

多数要因による寿命リスクとカタストロフィー・リスクを
考慮した死亡率の確率モデルとその応用

井川孝之*

概要

保険会社や年金基金にとって、死亡リスク管理は重要な課題である。死亡リスク管理方法としては、保険会社の危険準備金や内部留保、再保険による死亡リスク移転等が従来利用されてきたが、昨今、資本市場において投資家に死亡リスク移転する証券化の試み等もなされてきている。危険準備金の評価や証券化等の新たな死亡リスク管理方法の開発には、死亡率の確率モデルが必要である。

このような背景を踏まえ、本稿では、先行研究について確認した後、死亡率の変動要因について考察し、寿命リスクとカタストロフィー・リスクの複数の要因を考慮した死亡率の確率モデルを提案する。本稿で提案する死亡率の確率モデルを日本の死亡率へ応用した場合として、保険会社と年金基金間の死亡リスク・スワップを想定し、将来の死亡率や死亡リスク価格の試算結果について考察する。最後に、死亡率の確率モデルを用いた死亡リスク管理方法の開発と実務での利用に向けての課題について整理する。

キーワード 死亡率の確率モデル、寿命リスク、カタストロフィー・リスク、
死亡リスク・プライシング

* みずほ総合研究所年金コンサルティング部
〒101-0011 東京都千代田区内幸町 1-2-1
e-mail: takayuki.igawa@mizuho-ri.co.jp
本稿の内容は、所属会社とは一切関係ない。

1. はじめに

保険会社や年金基金にとって、死亡リスク管理は重要な課題である。生命保険の再保険による死亡リスク移転は以前から存在していたが、その手段は限定的であり、資本市場において投資家にリスク移転しようとする死亡リスクの証券化の試みがなされてきている。代表的なものとして、2003年にスイス再保険が発行した Cat Bond である短期死亡債券¹がある。

一方、年金基金や年金商品を提供する保険会社（以下総称として「年金基金」という。）が抱える寿命リスク（longevity risk）を低減する手段として、2004年にヨーロッパ投資銀行（EIB）が BNP パリバを証券化マネージャーとした寿命債券（Longevity Bond）²を発行している。

世界的に平均寿命は伸長する傾向（図 1）にあり、寿命リスク管理は、年金基金にとって大きな課題である。我が国の平均寿命の伸長は、近年鈍化傾向にある（表 1）が、少子高齢化により将来世代の公的年金の給付水準は引き下がる見通しであり、企業年金においても、2000年に導入された国際会計基準（IAS）³に準拠する退職給付会計や資産運用のリスク・プレミアムの縮小等のため、終身年金を圧縮するケースが増えてきている等、年金の老後保障機能を低下させないための寿命リスクの低減手段が必要な状況にある。

一方、定期保険等を提供する保険会社にとっても、リスク管理の重要性が高まる中、死亡リスクの証券化等は、新しい有力なリスク管理手段として期待されているところである。

従来、生命保険の死亡リスク管理と年金基金の寿命リスク管理については、

¹ 米国・英国・フランス・イタリア・スイスの5カ国の死亡率指数が2002年の指数の130%以上となると償還額が減少し、150%以上となるとゼロとなる債券。

² クーポン支払いが、英国とウェールズに2003年に生存していた65歳男子のうち2005年から25年間にわたり生存していた割合（生存確率）により変動する債券。

³ 国際会計基準委員会（IASC）から国際会計基準審議会（IASB）への組織改革に伴い、既存の個別の基準書を除き、国際財務報告基準（IFRS）という呼称へ統一されているが、本稿では、「保険契約」や「従業員給付」等の個別の会計基準を指すため、「国際会計基準」という用語を使用する。

多くの場合、別々に研究されてきたが、これらは相互に逆方向のリスクを有するため、ヘッジ手段として研究されるようになってきている (Lin and Cox [2004])。本稿では、これらのリスクが逆方向の要素を持つことに留意しながら、死亡率の変動要因について考察し、寿命リスクに関する複数の要因と katastroficer・リスクを考慮した死亡率の確率モデルを提案する。また、日本の死亡率へ応用した場合として、保険会社・年金基金間の死亡リスク・スワップの死亡リスク価格の試算を行い、死亡リスク移転の具体例について確認するとともに、実務での利用に向けての課題を整理する。

図 1 各国の平均寿命の推移

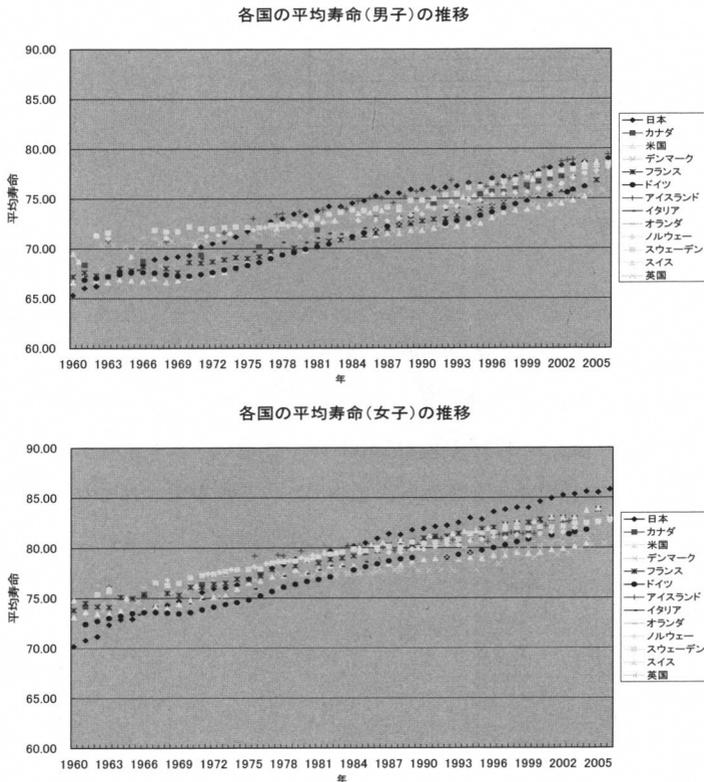


表 1 日本の平均寿命の年次推移

暦年	男	女	男女差
1947	50.06	53.96	3.90
1950-52	59.57	62.97	3.40
1955	63.60	67.75	4.15
1960	65.32	70.19	4.87
1965	67.74	72.92	5.18
1970	69.31	74.66	5.35
1975	71.73	76.89	5.16
1980	73.35	78.76	5.41
1985	74.78	80.48	5.70
1990	75.92	81.90	5.98
1995	76.38	82.85	6.47
1996	77.01	83.59	6.58
1997	77.19	83.82	6.63
1998	77.16	84.01	6.85
1999	77.10	83.99	6.89
2000	77.72	84.60	6.88
2001	78.07	84.93	6.86
2002	78.32	85.23	6.91
2003	78.36	85.33	6.97
2004	78.64	85.59	6.95
2005	78.56	85.52	6.96
2006	79.00	85.81	6.81

注1: 1995年迄及び2000年並びに2005年は完全生命表

注2: 1970年以前は沖縄県を除く値

(厚生労働省資料より)

2. 先行研究

2.1 死亡率のモデル

死亡率については、古くは1725年のDe Moivreの法則に始まり、年齢(x)や最終年齢(ω)による関数を適合させる決定論的な方法で表現されてきており、現在も我が国の国民生命表や各国の生命表の死亡率は、年齢等による関数を適合させることにより表現されている。表2は、代表的な死亡率の関数である。

表2 代表的な死亡法則⁴⁵

死亡法則	死力
De Moivre (1725)	$\mu_x = 1 / (\omega - x)$
Gompertz (1825)	$\mu_x = Bc^x$
Makeham (1860)	$\mu_x = A + Bc^x$ $\mu_x = \alpha + \gamma x + \beta c^x$
Perks (1932)	$\mu_x = \frac{A + Bc^x}{Kc^{-x} + 1 + Dc^x}$

将来人口推計や将来の死亡率予測等には、統計をベースとした時系列モデルが利用されてきている。時系列モデルとして現在国際的に標準的とされているのは以下の式(2.1)の Lee-Carter モデル (Lee and Carter[1992]) である。Lee-Carter モデルは世界各国の国民生命表のデータに対して推計が試みられており、2002年及び2006年の日本の将来推計人口においても Lee-Carter モデルをベースとした方法が用いられている。(石井[2006][2007]、小松[2002])

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (2.1)$$

$\ln(m_{x,t})$: 年齢 x 、年度 t の中央死亡率⁶の対数値

a_x : 暦年により変化しない x 歳の平均的な死亡率の対数値

b_x : k_t が変化するときの x 歳死亡率の変化

k_t : 暦年による変化を表す死亡の一般的水準 (死亡指数)

$\varepsilon_{x,t}$: 平均ゼロの残差項

従来、将来人口推計に用いられてきた将来死亡率の推定方法として、年齢別死亡率補外方式、標準化死因別死亡率補外方式がある。1981年の将来推計人

⁴ x は年齢、 ω は生命表における最終年齢、 μ_x は死力、 A 、 B 、 c 、 D 、 K 、 α 、 β 、 γ は実際の死亡率から推定する各モデルのパラメータを表す。生命表諸関数の定義については、付録1を参照。

⁵ 荒井[2001]は、ワイブル分布を死力へあてはめる方法を提案している。

⁶ x 歳の年間死亡数をその年の期央の人口 (中央人口) で除した値を中央死亡率という。

口で採用された年齢別死亡率補外方式を精緻化したものとして年齢別死因別死亡率補外方式があるが、死因や年齢による区分が相当多数となるため、1986年、1992年及び1997年の将来人口推計では、標準化死因別死亡率補外方式が採用された。しかし、死因の分類の変更や死亡診断書に記載される死因が医師の考え方や社会通念の影響により偏りがある可能性が指摘されていること等から、経験的な生命表の関係を少数のパラメータにより記述し、そのパラメータを数学的に記述することによって将来推計する Lee-Carter モデルを改良したリレーショナル・モデルが 2002 年の将来人口推計で採用された。(小松[2002]) 我が国の将来人口推計は、公的年金の財政見通しの前提ともなっている。

一方、我が国の生命保険会社は、従来、安全を見込んだ死亡率を選択し、保険料を算定してきたが、当初選択したものが安全でなくなる可能性もある。また、保険会社の責任準備金は、現在、標準死亡率に基づき算出され、死亡リスクに応じた危険準備金が積み立てられているが、保険会社のより詳細な債務の状況を知るため、死亡率を確率過程としてモデル化することもなされてきている。

Biffis[2003]や Dahl[2004]は、保険料や準備金の算出を視野に入れつつ、信用リスクモデル等で利用されているジャンプを組み入れた平均回帰型の Affine 過程を死力（瞬間的な死亡率）の確率過程として定式化している。Luciano and Vigna[2005]は、英国やイタリアの生命表に死力が平均回帰する確率過程を適用し、その結果、死力が平均回帰する確率過程は実際の生存関数を良く説明しないとしている。

また、リスク管理手段としての死亡リスク・スワップや寿命債券における死亡リスクの価格付け等のため、Cairns et al[2006]、Denuit et al[2007]、小島[2006]、門田[2006][2008]は、死力や死亡率等の確率過程をモデル化し、ワン変換やエッシャー変換等のリスク中立化方法を用いている。

さらに、疫病の流行等のカタストロフィー・リスクによる死力増加を考慮

したモデルとそれを用いたリスク管理も提案されている。Ozeki[2007]は、インフルエンザの大流行による超過死亡を考慮したモデルを 2 タイプ提案し、偶発的な死亡リスクの負担が保険料にどの程度影響するか等について検証している。Lin and Cox[2006]は、1918 年のスペイン風邪や 2004 年の津波等のような死亡率のジャンプを考慮したモデルを提案し、スイス再保険が発行した短期死亡債券や EIB が発行した寿命債券のリスク価格を算出し、他のモデル等と比較・検証している。

