額
死亡給付金の最低保証	一時払保険料相当額
解約払戻金	給付内容の時価相当額に基づき約定
販売年齢・性別想定	性別・年齢一律の保険契約関係費率を、 男性・65歳を前提として設定
株価指数の反映方式(型)	キャップ型、低連動率型、トリガー型の3種類
付加保険料	考慮しない。(注2)

3 価格評価、リスク評価

3.1 無裁定、完備市場での価格評価法 : リスク中立評価法

保険商品の給付内容、最低保証内容の価値について、その評価方法を考えてみたい。まずは、金融派生商品の価格評価理論であるリスク中立評価法についてその前提を確認する。

リスク中立評価法は、ある資産の派生証券を、その原資産と無リスク資産を用いた自己充足的（ポートフォリオを組み替える際に、資金の流出や流入がないこと）な戦略で複製することを試みることから始まるⁱⁱⁱ。この際、以下の2つの条件を前提とする。

無裁定 (no-arbitrage)

リスクを取ることなく、超過収益は得られないという前提。

完備 (complete)

原資産を同一とする任意の派生商品の満期時点のペイオフについて、自己充足的な戦略で構築されたポートフォリオにより複製可能であるという前提。

無裁定で完備な市場であれば、派生商品の複製戦略を一意に定めることが可能であり、更に無裁定条件からその複製のための初期コストを派生商品の価格とすることができる。

3.2 非完備市場での価格評価法

一方で、株価指数を原資産とする派生商品の価格評価の際に、この「市場の完備性」が問題となる。死亡や解約といった非金融的要素の介入や保険期間の超長期性により、複製ポートフォリオによるリスクの完全な移転（フルヘッジ）は極めて困難なものとなり、非完備市場を前提とする必要が生じる^{iv}。

このような非完備市場では、派生商品の価格について、フルヘッジのための初期コストとして評価することはもはや不可能である。むしろ、リスクテイクを所与のものとする伝統的な保険数理の技法に基づくことになると考えられる。この場合、リスク中立評価法による評価額は言わば「価格評価の限界値」であり、これに安全割増を別途反映する必要がある。

表 13 価格評価の手法

市場の前提	価格評価
完備市場	リスク中立期待値
非完備市場	リスク中立期待値 + 安全割増

3.3 最低年金原資保証・最低死亡保証リスク評価の留意点

安全割増を考慮する必要があるリスクとして、主なものを以下に挙げる。

(i) 株価指数推移モデルの想定が現実と異なるリスク

株価指数そのものの推移について、完備市場では原資産の対数収益率が正規分布に従うことを前提としているが、現実のヒストリカルデータからは、時々大きなジャンプがあることや分散にむらがある（言い換えれば、大きく変動している時期とあまり大きく

変動していない時期がある) ことが確認されており、よりファットテールな分布に従う可能性を示唆している。

(ii) 株式配当率の想定が現実と異なるリスク

日経平均株価やS&P500等の株価指数は株式配当の再投資を前提としておらず、配当支払の分だけ価値が下落する。リスク中立評価において、株価指数の期待収益率は無リスク金利から株式配当率だけ控除する必要があり、株式配当率の想定が必要となる。一方、株式配当率は、将来の複合的な事業環境に大きく影響を受けることが想定され、超長期的なトレンドを予測することは困難である。

(iii) 短期金利推移モデルの想定が現実と異なるリスク

最低死亡保証コストは積立金の据置期間の変動に依存する。据置期間の超長期性のため、積立金の金利感応度 (ρ) は大きく、金利推移モデルを推定する必要が生じる。一方で、短期金利の推移モデルについて確立された統一的なモデルがあるとは言い難い。

3.4 最低死亡保証リスク評価に特有の留意点

伝統的な個人生命保険商品の定石とは異なり、年齢・性別を問わず一律の保険契約関係費水準としている点についても、リスク評価を困難なものとしている。

(iv) 加入年齢・性別の分布が想定と異なるリスク

加入年齢・性別一律の保険契約関係費率とする場合、元受け保険会社は最低死亡保証コストの計算に際して加入年齢・性別の分布の想定を行う。一方、金融機関代理店では複数の元受け保険会社の商品を並売しており、またその販売執行について販売条件の設定以上に元受け保険会社が関与することは困難である。他社の販売条件(販売年齢範囲・告知内容)や年齢別手数料水準によって、加入年齢・性別の分布が想定と大きく乖離する可能性がある。

3.5 解約に関するリスク評価

一般勘定で構成する場合、積立金(解約払戻金)をフォーミュラで約定する。EIAの積立金(解約払戻金)は給付内容の時価相当額に基づき約定することになるが、その際、どのリスクパラメータ(グリークス)までフォーミュラに反映するかが問題となる。

(v) リスクパラメーターを限定することに伴うリスク

顧客の分かり易さの観点からフォーミュラに組み込むリスクパラメータの数には限界があると考えられる。一方で、リスクパラメータの省略は、給付内容の時価と積立金(解約払戻金)との乖離の原因となり、解約により元受け保険会社に損失が発生するリスクが生じる結果となる。

なお、解約リスク評価にあたっては、契約者の解約行動のモデル化が非常に困難であることが大きな問題となる。経過年数、最低保証のインザマネー・アウトオブザマネーの程度、解約控除の水準等を変数とするダイナミックな解約率モデルを構築するには、多くの実績データが

必要となるが、日本では最低保証機能付き年金商品の発売からの経過が浅く、解約率の十分な観測実績がない。また、そもそも契約者が合理的な解約行動をとるとは限らないことが問題を更に難しくしている。例えば給付内容の時価に比較して、一時的に解約払戻金が過小評価されている状況を想定する。この場合も、オプション価値が非開示であることに伴う保険会社と契約者の間の情報の非対称性から、解約の発生の可能性は否定できない。

