寄稿

保険の国際会計基準と損害保険負債の時価評価

浜野雅章[*1]／森本祐司[*2]／田口　茂[*3]

要　旨

保険の国際会計基準（保険 IAS）は、保険負債の測定に時価会計的な概念を導入するものであり、これによって、財務諸表の透明性・比較可能性が向上すると期待されている。ただし、そのためには測定の信頼性が十分に確保されることが前提となることから、アクチュアリアルガイダンスの整備が不可欠となる。

このような認識の下、本稿においては、アクチュアリアルガイダンスの検討の際に必要となる「損害保険における保険負債の時価評価」について論じる。

第１章では、国際会計基準審議会（IASB）が公表した原則書草案（DSOP）をベースに、保険の国際会計基準と、損害保険負債の時価評価を概観する。第２章では、確率論的アプローチを中心に、将来キャッシュフローの予測手法について論じる。第３章では、資本コスト法および測度変換法を中心に、マーケットバリューマージン（MVM）の計算手法について論じる。最後に、第４章では、保険負債の時価評価とソルベンシーマージン基準との関連について論じる。

キーワード：保険の国際会計基準（保険 IAS）、原則書草案（DSOP）、損害保険負債の時価評価、確率論的アプローチ、将来キャッシュフロー、マーケットバリューマージン（MVM）、統計的見積法、確率論的リザービング、資本コスト法、測度変換法、市場のリスク選好、ソルベンシーマージン基準

*1 三井住友海上火災保険(株)火災新種保険部商品業務室（masaaki.hamano@ms-ins.co.jp）
*2 モルガンスタンレー証券会社債券統括本部（yuji.morimoto@morganstanley.com）
*3 東京海上火災保険(株)経理部主計グループ（shigeru.taguchi@tokiomarine.co.jp）

本稿は、日本アクチュアリー会・ムーンライトセミナー「保険の国際会計基準」における調査・研究成果に負うところが大きい。同セミナーのメンバーの方々に対して、この場をお借りしてお礼申し上げる。また、本稿の第２章および第３章の構成については、浜野・田口が所属する日本損害保険協会・保険数理研究部会「国際会計基準と責任準備金研究 PT」による報告書「保険の国際会計基準」（非公開）を参考にした。同 PT のメンバーの方々に対してもお礼申し上げる。さらに、ご多忙のところ面会頂いた上に貴重な助言を頂戴した、東京大学大学院数理科学研究科・楠岡成雄教授、チューリヒ工科大学・Delbaen 教授、ロンドンスクールオブエコノミクス・Norberg 教授、EMB Consultancy・England 博士にも感謝の意を表したい。なお、本稿で示されている内容および意見は、筆者個人に属し、筆者が所属する組織の公式見解を示すものではない。

第1章　はじめに

1．1 保険の国際会計基準

1．1．1 保険の国際会計基準（保険IAS[1]）の検討状況

保険 IAS プロジェクトは、国際会計基準審議会（IASB）の前身である国際会計基準委員会（IASC）によって、1997 年 1 月に立ち上げられた。本プロジェクトは、起草委員会（Steering Committee）を中心に検討が進められ、1999 年 12 月に論点書（Issues Paper）が、2002 年に原則書草案（DSOP, Draft Statement of Principles）[2]が公表されている。仮に保険 IAS が DSOP に沿った形になれば、「保険負債の時価評価」が導入されることになる。IASB は、保険 IAS について、当初、2005 年の発効を予定していたが、審議会（the Board）における審議の遅れもあり、現在は、フェーズⅠ、フェーズⅡという二段階の導入を考えている。

フェーズⅠは暫定基準であり、EUとオーストラリアが2005年に域内・国内の上場企業（保険会社を含む）に対して国際会計基準の適用を義務づける関係で必要となっている。2003年1月末時点におけるIASBの公表資料によれば、フェーズⅠは基本的に各国の保険会計基準を容認する方向であるが、

① IAS37号（引当金等の会計基準）による損失認識テスト[3]の義務付け、
② 保険リスクに重要性のない商品、明確に区分可能な貯蓄保険料部分へのIAS32/39号（金融商品会計基準）の適用[4]、
③ 本体契約と密接に関連しない組込デリバティブへのIAS32/39号の適用[5]

等、保険負債の時価評価を一部先取りした内容になっている。なお、フェーズⅠの公開草案（Exposure Draft）の公表は2003年第1四半期、会計基準の完成は2004年上半期、発効は2005年に予定されている。

フェーズⅡは本格的な保険IASであり、審議会はその原案となるDSOPを14ヵ月以上かけて審議してきた。その結果、2003年1月のIASB会議においてフェーズⅡの基本方針に関する暫定合意に至り、概ねDSOPに沿った形で公開草案を起草することになった。フェーズⅡの公開草案は、2003年中にも完成すると見られている。なお、本稿においては、便宜上、DSOPをベースに保険負債の時価評価を

---

[1] 正確には保険 IFRS と略称すべきであるが、便宜上、保険 IAS と略称する。なお、IASC が設定した会計基準は IAS（International Accounting Standards）、IASB が設定する会計基準は IFRS（International Financial Reporting Standards）と呼ばれている。
[2] 「7 Performance-linked Contracts」「13 Presentation」「14 Disclosure」については、本稿作成時点で未公表である。
[3] 保険負債の時価が簿価を超過する場合、時価と簿価の差額を引当金として計上する。企業の会計方針に IAS37 号と同様の損失認識テストが存在する場合には当該方針に従う。
[4] 償却原価法（公正価値を注記）と公正価値法のいずれかを適用する。
[5] 公正価値法を適用する。

論じることとし、暫定合意との相違については脚注で補うこととする。

1．1．2 DSOPのポイント

（1）保険契約の会計基準

保険IASは保険契約[6]の会計基準であり、保険会社の保険契約以外の取引については、それぞれの会計基準が適用される。例えば、保険会社が保有する有価証券等については金融商品の会計基準が適用される。

（2）一般目的の会計基準

保険IASは一般目的の会計基準であり、監督官庁のための監督会計や、課税所得計算を本来的な目的とするものではない。ただし、第4章で論じるとおり、自己資本規制の潮流は国際会計基準的なものに向かっており、各国あるいは国際的なソルベンシーマージン基準とも何らかの関連をもつことが予想される。

（3）生損共通の会計モデル

保険IASは生損共通の会計モデルを採用している。論点書の段階では、生損別々の会計モデルとする方向で検討されていたが、生命保険と損害保険の間に明確な線引きすることが困難であるため、生損共通の会計モデルとなったものである。

（4）資産負債法の採用

保険IASは、繰延法ではなく、資産負債法を採用している。ここで、繰延法とは、契約時の保険料や基礎率をベースに収益と費用が対応するように資産・負債を繰り延べる会計である。資産負債法とは、あらかじめ定められた定義[7]に合致するものを資産・負債として認識し、その増減を収益・費用として認識する会計で