2.2 先行研究の特徴

前述の死亡率の確率モデルに関する先行研究は、寿命リスクとして寿命の伸長については考慮しているが、カタストロフィー・リスク以外の寿命の短縮要因を考慮したモデルとなっていない。また、寿命の伸長につながる死亡率の低下やカタストロフィー・リスクについても、複数の要因を考慮したものとなっていない。

3. 本稿の構成

先行研究の特徴を踏まえ、本稿では、まず第 4 章で、死亡率の変動要因を考察し、その内容を踏まえ死亡リスクを分類し定義を明確化する。続いて第 5 章で、複数の寿命リスクとカタストロフィー・リスクの要因を考慮した死亡率の確率モデルを提案し、第 6 章で、そのリスク調整方法について述べる。第 7 章では、日本の死亡率への応用例として、保険会社と年金基金間の死亡リスク・スワップへ応用した場合について考察する。第 8 章では、死亡リスク管理方法の実務での利用に向けての課題と今後の検討課題について整理し、第 9 章で結語を述べる。

4. 死亡リスクの性質

4.1 死亡率の変動要因

死亡率の予測を行うには、死亡率の変動要因を適切に把握することが必要である。我が国の死亡数・死亡率・死因の動向は、人口動態統計や簡易生命表等において継続して把握されてきているところであり、特定死因の短期間の死亡率の増減はあるものの、中長期的には医療の進歩等により死亡率は低下してきている（図1参照）のが現状である。

前述の通り、人口動態統計や簡易生命表等を基とした将来推計人口における将来死亡率の予測では、死因の分類の変更や死亡診断書に記載される死因が医師の考え方や社会通念の影響により偏りがある可能性が指摘されていること、死因や年齢による区分が相当多数となることから、少数のパラメータで記述する Lee-Carter モデルを改良したリレーショナル・モデルが採用されてきている。

表3 簡易生命表における死因別死亡確率の死因

悪性新生物	腎不全
心疾患	肝疾患
脳血管疾患	糖尿病
肺炎	高血圧性疾患
不慮の事故	結核
自殺	老衰

しかしながら、将来死亡率を考える場合、人口動態統計や簡易生命表には現れていないが将来起こり得る無視し得ない要因も考慮すべきである。

堀内[2001]⁷は、21世紀に至るまでの死亡パターンの歴史的変遷を様々な研究も引用しながら分析・考察しており、19世紀以降の近代化の過程においては、感染症・循環器系疾患・癌による死亡率の下降等により死亡率が低下し、平均寿命が伸長してきたと説明している。堀内[2001]は、21世紀にも平均寿命はさらに伸び続けるとの見解が支配的である（Lee and Carter[1992]等）としながら、死亡率上昇の危険性が存在することにも言及しており、不健康な生活習慣、感染症の新発生・再発性、環境汚染、武器・兵器の発達と拡散、生きがいの喪失等を具体的に挙げている。

表 4 将来の死亡上昇の危険性（堀内[2001]）

不健康な生活習慣
感染症の新発生・再発性
環境汚染
武器・兵器の発達と拡散
生きがいの喪失 等

4.2 死亡率の傾向的上昇要因

医療の進歩等による死亡率の低下の期待の一方で、死亡率が上昇する危険性が存在している。環境庁地球温暖化問題検討委員会影響評価ワーキンググループ[1997]「地球温暖化の日本への影響」⁸では、1972～90年の19年間の人口動態統計と気象の記録を比較すると、65歳以上の男性については、日最高気温が33℃以上になると死亡率が上昇する分析結果が報告されている（図2参照）。また、伊坪他[2005]では、各種調査研究結果を踏まえ、気温上昇に伴う熱ストレスの増加がどの程度死亡率の増加を引き起こすか定量的なモデル

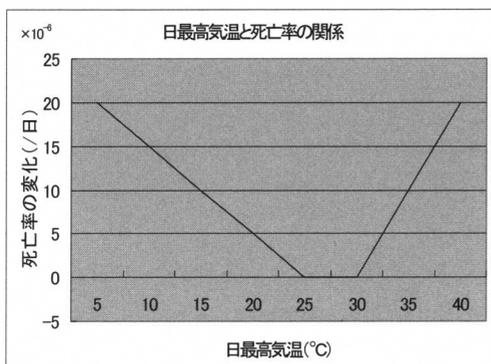
⁷ 本文献は、国連事務局人口部とベルギー人口・家族研究所の共催による「健康と死亡に関する国際シンポジウム」（1997年、ブラッセル）で発表された英文の論文（Horiuchi）に基づき、その後の研究結果やデータを取り入れて加筆修正したものである。

⁸ 環境省 HP<http://www.env.go.jp/earth/cop3/ondan/eikyous5.html>を参照。

を構築し、環境被害の評価を試みている。これと同様、各地域において、気温の水準に対し、死亡率がどの程度変化したかを分析した研究は多数存在している（Basu and Samet[2002]⁹）。これらの研究は、2003年の欧州の熱波による死亡の増加等の一時的な要因によるものではなく、それ以外の気温の上昇について分析したものであり、地球温暖化に伴い、傾向的に死亡率が上昇する要因となり得ると考えられる。

また、伊坪他[2005]では、気温上昇に伴うマラリア・デング熱の増加による死亡率の増加、飢餓リスク、台風等の災害リスクの増加による死亡率の増加についても各種調査研究結果に基づき定量的なモデルを構築し、地球温暖化による環境被害について定量的な評価を試みている。

図2 日最高気温と死亡率との関係（Honda et al. [1998]）



4.3 死亡率のカタストロフィー的変動要因

死亡率の上昇要因としては、カタストロフィー的な要因も存在し得る。新型インフルエンザ等の感染症の大流行や、地震、津波、戦争等が該当する。

新たな感染症の大流行については、交通や経済の発達により一定の地域に

⁹ Basu and Samet[2002]では、米国、英国、ニュージーランド、カナダ等における「熱波」以外の高温と死亡率の関係についての研究が複数紹介されている。

限定されず広範にわたり短期間のうちに発生する可能性があり、増加する死亡率を分散することが不可能となる状況も想定される。さらに、治療法が確立するまでの間、死亡率が増加したまま低下しないことも想定される。過去100年間においてインフルエンザの大流行が起きたものとして表5に掲げるものがあるが、昨今、多数の死者が発生するリスクがあると言われている新型インフルエンザの大流行については、これらとは異なる被害規模や被害期間も想定され得る¹⁰。

表5 過去のインフルエンザ大流行

流行年	通称	死亡者数（世界）
1918-1919年	スペインインフルエンザ	4,000万人
1957-1958年	アジアインフルエンザ	200万人以上
1968-1969年	香港インフルエンザ	100万人以上

出所：厚生労働省 HP (<http://www.mhlw.go.jp/seisaku/01.html>)

地震については、特定の地域による被害が想定されるが、津波を伴う場合は地域が広範に亘る可能性がある。地震発生後も余震による死亡率増加の危険性は存在するが、基本的には、地震発生時に一時的な死亡率の増加要因となることが考えられる。

戦争については、武器・兵器による殺戮等により一時的に死亡率が増加する可能性があるほか、生活環境の悪化により戦争終了後も死亡率の増加要因となる可能性も考えられる¹¹。

¹⁰ 厚生労働省の米国のガイドライン等を参考とした我が国の被害試算では、人口の4分の1である3,200万人が感染（発症率25%）、死亡者は17万人～64万人（感染者の致死率は、約0.5%～2%）とされている。

¹¹ 第2次世界大戦後の我が国の死亡率の推移をみると、生活水準の悪化にも係わらず、死亡率が低下してきている（小林和正[1965]等）ことから、必ずしも長期間に亘り死亡率の増加要因となるわけではないと考えられる。

4.4 死亡率の将来の新たな変動要因

前述の考察に基づき、死亡率の将来の新たな変動要因について整理したものが表6である。これらの他にも、自殺の増加等の社会的な要因等が存在し、また、定量化しにくいものも存在する。また、表6の要因には、中長期的な傾向とカストロフイー的変動を表すものの2種類が存在する。

表6 死亡率の将来の変動要因

要因	死亡率の水準	
	中長期的傾向	カストロフイー的変動
医療の進歩	(-)	(-) (注1)
地球温暖化	(+) (注2)	(+) (注2)
環境変化	(+) (注2)	(+) (注2)
感染症の新発生	-	(+)
地震	-	(+) (注3)
戦争	-	(+) (注3)

(注1) 革新的な治療方法の開発等により、劇的に死亡率が低下する可能性がある。

(注2) 地球温暖化・環境汚染については、平均的な気温の上昇等に伴う死亡率上昇の中長期的傾向の要因と、熱波や感染症の流行等による死亡率上昇のカストロフイー的要因の2種類が考えられる。

(注3) 地震・戦争による生活環境の悪化が死亡率の中長期的傾向に影響を及ぼす可能性もあるが、上表では考慮していない。

4.5 死亡リスクの定義

次に、死亡率の確率モデルを構築するため、死亡リスクについて定義する。本稿では、死亡率の将来の新たな傾向の上昇要因やカタストロフィー的変動要因の性質を踏まえ、以下の通り定義する。¹²

a. 寿命リスク

死亡率の中長期的傾向の不確実性とそれによる寿命への影響。寿命の伸長要因となるものと短縮要因となるものの2種類を考慮。

b. 短期死亡変動リスク

死亡率の短期的な増加と減少により表される将来の死亡率の不確実性。(次のカタストロフィー的要因によるものを除く。)

c. カタストロフィー・リスク

一時的な事象(イベント)により、短期間で通常より非常に死亡率が高く(あるいは低く)なるリスク。その後の死亡率の水準に影響するものと、一時的なもの2種類が存在。

¹² Cairns et al[2006]は、死亡リスク、寿命リスク、短期カタストロフィー死亡リスクの各用語を定義し、寿命リスクについては、将来寿命が短くなる可能性も含むとしているが、提案する死亡率の確率モデルには、将来の死亡率の上昇要因は考慮されていない。また、カタストロフィー・リスクについても、その存在は認識しつつも、提案する死亡率の確率モデルには組み込まれていない

4.6 死亡リスクの分散の可能性

分類した死亡リスクの分散の可能性については、表7の通り考えられる。大数の法則によりリスク分散が可能なものは短期死亡変動リスクのみとなるが、複数の変動要因による寿命リスクとカタストロフィー・リスクを同時に取り扱うこと等により、リスク分散を可能とする余地がある。すなわち、様々な生命保険商品や年金保険商品を取り扱う生命保険会社の場合、死亡リスクについてある程度以上分散された状態となっていると考えられるが、特定の生命保険商品や年金保険商品を取り扱う生命保険会社や年金基金については、外部とのリスク管理手段が利用可能となることにより、さらに死亡リスクを分散できる余地があると考えられる。

表7 死亡リスクの分散可能性

リスク	リスクの分散可能性		
	大数の法則	複数種類の保険商品等による分散	再保険・証券化
寿命リスク	不可能	ある程度可能	可能
短期変動死亡リスク	可能	ある程度可能	可能
カタストロフィー・リスク	不可能	ある程度可能	可能

(注) 保険会社の商品種類、年金基金の給付種類等によって分散可能な程度が異なる。

5. 死亡率の確率モデル

本章では、前章で行った死亡リスクの分類に基づき、死亡率の確率モデルを構築し提案する。

5.1 死亡率の確率モデル

将来の死亡リスクを把握し管理するためには、死亡率の変動要因のうち、三大疾病による死亡等のように過去に存在し将来にも存在すると予想される要因¹³の他、地球温暖化による熱ストレスの増加等のように過去には特段大きな要因とならなかったが将来は無視し得ぬ要因となる可能性があるものも取り扱うことができる確率モデルが望ましい。我が国の将来人口推計では、年齢別死因別の死亡率補外方式が試みられてきたが、医師の死亡診断書に記載される死因に偏りがある可能性が指摘されていることや、年齢と死因による区分数が多数に及ぶこと等から、少数のパラメータにより記述する Lee-Carter モデルが用いられてきていることは前述の通りである。