4 リスク中立評価手法

4.1 短期金利推移モデル

短期金利の推移モデルとして、以下の Hull-White モデルを使用する。

$$dr = [\theta(t) - a \cdot r] \cdot dt + \sigma_r \cdot dz \quad \dots (式1)$$

このモデルの特徴として、現在の金利の期間構造に自動的にフィットさせることができることが挙げられる。ボラティリティ σ_r でランダムウォークするが、現在の期間構造から導かれる短期金利のフォワードレート $F(0, t)$ を平均回帰水準とし、速度 a でその水準に回帰する。

$$[\theta(t) - a \cdot r] = \frac{\partial}{\partial t} F(0, t) - a \cdot \{r - F(0, t)\} \quad \dots (式2)$$

表 14 短期金利推移モデルのパラメータ

	前提
回帰速度	0.1 (注3)
短期金利のボラティリティ σ_r	0.34% (1998年4月～2008年3月の無担保コール(翌日物)のヒストリカルデータより推定)

4.2 株価指数推移モデル

株価指数の対数収益率が正規分布に従うと仮定する。なお、リスク中立の前提では、配当利回り q 込みの期待収益率が短期金利 r となる。

$$dS = (r - q) \cdot S \cdot dt + \sigma_S \cdot S \cdot dz \quad \dots (式3)$$

パラメータの前提は以下のとおりとした。なお、株価指数と短期金利の相関は0とした。

表 15 株価指数推移モデルのパラメータ

	前提
株価指数ボラティリティ σ_S	22.65% (1998年4月～2008年3月のヒストリカルデータより推定)
株式配当率 q	直近の水準横ばい
株価指数と短期金利の相関	相関は0とした。(注3)

4.3 死亡率

死亡率 μ_{x+t} については国民死亡率を前提とする。具体的には、国民生命表 (H19 年度簡易生命表) から各年齢 s における死力 μ_s を計算し、これを整数経過年数 l の死亡率 μ_{x+l} とする。なお、端数経過日数のある死亡率 μ_{x+l} については、 $\mu_{x+l|}$ と μ_{x+l+1} を直線補間することにより求める。

4.4 短期金利、株価指数の従う経路（格子）の作成

具体的な計算にあたっては、連続モデルに代わり、離散モデル（期間 δ ）を使用する。期間 δ は0.1年とした。

短期金利の推移について、連続モデルでの瞬時的な短期金利 r と同じ確率過程に従う、期間 δ の金利 R の格子を作成する。なお、金利の平均回帰の特徴を表現するため3項格子を用いる。金利格子モデルの作成方法の詳細はAppendix Iを参照。

次に、株価指数の2項格子と短期金利の3項格子を組み合わせた3次元の格子モデル (i, j, k) を作成する。ここで (i, j, k) は、それぞれ経過 $t = i \cdot \delta$ 、短期金利 $R = j \cdot \delta R$ 、株価指数 $S = u^k$ を表す格子点である。3次元格子モデルの作成方法の詳細はAppendix IIを参照。

4.5 キャッシュフローの発生、割引計算、期待値計算

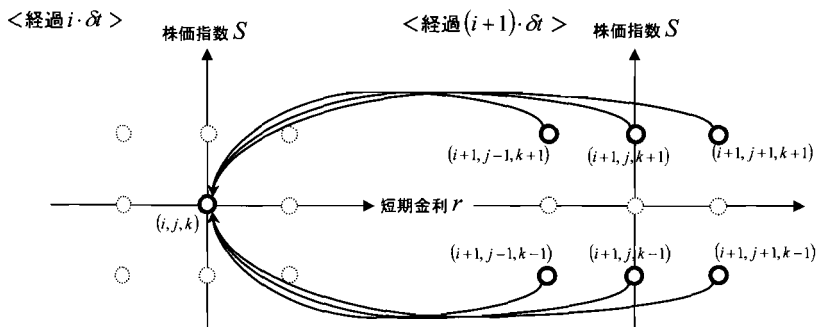
各格子点で発生するキャッシュフローを作成し、経路に沿ってキャッシュフローの割引現在価値の期待値（リスク中立期待値）を計算する。

据置期間中の最低死亡保証に係るキャッシュフローは、積立金の水準に依存する。以下のとおり据置期間満了時から契約時にむけてバックワードに計算する。

$$\begin{aligned} \tilde{V}(i, j, k) = & \exp(-R(j) \cdot \delta) \times \{ P_r^u(j) \cdot P_S^u(j) \cdot V(i+1, j+1, k+1) + P_r^u(j) \cdot P_S^d(j) \cdot V(i+1, j+1, k-1) \\ & + P_r^m(j) \cdot P_S^u(j) \cdot V(i+1, j+0, k+1) + P_r^m(j) \cdot P_S^d(j) \cdot V(i+1, j+0, k-1) \\ & + P_r^d(j) \cdot P_S^u(j) \cdot V(i+1, j-1, k+1) + P_r^d(j) \cdot P_S^d(j) \cdot V(i+1, j-1, k-1) \} \quad \dots \text{(式4)} \end{aligned}$$

$$V(i, j, k) = \tilde{V}(i, j, k) + \max[0, 1 - \tilde{V}(i, j, k)] \times \mu_{x+i, \delta} \times \delta \quad \dots \text{(式5)}$$

図4 格子モデルによるリスク中立期待値の計算イメージ



(式4および図4については、短期金利の分岐がパターン(a)の場合を表す。(Appendix I 参照))

なお、初期値 $V(N, j, k)$ は年金原資であり、株価指数のリターンの反映方法（キャップ型、低連動率型、トリガー型）ごとに表 11 に表す算式に基づき計算する。

表 11（再掲） 株価指数のリターンの年金原資への反映方法

キャップ型	$\min\left(\max\left\{\frac{S_n}{S_0}, 1\right\}, cap\right)$
低連動率型	連動率 $\rho \times \max\left\{\frac{S_n}{S_0} - 1, 0\right\} + 1$
トリガー型	$\max\left\{\frac{S_n}{S_0} - trigger + 1, 1\right\}$