---

[6] DSOPにおいて「保険契約」は次のように定義されている。
「一方の当事者（保険者）が他方の当事者（保険契約者）に対し、特定の不確実な将来の事象（保険事故）が保険契約者または他の受益者に不利益な影響を与えた場合に（特定の金利、証券価格、商品価格、外国為替、価格もしくはレートのインデックス、信用格付、信用インデックスまたはそれに類似する変数の一つまたは二つ以上の変動のみを事象とする場合を除く）、保険契約者または他の受益者に給付を行うことを合意することによって、保険リスクを引き受ける契約」
　また、「保険リスク」は次のように定義されている。
「ある契約が保険リスクを形成しているといえるのは、保険契約者または他の受益者に影響を与える事象が発生することで、当該契約から発生する保険会社の正味キャッシュフローの現在価値が相当程度(significant)に変化する可能性があることが合理的に見込まれる場合のみである。」

[7] フレームワークによれば、「資産」「負債」は次のように定義されている。
資産：過去の事象の結果として企業が支配し、かつ、それによって将来の経済的便益が企業に流入すると期待される資源
負債：過去の事象の結果として企業が抱える現在の債務であり、その履行のために経済的便益を有する資産が企業から流出すると予想されるもの

ある。起草委員会は、フレームワーク[8]との整合性、比較可能性、財務諸表の利用者にとっての有用性等の観点から、資産負債法の方が優れていると判断した。なお、一般に、繰延のみを目的とする資産・負債（例えば、1/12 法による未経過保険料や異常危険準備金）は、フレームワーク上の資産・負債の定義に合致しない。

１．２ DSOP に基づく保険負債の測定方法

１．２．１ 概要

ここでは、DSOPに基づく保険負債の測定方法を解説する。保険の国際会計基準は、前述のとおり、保険負債の測定に時価会計的な概念を導入するものである（保険負債の時価評価[9]）。ところが、保険には二次的な市場がほとんど存在しないため、DSOPは、将来キャッシュフローの期待現在価値にマーケットバリューマージン（MVM）を加算するという方法[10]を提案している。

１．２．２ 将来キャッシュフロー

将来キャッシュフローには、将来に収入する保険料から、将来に支出する保険金、経費、代理店手数料まで、クローズドブック（既存契約および一部の更新契約[11]）から生じる全てのキャッシュフローが含まれる。ここで、将来キャッシュフローを予測する手法は、確率論的アプローチと決定論的アプローチに大別できる（後記１．２．５参照）。DSOPは、確率論的アプローチを基本としつつ、決定論的アプローチも容認している。

１．２．３ 期待現在価値

期待現在価値とは、現在価値の期待値のことである。ここで、現在価値を計算

---

8 個別の国際会計基準を作成する際に拠り所となる基本的な考え方をまとめたもの。IASC が 1989 年に公表した。

9 ここで「時価」という用語は、企業固有価値（Entity-specific Value）と公正価値（Fair Value）の両者を指している。DSOP によれば、大部分の金融資産、金融負債について公正価値による測定が導入されるまでの間は企業固有価値、その後は公正価値で測定すべきとされている。ここで、企業固有価値では計算基礎（Assumptions）として「会社自身の予測」を使用するのに対して、公正価値では「独立した市場参加者の予測」を使用すべきとされているが、この区別は概念的なものであり、実務上の差異はほとんどない。実際、2003 年 1 月の IASB 会議では、市場データを入手することが困難である場合に企業固有の基礎率や情報を使用することを妨げないとした上で、公正価値に一本化することで暫定合意した。

10 2003 年 1 月の IASB 会議では、公正価値が「市場の反証がない限り、同条件、同残存期間の新規の保険契約を現時点で引き受ける場合に保険契約者にチャージするであろう金額（いわゆる入口価値）」を下回ってはならないことで暫定合意した。

11 2003 年 1 月の IASB 会議では、保険会社の料率改定を著しく制限する解約不能な継続権・更新権を契約者が有しており、かつ、これらの権利が保険料支払を停止することで消滅するような契約をクローズドブックに含めることで暫定合意した。

する際の割引率としては、期末のリスクフリーレートを使用する[12]。

1．2．4 MVM

MVM とは、将来キャッシュフローに含まれるリスクと不確実性に関する調整額のことである。損害保険の保険料を算定する際には、リスクと不確実性を担う対価として、リスクマージンを上乗せするのが合理的であるが、MVM は、リスクマージンの考え方を保険負債の測定に拡張したものであるといえる。リスクをマージンに換算する際に使用する「掛け目[13]」については、市場のリスク選好を反映することとされている。

なお、MVM については、リスクと不確実性の減少に応じて負債からリリースされ、収益として認識される。すなわち、契約当初の保険料におけるリスクマージンが市場並の水準に設定されている場合には、契約時には、利益も損失も発生しないということになる[14]。

1．2．5 確率論的アプローチと決定論的アプローチ

（1）確率論的アプローチ[15]

確率論的アプローチは、将来キャッシュフローを確率分布または複数シナリオを用いて予測する手法で、そのブレ幅を基に MVM を計算し、それらをリスクフリーレートで割り引くことで保険負債の時価を計算する（図表 1-1）。この手法は、高度の数理的手続きを必要とするが、将来キャッシュフローの確率分布を明示的に予測しているという点で、透明性の高い方法と言える。ただし、発売間もない商品や過去にほとんどクレームが発生していない商品については、データの制約上、確率論的アプローチをとれないケースもありうる。

---

12 これは、長期保険の負債評価に大きな影響を与える。例えば、いわゆる「金利逆ザヤ」に係る含み損失が財務諸表上明らかになる。また、資産と負債のマッチングがとれていない場合には、市中金利の増減がそのまま保険負債の増減、損益の増減につながることとなる。なお、2003 年 1 月の IASB 会議では、割引率として資産サイドの利回りを使用しないことで暫定合意した（リスクフリーレートを使用することの是非は議論されなかった）。