上記を踏まえ、本稿では、過去に存在し将来にも存在すると予想される死亡率の変動要因については Lee-Carter モデルにより取り扱うこととし¹⁴、過去には特段大きな要因とならなかったが将来は無視し得ぬ要因となる可能性があるものや Lee-Carter モデルでは取り扱っていないカテゴリー・リスクについては、明示的にモデルへ組み込む以下のモデルを提案する^{15,16}。

¹³ 革新的な治療法の開発により三大疾病等の治療方法が確立される可能性はゼロではないが、その場合でも三大疾病等による死亡は存在すると予想される。

¹⁴ 石井[2006][2007]は、Lee-Carter モデルを日本の死亡率へ適用した場合、死亡指数 k_t が一次関数で減少していくため、将来の死亡率の予測値が必要以上に低くなる恐れがあることを指摘している。

¹⁵ 過去に存在し将来も存在するであろう死亡率の変動要因を Lee-Carter モデルに含めず明示的に取り扱うことも可能であるが、その場合、Lee-Carter モデルのパラメータ推計もその変動要因を控除したベースで行わなければならないが、Lee-Carter モデルで記述される部分も範囲が限定されることとなる。

¹⁶ Lee and Carter[1992]は、1918年のスペイン風邪による死亡率の増加を k_t の一時的な増加を表す項を挿入することにより整理している。

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t + {}^1\varepsilon_{x,t} + \sum_i X^i_{x,t} + \sum_j J^j_{x,t} \quad (5.1)$$

$$k_t = k_{t-1} - c + {}^2\varepsilon_t \quad (5.2)$$

式(5.1)の第1~3項及び式(5.2)は、Lee-Carterモデルであり、各パラメータの定義は以下の通りである。

- $\ln(m_{x,t})$: 年齢 x 、年度 t の中央死亡率 の対数値
- a_x : 暦年により変化しない x 歳の平均的な死亡率の対数値
- b_x : k_t が変化するときの x 歳死亡率の変化
- k_t : 暦年による変化を表す死亡の一般的水準 (死亡指数)
- ${}^1\varepsilon_{x,t}, {}^2\varepsilon_{x,t}$: 平均ゼロ、分散 ${}^1\sigma_{x,t}, {}^2\sigma_{x,t}$ の残差項で互いに独立

式(5.1)の第4項 $X^i_{x,t}$ は、将来の死亡率の上昇要因 i による時刻 t における年齢 x の死亡率の傾向的な増加を表す。 $X^i_{x,t}$ を他の確率変数も含む確率過程として以下の通り定義する。

$$X^i_{x,t} = X^i_{x,t}(f_1, f_2, \dots) \quad (5.3)$$

- f^i_1, f^i_2, \dots : $X^i_{x,t}$ を説明する確率変数
- 異なる要因 i, i' による $X^i_{x,t}$ と $X^{i'}_{x,t}$ は独立¹⁷

死亡率の傾向的な変動を表す $X^i_{x,t}$ の確率過程は、様々なものが想定されるため、ここでは限定的な定義はせず、カタストロフィ的の要因以外の確率過程を想定している。

¹⁷ 実際には、地球温暖化(気温の上昇)は熱ストレス増加や感染症流行など複数の死亡率増加要因となる可能性があり、このようなものを取り扱う場合は、その相関も考慮する必要がある。

式 (5.1) の第 5 項 $J^j_{x,t}$ は将来の死亡率のカタストロフィーの上昇要因 j による時刻 t における年齢 x の死亡率の増加を表す。 $J^j_{x,t}$ は、以下の通り、確率過程 $N^j_{x,t}$ 及びジャンプ幅 $Y^j_{x,t}$ により定義される。

$$J^j_{x,t} = Y^j_{x,t} \cdot N^j_{x,t} \quad (5.4)$$

$N^j_{x,t}$: イベントの発生が平均 n 年に 1 回の確率過程¹⁸

$Y^j_{x,t}$: ジャンプ幅

異なる要因 j, j' による $N^j_{x,t}$ と $N^{j'}_{x,t}$ は独立¹⁹

異なる要因 j, j' による $Y^j_{x,t}$ と $Y^{j'}_{x,t}$ は独立²⁰

$N^j_{x,t}$ と $Y^j_{x,t}$ は独立

ジャンプ幅 $Y^j_{x,t}$ は、要因 j により決定される確率変数であり、その確率分布も要因 j により規定されるものとする。²¹

式 (5.1) ～ (5.4) は死亡率の変動を離散的に表している。死亡率の状況については、生命表の死亡率等の公式データの公開により更新されるところが大きいと考えられ、生命表の公開等は一定期間毎であるため、死亡率の変動を離散的に把握することはこのような形に沿っていると考えられる。

一方、死亡率へ影響を与える様々な要因が存在していることも間違いなく、死亡リスクや寿命リスクに係る市場取引がなされる場合、連続時間でそれらを把握する必要がある。ここでは、整数値である年齢 x と $0 \leq \tau < 1$ なる τ につい

¹⁸ $N^j_{x,t}$ をポアソン過程とすれば、革新的な治療方法の確立等による劇的な死亡率の低下についても織り込むことが可能。

¹⁹ 地震と津波等は、独立でない死亡率のカタストロフィー的変動要因となり得ると考えられ、これらを取り扱う場合は、その相関を考慮する必要がある。

²⁰ 地震と津波等を要因とする死亡率のカタストロフィー的変動のジャンプ幅は、相関を持つ可能性も考えられ、これらを取り扱う場合は、相関を考慮する必要がある。

²¹ イベントが発生した場合、発生年以降一定期間にわたり継続してジャンプが生じている状態も想定される。感染症の流行が一定期間治まらない場合等がこれに該当する。

て、死力 $\mu_{x+\tau,t} = \mu_{x,t}$ (死力の定義については、付録 1 を参照) が成り立つものとし、以下の通り、式 (5.1) を連続時間で記述する。

$$d\ln(\mu_{x,t}) = \{a_x + b_x \cdot dk_t\} + {}^1\sigma_{x,t} dz_1 + \sum_i dX^i_{x,t} + \sum_j dJ^j_{x,t} \quad (5.5) \quad 2223$$

$$dk_t = -cdt + {}^2\sigma_{x,t} dz_2 \quad (5.6)$$

$$dJ^j_{x,t} = d(Y^j_{x,t} \cdot N^j_{x,t}) \quad (5.7)$$

- $\mu_{x,t}$: 時刻 t における年齢 x 歳の死力
- ${}^1\sigma_{x,t}$: 死亡率の変動を表すボラティリティ
- dz_1 : 死亡率の変動を表すブラウン運動
- ${}^2\sigma_{x,t}$: 死亡指数の変動を表すボラティリティ
- dz_2 : 死亡指数の変動を表すブラウン運動
- $N^j_{x,t}$: イベントの発生が平均 n 年に 1 回の確率過程
- $Y^j_{x,t}$: ジャンプ幅

式 (5.5) 及び (5.6) において、ボラティリティ σ は、時刻 t に依存せず一定であり、ブラウン運動 dz_1 と dz_2 は独立としている。将来の死亡率の傾向的上昇要因による死亡率増分 $dX^i_{x,t}$ については、その要因に即した確率過程を別途規定する必要がある。

5.2 金利と死亡率の相関について

生命保険金や年金給付等の将来の死亡に基づくキャッシュフローを取り扱う

²² 式 (5.5) は、死力に関する前提 $\mu_{x+\tau,t} = \mu_{x,t}$ ($0 \leq \tau < 1$) から、死力 $\mu_{x,t}$ の時刻 t の変化に伴う変化のみ考慮する形となっている。なお、整数値である年齢 x について、 $\mu_{x,t}$ は左側不連続である。

²³ Biffis et al [2005] は、当初年齢 x の個人の時刻 t における死力を表す連続時間の一般化された Lee-Carter モデルを取り上げている。

場合、将来の金利リスクを併せて考慮することが必要となる場合が多い。既に多数の金利モデルが存在するが、本稿では、死亡率の確率モデルを検討することを目的としているため、金利は将来にわたり一定と仮定している。

死亡率の変動と金利変動が独立であるならば、本稿で提案する死亡率の確率モデルを既に存在する金利モデルと組み合わせて取り扱うことも可能である。金利と死亡率に相関があるとするならば、死亡率と金利を一体として取り扱う確率モデルの構築が必要である²⁴。

5.3 各パラメータの推定について

式(5.1)及び(5.5)の第4項及び第5項は、過去において特段死亡率の変動要因とならなかったが将来においては無視し得ぬ可能性がある要因でありこれらに係るパラメータは、過去データのみを基とした推定ではなく、諸調査や研究等に基づくことが考えられる。

なお、式(5.1)及び(5.5)の第1項～第3項は、Lee-Carterモデルのフレームワークによるパラメータ推定が可能である。

²⁴ Denuit et al [2007]や Cairns et al [2006]は、長期的には資本市場と人口構成は影響しあうことを指摘している。

6. 死亡リスクの調整について

6.1 死亡リスクの調整方法

前述の死亡率の確率モデルにより死亡リスクの価格付けを行うには、リスク調整が必要である。死亡リスクを対象とする市場は非完備であるため、リスク中立確率測度は一意に定まらない。死亡率のリスク調整方法として、森平[2004][2006]は以下の方法を掲げている。

a. 過去の死亡データの平均を用いる方法

過去の死亡率や死力データの平均を求めることにより、死亡率を実（自然）確率の基で計算し、リスク回避度を考慮に入れない方法。

b. 死亡率の確率モデルのドリフトを調整する方法

死亡率の確率モデルによる死亡率と、保険商品の保険料や年金掛金の算定に用いられるリスク調整済の死亡率が等しくなるよう、ドリフトを調整する方法。

c. 無裁定原理に基づくリスク調整方法

死亡リスクを対象とする資産の市場は非完備であるが、完備であると仮定し、死亡率を適切な測度変換によりリスク回避度を織り込んで変換する方法。非完備市場における測度変換手法として、エッシャー変換、ワン変換、最小エントロピー変換等がある。

6.2 死亡率の確率モデルのリスク調整

本稿で提案した死亡率の確率モデルに、非完備市場における測度変換手法であるワン変換を用いてリスク調整した場合を考える（ワン変換の概要は、付録2を参照）。ワン変換は、対数正規分布を、リスク調整パラメータを加味

した対数正規分布へ変換する特徴を持つ。ワソ変換によるリスク調整後の確率密度関数は、以下の通り規定される。

$$F^Q(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F^P(x)) - \theta] \quad (6.1)$$

$\Phi(x)$: 標準正規分布の分布関数

$F^P(x)$: 分布関数

$F^Q(x)$: Q 測度 (リスク中立確率測度) による分布関数

θ : リスク調整パラメータ

式 (5.5) において、 $dX^i_{x,t}$ が独立な正規過程で規定され、かつ、 Y^j_t が独立な正規過程で N^j_t と Y^j_t も独立である場合、各リスク量が独立であり、また、総リスク量 $\ln(\mu_{x,t})$ を正規分布で近似することができれば、式 (5.5) のワソ変換によるリスク調整後の死亡率の確率モデルは、以下の通り近似的に表すことができる。

$${}^Q d \ln(\mu_{x,t}) = \{a_x + b_x \cdot {}^Q dk_t\} + {}^1 \sigma_{x,t} dz_1 + \sum_i {}^Q dX^i_{x,t} + \sum_j {}^Q dJ^j_{x,t} \quad (6.2)$$

$${}^Q dk_t = (-c + \theta_k \cdot {}^2 \sigma_{x,t}) dt + {}^2 \sigma_{x,t} dz_2 \quad (6.3)$$