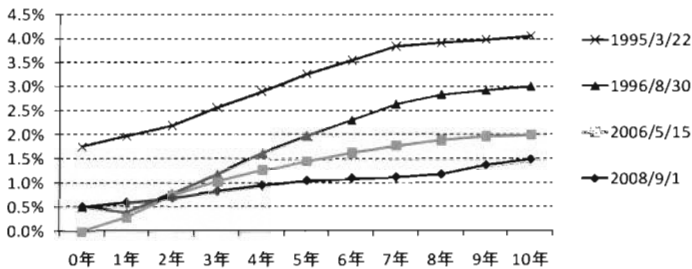
契約時点（経過 0）での積立金のリスク中立期待値が初期コストと等しくなるように、提示価格（キャップレート、連動率、トリガーレート）を求める。（注 4）

5 モデル商品の価格評価、リスク評価

5.1 リスク中立評価法による価格評価 : 金利水準との関係

まず、モデル商品について、第4章の前提に基づくリスク中立評価法により、過去の日本の金融市場環境下における価格を計算した。第3章のとおり、モデル商品の給付内容の価値評価にあたっては非完備市場を前提とすべきであり、リスク中立評価法による評価額は各時点で顧客に提示可能な「限界値」ということになる。

表 16 残存年数別の国債流通利回り（イールドカーブ）



金利水準が高いほど複製ポートフォリオにおける債券投入割合を低く抑え、上乗せ年金原資に対応するコールオプションの投入割合を高める結果となっている（表 17）。各型別の価格の計算結果は表 18 のとおりである。配当率は時系列的には上昇基調にありコールオプションの単価は下がってきているが、それでも金利水準が高い時代ほど魅力的な価格が提示できる可能性が高かったことがわかる。

表 17 複製ポートフォリオのアロケーション

		1995/3/22	1996/8/30	2006/5/15	2008/9/1
〈10年金利〉		(4.05%)	(3.00%)	(1.99%)	(1.48%)
割引債	最低年金原資保証	66.7%	74.1%	82.0%	86.3%
call option	上乗せ年金原資	33.3%	25.9%	18.0%	13.7%
put option	最低死亡保証				

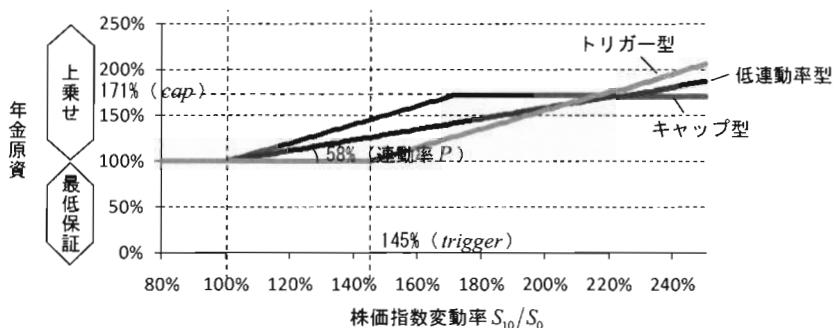
表 18 リスク中立評価法におけるモデル商品の価格

		1995/3/22	1996/8/30	2006/5/15	2008/9/1
〈10年金利〉		(4.05%)	(3.00%)	(1.99%)	(1.48%)
〈配当率〉		(0.50%)	(0.42%)	(0.90%)	(1.71%)
キャップ型	<i>cap</i>	311%	227%	184%	171%
低連動率型	<i>P</i>	83%	70%	60%	58%
トリガー型	<i>trigger</i>	121%	137%	146%	145%

5.2 リスク中立評価法による価格評価 : 年金原資の様子

直近の2008年9月1日の金融環境を前提に、各型における年金原資について、株価指数への連動の様子を確認する。

表 19 年金原資の株価指数への連動の様子 (2008/9/1 : 10 年金利 1.48%)



(再掲 : リスク中立評価法における価格 (2008/9/1))

	キャップレート <i>cap</i>	運動率 <i>P</i>	トリガーレート <i>trigger</i>
キャップ型	171 %	(100 %)	(100 %)
低運動率型	(∞)	58 %	(100 %)
トリガー型	(∞)	(100 %)	145 %

キャップ型および低運動率型は、契約時点の株価指数 S_0 に比較して据置期間満了時の株価指数 S_{10} が少しでも上昇すれば、上乗せ年金原資が発生する。キャップ型は上昇率 S_{10}/S_0 に対して100%連動するが *cap* レート (= 171%) 以上の上昇には連動しない。低運動率型は P (= 58%) 水準に連動率が圧縮される。一方で、トリガー型は上昇率 S_{10}/S_0 が *trigger* レート (= 145%) 以上上昇して初めて上乗せ年金原資が発生するが、それ以上の上昇には上限なく100%連動する。

5.3 リスク中立評価法による価格評価 : 最低死亡保証に係る put option のアロケーション

据置期間中における最低死亡保証に係るキャッシュフローの大きさは型により異なるため (表 20)、複製ポートフォリオにおけるコールオプション (上乗せ年金原資に対応) とプットオプション (最低死亡保証に対応) の投入割合が、型により異なる。

具体的には、最低死亡保証に係るキャッシュフローについてトリガー型が最も大きく、その分上乗せ年金原資に係るコールオプションへの投入割合が制限される。逆に、キャップ型が最低死亡保証に係るキャッシュフローが最も小さく、コールオプションへの投入割合は最も大きい。(表 21)

表 20 据置期間中の積立金の株価指数への連動の様子（例：経過 5 年目）

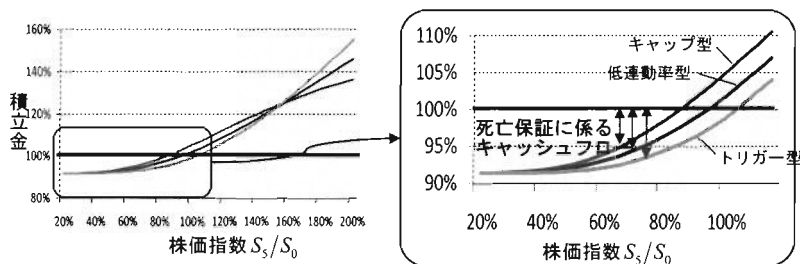


表 21 複製ポートフォリオのアロケーション (2008/9/1)