13 エッシャー変換におけるパラメータ δ、ワン変換におけるパラメータ λ 等をさす（詳細は第 3 章を参照願う）。

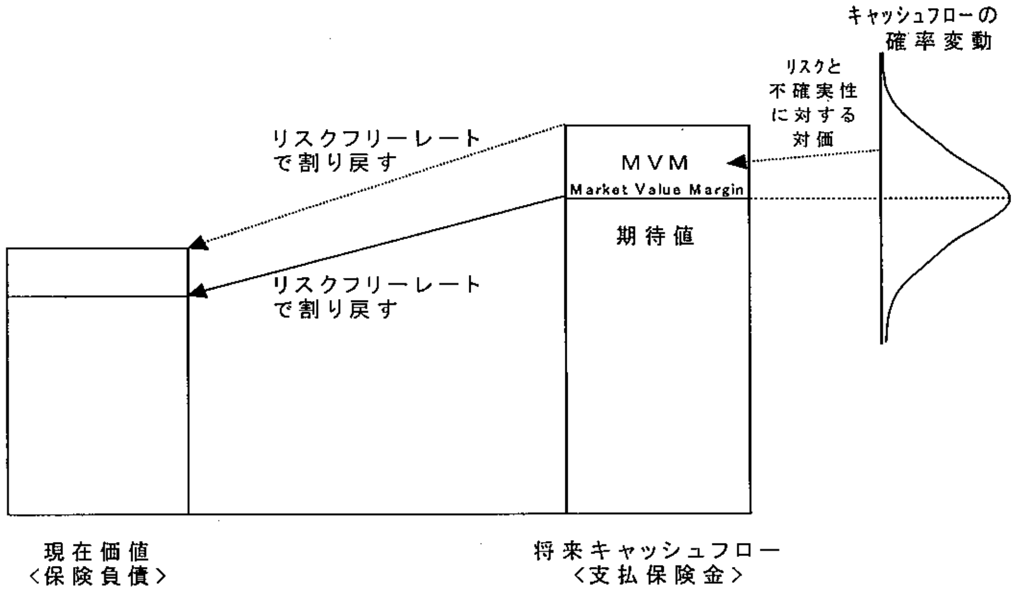
14 2003 年 1 月の IASB 会議では、契約時の一時利益を禁止または制限するために、MVM に相当する金額を超過するマークアップ分についても負債計上することで暫定合意した。これに伴って、「リスクと不確実性に関する調整」は、「市場参加者がリスクとマークアップに対して要求するであろう保険料に関する調整」と名称変更されている。

15 ここでは、短期保険を想定して、将来キャッシュフローの金額のブレを表現する手法として確率論的アプローチを使用している。長期保険の場合は、将来キャッシュフローの時期のブレや組込デリバティブからのキャッシュフローを表現する手法として確率論的アプローチを使用する。起草委員会が確率論的アプローチを原則としたのは、保険契約に組み込まれているオプションや保証に係る含み損失が看過できない水準に達しつつあるためといわれる。

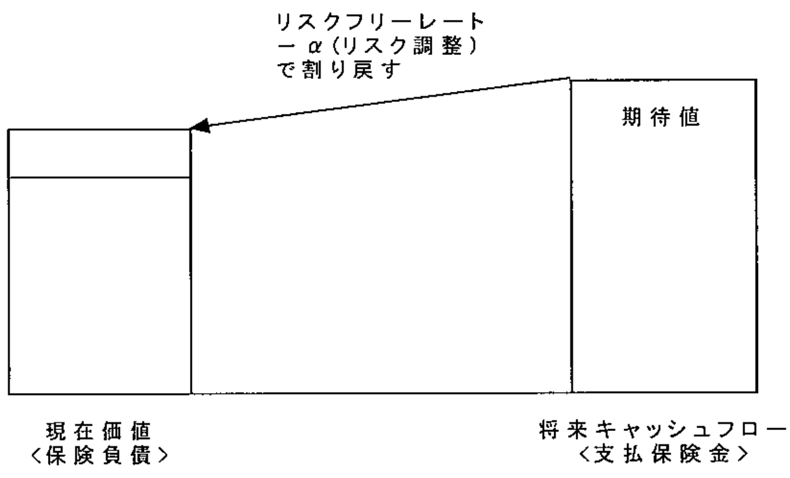
（2）決定論的アプローチ

決定論的アプローチは、将来キャッシュフローを一点（期待値）で予測する手法である。これを、リスクフリーレートではなく、低めに調整した割引率（リスクフリーレートーα）で割り引くことで、保険負債に MVM 相当額を上乗せする（図表 1-2）。この手法は簡便であるが、αと市場のリスク選好の関係が判然とせず、透明性の点で確率論的アプローチに劣る。ただし、リスクと不確実性に重要性がない場合には、決定論的アプローチでも十分に有用な結果が得られるものと考えられる。したがって、実務上は、保険商品や群団のリスク特性毎に確率論的アプローチと決定論的アプローチを使い分けるのが現実的であるといえよう。

[図表 1-1] 確率論的アプローチの概念図



[図表 1-2] 決定論的アプローチの概念図



1．3 損害保険負債の時価評価

1．3．1 生命保険と損害保険の比較

損害保険負債の時価評価を論じる前に、生命保険と損害保険の差異について整理しておく。前述のとおり、DSOP は生損共通の会計モデルをとっているが、現実には生命保険と損害保険で次のような差異があり、それらが、おのおのの保険負債の時価評価を特徴づけている。

（1）保険期間

一般に、生命保険契約は長期契約であるのに対して、損害保険契約は短期契約（典型的には1年契約）である。このため、損害保険は、生命保険と比較して、未経過責任期間に対応する保険負債（未経過保険料、保険料積立金）のウエイトが低い。

（2）将来キャッシュフロー（保険金、給付金、年金等）

一般に、生命保険は定額給付であるため将来キャッシュフローの金額のブレが極めて小さいが、損害保険は実損填補であるため将来キャッシュフローの金額のブレが大きい。なお、生命保険、損害保険ともに、将来キャッシュフローのタイミングのブレが存在するが、損害保険の場合は、金額のブレが支配的である。

（3）保険事故の発生から保険金等の支払いまでの期間

一般に、生命保険では保険事故の発生から保険金等の支払いまでの期間が短いのに対して、損害保険では商品によって非常に長い場合がある（ロングテール）。このため、損害保険は、生命保険と比較して、既経過責任期間に対応する保険負債（未払保険金および IBNR）のウエイトが高い。

（4）その他

生命保険では、解約返戻金、転換·更新等、保険契約者が保有するオプションの取扱いが重要になる。損害保険では、自然災害リスクや再保険の取扱いが重要になる。

1．3．2 損害保険負債の時価評価

次に、損害保険負債（将来保険金のキャッシュフローに係るもの）の時価評価を5レベルに分類して概観する（図表 1-3）。ここで、将来保険金のキャッシュフローを考える場合、決算時点で既に保険事故が発生しているか否かにより区別す

ることがポイントとなる[16]。（詳細については、第２章、第３章で論じる。）

レベル１は、繰延法であり、代表例としては現行の米国の会計基準があげられる。レベル２は、DSOP に基づく決定論的アプローチであり、レベル３～５は、DSOP に基づく確率論的アプローチである。ここで、レベル３では、既経過責任期間と未経過責任期間とを区分して計算しているのに対して、レベル４・５では区別せずに計算している。また、レベル４は群団ベースの計算、レベル５は個別契約ベースの計算となっている[17]。

MVM については、決定論的アプローチ（レベル２）にあっては、割引率を調整することにより算出し、確率論的アプローチ（レベル３～５）にあっては、資本コスト法や測度変換法等により算出する。繰延法（レベル１）にあっては、MVM は明示的に織り込まれていない[18]。