θ_k : 死亡指数に関するリスクパラメータ

$${}^Q dX^i_{x,t} = (\mu_{x,t}^{X^i} - \theta_{x,t}^{X^i} \sigma_{x,t}^{X^i}) dt + \sigma_{x,t}^{X^i} dz_{X^i} \quad (6.4)$$

$\theta_{x,t}^{X^i}$: 要因 $dX^i_{x,t}$ に関するリスクパラメータ

ここで、前述の通り、 $dX^i_{x,t}$ は独立な正規過程であり、

$${}^P dX^i_{x,t} = \mu^i_{x,t} dt + \sigma^i_{x,t} dz_{X^i} \quad (6.5)$$

$\mu^i_{x,t}$: 要因 X^i の期待上昇率

$\sigma^i_{x,t}$: 要因 X^i のボラティリティ

また、

$${}^Q dJ^j_{x,t} = {}^Q d(Y^j_{x,t} \cdot N^j_{x,t}) \quad (6.6)$$

$${}^Q Y^j_{x,t} \sim N(\mu^j_{x,t} + \theta^j_{x,t}, \sigma^j_{x,t})$$

$${}^P Y^j_{x,t} \sim N(\mu^j_{x,t}, \sigma^j_{x,t}) \quad {}^{25}$$

$\mu^j_{x,t}$: 要因 Y^j の期待上昇率

$\sigma^j_{x,t}$: 要因 Y^j のボラティリティ

$\theta^j_{x,t}$: 要因 Y^j に関するリスクパラメータ

${}^Q N^j_{x,t}$: イベントの発生が平均 n^* 年に 1 回の確率過程

${}^P N^j_{x,t}$: イベントの発生が平均 n 年に 1 回の確率過程

n^* : リスク調整後の基礎数

現在、我が国では、再保険は利用されているものの、死亡リスクの証券化市場は存在しておらず、リスク調整パラメータの算出は、限られた方法での実施とならざるを得ない状況にある。本稿で提案した死亡率の確率モデルのリスク調整についても、式 (6.2) における Lee-Carter モデル部分のみで行う等が現実的な対応と考えられ、その具体例については次章で述べる。

²⁵ ジャンプ幅が正規分布に従うとしているが、ここでは負の値をとる確率は極めて小さいものとする。

7. 日本の死亡率への応用

7.1 日本の死亡率

我が国全体の死亡率を表すものとして、厚生労働省が毎年発表している簡易生命表と、5年に1度発表している完全生命表がある。平成19年簡易生命表は、人口動態統計（概数）及び10月1日現在推計人口を用いて作成されており、また、第20回生命表（平成19年発表の完全生命表）は、国勢調査による日本人人口（確定数）と人口動態統計の死亡数等の確定数を基礎としている。いずれも、粗死亡率をグレビル（Greville）の補整及び高齢部分についてはゴムパーツ・メーカム（Gompertz and Makeham）の法則に則り補整している。

また、国立社会保障・人口問題研究所は、国勢調査結果の公表等にあわせ、5年毎に日本の将来推計人口を発表している。この将来推計人口においては、一定の方法で予測・作成された将来生命表が前提となっている。直近の2006年12月に公表された将来推計人口においては、1970年から2005年までの死亡率のデータを基礎とし、年齢シフト構造を考慮したLee-Carterモデルにより、2055年まで（参考として2105年まで）死亡中位・低位・高位について推計が行われている。厚生年金等の公的年金については、この将来推計人口をベースに将来の見通しが作成されている。

この他、我が国には、保険会社の標準責任準備金算出の基礎となる標準死亡率と企業年金の債務評価・掛金率算定の基礎となる厚生労働大臣が告示した死亡率等がある。

標準死亡率は、社団法人日本アクチュアリー会が保険契約の種類別に算定したものを内閣総理大臣から委任を受けた金融庁が精査し告示されているもので、直近では2007年の標準死亡率がある。死亡保険用、年金開始後用、第三分野用の3種類があり、死亡保険用については死亡率が上昇するリスク、年金開始後用・第三分野用については死亡率が改善するリスクを織り込んで

算定されている²⁶。

企業年金の死亡率は、1990年の年金改正以前は国民生命表がベースとなっていたが、1995年の年金改正より厚生年金の被保険者をベースとし厚生労働省から告示された死亡率が用いられるようになった²⁷。1997年度からは、厚生年金基金制度の財政運営基準が変わり、いわゆる非継続基準が適用されることとなったが、最低積立基準額の算出の基礎となる死亡率は、告示された死亡率に一定の割合を乗じたものが用いられることとなった。2002年度から発足した確定給付企業年金においても、最低積立基準額の算出の基礎となる死亡率は、告示された死亡率に一定の割合を乗じたものとなっている。

(日本の死亡率については、表8を参照。)

表8 日本の死亡率の種類と概要

	死亡率の種類	概要
1	簡易生命表	人口動態統計(概数)及び10月1日現在推計人口を用いて毎年作成
2	完全生命表	国勢調査による日本人人口(確定数)と人口動態統計の死亡数等の確定数を基礎として5年毎に作成
3	将来生命表	国立社会保障・人口問題研究所が国勢調査結果の公表等にあわせ5年毎に作成
4	生保標準生命表 (死亡保険用)	標準責任準備金の基礎となる予定死亡率(保険業法第116条第2項)で、日本アクチュアリー会が作成し、金融庁長官が検証したもの
5	生保標準生命表 (年金開始後用)	
6	第三分野 標準生命表	
7	確定給付企業年金 (財政計算用)	企業年金の債務評価・掛金率算定の基礎となる死亡率で、厚生労働大臣が告示したもの
8	確定給付企業年金 (最低積立基準額用)	企業年金の最低積立基準額算出の基礎となる死亡率で、厚生労働大臣が告示したものに厚生労働省令で定める一定の率(男子0.95・女子0.925)を乗じたもの

²⁶ 死亡保険用の標準死亡率については、粗死亡率の130%を上限として2標準偏差値を第1次補整値としており、1996年の死亡保険用の標準死亡率も同様に算定されている。一方、年金開始後用の標準死亡率については、第19回生命表(2000年)をベースに、1980年から2000年までの性別・5歳群団別・死因別の死亡率改善状況(人口動態統計)から予測した改善率を加味して算定されている。なお、1996年の年金開始後用の標準死亡率は、第10回生命表(1955年)と第15回生命表(1980年)を比較し、それと同様の改善率を将来も見込み算定されている。

²⁷ 公務員等を対象とする共済年金においても、組合員等を対象とした死亡率が算定されている。

7.2 死亡リスクの管理方法

死亡リスクの管理方法としては、危険準備金の積立や内部留保のように内部で管理する方法と、再保険や証券化のように外部へ移転する方法の2通りがある。証券化においても、2003年にスイス再保険が発行した短期死亡債券や2004年にEIB・BNPパリバが発行した寿命債券等の死亡率指数（インデックス）をベースとした証券と、保険会社がSPC（特別目的会社）とストップ・ロス再保険契約を締結しSPCが債券を発行する等の保険会社が保有する死亡リスクを対象とした証券がある。死亡リスク・スワップ等も、保険会社や年金基金が保有する死亡リスクを直接対象としたものである。

このように、死亡リスクの移転方法は、元々のニーズの相違等もあり、多様な形態が生じている。証券化商品や死亡リスク・スワップが低コストである場合もあり、死亡リスクの移転範囲を拡張し長期の契約とすることも可能である。本稿では、保険会社が抱える死亡リスクと年金基金が抱える寿命リスクに逆方向のものがあることに着目し、死亡率の確率モデルの死亡リスクに関するスワップへの応用を考える。

7.3 日本の死亡率への応用 –パラメータの推定–

次に、本稿で提案した確率モデルを日本の死亡率へ適用した場合のパラメータ推定を試みる。具体的には、過去の死亡数の平均がベースとなっている簡易生命表を基に Lee-Carter モデルのパラメータを推定し、過去には特段大きな要因とならなかったが将来の死亡率の傾向的増加要因となり得るものとして熱ストレス増加リスク、カストロフイー的要因としてパンデミック・リスクを考慮した場合を考える。

a. Lee-Carter モデルのパラメータ推定

Lee-Carter モデルのパラメータ a_x , b_x , k_t は、

$$\sum_{x=0}^{\omega} b_x = 1 \quad (7.1)$$

$$\sum_{t=1}^T k_t = 0 \quad (7.2)$$

という制約の下、最小 2 乗法により推定することができる。すなわち、中央死亡率 $m_{x,t}$ は死亡率 $q_{x,t}$ と等しいとし、 ω を生命表における最終年齢とすると、

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=1}^T (\ln q_{x,t} - a_x - b_x \cdot k_t)^2 \quad (7.3)$$

を最小化することによって得られる。式 (7.3) を a_x に関し微分すれば、次の推定値を得ることができる。

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln q_{x,t} \quad (7.4)$$

次に、 $z_{x,t} = \ln q_{x,t} - \hat{a}_x$ と置き、式 (7.1) 及び式 (7.2) の条件の下、

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=1}^T (z_{x,t} - b_x \cdot k_t)^2 \quad (7.5)$$

を最小化する b_x と k_t を特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) によ

り求める。すなわち、 $z_{x,t}$ の特異値による行列 S と直行行列 U 、 V により、

$$[z_{x,t}] = USV^* \quad (7.6)$$

と分解することができ、式 (7.1) と式 (7.2) の条件の下で、

$$\hat{b}_x \cdot \hat{k}_t = u_{x,1} v_{t,1}^* \quad (7.7)$$

により、 b_x と k_t の推定値を求めることができる。

このようにして得られた推定値 a_x 、 b_x 、 k_t に対し、残差項 $\varepsilon_{x,t}$ は、年齢 x 、時刻 t に依存しない正規分布 $N(0, \sigma_1^2)$ に従うものとして σ_1 を推定する²⁸。

図 3 及び図 4 は、簡易生命表・男子における死亡率及び対数死亡率の推移である。また、最終年齢 $\omega=100$ 、 $T=5$ 年 (2003~2007 年) とし²⁹、上記の方法に基づき推定した結果は図 5、図 6、表 9 の通りである。 k_t の将来予測値については、図 7 の傾向と分散を踏まえ、式 (5.2) の通り直線的に $-c$ で漸減し、標準偏差 σ_2 でばらつきがあるものと仮定して推定³⁰した。

表 9 Lee-Carter モデルのパラメータ推定

	推定値 (2003~2007 年)
k_0	-5.2307
c	1.9871
σ_1	0.01167
σ_2	1.3453

²⁸ 小暮・長谷川[2005]は、残差項の分散不均一性を明示的に考慮するポアソン双線形回帰モデルの方がより信頼できる結果をもたらすとしている。

²⁹ 国立社会保障・人口問題研究所[2006]「日本の将来推計人口」においても、5年間の平均値により推定が行われている。

³⁰ 第1固有値の寄与率は69.2%であった。

図3 死亡率（簡易生命表・男子）の推移

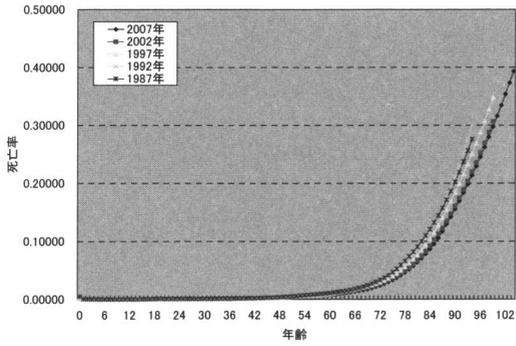


図4 対数死亡率（簡易生命表・男子）の推移

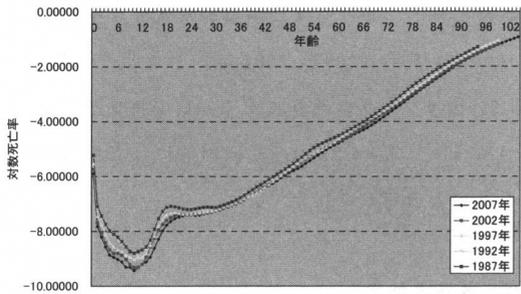


図5 Lee-Carter モデルのパラメータ推定 (a_x)