	割引債	call option	put option
	最低年金原資保証 (再掲)	上乘せ年金原資	最低死亡保証
キャップ型	86.3 %	13.4 %	0.4 %
低連動率型		13.2 %	0.5 %
トリガー型		13.0 %	0.7 %

5.4 リスクシナリオに対する必要追加資本 : (i) 株価指数推移モデルの想定リスク

以下では、非完備市場を前提として、リスク中立評価法による価格のリスク評価を行う。具体的には、リスク中立評価法による価格を前提として、リスクシナリオに対して必要となる追加資本量を評価する。まずは、前提とした株価指数の推移モデルに比較して、よりファットテールな分布に従うリスクについて検証を行う。

株価指数ボラティリティ σ_s のリスクシナリオに対する結果を見ると、トリガー型や低連動率型と異なり、キャップ型はボラティリティの変動に対するリスク許容度が非常に高いことが分かる。キャップ型の複製ポートフォリオにおけるコールオプション (at the money) のロングポジションとコールオプション (out of the money) のショートポジションによるリスク相殺が原因であると考えられる。

表 22 株価指数ボラティリティ σ_s のリスクシナリオ (2008/9/1)

	株価指数ボラティリティ σ				
	15%	22.65%	30%	35%	40%
キャップ型	(-1.3%)	(0.0%)	(-0.3%)	(-0.9%)	(-1.5%)
低連動率型	(-4.4%)	(0.0%)	+4.1%	+6.8%	+9.4%
トリガー型	(-7.3%)	(0.0%)	+7.6%	+12.9%	+18.0%

注：契約時に必要となる追加資本量（一時払保険料に対する割合、以下同じ）

金利水準の高い時期に販売する場合の検証結果も同様である。

表 23 複製ポートフォリオのアロケーション (1995/3/22)

(10年金利)	1995/3/22			2008/9/1 (再掲)		
	(4.05%)			(1.48%)		
	割引債	call option	put option	割引債	call option	put option
	最低年金 原資保証	上乗せ年金 原資	最低死亡 保証	最低年金 原資保証	上乗せ年金 原資	最低死亡 保証
キャップ型	66.7 %	32.6 %	0.7 %	86.3 %	13.4 %	0.4 %
低連動率型		32.6 %	0.7 %		13.2 %	0.5 %
トリガー型		32.4 %	0.9 %		13.0 %	0.7 %

表 24 株価指数ボラティリティ σ_s のリスクシナリオ (1995/3/22 : 10年金利 4.05%)

	株価指数ボラティリティ σ				
	15%	22.65%	30%	35%	40%
キャップ型	(-0.8%)	(0.0%)	(-1.3%)	(-3.0%)	(-5.0%)
低連動率型	(-5.1%)	(0.0%)	+5.1%	+8.6%	+11.9%
トリガー型	(-7.7%)	(0.0%)	+7.2%	+12.0%	+16.7%

5.5 リスクシナリオに対する必要追加資本 : (ii) 株式配当率の想定リスク

株式配当率と金利との相関を0とした場合、株式配当率 q の低下は配当率除きの期待収益率の増加につながるため、コールオプションのロングポジションにはリスクであるが、キャップ型はショートポジションとの相殺効果によりリスク許容度が高いことが分かる。

表 25 株式配当率 q のリスクシナリオ (2008/9/1)

	配当率				
	0.0%	0.5%	1.0%	1.7%	2.0%
キャップ型	+4.4%	+3.1%	+1.7%	(0.0%)	(-0.7%)
低連動率型	+5.9%	+4.0%	+2.2%	(0.0%)	(-0.8%)
トリガー型	+7.2%	+4.8%	+2.7%	(0.0%)	(-1.0%)

5.6 リスク評価 : (iii) 短期金利推移モデルの想定リスク

最低死亡保証の評価は、据置期間中の複製ポートフォリオの価格推移に依存する。据置期間中の複製ポートフォリオ価格は、割引債を中心に金利変動の影響を受けるため、短期金利推移モデルを推定する必要が生じる。ここでは、短期金利推移モデルの前提とした短期金利のボラティリ

ティ σ , および回帰速度 a の想定に対するリスク評価を行う。

表 26 短期金利のボラティリティ σ , のリスクシナリオ (2008/9/1)

	金利 σ				
	0.0%	0.34%	0.5%	1.0%	2.0%
キャップ型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.0%	+0.1%	+0.2%
低連動率型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.0%	+0.2%	+0.9%
トリガー型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.1%	+0.4%	+1.6%

表 27 短期金利の平均回帰速度 a のリスクシナリオ (2008/9/1)

	回帰速度 a			
	0.01	0.05	0.10	0.50
キャップ型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)
低連動率型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)
トリガー型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)

最低死亡保証に係るキャッシュフローは、年金原資に係るキャッシュフローに比較して限定的であり、短期金利推移モデルにかかるリスクは比較的小さい。その中でも、5.3で述べたとおり、キャップ型が最も最低死亡保証にかかるキャッシュフローが小さいため、リスク量も小さい。超高齢層を販売ターゲットとする経営戦略をとった場合の検証結果でもほぼ同様の結果が得られる。

表 28 男性 80 歳を前提とした場合の複製ポートフォリオのアロケーション (2008/9/1)

	割引債	男性 80 歳		男性 65 歳 (再掲)	
		call option	put option	call option	put option
	最低年金原資保証	上乘せ年金原資	最低死亡保証	上乘せ年金原資	最低死亡保証
キャップ型	86.3% (再掲)	12.0 %	1.7 %	13.4 %	0.4 %
低連動率型		11.5 %	2.2 %	13.2 %	0.5 %
トリガー型		10.8 %	2.9 %	13.0 %	0.7 %