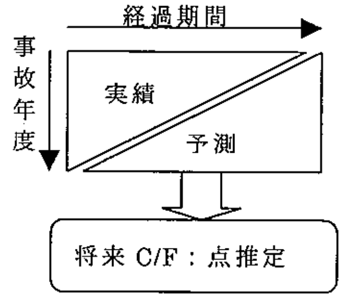
[16] 現行の日本の損害保険会計においては、既経過責任期間に係る将来保険金に対応する負債として支払備金（未払保険金＋IBNR）として計上し、未経過責任期間に係る将来保険金を普通責任準備金（未経過保険料＋保険料積立金、または、初年度収支残高）として計上している。

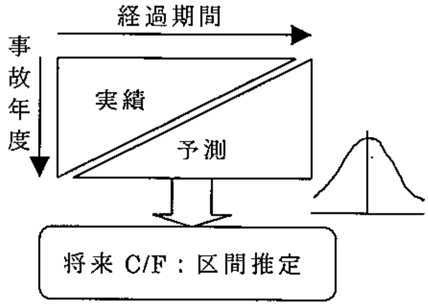
[17] DSOP では群団ベースの計算を前提としている。

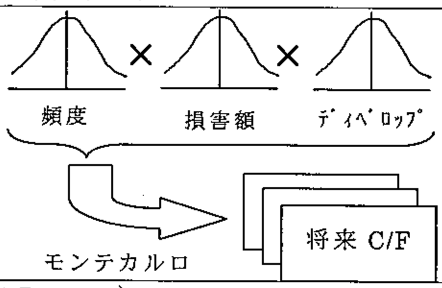
[18] アクチュアリーの判断で保守的なリザービングを行うことはありうる。

[図表 1-3] 損害保険負債の時価評価における5レベル

出典：日本アクチュアリー会・ムーンライトセミナー資料（筆者にて加筆修正）

<table>
<tr><td></td><td>既経過責任期間に係る将来保険金</td><td>未経過責任期間に係る将来保険金</td><td>MVM</td></tr>
<tr><td>レベル1
繰延法
(米国)</td><td rowspan="2">事故年度別保険金実績（ロスディベロップメント）に基づき将来の支払保険金を点推定する
（統計的見積法：チェインラダー法、ボーンヒュッターファーガソン法、ベンクテンダー法等）
</td><td>未経過保険料のうち純保険料部分</td><td>明示的に織り込まれていない</td></tr>
<tr><td>レベル2
決定論的
アプローチ</td><td>(1)最終発生保険金の推定
方法1：クレーム件数の期待値
×1件当たりクレーム金額の期待値
方法2：未経過保険料×損害率の期待値

(2)C/F のタイミングの推定
左記で推定した保険金出現割合を利用して推定する</td><td>割引率を調整することにより算出（AAA の方法等）</td></tr>
<tr><td>レベル3
確率論的
アプローチ①</td><td>事故年度別保険金実績に基づき将来の支払保険金を区間推定する
（確率論的リザービング：マックモデル、ベイジアンメソッド、ランダムウォーク法、超過分散ポアソンモデル等）
</td><td>(1)最終発生保険金の確率分布の推定
方法1：クレーム件数および1件当たりのクレーム金額の確率分布について適当な仮定をおくことにより、最終発生保険金の確率分布求める
（集合的危険論：Meyers および Wang のモデル等）
方法2：決定論的アプローチにより求めた事故年度別損害率および左記の分布から損害率の従う確率分布を求め、未経過保険料×損害率の分布
（簡便法）

(2)C/F のタイミングの推定
左記で推定した保険金出現割合を利用して推定する。</td><td></td></tr>
<tr><td>レベル4
確率論的
アプローチ②</td><td colspan="2">クレーム件数の分布×1件当たりのクレーム金額の分布×C/F タイミング（ロスディベロップメント）の分布で、総合的にモンテカルロシミュレーションを行う
（DFA:Dynamic Financial Analysis）
</td><td rowspan="2">資本コスト法や測度変換法等により算出</td></tr>
<tr><td>レベル5
確率論的
アプローチ③</td><td colspan="2">Norberg (1993)の考え方（Marked Point Process）
T：保険事故発生時点（Stopping Time）
$T+U$：保険事故報告時点（Stopping Time）
$T+U+V$：最終支払時点（Stopping Time）
$Y(v)$：時点$[T+U,T+U+v]$に支払われた実際の保険金（$0 \le v \le V$）
$Y=Y(V)$：最終支払保険金総額
$Z=(U,V,Y,\{Y(v),0 \le v < V\})$
この(T,Z)の組合せが Marked Point Process　（Z：mark）</td></tr>
</table>

（注）太字のモデル等の詳細については、第2章、第3章で論じる。

第２章　将来キャッシュフローの予測

２．１　将来保険金のキャッシュフロー

保険の負債の時価評価を行う上では、将来キャッシュフローを予測する必要がある。キャッシュフローとしては経費・代理店手数料等さまざまなものがあるが、金額的に最も重要なのは保険金のキャッシュフローであろう。また、リスクと不確実性の調整額であるMVMの導出においても将来保険金が重要な役割を果たす。そこで本章では、将来キャッシュフローのうち将来保険金のキャッシュフロー予測方法について論じる。

２．２　決定論的アプローチによる将来保険金の予測

２．２．１ 既経過責任期間に係る将来保険金の予測（統計的見積法）

（１）チェインラダー法

既経過責任期間の将来保険金予測の代表的方法としては、現行の欧米の決算実務においてIBNRの推計等に用いられているチェインラダー法[19]がある。

この方法は、事故発生年度別・保険金支払年度別に経験統計を集計し、その中に現れた保険金出現率の規則性に着目し、将来もこの規則性に変化がないものとして将来の保険金を予測する方法である。

確率変数 $D_{i,k}$ を事故年度 i 経過年数 k の累計発生保険金（累計保険金＋未払保険金）とし、保険金は事故から N 年で支払が完了するとする。

このとき１年目から k 年目の保険金データが与えられたとき、次年度の保険金 $D_{i,k+1}$ の期待値は $E(D_{i,k+1}|D_{i,1}\cdots D_{i,k})=f_k D_{i,k}$ となる。

ここで、f_k は経過年数 k のロスディベロップメントファクターと呼ばれ、次のように点推定される。

$$\hat{f}_k=\frac{\sum_{j=1}^{N-k}D_{j,k+1}}{\sum_{j=1}^{N-k}D_{j,k}},\quad 1\le k\le N-1$$

これを用いると事故年度 i の将来保険金はロスディベロップメントファクターを次々に乗じていくことにより計算ができ、最終発生保険金 $D_{i,N}$ は次のように点推定される。

$$\hat{D}_{i,N}=D_{i,N+1-i}\,\hat{f}_{N+1-i}\cdots\hat{f}_{N-1}$$

[19] 詳細については、日本アクチュアリー会「損保数理」テキストP.5-11－5.21を参照。

なお、ロスディベロップメントファクターの推定量$\hat{f}_k$は真のロスディベロップメントファクターf_kの不偏推定量である[20]。

このようにチェインラダー法を用いて既経過責任期間の将来保険金を予測する場合には、確率変数$D_{i,k}$の確率分布を特定する必要がなく、将来保険金を点推定できる。また、推定量が不遍性を持つことが特徴的である。