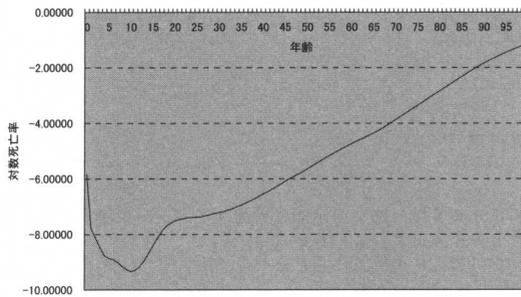


図 6 Lee-Carter モデルのパラメータ推定 (b_x)

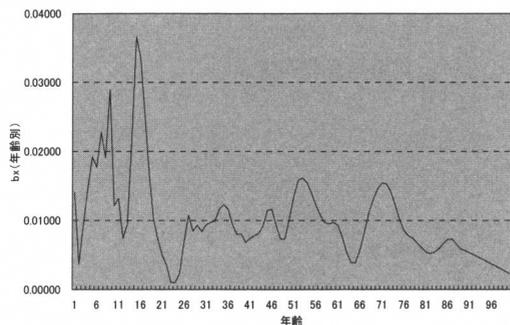
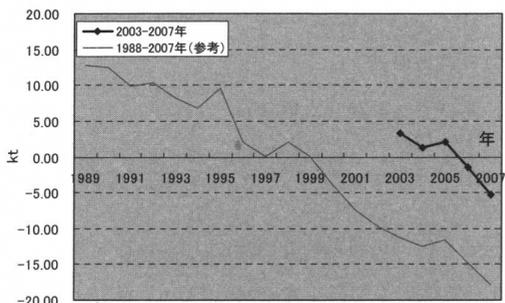


図 7 Lee-Carter モデルの k_t



b. 熱ストレス増加による死亡率増加

次に、過去には特段大きな要因とならなかったが将来の死亡率の傾向的増加要因となり得るものとして、熱ストレス増加リスクを考える。

気候変動に関する政府間パネル (IPCC) の第 4 次報告によれば、緩和策を含まない B1、A1B、A2 シナリオでは、2100 年の気温が +1.8~3.4℃ (不確実性の幅を考慮すると +1.1~5.4℃) 上昇するとされている。地球温暖化が進んだ場合の気温分布については様々なケースが考えられるが、ここでは、最低気温と最高気温の較差が拡大し、平均気温が上昇するケースを想定する。この場合、最低気温は上昇しない一方で最高気温は上昇する。夏季 3 ヶ月間の

直近の日最高気温実績は 29.7℃（2007 年 7-9 月平均）であり、日最高気温の標準偏差は 2.26℃（1988-2007 年 7-9 月）であることを踏まえ、以下の年次の夏季日最高気温平均（7-9 月）の時系列過程を想定する³¹。

$$T_{t+1} = (T_0 + t \times \Delta T) + \sigma^T \varepsilon_t \quad (7.8)$$

T_t : t 年の夏季（7-9 月）日最高気温平均

（初期値 $T_0 = 30.0$ ℃と仮定）

ΔT : 夏季日最高気温平均の伸び

（IPCC の不確実性を含む将来の気温予測の幅の中央値を基に、
0.0325℃と仮定）

σ^T : 夏季日最高気温平均の標準偏差

（過去 20 年の実績に基づき、2.26℃と仮定）

ε_t : $N(0, 1)$

日最高気温と死亡リスクについて、Honda et al[1998]は、日最高気温が最適値（地域の年平均気温に応じて変化）より高くなる場合³²、65 歳以上の高齢者の死亡率が $2 \times 10^{-6}/\text{℃} \cdot \text{日}$ 増加する分析結果を示している（図 2）。ここでは、この結果を踏まえ、夏季（7-9 月）日最高気温により、65 歳以上の死亡率が以下の算式に基づき上昇するものとする。

$$\Delta q_{x,t} = (T_t - T_{t-1}) \times 2 \times 10^{-6} \times 92 \text{日} \quad (7.9)$$

式 (5.1)、式 (5.3) に対応する算式は、以下の通りとなる。

³¹ 将来の日最高気温の影響をより適切に把握するためには、日最高気温のばらつきを把握することができる日次の確率過程等が必要となるが、本稿では簡単のため、日最高気温の平均の時系列モデルを考えている。

³² Honda et al. [1998]は、日最低気温の低下によっても死亡リスクが上昇する結果を示している。

$$\ln(\Delta q_{x,t}) = X_t(T_t) = \ln\{(T_t - T_{t-1}) \times 2 \times 10^{-6} \times 92\text{日}\} \quad (7.10)$$

c. パンデミック・リスク

最後に、カタストロフイ的増加要因として、パンデミック・リスクを考える。過去 100 年間に於いてインフルエンザの大流行が起きたものとして、1918 年のスペイン風邪、1957 年のアジアインフルエンザ、1968 年の香港インフルエンザの 3 つが上げられる（表 5 参照）が、昨今、新型インフルエンザの大流行により多数の死者が発生するリスクがあるとされている。厚生労働省の米国のガイドライン等を参考とした我が国の被害試算では、人口の 4 分の 1 である 3,200 万人が感染（発症率 25%）、死亡者は 17 万人～64 万人（感染者の致死率は約 0.5%～2%）とされている。

ここでは、新型インフルエンザの大流行のみを死亡率増加のカタストロフイ的的要因と捉えることとし（エイズや SARS 等の他の感染症等については考慮しない）、その発生は 50 年に 1 回（式（5.4）における $n=50$ 、 $N_{x,t}^j$ の発生確率 = $1/50=2\%$ ）、発生に伴う死亡率の増加は厚生労働省の試算の重度予測に従うものとして 0.5%（感染率 25%×致死率 2%=0.5%、式（5.4）におけるジャンプ幅 Y_t もそれに応じ設定）とする。なお、簡単のため、死亡率の増加は、各年齢一律一定³³とする。

d. リスク調整

リスク調整は、 k_t 、 X_t 、 J_t の各変数において行うことが考えられるが、ここでは、前章で述べた方法の中で Lee-Carter モデル部分のみで調整（ k_t のみで調整）する方法によることとする。また、リスク調整値は、年齢、時間の経過

³³ 新型インフルエンザの大流行による死亡率の増加は、実際には高齢者の方が大きいと考えられ、また、ある程度の幅をもって予想する方がより適切と考えられるが、本稿では簡単のため、各年齢一律一定という前提を置いている。

に関わらず一定と仮定³⁴する。

保険会社の保険商品については、定期保険の一時払保険料（事業費控除後）が、直近のリスクフリーレートと簡易生命表を基とした Lee-Carter モデルによるリスク調整後の死亡率による保険料と整合的なリスク調整値を想定する方法等が考えられるが、事業費等について得られる情報の範囲等は限定的である。本稿では、保険料算出基礎の予定利率とリスクフリーレートに差異は無いものと仮定し、保険料算出基礎の死亡率として標準死亡率（生保標準生命表 2007）を想定し、次式に基づき標準死亡率と平成 19 年簡易生命表の差異により 1 年のキャッシュフローに係るリスク調整値（ $\sigma_{x,t} \cdot \theta_k^{\text{定期保険}}$ ）を算出することとした。

$$E \left[e^{\int_0^Q (-r(u) du)} \cdot q_x^{LC} | \mathcal{F}_0 \right] = v_{\text{予定利率}} \cdot q_x^{\text{標準生命表}} \quad (7.11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x,0} \cdot \theta_k^{\text{定期保険}} &= \ln q_x^{\text{標準生命表}} - (a_x + b_x \cdot k_0 + \frac{\sigma_1^2}{2}) \\ &\cong \ln q_x^{\text{標準生命表}} - \ln q_x^{\text{簡易生命表 (H19)}} \end{aligned} \quad (7.12)$$

但し、 $q_{x,t}^{LC} \sim e^{a_x + b_x \cdot k_t + \frac{1}{2} \sigma_1^2 t}$ $r(u)$: リスクフリーレート

$v_{\text{予定利率}}$: 予定利率による割引率

年金基金の終身年金については、最低積立基準額の基礎となる予定利率と死亡率による現在価値が直近のリスクフリーレートと簡易生命表を基とした Lee-Carter モデルによるリスク調整後の死亡率による現在価値と整合的となるようリスク調整値を算定する方法も考えられる。本稿では、前述の定期保険におけるリスク調整値の算出方法を踏まえ、最低積立基準額の基礎となる予定利率とリスクフリーレートに差異は無いものと仮定し、次式に基づき最低積立基準額の算出基礎の死亡率と平成 19 年簡易生命表の差異により 1 年の

³⁴ 門田[2008]は、時間の経過に伴うリスク調整値の変化を考慮している。

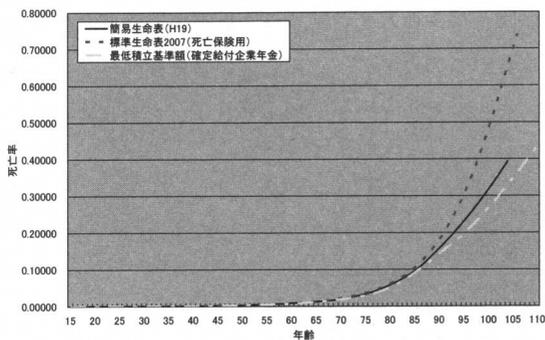
キャッシュフローに係るリスク調整値 ($\sigma_{x,t} \cdot \theta_k$ 終身年金) を算出することとした。

$$E \left[e^{-\int_0^T r(u) du} \cdot q_x^{LC} | \mathcal{F}_0 \right] = v_{\text{予定利率}} \cdot q_x^{\text{最低積立基準額}} \quad (7.13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x,0} \cdot \theta_k^{\text{終身年金}} &= \ln q_x^{\text{最低積立基準額}} - (a_x + b_x \cdot k_0 + \frac{\sigma_1^2}{2}) \\ &\cong \ln q_x^{\text{最低積立基準額}} - \ln q_x^{\text{簡易生命表 (H19)}} \end{aligned} \quad (7.14)$$

但し、 $q_{x,t}^{LC} \sim e^{a_x + b_x \cdot k_t + \frac{1}{2} \sigma_1^2 \varepsilon_{x,t}}$ $r(u)$: リスクフリーレート
 $v_{\text{予定利率}}$: 予定利率による割引率

図 8 各死亡率 (男子)



7.4 日本の死亡率への応用－死亡リスクに関するスワップの価格試算－

死亡リスク管理への応用として、生命保険会社と年金基金間の死亡リスク・スワップと、天候デリバティブ保有者と年金基金間の気温・死亡リスク・スワップの2通りを想定する。これらの取引にはコストは発生しないものとし、いずれの価格もモンテカルロ・シミュレーション法により試行回数10,000回として計算する。

a. 保険会社・年金基金間の死亡リスク・スワップ

保険会社が提供する定期保険における予定死亡率からの乖離による保険金支払の増加と、年金基金が提供する単純終身年金における予定死亡率からの乖離による年金給付支払の増加を交換する死亡リスク・スワップを想定する。すなわち、保険会社の定期保険において実際の死亡率が予定死亡率から乖離することにより増加する保険金は年金基金が支払うこととし、また、年金基金の単純終身年金において実際の死亡率が予定死亡率から乖離することにより増加する年金給付は保険会社が支払うこととするスワップを考える。定期保険と終身年金の前提は表10の通りである。