表 29 男性 80 歳を前提とした場合の短期金利のボラティリティ σ , のリスクシナリオ (2008/9/1)

	金利 σ				
	0.0%	0.34%	0.5%	1.0%	2.0%
キャップ型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.0%	+0.2%	+0.8%
低連動率型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.0%	+0.3%	+1.4%
トリガー型	(-0.0%)	(0.0%)	+0.1%	+0.4%	+1.9%

表 30 男性 80 歳を前提とした場合の短期金利の平均回帰速度 α のリスクシナリオ(2008/9/1)

	回帰速度 α			
	0.01	0.05	0.10	0.50
キャップ型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)
低運動率型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)
トリガー型	+0.0%	+0.0%	(+0.0%)	(-0.0%)

5.7 リスク評価 : iv) 加入年齢分布の想定リスク

加入年齢・性別の分布が想定から乖離すると、最低死亡保証に係るキャッシュフローが想定から乖離することになる。前述のとおりこのキャッシュフローは限定的であり、リスクは比較的小さい。一方で、契約者群団の高齢シフト（および男性占率上昇）は、将来の収支悪化が確定してしまう。元受け保険会社は加入年齢・性別の分布について保守的な想定を行うだけではなく、他社類似商品の販売条件（加入年齢範囲や引受査定条件）や手数料水準を注視し、機動的に販売条件改定・料率改定を行う準備をすることが必要と考えられる。

表 31 加入年齢分布のリスクシナリオ（2008/9/1）

	加入年齢想定				
	60 歳	65 歳	70 歳	75 歳	80 歳
キャップ型	(-0.2%)	(+0.0%)	+0.3%	+0.7%	+1.3%
低運動率型	(-0.2%)	(+0.0%)	+0.3%	+0.8%	+1.5%
トリガー型	(-0.2%)	(+0.0%)	+0.4%	+1.0%	+1.8%

注：リスクシナリオの性別分布については、価格の前提同様に男性 100%とした。

5.8 日本市場の年金原資保証機能付変額年金との比較 : 価格分析

最後に、モデル商品と同様のキャッシュフローをもつ変額年金の市場価格の分析を行う。まずこの章では、株価の変動に対する変額年金の年金原資の変動の様子の分析を行う。

2008 年 4 月～8 月までの日本での販売高（一時払保険料ベース）上位数社の取り扱い最低年金原資保証および最低死亡保証の付いた変額年金（円建・据置期間 10 年）について、各種費用および特別勘定構成割合の設定範囲は以下のとおりであった。

注：ラチェット機能の付いた変額年金については今回の検証対象から除いた。また、販売手数料相当の予定事業費に相当する契約初期費用が設定されている商品に検証対象を限定した。

表 32 特別勘定投入割合（債券ファンド投入割合）

債券投入割合	(契約初期費用控除前)	65% ~ 80%
--------	-------------	-----------

表 33 契約者負担費用

契約初期費用 α	契約時、一時払保険料比例	4.0% ~ 5.0%
保険契約関係費用 +資産運用関係費用 ξ	毎年、積立金比例	2.35%~3.0%

債券ファンドの利回りを据置期間と同じ残存10年の国債の流通利回り r として仮定すれば、年金原資 F は株価の変動率 S_{10}/S_0 を変数として以下の算式で表現できる。

注：特別勘定について債券以外はすべて株式に投入するものとした。また株式は、定率で成長するものとした。

$$F = \max \left[1, \text{債券投入割合} \times (1-\alpha) \times (1+r-\xi)^{10} + \text{株式投入割合} \times (1-\alpha) \times \left\{ \left(\frac{S_{10}}{S_0} \right)^{\frac{1}{10}} - \xi \right\}^{10} \right]$$

… (式6)

第2章で触れたとおり、株価の変動に対する年金原資のペイオフについてはトリガーレートおよび連動率を介して変額年金とEIAとの比較ができそうである。最低保証機能付変額年金の年金原資 F に係る (式6) は、連動率 P およびトリガーレート $trigger$ により以下のとおり近似できる。

$$\text{連動率 } P \times \max \left(\frac{S_{10}}{S_0} - trigger, 0 \right) + 1 \quad \dots \text{ (式7)}$$

ここで、連動率 P およびトリガーレート $trigger$ については、(式6) により以下のとおり求めることとする。

$$P = \frac{\partial F}{\partial \frac{S_{10}}{S_0}} \Bigg|_{\frac{S_{10}}{S_0} = 200\%} \quad \dots \text{ (式8)}$$

$$trigger = \left\{ \left[\frac{1 - \text{債券投入割合} \times (1-\alpha) \times (1+r-\xi)^{10}}{\text{株式投入割合} \times (1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{10}} + \xi \right\} \quad \dots \text{ (式9)}$$

直近の2008年9月1日の金融環境（残存10年国債流通利回り=1.48%）を前提とし、(式8) および(式9)に基づき日本の変額年金の各種費用（契約初期費用 α 、保険契約関係費+資産運用関係費 ξ ）および特別勘定構成割合から連動率 P およびトリガーレート $trigger$ を計算した。結果は表34のとおりである。

表 34 変額年金の連動率 P

α		4.0%			5.0%		
ξ		2.00%	2.50%	3.00%	2.00%	2.50%	3.00%
債券投入割合	65%	29%	27%	26%	28%	27%	26%
	70%	24%	23%	23%	24%	23%	22%
	75%	20%	20%	19%	20%	19%	19%
	80%	16%	16%	15%	16%	15%	15%