（２）ボーンヒュッター・ファーガソン法

チェインラダー法では、ロスディベロップメントファクターを用いて将来保険金を推定するため、一般的に事故発生からの経過期間が短い場合には最終発生保険金の予測精度が悪くなる。このため、保険料算出の際に見込んでいた保険金を基に将来保険金を推定した方が適当である場合もある。

ボーンヒュッター・ファーガソン法[21]は予定損害率等から算出した「事前想定保険金」をベースに将来保険金を点推定する方法である。このとき最終発生保険金は次のように点推定される。

最終発生保険金 ＝ 現時点までの発生保険金＋
{１－（経過年度別の保険金出現割合）}×事前想定保険金

（３）ベンクテンダー法

ベンクテンダー法[22]は、チェインラダー法とボーンヒュッター・ファーガソン法を信頼性理論に基づき組み合わせた方法であり、最終発生保険金の推定値は、次のようになる。

最終発生保険金 ＝ p×チェインラダー法の推定値 ＋$(1-p)$×ボーンヒュッター・ファーガソン法の推定値

ここで$0 \le p \le 1$とする。つまり、実績保険金を用いて算出した予測値（チェインラダー法）と事前に想定した保険金から算出した予測値（ボーンヒュッター・ファーガソン法）を信頼度pで加重平均したものである。

信頼度pは、事故発生から十分に時間が経過していれば１に近く、経過してい

---

20 経過年数kまでに既知の発生保険金の集合を$B_k = \{D_{i,j} | j \le k, i+j \le N+1\}$とする。
不偏推定量であることは$E(\hat{f}_k|B_k) = f_k$を示せばよい。$\hat{f}_k$の分母はB_kの条件下では定数であるため、$E(\hat{f}_k|B_k)$は次のように計算できる。

$$E\left(\hat{f}_k \middle| B_k\right) = E\left(\left.\frac{\sum_{j=1}^{N-k} D_{j,k+1}}{\sum_{j=1}^{N-k} D_{j,k}}\right| B_k\right) = \frac{\sum_{j=1}^{N-k} E\left(D_{j,k+1} \middle| B_k\right)}{\sum_{j=1}^{N-k} D_{j,k}} = \frac{\sum_{j=1}^{N-k} f_k D_{j,k}}{\sum_{j=1}^{N-k} D_{j,k}} = f_k$$

21 詳細については、Bornhuetter and Ferguson [1972]を参照。

22 詳細については、Benktander [1976]を参照。

なければ0に近いものが望ましいので、例えば保険金出現割合を採用することが考えられる。保険金出現割合（p_k）は、経過年数kまでに保険金がどの程度支払完了しているかの割合であり、チェインラダー法の際に推定したロスディベロップメントファクターから次のように算出できる。

$$p_k = \frac{\prod_{i=1}^{k-1} \hat{f}_i}{\prod_{i=1}^{N-1} \hat{f}_i} \quad (1 \le k \le N)$$

ベンクテンダー法は、実績保険金と事前想定保険金を事故発生からの経過期間に応じてバランス良く組み合わせて将来保険金を点推定する方法であり、保険商品や群団のリスク特性を問わず多くの局面で活用できると考えられる。

2．2．2 未経過責任期間に係る将来保険金の予測

（1）問題の所在

上記で説明したチェインラダー法等は、「事故年度別・経過年数別」の累計発生保険金データから既経過責任期間の将来保険金予測を行う手法であった。

このとき保険金データを「契約年度別・経過年数別」に集計し、これをもとにチェインラダー法を用いれば、群団全体の将来保険金予測を行えることになる。ただし、「契約年度別・経過年数別」に集計しているため、保険金出現率の規則性が「事故年度別・経過年数別」の場合に比べて歪むことが多く、ベンクテンダー法を用いて精度アップを図ったとしても限界があると思われる。このため未経過責任期間に係る保険金については、上記2．2．1の方法とは別に推定方法を考える必要がある。

（2）最終発生保険金の予測方法

決定論的アプローチにより最終発生保険金を予測する場合には、その期待値を点推定すればよいため、次のような2つの方法が考えられる。

・方法1：最終発生保険金＝クレーム件数の期待値
×1件当たりクレーム金額の期待値

・方法2：最終発生保険金＝未経過保険料×損害率の期待値

方法1の計算に必要なデータは既経過責任期間の将来保険金予測の際に収集したものから算出可能であり、事故件数のデータや1件当たりクレーム金額のデータから明確なトレンドが存在する場合にはトレンドファクター[23]により調整を行うことになる。また、方法2における損害率の期待値も過去の損害率の期待値を

[23] 詳細については、日本アクチュアリー会「損保数理」テキストP.1-20～1.21を参照。

ベースにトレンドファクターにより調整を行うことになる。

（3）キャッシュフローの作成方法

各年度の保険金キャッシュフローは最終発生保険金×保険金出現割合（単年度ベース）で計算できるため、チェインラダー法の結果から得られた保険金出現割合をもとにキャッシュフローの作成が可能となる。

2．3　確率論的アプローチによる将来保険金の予測

2．3．1 既経過責任期間に係る将来保険金の予測（確率論的リザービング）

（1）マックモデル

保険の負債の時価評価を行うためには、上記で説明したような手法により将来保険金のキャッシュフローの期待値を点推定することに加えて、リスクと不確実性の調整額であるMVMの評価が重要となる。このため何らかの方法により、保険金を区間推定することが求められるため保険金を確率変数として扱うことが必要となる。

マックモデル[24]は保険金を次のような前提条件を満たす確率変数としてモデル化したものである。

a．確率変数 $D_{i,k}$ を事故年度 i 経過年数 k の累計発生保険金（累計保険金＋未払保険金）とする。

b．保険金は事故発生から N 年で支払が完了する。

c．１年目から k 年目の保険金データが与えられたとき次年度の保険金 $D_{i,k+1}$ の期待値は $E(D_{i,k+1}|D_{i,1}\cdots D_{i,k})=f_k D_{i,k}$ となる。
ここで、f_k は経過年数 k のロスディベロップメントファクターとする。

d．次年度の保険金 $D_{i,k+1}$ の分散は前年度の発生保険金に比例する。

$$Var(D_{i,k+1}\mid D_{i,1}\cdots D_{i,k})=\sigma_k^2 D_{i,k}$$

ここで分散係数（σ_k^2）は経過年数 k のみに依存し、事故年度 i に依存しない。

e．事故年度が異なる発生保険金は互いに独立。
つまり、$\left\{D_{i,1},\cdots D_{i,N}\right\}$ と $\left\{D_{j,1},\cdots D_{j,N}\right\}$ （$i\neq j$）は独立

このとき、分散係数（σ_k^2）の不偏推定量は

$$\hat{\sigma}_k^2=\frac{1}{N-k-1}\sum_{i=1}^{N-k}D_{i,k}\left(\frac{D_{i,k+1}}{D_{i,k}}-\hat{f}_k\right)^2\quad(1\le k\le N-2)$$