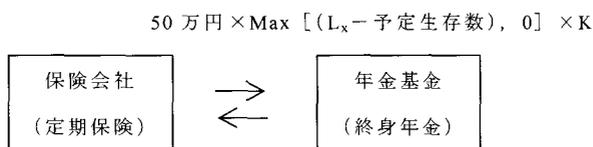
表10 定期保険と終身年金の前提

	定期保険	終身年金
被保険者の初期年齢	65歳	65歳
被保険者の性別	男子	男子
被保険者の初期人数	10,000人	10,000人
対象となる期間	3年間・20年間の2通り	
保険金又は年金額	50万円	年50万円
支払時期	年1回期末払	

(注) 定期保険の保険集団と終身年金受給者集団間の死亡率の相関は1.0とし、健康状態は異なるものとする。

以上に基づき、定期保険と終身年金のリスク調整済確率測度上での期待現在価格（リスクフリーレートは1.7%と仮定）を計算し、それらが等しくなるよう、スワップの条件設定（キャッシュフローの交換比率 K の設定）を行うこととした。

図9 死亡リスク・スワップ



$50 \text{ 万円} \times \text{Max} [(D_x - \text{予定死亡数}), 0]$

D_x : 死亡者数 (定期保険)

L_x : 生存者数 (終身年金)

b. 天候デリバティブ保有者と年金基金間の気温・死亡リスク・スワップ

死亡率が将来の日最高気温平均の水準により変動する場合、日最高気温平均による天候デリバティブと年金基金の終身年金等の間にスワップを考えることができる。

天候デリバティブには様々な取引形態があり、気温、降水量等が対象とされている。気温に関するものについては、日次平均気温、日数、HDD (Heating Degree Day)、CDD (Cooling Degree Day) 等を指標として要件が定められているが、ここでは、各年の日最高気温平均によりペイオフが決まる天候デリバティブを想定する。具体的には、

$$A \times \text{Max}[(\text{日最高気温平均実現値} - \text{標準気温}(T_0=30^\circ\text{C})), 0] \quad (7.15)$$

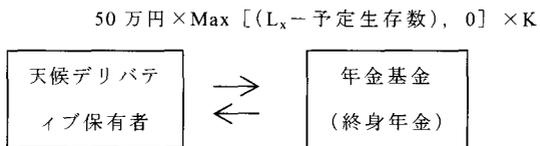
A=100万円

を保有者が支払う天候デリバティブである³⁵。

年金基金は天候デリバティブ保有者へ式(7.13)によるキャッシュフローを支払い、一方、天候デリバティブ保有者は年金基金へ単純終身年金において実際の死亡率が予定死亡率から乖離することにより増加する年金給付を支払うスワップを考える。なお、終身年金に関する前提は、表10と同じとする。

以上に基づき、天候デリバティブと終身年金のリスク調整済確率測度上での期待現在価格(リスクフリーレートは1.7%と仮定)を計算³⁶し、それらが等しくなるよう、スワップの条件設定(キャッシュフローの交換比率Kの設定)を行うこととした。

図10 気温・死亡リスク・スワップ



$$500 \text{万円} \times \text{Max} [(T_t - T_0), 0]$$

T_t: 日最高気温平均

L_x: 生存者数(終身年金)

³⁵ このような天候デリバティブは現存しないかも知れないが、本稿では仮に想定する。

³⁶ 天候デリバティブについては、日最高気温平均の上昇に係るリスク調整が必要であるがここでは簡単のため考慮しない。

7.5 死亡率の予測結果と死亡リスク・スワップ試算結果

前節までの前提に基づき、式(5.1)において Lee-Carter (LC) モデル部分のみを考慮した場合、LCモデルとパンデミック・リスクを考慮した場合、LCモデルとパンデミック・リスク及び気温上昇によるリスクを考慮した場合の死亡リスク・スワップに係る試算結果³⁷及びリスク調整値、死亡率の予測結果は、図11、表11～15の通りである。

表11 死亡リスク・スワップに係る試算結果（リスク調整後の現在価値）

<期間3年の場合>

	Lee-Carter (LC) モデル	LC+パンデミック・ リスク考慮	LC+パンデミック・ リスク+気温上昇 によるリスク
定期保険に係る キャッシュフローの 現在価値	25,467 千円	26,818 千円	29,348 千円
終身年金に係る キャッシュフローの 現在価値	13,829 千円	13,593 千円	11,213 千円
死亡リスク・スワ ップの条件 (キャッシュフ ローの交換比率)	184.15%	197.29%	261.72%

³⁷ 平成20年度日本アクチュアリー会年次大会(2008年11月11日)発表資料に掲載した試算結果は、定期保険の基礎となる予定死亡率を現行の標準死亡率から Lee-Carter モデルの死亡指数に沿って改善して行くものとしている。終身年金の基礎となる予定死亡率についても同様の前提である。このため、本稿の表11～14に掲載されている試算結果と異なっている。

表 1 2 気温・死亡リスク・スワップに係る試算結果（リスク調整後の現在価値）

< 期間 3 年の場合 >

天候デリバティブに係るキャッシュフローの現在価値	13,605 千円
終身年金に係るキャッシュフローの現在価値	11,213 千円
気温・死亡リスク・スワップの条件 (キャッシュフローの交換比率)	121.33%

表 1 3 死亡リスク・スワップに係る試算結果（リスク調整後の現在価値）

< 期間 20 年の場合 >

	Lee-Carter (LC) モデル	LC+ハントリック・ リスク考慮	LC+ハントリック・ リスク+気温上昇 によるリスク
定期保険に係る キャッシュフロー の現在価値	1,533 百万円	1,539 百万円	1,547 百万円
終身年金に係る キャッシュフロー の現在価値	1,685 百万円	1,676 百万円	1,657 百万円
死亡リスク・スワ ップの条件 (キャッシュフ ローの交換比率)	90.96%	91.81%	93.35%

表 1 4 気温・死亡リスク・スワップに係る試算結果（リスク調整後の現在価値）

< 期間 20 年の場合 >

天候デリバティブに係るキャッシュフローの現在価値	90 百万円
終身年金に係るキャッシュフローの現在価値	1,657 百万円
気温・死亡リスク・スワップの条件 (キャッシュフローの交換比率)	5.45%

図 1 1 死亡率の推移 (65 歳、75 歳)

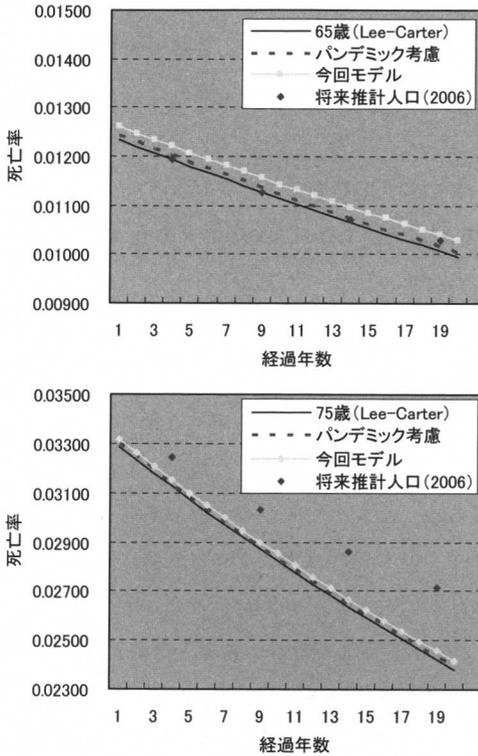


表 1 5 リスク調整値 ($\sigma_{x,t} \cdot \theta_k$)

年齢	定期保険	終身年金
65歳	0.03665	-0.03397
66歳	0.06988	-0.01432
67歳	0.09605	-0.00601
68歳	0.10883	-0.00990
69歳	0.11289	-0.02295
70歳	0.11233	-0.03711
71歳	0.10651	-0.05452
72歳	0.09633	-0.07308
73歳	0.08307	-0.09343
74歳	0.07103	-0.11348

年齢	定期保険	終身年金
75歳	0.06424	-0.12701
76歳	0.06250	-0.13477
77歳	0.06067	-0.13381
78歳	0.05284	-0.13044
79歳	0.04873	-0.12393
80歳	0.04834	-0.11609
81歳	0.05295	-0.10159
82歳	0.06017	-0.08440
83歳	0.06712	-0.06975
84歳	0.07649	-0.05978
85歳	0.08688	-0.05140

7.6 試算結果とパラメータ推定・確率モデルに関する考察

上記の試算結果より、将来の死亡率の増加要因をどのように捉えるかによって死亡リスク・スワップの条件（キャッシュフローの交換比率）も変わることが分かる。期間 3 年の場合、キャッシュフローの交換比率は大きく変わるが、期間 20 年の場合、それ程大きくは変わらない。これは、今回試算において、期間が比較的短い場合、死亡率の上昇要因の影響が大きい、期間が長い場合、死亡率の低下要因の影響が大きくなるためと考えられる。

今回試算では、Lee-Carter モデルをベースとした部分については、寿命の伸長傾向 (k_t) を 2003 年～2007 年の 5 年間の過去データに基づき推定しているが、我が国の場合、過去データを基に推定すると欧米諸国等と比べ死亡率が改善しすぎる点が指摘されている³⁸。 k_t については、直線的な推移でなく、将来人口推計で用いられている改善傾向の変化も反映した関数当てはめによる補外等の方法も検討する必要がある。また、死亡率の改善傾向の各年齢への反映度合を表す係数 (b_x) を過去の比較的短期間のデータを基に推定しているため、各年齢の係数が比較的安定していない（図 6）。図 1 1 の 75 歳死亡率について、今回試算の将来死亡率が将来人口推計の結果と齟齬があるのは、主にこの 2 点が理由である。

パンデミック・リスクによる死亡率増加、熱ストレス増加による死亡率増加は各年齢一律と仮定しているが、実際は高年齢ほど大きいと考えられる。図 1 1 において、各前提（Lee-Carter モデルのみ、パンデミック考慮、今回モデル）による 75 歳の将来死亡率の差異は 65 歳の将来死亡率と比べそれ程大きくないが、実際は 75 歳の方が大きいと考えられる。今回提案したモデル式 (5.1) は、年齢別の影響を考慮した形となっているが、実際の影響度を推定する方法も検討する必要がある。また、影響度は出生時期等のコーホート

³⁸ 国立社会保障・人口問題研究所の「日本の将来推計人口（平成 18 年 12 月推計）」では、このことを踏まえ、Lee-Carter モデルを修正した「年齢シフトモデル」が採用されている。

によることも考えられ、経過年数に応じて各年齢の影響度を取り扱うこと等についても検討する必要がある。

リスク調整については、保険会社と年金基金の死亡リスク・スワップ等への応用と言うことを踏まえ、標準生命表や最低積立基準額の死亡率を用いた方法を前提としているが、他の死亡リスクに係るデリバティブ等への応用の場合、リスク価格は市場参加者やそのリスク選考等にも影響を受けるため、異なる方法についても検討する必要がある。

今回試算は死亡率の確率モデルの応用の例示を目的としているため、パラメータ推定やリスク調整については簡単な前提を置いているが、実際の利用等に向けて、上記の点等についてさらに検討して行く必要がある。また、モデル特性、パラメータ推定値やリスク調整値は将来も変化しない前提としているが、これらは時間の経過とともに変化する可能性がある。死亡率は、社会構造や将来の政策等により影響を受けると考えられるため、特に対象期間が長い場合、これらの状況も考慮する必要がある。