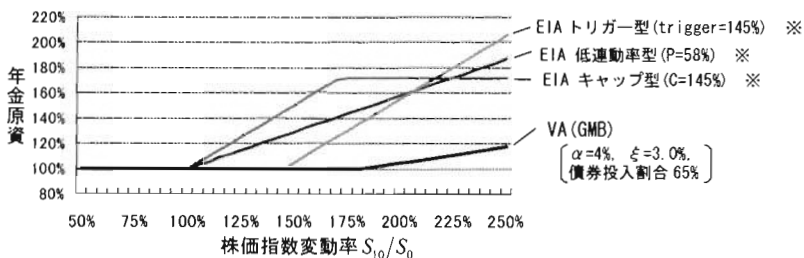
表 35 変額年金のトリガーレート $trigger$

α		4.0%			5.0%		
ξ		2.00%	2.50%	3.00%	2.00%	2.50%	3.00%
債券投入割合	65%	147%	165%	184%	151%	169%	188%
	70%	153%	174%	195%	157%	178%	200%
	75%	160%	185%	211%	165%	191%	217%
	80%	171%	202%	235%	177%	209%	242%

この結果は、例えば契約初期費用 $\alpha=4.0\%$ (契約時、一時払保険料比例)、保険契約関係費用+資産運用関係費用 $\xi=3.00\%$ (毎年、積立金比例)、債券投入割合 65% の場合、株価が据置期間満了時点でトリガーレート 184% 以上上昇していないと上乘せ年金原資が発生せず、また上乘せ年金原資が発生する水準まで株価が上昇しても、連動率は 26% 程度であることを意味している。

この結果を、同じ 2008 年 9 月 1 日の金融環境を前提とした E I A のモデル商品のリスク中立評価法による価格と比較してみる。結果は表 36 のとおりであり、予定事業費の設定の有無を考慮しても、非常に保守的な価格設定となっていることが想像される。

表 36 変額年金の年金原資 株価指数への連動の様子 (10 年金利 1.48% (2008/9/1) を前提)



5.9 日本市場の年金原資保証機能付変額年金との比較 : 安全割増

変額年金の市場価格に折り込まれている安全割増について、インプライドボラティリティの推定により確認する。具体的には、第 4 章の手法に従い、複製ポートフォリオの初期コストが $1-\alpha$ となるように計算した。なお、特別勘定の株式ファンドについて配当の再投資を前提とした。

表 37 変額年金のインプライド株価ボラティリティ σ_s

α		4.00%			5.00%		
ξ		2.00%	2.50%	3.00%	2.00%	2.50%	3.00%
債券投入割合	65%	32.0%	35.5%	38.8%	29.8%	33.2%	36.4%
	70%	37.0%	41.1%	44.6%	34.5%	38.1%	41.5%
	75%	44.1%	48.9%	52.8%	41.0%	45.0%	48.8%
	80%	55.3%	60.5%	65.5%	50.7%	55.5%	60.0%

結果は表 37 のとおりである。総じて直近 10 年の日経平均株価のヒストリカルボラティリティ 22.65% との比較では大きな水準となっている。この差は、保険契約関係費に含まれる予定事業費率 (維持管理費用) を除けば、第 3 章で述べた諸リスクに対する安全割増に相当すると考えられる。

ここで、第 3 章で述べた諸リスクのうち、解約リスクについて再度考えてみたい。第 2 章にて触れたとおり、変額年金は最低保証オプション価値を積立金 (解約払戻金) に直接反映しないため、一般に積立金 (解約払戻金) が給付内容に係るヘッジポジションと大きく乖離している。例えば契約初期費用 $\alpha=4.0\%$ 、保険契約関係費+資産運用関係費 $\xi=3.0\%$ 、債券投入割合 65% の変額年金について、インプライドボラティリティは 38.8% (表 37) である。同じボラティリティ 38.8%、契約初期費用 4.00% を前提とし、同じ据置期間満了時のペイオフを持つ EIA と、経過 1 年後における株価変動に対する積立金 (解約払戻金) の変動の様子を比較する。

表 38 株価の変動に対する積立金の変動の様子（経過 1 年）

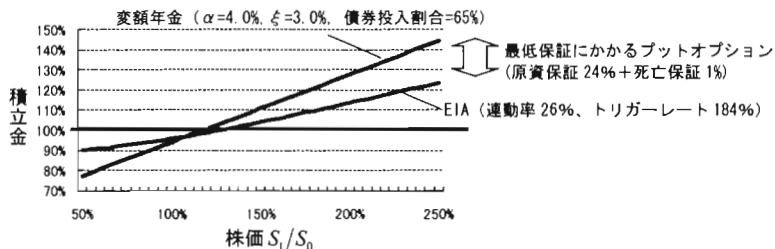
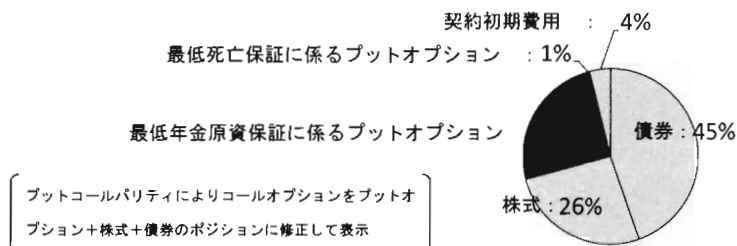


表 39 E I A（運動率 26%、トリガーレート 184%）の複製ポートフォリオのアロケーション



E I A の積立金（解約払戻金）は、ボラティリティ 38.8%を前提とした場合の、給付内容に係る時価相当となっている。表 38 より、経過が浅い時期において、変額年金は E I A に比較して株価上昇時に積立金が非常に高い水準を推移することがわかる。株価が上昇し最低年金原資保証および最低死亡保証がアウトオブザマネーとなる状況で、変額年金は E I A と異なりそのオプション価値の減少が反映されていない。最低保証機能付き変額年金の解約リスクは、モデル商品に代表される E I A に比較して非常に高く、その分 E I A に比較して保守的な価格設定をする必要があると考えられる。