---

24 詳細については、Mack [1993]を参照。

となり最終発生保険金のスタンダードエラー（標準誤差）は

$$Se(\hat{D}_{i,N}|D) = \hat{D}^2{}_{i,N} \sum_{k=N-i+1}^{N-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2 \hat{D}_{i,k}} + \hat{D}^2{}_{i,N} \sum_{k=N-i+1}^{N-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2 \sum_{i=1}^{N-k} D_{i,k}}$$

となる。このスタンダードエラーを用いて、最終発生保険金を次のように区間推定することができる[25]。

$$\hat{D}_{i,N} \pm \alpha \sqrt{Se(\hat{D}_{i,N} \,|\, D)}$$

上記の前提条件 a.～c.はチェインラダー法の条件と同一であり、これに分散に関する条件 d.と独立性の条件 e.が追加されている。マックモデルはこのような意味でチェインラダー法に幅をつけた方法であるので、確率分布形を特定せずに計算が行える点に特徴がある。

支払時期毎のキャッシュフローへの展開方法として最も単純なのは、上記の最終発生保険金にチェインラダー法の結果から得られた保険金出現割合を乗じる方法である。ただし、この場合の保険金出現割合は定数として取り扱われるので、支払時期のタイミングの不確実性が反映されないことになる。このため、事故発生から支払までが長期になる賠償責任保険等、ロングテールを持つ群団に適用する際には留意することが必要である[26]。

（2）ベイジアンメソッド

チェインラダー法やマックモデルにおいては保険金の確率分布を特定しなかった。ここでは特定の確率分布を仮定したケースについて考えてみる。

最初にベイジアンメソッド[27]による予測について説明する。最終発生保険金Uを推定するには、実績値が判明している「k年経過時の発生保険金累計額D_k」が、残りの$n-k$年間でどれだけ増加するかを考えればよい。よってD_kという条件下でUの確率分布が得られればよいことになる。

ここで、事故年度・経過年数別の発生保険金が従う確率分布は対数正規分布に従うものとする。損害保険における多くの保険金分布は対数正規分布で近似できるため、特定の確率分布であるが汎用性は高いと考えられる。

a．前提条件～事前分布の仮定

最終発生保険金をU、k年経過時の発生保険金累計額をD_kとし、チェインラダ

---

25 例えば保険金の分布に正規性を仮定すればα＝1.96として95%の区間推定が行える。ただし、一般に保険金分布は左右対称でないため、厳密にはこの式は使用できない。

26 保険金出現割合を確率変数としてモデル化するためには例えば、保険金出現割合をワイブル分布に適合させる手法が考えられる。

27 詳細については、Gogol [1993]を参照。

一法等による点推定の結果から次の値を計算する。

$$E(U), V(U), E(D_k|U) = p_k U,\ V(D_k|U) = p_k(1-p_k)\beta^2 U^2 \quad (\beta \text{は定数})$$

ここで、Uと$D_k|U$はそれぞれ事前分布として対数正規分布に従うとする。

$$U \sim LN(\mu, \sigma^2)、\ D_k|U \sim LN(\nu, \tau^2)$$

b．事後分布

ベイズの定理を用いると、事後分布$U|D_k$の確率密度関数を次のように計算することができる。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi(\frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+\tau^2})}u}\exp\left[-\frac{\left\{\log u - \frac{\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}\mu - \frac{\sigma^2}{\sigma^2+\tau^2}\left(\log\frac{D_k}{p_k}+\frac{1}{2}\tau^2\right)\right\}^2}{2\left(\frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}\right)}\right]$$

これから、事後分布も対数正規分布に従うこととなる。

一般的には、事前分布が対数正規分布のとき、事後分布は対数正規分布にはならないが、今回のケースは$E(D_k|U) = p_k U, V(D_k|U) = p_k(1-p_k)\beta^2 U^2$のように、期待値と分散に関係式があることから、事後分布も対数正規分布に従う。これにより事後分布$U|D_k$は対数正規分布$LN(\mu_1, {\sigma_1}^2)$に従い、パラメータは

$$\mu_1 = \frac{\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}\mu + \frac{\sigma^2}{\sigma^2+\tau^2}(\log\frac{D_k}{p_k}+\frac{1}{2}\tau^2)、\ \sigma_1^2 = \frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}$$

となる。このパラメータから期待値・分散は

$$E(U|D_k) = \exp\left(\mu_1 + \frac{1}{2}{\sigma_1}^2\right) \quad V(U|D_k) = \exp(2\mu_1 + {\sigma_1}^2)\times(\exp({\sigma_1}^2)-1)$$

を用いて計算できる。

支払時期毎のキャッシュフローへの展開は、上記のようにして求めた各事故年度の最終発生保険金に保険金出現割合を乗じることで行う。この場合も、保険金出現割合を確率変数とするか定数とするかについては、支払がロングテールか否かで判断することになる。

なお、保険金出現割合を定数とした場合には、最終発生保険金（対数正規分布）×保険金出現割合（定数）で計算されるので、各年度のキャッシュフローはそれぞれ対数正規分布に従うことになる。

（３）ランダムウォーク法

マックモデルやベイジアンメソッドを用いれば、最終発生保険金に幅をつけて予測することが可能になるが、支払時期毎のキャッシュフロー展開に際して、ワイブル分布等を用いた工夫が必要となった。これは一連の保険金の確率分布に時

間パラメータを導入していないことに起因する。そこで、保険金に時間パラメータを導入して確率微分方程式でモデル化するというアイデアがある。ランダムウォーク法[28]はその１例である。

今、累積支払保険金P_tが、次の確率過程に従うものとする。

$$dP = \mu(t)Pdt + \sigma(t)PdB_t$$

ここで、B_tはブラウン運動、$\mu(t)$は累積支払保険金の瞬間増加率、$\sigma(t)$はランダムな変動の大きさで累積支払保険金に比例する係数と解釈できる。

これにより

$$\frac{P_{t_2}}{P_{t_1}} \sim LN\left(\int_{t_1}^{t_2}\left(\mu(t)-\frac{1}{2}\sigma^2(t)\right)dt, \int_{t_1}^{t_2}\sigma^2(t)dt\right)$$

となるので、時刻t_1からt_2のロスディベロップメントファクターが対数正規分布に従うことがわかる。このとき過去の保険金支払データから$\mu(t)$と$\sigma(t)$を時間tの関数として求めればよいことになる。

時間が十分に経過すると累積支払保険金の瞬間増加率やランダム性が減少していくので、この２つの関数は時間tの単調減少関数でモデル化すればよく、例えば指数関数等の関数形を複数用意して、過去のデータに最も適合するように関数形を選択すればよい。