7.7 死亡リスク・スワップの有効性について

今回応用例として取り上げた死亡リスク・スワップは、保険会社、年金基金の双方にとって新たなリスク管理手段となり得る。例えば、年金基金においてLDI（Liability Driven Investment）という運用手法を採用する場合、負債のキャッシュフローの変動をコントロールする必要があり、死亡リスク・スワップは有用なリスク管理手段となり得る。一方、死亡リスク・寿命リスクの分散可能な範囲は、ある程度以上規模の大きい保険集団を対象とした死亡率に係る部分であり、小規模の保険集団に固有の死亡率の傾向等は含まれないことに注意が必要であろう。

8. 死亡リスク管理方法の実務での利用に向けての課題と今後の検討課題

8.1 実務での利用に向けての課題

死亡率の確率モデルをベースとして様々なリスク管理方法を開発することが可能となるが、証券化等の実務での利用に向けて、以下の通り課題を整理した。

a. 死亡リスク管理手段に対する理解

死亡リスク移転を利用したリスク管理は、再保険や一部の証券化商品等を除き、それ程普及していない。その理由として、法令、会計、死亡率に関する各種データの整備が十分でないことが考えられるが、その他にも、リスク管理方法の有効性が十分認識されていないことがあると推測される。

生命保険の死亡リスクや年金基金の寿命リスクについては、多くの場合、別々に研究され、実務でもそれらは特段明確に関連付けられてきたわけではないが、これらは互いに逆方向の要素を有している。これらを明確に関連付けて取り扱うこと等によって、新たな死亡リスク管理方法の開発やその有効性の認識を進めることができると考える。

b. 死亡率データ

死亡率の確率モデルのパラメータ推定等には、死因別、健康状態別、地域別等の各種死亡率のデータが必要となる。このようなデータが十分整備されれば、死亡率の確率モデルで取り扱える特定要因も広がるであろうし、将来死亡率の推計もより適切に実施できる可能性がある。現行より一層の各種死亡率のデータ整備が望まれる。

c. 法規制

2007年9月に金融商品取引法（以下「金商法」という。）が施行され、金利・

通貨スワップや天候デリバティブ等が新たに規制されることとなった。金商法では、現物取引の対象となる資産（原資産）やそれ自体は取引対象とならない数値等（指標）に基づき金銭の授受等を行う取引をデリバティブ取引としている。

それ自体は取引対象とならない数値等（指標）については、①金融商品の価格や利率、②気象の観測値、③変動に影響を及ぼすことが不可能又は著しく困難な事業活動に重大な影響を与える指標又は社会経済の状況に関する統計の数値（政令で規定される指定統計調査に係る数値等）、④①～③に基づき算出した数値（金商法第2条第25項）とされており、完全生命表や簡易生命表等は政令規定の指標に含まれると考えられるが、生保標準生命表や企業年金の死亡率等については規制対象外とも考えられる。これらについても、明確に法的に取り扱われることが望ましいと考える。

d. 会計基準

保険会計、年金会計の双方において、死亡率の確率モデルによる死亡リスク価格が公正価値とされ、債務・費用の基礎とされれば、会計上、様々なリスク管理手段の効果を測定することが可能となる。また、保険商品や年金給付には様々なオプション性を有しているものがあり、その公正価値の測定にも確率モデルが必要不可欠である。会計基準のコンバージェンスが進む中、会計上の債務・費用測定についても、確率モデルを視野に入れた基準策定が望まれる。（保険会計、年金会計に関する国際会計基準の動向については、付録3を参照。）

8.2 今後の検討課題

次に、本稿で提案した死亡率の確率モデルについて、今後の課題を述べる。

第一に、組み入れている Lee-Carter モデルについては、将来死亡率の改善は従来と同様であることを前提としているが、将来死亡率の改善は変化する可能性がある。特に我が国については、前述の通り、死亡率改善傾向の変化を表す k_t のモデルについて検討する必要がある³⁹。また、高齢死亡率へ Lee-Carter モデルを適用することの適否についても検討する必要がある。

第二に、将来死亡率の増加要因として応用例では熱ストレスの増加を取り上げたが、その他の要因についても検証し、確率モデルを構築して行く必要がある。

第三に、将来の劇的な死亡率低下をもたらす要因（画期的な治療方法の開発等）についても、具体的なモデルへの反映方法を検討して行く必要がある。そのためには死因別の確率モデルが必要となる可能性もあり、利用可能な死亡率データの状況等にも留意する必要がある。

第四に、死亡率の確率モデルが会計上の公正価値評価に利用される可能性があり、必要に応じ、修正を施す等の対応があらう。

最後に、保険会社が提供する定期保険や医療保険等の加入者の健康状態は年金基金の加入者の健康状態と異なっていることが考えられる。健康状態の異なる保険集団についての死亡リスクを取り扱えるモデルを検討して行くことも必要であらう。

³⁹ 前述の通り、国立社会保障・人口問題研究所の「日本の将来推計人口（平成 18 年 12 月推計）」では、 k_t が近年緩やかになってきている傾向を反映させるため、関数あてはめを行い補外することによって推計を行っている。小松[2002]も、日本の将来生命表の予測において Lee-Carter モデルの k_t を直線的に扱うことの問題点を述べている。

9. おわりに

死亡リスク管理は保険会社と年金基金の双方にとって重要であり、そのための危険準備金の評価や証券化等へ応用できる死亡率の確率モデルが必要である。本稿では、死亡率の変動要因を踏まえ、複数要因による寿命リスクとカタストロフィー・リスクを考慮した死亡率の確率モデルを提案した。提案したモデルにより、新たな死亡率の変動要因を考慮できる他、応用例でも示したように、様々なリスク管理方法を想定することが可能となる。死亡率の確率モデルは、会計上の債務評価、環境リスク評価や将来人口推計等にも応用することが可能であり、今後、さらにモデルが洗練され、実務で利用されて行くことが期待される。

謝辞

本稿を執筆するにあたり、社団法人日本アクチュアリー会、社団法人日本年金数理人会、並びに中央大学専門職大学院国際会計研究科の各関係者の方々から有益なコメントを頂きましたことを、この場をお借りし御礼申し上げます。

(みずほ総合研究所 年金コンサルティング部)

付録 1 生命表諸関数の定義

生命表は、一定期間におけるある人口集団についての死亡状況を、死亡率、平均余命等の生命関数を用いて表現したものである。生命表諸関数の定義は、以下の通りである。(以下、「平成 19 年簡易生命表」を著者が加工して作成。)

1. 生存数 l_x

生命表上で一定の出生者 l_0 (通常 100,000 人) が、 x 歳に達するまで生きる と期待される者の数を x 歳における生存数といい、これを l_x で表す。

2. 死亡数 ${}_n d_x$

x 歳における生存数 l_x 人のうち $x+n$ 歳に達しないで死亡すると期待される 者の数を年齢階級 $[x, x+n)$ における死亡数といい、これを ${}_n d_x$ で表す。特 に ${}_1 d_x$ を x 歳における死亡数といい、これを d_x で表す。

3. 生存率 ${}_n p_x$

ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達するまで生存する確率を年齢階級 $[x, x+n)$ における生存率といい、これを ${}_n p_x$ で表す。特に ${}_1 p_x$ を x 歳の生存 率といい、これを p_x で表す。

4. 死亡率 ${}_n q_x$

ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達しないで死亡する確率を年齢階級 $[x, x+n)$ における死亡率といい、これを ${}_n q_x$ で表す。特に ${}_1 q_x$ を x 歳の死亡 率といい、これを q_x で表す。

5. 死力 μ_x

x 歳における瞬間の死亡率を死力と呼び、これを μ_x で表す。

$$\mu_x = - \left. \frac{1}{l_x} \frac{dl_t}{dt} \right|_{t=x}$$

死力 μ_x と死亡率 q_x 、生存率 ${}_n p_x$ との関係は、以下の通りである。

$$q_x = \int_0^1 p_x \mu_{x+t} dt$$
$${}_n p_x = \exp \left[- \int_0^n \mu_{x+t} dt \right]$$

6. 定常人口 ${}_n L_x$ 及び T_x

x 歳における生存数 l_x 人について、これらの各々が x 歳から $x+n$ 歳に達す るまでの間に生存する年数の和を年齢階級 $[x, x+n)$ における定常人口と 言い、これを ${}_n L_x$ で表す。すなわち常に一定の出生 ($l_0=100,000$ 人) があって、 これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、その人口集団は 一定の型の人口集団へ収束して行くが、その集団の x 歳以上 $x+n$ 歳未満の人

口に相当する。特に ${}_1L_x$ を x 歳における定常人口といい、これを L_x で表す。さらに x 歳における生存数 l_x 人について、これらの各々が x 歳以後死亡に至るまでの間に生存する年数の和を x 歳以上の定常人口といい、これを T_x で表す。すなわち、上記の人口集団の x 歳以上の人口に相当する。 ${}_nL_x$ 、 T_x は、次式により与えられる。

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t dt$$

$$T_x = \int_x^{\infty} l_t dt$$

7. 中央死亡率 m_x

x 歳の年間死亡数をその年の期央の人口（中央人口）で除した値を中央死亡率といい、生命表における中央死亡率 m_x は、次式により与えられる。

$$m_x = \frac{d_x}{L_x} \cong \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x}$$

粗死亡率 q_x^n との関係は、以下の通りである。

$$q_x^n \cong \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x}$$

簡易生命表、完全生命表等では、上記により算出した粗死亡率 q_x^n を補整し、死亡率 q_x を算出している。

8. 平均余命

x 歳における生存数 l_x 人について、これらの者が x 歳以降に生存する年数の平均を x 歳における平均余命といい、これを e_x^0 で表す。 x 歳の平均余命は次式により与えられる。

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

9. 平均寿命

0 歳における平均余命を平均寿命 e_0^0 という。

10. 寿命中位数

生命表上で、出生者のうちちょうど半数が生存し、半数が死亡すると期待される年数を寿命中位数といい、次式を満たす α として与えられる。

$$l_\alpha = \frac{l_0}{2}$$

付録2 ワン変換

ワン変換は、非完備市場における確率測度の変換手法の1つであり、リスク回避度を織り込んで測度変換する方法である。保険料計算原理の1つとしても整理されている。以下、ワン変換の定義と特徴について簡記する。

1. 定義

Wang[2002]は、分布関数 F^P を F^Q へ歪ませる (distorted) 変換を、以下の通り定義している。

$$F^Q(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F^P(x)) - \theta]$$

$\Phi(x)$: 標準正規分布の分布関数
$F^P(x)$: 分布関数
$F^Q(x)$: Q 測度 (リスク中立確率測度) による分布関数
θ	: リスク調整パラメータ

X を保険金総額を表す確率変数とすると、 $E^P[X]$ は純保険料、 $E^Q[X]$ はリスクを反映した保険料を表す。

2. 正規分布

X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う場合、

$$F^P(x) = \Phi\left[\frac{x - \mu}{\sigma}\right]$$

となるため、

$$F^Q(x) = \Phi\left[\frac{x - \mu}{\sigma} - \theta\right] = \Phi\left[\frac{x - (\mu + \theta\sigma)}{\sigma}\right]$$

となり、ワン変換は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ を正規分布 $N(\mu + \theta\sigma, \sigma^2)$ へ変換する。

3. 対数正規分布

X が対数正規分布に従う場合、すなわち $\log X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の場合、

$$F^P(x) = \Phi\left[\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right]$$

となるため、

$$F^Q(x) = \Phi\left[\frac{\log x - \mu}{\sigma} - \theta\right] = \Phi\left[\frac{\log x - (\mu + \theta\sigma)}{\sigma}\right]$$

となり、ワン変換は対数正規分布 $\log X \sim N(\mu, \sigma^2)$ を対数正規分布 $\log X \sim N(\mu + \theta\sigma, \sigma^2)$ へ変換する。