5.10 日本市場の年金原資保証機能付変額年金との比較：それぞれの視点からの整理

ここまでの変額年金と E I A の価格比較について、顧客の視点および元受け保険会社の視点から整理してみたい。

まず、顧客の視点から最も重要なポイントは「積立金の株価への連動率」であろう。変額年金は最低保証オプションが積立金に反映されず、また毎年定率の保険契約関係費率を徴収するという商品性から、契約初期の連動率は変額年金が E I A に勝る可能性が高い。一方、解約リスクは本質的に E I A の方が小さく、そのため据置期間にわたる顧客負担コスト累計について変額年金に比較して軽減できる可能性が高く、据置期間後期は E I A が変額年金に比較してより魅力的な連動率を提示できる可能性が高い。特にキャップ型 E I A は、各種リスクへの対応力が高く、顧客負担コストの軽減可能性が最も期待される。

次に、元受け保険会社の視点から重要なポイントはリスク管理であろう。EIAは最低保証オプションの価格変動を積立金に反映しようと試みるが、変額年金は最低保証オプションの価格変動を積立金に反映しない。結果、変額年金は給付内容に係る時価相当額と積立金（解約払戻金）が乖離しやすく、EIAに比較して大きな解約リスクを抱えていると考えられる。契約者の解約行動のモデル化は3章で述べたとおり困難を極めることを踏まえると、EIAのこの特徴はリスク管理上も大きな魅力であると考えられる。

6 まとめ

EIA (Equity-Indexed Annuities)は、死亡給付や据置期間満了時の年金原資に係る最低保証を組み込んだ年金商品である。現在の日本では、同様の保証内容を組み込んだ変額年金については一定のマーケットシェアを形成している一方で、EIAについてはその取り扱いは限定的である。

日本へEIAを導入する際の課題は、金利水準の低さにある。特に短期金利は超低水準を維持しているため、米国のEIAでは一般的なRatchet機能の適及が難しい。Point-to-Point方式等、よりシンプルな商品性にすることで一定の貯蓄機能を顧客に提供することが可能であると考えられる。

日本の金融機関代理店は高齢層をメインマーケットとし、年齢・性別一律の料率での取り扱いが一般的となっており、この点が最低死亡保証リスクの管理を難しくしている。元受け保険会社は加入年齢・性別の分布について保守的な想定を行うだけでなく、他社類似商品の販売条件(加入年齢範囲や引受査定条件)や手数料水準を注視し、機動的に販売条件改定・料率改定を行う準備をすることが必要と考えられる。

同様の保証内容を組み込んだ変額年金とEIAの違いは、据置期間中の積立金(解約払戻金)の約定方法の違いである。EIAは最低保証オプションの価格変動を積立金に反映しようと試みるが、変額年金は最低保証オプションの価格変動を積立金に直接反映しない。結果、変額年金は給付内容に係る時価相当と積立金(解約払戻金)が乖離し、EIAに比較して大きな解約リスクを抱えていると考えられる。逆にEIAは変額年金に比較して解約リスクが低く、顧客負担コストの大幅な削減可能性が期待され、リスク管理上も比較的容易な商品性となっていると考えられる。

(日本生命保険相互会社 商品開発部)

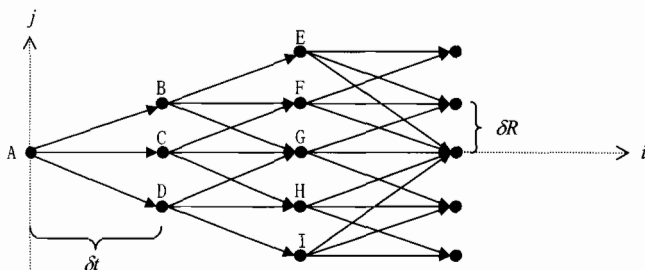
Appendix I 短期金利推移モデル（3項格子モデル）

3項格子モデルの作成方法およびHull Whiteモデルへの適用方法の概要を以下に説明する。内容は、すべてJohn C. Hull(2003) *Option, Futures And Other Derivatives FIFTH EDITION*, Prentice Hall*からの抜粋である。

I. R^* の推移する3項格子の作成

まず、初期値が0であり、次の確率過程に従う変数 R^* の格子を作成する。

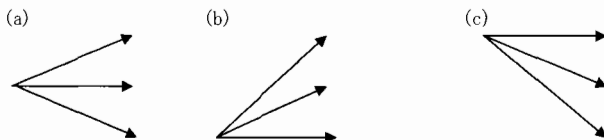
$$\delta R^* = -a \cdot R^* \cdot \delta\alpha + \sigma_r \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\delta\alpha} \quad \dots \text{(式 i)}$$



(i, j) は $t = i \cdot \delta\alpha$, $R^* = j \cdot \delta R$ を表す格子点である。ここで、 δR と $\delta\alpha$ との関係を以下(式ii)のとおりとする。

$$\delta R = \sigma \cdot \sqrt{3 \cdot \delta\alpha} \quad \dots \text{(式 ii)}$$

格子点Iや格子点Eのように、代表的な分岐(a)に替わる分岐(それぞれ(b)、(c))をさせることにより、金利水準が非常に低いときに平均回帰性を組み入れることが容易となる。



j_{\max} を分岐(a)から分岐(c)に切り替わる j の値、 j_{\min} を分岐(a)から分岐(b)に切り替わる j の値と定義する。 j_{\max} を $0.184/(a \cdot \delta\alpha)$ より大きい最小の整数とし、 j_{\min} を $-j_{\max}$ と等しくとれば、格子点に適用される分岐確率は、3つの確率が常に正となることが知られている。

P_r^u 、 P_r^m 、 P_r^d をそれぞれ格子点から上方、真ん中、下方へ分岐する確率であると定義する。それぞれ以下のとおり定義すれば、(式i)および(式ii)と整合的となる。

<分岐(a)の場合>

$$P_r^u = \frac{1}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 - a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

$$P_r^m = \frac{2}{3} - a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2$$

$$P_r^d = \frac{1}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 + a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

<分岐(b)の場合>

$$P_r^u = \frac{1}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 + a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

$$P_r^m = -\frac{1}{3} - a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 - 2a \cdot j \cdot \delta$$

$$P_r^d = \frac{7}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 + 3a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