ランダムウォーク法においては累積支払保険金P_tを確率過程でモデル化しているため支払時期毎のキャッシュフロー展開も時間パラメータを動かすことにより行える。この場合ベイジアンメソッドにおいて保険金出現割合を定数とした場合と比べると一般的にキャッシュフローの不確実性（標準偏差等の指標）は大きくなると考えられる。

（４）超過分散ポアソンモデル

損害保険の事故件数はポアソン分布を用いてモデル化されることが多い。これは二項分布の件数n、事故発生確率pにおいて$np = \lambda$を固定し$n \to \infty$としたときの極限分布がポアソン分布となることが理論的背景になっている。一方、保険金についてはさまざまな確率分布[29]が用いられているが、「保険金の期待値と分散に比例関係がある」、つまり保険金が大きいときに分散も連動して大きくなると考えられる場合には、超過分散ポアソン分布（いわゆるPolya-Eggenberger分布として知られる離散分布）を用いることが考えられる。

超過分散ポアソンモデル[30]は、確率変数$C_{i,k}$を事故年度i経過年数kの単年保険

[28] 詳細については、Heyer [2001]を参照。

[29] 詳細については、日本アクチュアリー会「損保数理」テキストP.2-12-6を参照。

[30] 詳細については、England and Verral [2002]を参照。

金としたときに、$C_{i,k}$が以下の平均および分散を持つ確率変数とするものである。

$$E\left[C_{ij}\right]=m_{ij}=x_i y_j \text{ かつ } Var\left[C_{ij}\right]=\phi x_i y_j\text{、 ただし }\sum_{k=1}^{n} y_k=1$$

このモデルではxを事故年度に起因する要素、yを経過年数に起因する要素として、保険金がこれらの乗算型で記述できることを意味している。

ここでポイントとなるのはこれらのx,yをどのように決定するかであるが、$m_{ij}=x_i y_j$において両辺の対数をとることにより、一般的に

$$\eta_{ij}=\log(m_{ij})=c+\alpha_i+\beta_j$$

の形の一般化線形モデル(GLM)[31]で定義される。

リンク関数として log を用いるのは、このモデルをパラメータの線形結合にするためである。一般線形モデルに対応した標準的な統計ソフトを用いれば、最尤法によってパラメータの推定値を求めることができる。

これらの結果から得られた保険金の期待値$E\left[C_{ij}\right]=m_{ij}=x_i y_j$は、前述のチェインラダー法の点推定結果と一致することになる。このときマックモデルと同様に保険金のスタンダードエラーを計算すると近似的に

$$MSEP\left[\hat{C}_{ij}\right]\approx\phi\hat{m}_{ij}+\hat{m}_{ij}^2 Var\left[\hat{\eta}_{ij}\right]$$

となることが知られている(England and Verral [2002])。なお、この計算にあたっては問題となるのは最後の項、つまり線形予測の分散であるが、統計ソフトを用ればこれも直接求めることができる。

また、各事故年の将来保険金キャッシュフローの合計額(金利を考慮しない単純合計額)を

$$\hat{C}_{++}=\sum_{i,j\in\Delta}\hat{C}_{ij}\qquad \Delta=\left\{(i,j):i+j>n+1\right\}$$

とすると、そのスタンダードエラーは

$$MSEP\left[\hat{C}_{++}\right]\approx\sum_{i,j\in\Delta}\phi\hat{m}_{ij}+\sum_{i,j\in\Delta}\hat{m}_{ij}^2 Var\left[\hat{\eta}_{ij}\right]+2\sum_{\substack{i_1 j_1\in\Delta\\ i_2 j_2\in\Delta\\ i_1 j_1\neq i_2 j_2}}\hat{m}_{i_1 j_1}\hat{m}_{i_2 j_2}Cov\left[\hat{\eta}_{i_1 j_1},\hat{\eta}_{i_2 j_2}\right]$$

と複雑な式となる。この計算を行う場合、一般には共分散の項を統計ソフトから入手することができない場合が多く計算負荷が大きい。このためブートストラップ[32]を用いたシミュレーション等により保険金を複製することで算出することが現実的である。ブートストラップは、観察データ標本を置き換えながら複数のサンプリングを行い、観察データと同一の確率分布に従う数多くの擬似データを作り出す手法である。その結果をもとに上記のようなスタンダードエラーや保険金キャッシュフローの期待現在価値等の各種統計量やその統計量の経験分布を作成

[31] GLMの教科書としては、McCullagh and Nelder [1989]等を参照。

[32] ブートストラップの教科書としては、Efron and Tibshirani [1993]等を参照。

できる[33]。

なお、超過分散ポアソンモデルにおけるブートストラップの計算手順については巻末付録１を参照されたい。

２．３．２ 未経過責任期間に係る将来保険金の予測

（１）未経過責任期間の保険負債に対する確率論的アプローチ

未経過責任期間に対応する保険負債を確率論的アプローチで計算するためには、マックモデルや超過分散ポアソンモデル等に代表される確率論的リザービングの手法を使用できない。この場合決定論的アプローチと同様に次のような簡便的な手法で未経過責任期間に対応する保険負債をモデル化する方法があると考えられる。

・方法１：クレーム件数N、１件当たりクレーム金額Xの確率変数により「最終発生保険金＝$X_1+X_2+\cdots+X_N$」とする方法

・方法２：「最終発生保険金＝未経過保険料×損害率（確率変数）」とする方法

方法１の確率分布については、日本アクチュアリー会の「損保数理」テキスト７章「危険理論の基礎」等で解説されている。例えば、クレーム件数Nがポアソン分布に従う場合は、複合ポアソン分布と呼ばれており、一般化するためには集合的危険論のアプローチが必要となる。なお、複合ポアソン分布の数値計算アルゴリズムとしてはパンジャーの再帰式[34]が有名である。

方法２は確率論的リザービングの結果から損害率が従う分布を算出し簡便的に未経過責任期間に対応する保険負債を計算する方法である。

支払時期毎のキャッシュフロー展開は、方法１・２ともに、決定論的アプローチと同様、最終発生保険金×保険金出現割合（単年度ベース）で計算できる。

（２）Meyers および Wang のモデル

上記のような簡便的な手法を用いずに未経過責任期間に対応する保険負債を計算するものとしては集合的危険論がある。これを実務に応用する方法としては、解析的方法とシミュレーション法が存在するが、ここでは、解析的方法の一例として、Meyers および Wang によって提案された、「相関リスクポートフォリオにおける総クレーム金額の計算」[35]を紹介する。

この手法においては、まず、保有契約を互いに無相関のグループに大分類し、さらに内部相関のあるグループに小分類する。小分類ごとに、クレーム金額とク

---

[33] England and Verral [2002]によると、スタンダードエラーの理論式による値とブートストラップによるシミュレーション値はほぼ一致している。

[34] 詳細については、Panjer [1981]を参照。

[35] 詳細については、Meyers [1999]を参照。

レーム件数の確率分布形を想定し、内部相関（パラメータリスク）を反映しながら、総クレーム金額の合計額を計算する。総クレーム金額の計算に際しては、フーリエ変換により、解析的手法で計算する。