4. 多変量ワン変換

全リスク $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ については、多数の個別のリスク X_j から構成される総リスク Z が正規分布で近似できる場合、近似的に以下の多変量ワン変換を得ることができる。

$$F^*(x) = \Phi_N\left[\Phi^{-1}(F_1(x)) - \sum_{j=1}^N \theta_j \rho_{1j}, \dots; \Phi^{-1}(F_N(x)) - \sum_{j=1}^N \theta_j \rho_{Nj}\right]$$

個別のリスクが独立であるとする、 $\rho_{ij} (i \neq j) = 0$, $\rho_{ii} = 1$ となるため、上式は、

$$F^*(x) = \Phi_N[\Phi^{-1}(F_1(x)) - \theta_1, \dots; \Phi^{-1}(F_N(x)) - \theta_N]$$

となる。

付録 3 国際会計基準の動向

1. 保険会計

国際会計基準審議会（IASB）の保険契約（Insurance Contract）に係る会計プロジェクトの第 1 フェーズについては、2004 年 3 月に国際財務報告基準（IFRS）4 号が公表されたが、本質的な改正は第 2 フェーズに委ねられている。IFRS4 号では、組込デリバティブは、一定の要件を満たし主契約と明確に区分できる場合、金融商品会計に基づき公正価値を算出することとされている。

第 2 フェーズは 2004 年 7 月から開始され、2007 年 5 月にディスカッション・ペーパー（DP）が公表された。今後、2009 年に公開草案、2011 年に基準改正が行われる予定である。

2007 年に公表された DP の中で、負債評価は第三者に譲渡する場合の対価（現在出口価格）によるべきとされ、それが公正価値と同一であるか否かまでは結論付けていないものの、重要な差異は確認していないとしている。保険負債は、次の 3 要素によるビルディング・ブロック方式により測定する必要があるとされている。

- a. 明示的でバイアスの無い市場整合的な確率加重平均された将来キャッシュフローの見積り
- b. 市場割引率
- c. 市場参加者がリスク負担に対して要求するリスク・マージン及びサービス・マージンの明示的でバイアスの無い見積り

本稿で取り上げた死亡リスクや寿命リスクが死亡リスク・スワップ等の利用によって解放される場合、解放された分、リスク・マージンを減少することにより会計上の測定がなされることが考えられるが、これがヘッジ会計の中での会計処理とされることも考えられる。また、死亡指数等に応じた寿命債券等の金融商品については、金融商品会計に従い売却可能な金融資産として分類され、その資産価値は公正価値で測定されることが考えられる。すなわち、会計上は金融資産と金融負債の相殺の要件までは満たさず、保険会社が抱える死亡リスクは負債として測定され、保険会社の ALM 管理において死亡リスクがコントロールされるものと整理されることが考えられる。今後、多様なリスク管理手段が誕生する可能性があるが、いずれにしても、その効果を適切に測定する会計基準が必要となろう。

2. 年金会計

2006 年 11 月より、IASB において、退職後給付プロジェクト（Post Retirement Benefit Project）の第 1 フェーズが開始され、2008 年 4 月 7 日（有料購読者や関係者等には 2008 年 3 月 27 日）に DP が公表された。DP に対するコメントは 2008 年 9 月 26 日に一旦締め切られ、コメントの内容を踏まえ再審議した上で、2009 年に公開草案、2011 年に第 1 フェーズの基準改正が行われる予定である。

今回の DP の中で、新たに拠出ベース約定（Contribution-Based-Promise）と

いう給付約定が定義され、これらを公正価値により負債評価することが提案されている。公正価値は、「取引の知識がある自発的な当事者の中で、独立第三者間取引条件により資産が交換され、又は負債が決済される価額」として定義される測定属性とされている。また、拠出ベース約定の負債は、将来の昇給による過去期間に係る給付の増加をもたらさず給与リスクに晒されておらず、主に次のリスクを有するとされている。

- a. 資産ベース・リスク
- b. 人口統計上のリスク（長寿リスク等）
- c. 信用リスク
- d. 給付約定の条件が変更となるリスク

上記の他、DPの中では、拠出ベース約定と確定給付約定のいずれか高い給付について、そのオプション性に着目した負債の公正価値評価に関する整理も試みられている。

DP公表前のIASBの会議では、負債の評価方法として、保険契約の会計プロジェクトのDPで示されたビルディング・ブロック方式も取り上げられたが、公表されたDPでは前述の拠出ベース約定の公正価値評価と主なリスク等の記述に留まり、具体的な会計上のリスク評価については特段述べられていない。

我が国の企業年金は、寿命リスク等の各種リスクやオプション性を有することが多いが、年金債務を取引する市場は存在せず、今後、国際会計基準改正の中で、各種リスクやオプション性も考慮した負債の評価方法を確立して行く必要が生ずる可能性がある。その場合、本稿で取り上げた死亡リスクや寿命リスクについても、会計上、適切に測定されることが必要となろう。

参考文献

- [1] 荒井昭[2001]「生命表に関する一考察－生命関数の数式近似－」日本アクチュアリー会会報第 54 号第 2 分冊, 2002 年 3 月, P.85-122 (*)
- [2] 石井太[2006]「確率推計による将来人口推計の不確実の評価について」人口問題研究 62-3P.1-20
- [3] 石井太[2006]「わが国の平均寿命の動向と死亡率推計モデルの検討」人口問題研究 62-3P.21-30
- [4] 石井太[2007]「年齢シフト構造を応用した死亡率推計モデルのわが国への適用」アクチュアリージャーナル第 63 号 P.3-15
- [5] 伊坪徳宏・稲葉敦編著[2005]「ライフサイクル環境影響評価手法」社団法人産業環境管理協会
- [6] 臼杵政治[2007]「LDI は確定給付年金を救えるか－日本での効果と課題－」証券アナリストジャーナル 2007 年 5 月 p.45-59
- [7] 及川桂[2006]「将来死亡率推定に関する一考察」日本アクチュアリー会会報第 59 号第 2 分冊, 2006 年 10 月, P.1-28
- [8] 環境庁地球温暖化問題検討委員会影響評価ワーキンググループ[1997]「地球温暖化の日本への影響」環境省ホームページ
<http://www.env.go.jp/earth/cop3/ondan/eikyous.html>
- [9] 厚生労働省新型インフルエンザ専門家会議[2008]「新型インフルエンザ発生時の社会経済状況の想定」第 8 回資料 3-2 参考 A, 2008 年 7 月 30 日
- [10] 国立社会保障・人口問題研究所[2006]「日本の将来推計人口（平成 18 年 12 月推計）」
- [11] 小暮厚之・長谷川知弘[2005]「将来生命表の統計モデリング：Lee-Carter 法とその拡張－ヒューマンセキュリティへの基盤研究－」総合政策学ワーキングペーパーNo.71
- [12] 小島茂[2006]「生命保険会社における死亡リスク・スワップ取引とその価格付けモデル」日本保険・年金リスク学会誌 Vol.2 No.2 2007 P.1-17
- [13] 小島茂[2005]「生命保険の証券化とその証券化商品の価格付け」アクチュアリージャーナル特別号「リスクと保険（2005）」P.41-52

- [14] 小林和正[1965]「日本人口の構造と変動—上— III 死亡1・死亡2」人口問題研究 100P.82-96
- [15] 小松隆一[2002]「リレーショナル・モデルによる日本の将来生命表作成の試み」人口問題研究 58-3P.3-14
- [16] 堀内四郎[2001]「死亡パターンの歴史的変遷」人口問題研究 57-4 P.3-30
- [17] 森平爽一郎[2006]「寿命リスクのモデリングとその証券化—金利・信用リスクモデリングから何を学ぶか?—」日本保険・年金リスク学会第4回研究発表大会予稿集 P.103-122
- [18] 森平爽一郎[2004]「保険価格決定理論 保険数理とファイナンス理論の融合」アクチュアリージャーナル第54号, 2004年10月, P.5-66
- [19] 門田伸一[2006]「生命保険契約における転換権のオプション価値評価」日本保険・年金リスク学会第4回研究発表大会予稿集 P.1-14
- [20] 門田伸一[2008]「契約条件の変更と破綻処理の比較」日本保険・年金リスク学会誌 P.1-22
- [21] Basu, R. and Jonathan M. Samet [2002], "Relation between Elevated Ambient Temperature and Mortality: A Review of the Epidemiologic Evidence," Epidemic Rev. Vol.24 No2. 190-202
- [22] Biffis Enrico [2003], "Affine Processes in Mortality Modeling: An Actuarial Application," Research Paper, Universita Degli Studi Di Trieste
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=647421
- [23] Biffis, E., Denuit, M. [2005], "Lee-Carter Goes Risk-Neutral. An Application to the Italian Annuity Market," Cass Business School Actuarial Research Paper No.166
- [24] Cairns, A.J.G., Blake, D., and Dowd, K. [2006], "A Two-Factor for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty," Journal of Risk and Insurance Vol.73(4), P.687-718
- [25] Dahl, M. [2004], "Stochastic Mortality in Life Insurance: Market Reserves and Mortality-linked Insurance Contracts," Insurance: Mathematics and Economics, 35, P.113-136
- [26] Denuit, M., Devolder, P., Goderniaux, A.C., [2007], "Securitization of

- Longevity Risk: Pricing Survivor Bonds with Wang Transform in the Lee-Carter Framework," *The Journal of Risk and Insurance*, Vol.74, No.1, P.87-113
- [27] Honda, Y. and Ono, M. [1998], "Shift of the short-term temperature-mortality relationship by a climate factor," *J Risk Res.* 1(3), 209-220
- [28] Kijima, M. [2006], "A multivariate extension of equilibrium pricing transform: The multivariate Escher and Wang transforms for pricing financial and insurance risks," *ASTIN Bulletin*, Vol.36, P.269-283
- [29] Lee, R. and Lawrence R. Carter [1992], "Modeling and Forecasting U.S. Mortality," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87, No.419, P.659-671
- [30] Lee, R. [2000], "The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications," *North American Actuarial Journal*, Vol.4, No.1, P.80-93
- [31] Lin, Yijia and Samuel H.Cox [2004], "Natural Hedging of Life and Annuity Mortality Risks," Working Paper No.04-8, Center for Risk Management and Insurance, Georgia State University
- [32] Lin, Yijia and Samuel H.Cox [2004], "Securitization of Mortality risks in life annuities," Working Paper No.03-3, Center for Risk Management and Insurance, Georgia State University
- [33] Lin, Yijia and Samuel H.Cox [2006], "Securitization of Catastrophe Mortality Risk," Working Paper, Georgia State University
- [34] Ozeki, M. [2007], "Influenza Pandemic and Actuarial Model That Takes Account Additional Mortality," *The 14th East Asian Actuarial Conference Paper*
- [35] Wang, S. [2002], "A Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks," *ASTIN Bulletin*, Vol.32, P.213-234
- [36] Wang, S. [2003], "Equilibrium Pricing Transforms: New Results using Buhlmann's 1980 Economic Model," *ASTIN Bulletin*, Vol.33, P.57-73

Stochastic Model of Mortality Rates by Multi Factors of Longevity Risks and
Catastrophe Risks and Its Application

Takayuki Igawa

The mortality risk management is very important for both insurance companies and pension funds. The reserve for risks, the retained profit and the risk transfer of the mortality risk have been used so far, and recently it has been tried that the securitization transfers the mortality risk to the investors in the capital market. The stochastic model of the mortality rates is necessary to evaluate the reserve for risks and develop the method of the mortality risk management.

In this paper, firstly I confirm the content of the former researches and then I examine the factors of the changes of the mortality rates and propose the stochastic model of the mortality rates considering the multi factors of the longevity risks and the catastrophe risks. As an application of the proposed model to Japanese mortality rates, I assume the mortality swap between an insurance company and a pension fund and consider the future mortality rates and the price of the mortality risk. Finally, I state the subjects for the development and the practical use of the method of the mortality risk management using the stochastic model of the mortality rates.