<分岐(c)の場合>

$$P_r^u = \frac{7}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 - 3a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

$$P_r^m = -\frac{1}{3} - a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 + 2a \cdot j \cdot \delta$$

$$P_r^d = \frac{1}{6} + \frac{a^2 \cdot j^2 \cdot \delta^2 - a \cdot j \cdot \delta}{2}$$

I. R^* の格子から R の格子への変換

格子作成の第2段階は、 R^* の格子を R の格子へと変換する作業となる。これは、 R^* の格子の格子点を初期の金利の期間構造と正確に整合するようにシフトすることで達成される。具体的には、シフト幅 α_i ($= R(i \cdot \delta) - R^*(i \cdot \delta)$) について、初期の金利の期間構造と整合的となるように、状態価格

$Q_{m,j}$ の計算 \Rightarrow α_m の計算 \Rightarrow 状態価格 $Q_{m+1,j}$ の計算 と、逐次的に計算する。

① 状態価格 $Q_{m,j}$ の計算 \Rightarrow α_m の計算

状態価格 $Q_{i,j}$ とは、格子点 (i,j) に至ったときにペイオフ 1 を有し、それ以外は 0 であるような証券の現在価値である。初期値 $Q_{0,0}$ は 1 である。 $Q_{i,j}$ の値は $i \leq m$ ではすでに決まっているとする。この場合、満期 $(m+1) \cdot \delta$ の割引債価格は次の式で与えられる。

$$P_{m+1} = \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{m,j} \cdot \exp[-(\alpha_m + j \cdot \delta R) \cdot \delta] \quad \dots \text{(式iii)}$$

ここで、 n_m は、 $m \cdot \delta R$ 時点での中心の格子点の両側にある格子点の数である。(式iii)より、 α_m は以下の式で表わされる。

$$\alpha_m = \frac{\ln \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{m,j} \cdot \exp[-j \cdot \delta R \cdot \delta R] - \ln P_{m+1}}{\delta R} \quad \dots \text{(式iv)}$$

② α_m の計算 \Rightarrow 状態価格 $Q_{m+1,j}$ の計算

一度 α_m が決まってしまうと、状態価格 $Q_{m+1,j}$ は次の式を利用すれば計算することができる。

$$Q_{m+1,j} = \sum_k Q_{m,k} \cdot q(k,j) \cdot \exp[-(\alpha_m + k \cdot \delta R) \cdot \delta R] \quad \dots \text{(式v)}$$

ただし、 $q(k,j)$ は格子点 (m,k) から格子点 $(m+1,j)$ へ移行する確率である。

こうして、格子点 (i,j) における金利 $R(i,j) = \alpha_i + j \cdot \delta R$ および遷移確率を定めることができた。

以上

Appendix II 3次元格子モデル

株価指数の2項格子と短期金利の3項格子を組み合わせた3次元の格子モデル (i, j, k) を作成する。ここで (i, j, k) は、それぞれ経過 $t = i \cdot \delta t$ 、短期金利 $R = j \cdot \delta R$ 、株価指数 $S = u^k$ を表す格子点である。

株価指数と金利の相関は0と仮定しているため、格子点 (i, j, k) における δt 期間の短期金利は、株価指数の水準に依存せず $R(j)$ (Appendix I 参照) となり、また株価指数は $S(k) = u^k$ となる。ここで、 $S(0) = 1$ 、 $-i \leq k \leq i$ である。

金利の遷移確率については、Appendix I を参照。株価指数の遷移確率は、金利水準 $R(j)$ および株式配当率 q によって以下のとおり計算される。

$$P_S^u(j) = \frac{\exp((R(j) - q) \cdot \delta t) - d}{u - d}$$
$$P_S^d(j) = 1 - P_S^u(j)$$

なお、パラメータ u および d はそれぞれ以下のとおり計算される。

$$u = \exp(\sigma_S \cdot \sqrt{\delta t})$$

$$d = \exp(-\sigma_S \cdot \sqrt{\delta t})$$

以上

- (注1) 2007年のS&P500のインプライドボラティリティについて、ATM以外の数値が入手できなかったため、試算を省略した。
- (注2) 実際の実務では、イニシャルコストおよびランニングコストの現在価値に相当する予定事業費について、あらかじめ一時払保険料から控除した残額を割引債＋コールオプションに投入する前提で年金原資および解約払戻金のペイオフを約定することにより、引き続き高いヘッジ可能性を確保することが可能であるが、ここでは簡便のため、考慮しないこととした。
- (注3) 本論分では、死亡保障コストに影響を与える金利シナリオのうち、簡便のため回帰速度および株価との相関係数の推定を省略し、回帰速度については0.1と仮定した。
- (注4) 予定事業費を考慮した分析の場合、初期コストは一時払保険料×(1－予定事業费率現価)となる。

参考文献

- i LIMRA News Release ” Individual Annuity Sales Improve in first quarter of 2008”
- ii 生命保険協会年次統計
- iii 森本祐司(1999)「金融と保険の融合について」IMES Discussion Paper 99-J-13
- iv 松山直樹(2005)「変額年金のリスク管理（現状と課題）-ヒューマンセキュリティへの基盤研究-」
- v John C. Hull(2003) *Option, Futures And Other Derivatives FIFTH EDITION*, Prentice Hall

A study of methods for pricing savings-related insurance products
~ methods for pricing yen-denominated Equity-Indexed Annuities

Takuma Ueda

Equity-Indexed Annuities (EIA), which have a certain amount of share in the individual annuity market in the U.S. and whose cash flow can be largely duplicated by products available in the financial market, have a higher hedge probability than variable annuities equipped with GMB (Guaranteed Minimum Benefit). As a consequence, it's expected that EIA can considerably reduce contractors' cost in comparison with variable annuities.

I develop methods for pricing yen-denominated EIA, which have a limited share in the individual annuity market in Japan at present, and analyze characteristics of the risk.