メリットとしては、解析的手法のためシミュレーションが不要であること、群団間の相関を比較的精緻に表現できることがあげられる。デメリットとしては、パラメトリックな手法であり分布形の制約がきついこと、パラメータの推定およびパラメータリスクの定式化が困難であること、時系列のキャッシュフロー展開のために別途モデルが必要になることがあげられる。

なお、この手法の詳細については巻末付録２を参照されたい。

２．４　DFA と Marked Point Process

上記２．３で説明した手法は既経過責任期間と未経過期間を区別する手法であったが、第１章で説明したように確率論的アプローチによる将来キャッシュフローの予測方法については、既経過責任期間と未経過期間を区別せずに行う手法がある。このうち予測計算を群団ベースで行うものの例として DFA を、個別契約ベースで行うものの例として Marked Point Process を紹介する（第１章[図表1-3]参照）。

２．４．１ Dynamic Financial Analysis（DFA）

DFA とは、事業戦略・収益計画の立案、リスクの分析・管理、料率の算定･検証、資産運用計画の立案等を目的とした、統合的かつ確率論的な財務シミュレーションであり、近年、欧米の保険会社やアクチュアリーから注目されている。このシミュレーションの中では、保険取引、資産運用取引、その他の取引から発生する全ての将来キャッシュフローを確率論的に予測するのが一般的である。したがって、将来キャッシュフローの重要な構成要素である将来保険金の確率分布についても、確率論的にモデル化する必要がある。一般に、DFA においては、群団毎の将来保険金の確率分布を、「クレーム件数の確率分布×１件当たりのクレーム金額の確率分布×キャッシュフロータイミングの確率分布」という形でモデル化することが多い。DFA を使った将来保険金の予測の特徴としては、既経過責任期間に係る将来保険金と未経過責任期間に係る将来保険金を共通の枠組みで表現できること、Copula 等の技法を使用することで群団間や事故年度（契約年度）間の相関（Correlation）・相互依存（Dependency）を表現できること等があげられる（Copula については第４章を参照）。ただし、システム開発に係るコストやパラメータ推定のロードといった点を解決する必要があることは言うまでもない。

2．4．2 Marked Point Process

将来キャッシュフローを予測する究極的なモデルとして、一件当たりの将来キャッシュフロー発生スキームを連続時間確率過程モデルで表現する方法がある。その際、最も適したモデルは Marked Point Process である。ここでは、Norberg [1993]のモデルを紹介しながら、Marked Point Process のイメージを掴むことにする。まず、ある保有契約群団を考える。群団の時点 t におけるエクスポージャー（大雑把に考えれば契約数）を $w(t)$ としよう。エクスポージャーは時間と共に変化する。既契約のみを扱っている場合にはある程度時間が経過するとゼロとなっていく。またエクスポージャー全体を

$$W \equiv \int_0^\infty w(t)dt$$

とする。その中で保険事故が発生した場合の記号を次のように定義する。

T ：保険事故発生時点

U ：事故発生から報告まで

V ：報告から最終支払時点まで

$Y(v)$ ：時点 $T+U+v$ までに支払った保険金（$0 \le v \le V$）

$Y = Y(V)$ ：最終的な支払保険金総額

これらはすべてランダムである。ここで、

$$Z = (U, V, Y, \{Y(v), 0 \le v < V\})$$

とおき、これを一つの確率ベクトルと考える。こうすることで、(T,Z) の組によって一つの保険事故（のキャッシュフローとその発生タイミング）を表現することができる。さらに i 番目に発生する事故を (T_i, Z_i) と記すことで、群団における保険事故推移を表現することが可能となる。このように、発生時点（Point）とその時点に付随した事象（Mark）を表現する確率過程モデルを Marked Point Process という。イメージ図は[図表 2-1]のとおり。

この群団からの保険事故発生がポアソン分布に従うと仮定し、事故が発生した場合の Mark の確率分布が事故発生時点 T のみに依存する（つまり、Z の分布が $P_{Z|T}$ と表される）と仮定すると、結合確率分布は、

$$P\{N = n, (T_i, Z_i) \in (dt_i, dz_i), i = 1, 2, \cdots, n\}$$
$$= e^{-W} \prod_{i=1}^{n} w(t_i) dt_i P_{Z|t_i}(dz_i)$$

と与えられる。

最終的に考察の対象となるのは支払保険金 X である。これは保険事故数 N

$$N = \lim_{t \to \infty} \sum_i 1_{\{T_i < t\}}$$

を用いて、

$$X = \sum_{i=1}^{N} Y_i$$

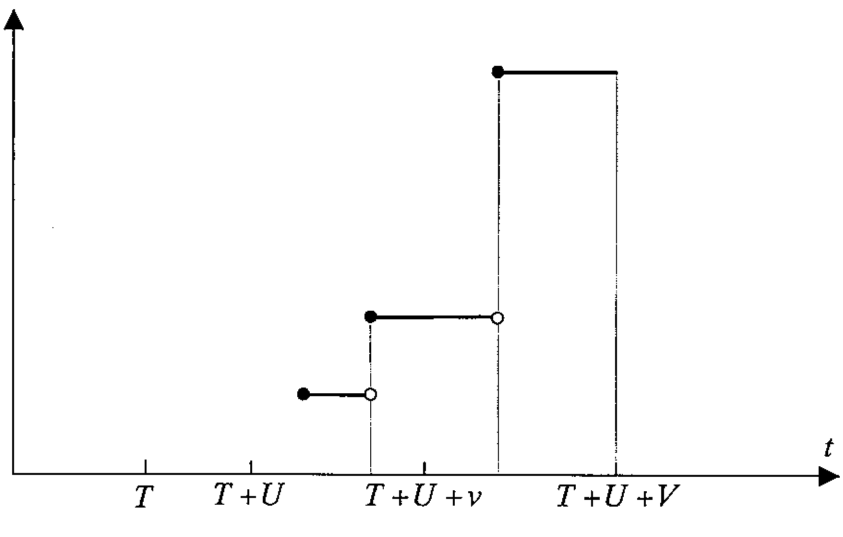
と表される。また、Norberg [1993]はこの保険群団に対する保険金を、未発生（covered-not-incurred、*cni*）、既発生未報告（incurred-not-reported、*inr*）、既報告（reported-not-settled、*rns*）、支払完了（settled、*s*）の 4 分類にしている。さらに既報告については、払済部分（paid、*prns*）と未払部分（outstanding、*orns*）に分けて

$$X = X^{cni} + X^{inr} + X^{orns} + X^{prns} + X^{s}$$

と分解している。右辺のうち 3 つが未払部分となる。ある独立性を仮定することで、これらはそれぞれ独立な Marked Point Process として表記することが可能になる。

なお、Norberg は言及していないが、このモデルを用いると支払タイミングのブレを表現することができるので、特に事故発生から支払いまでの時間がかかるような保険を扱う場合には、支払タイミングの違いによる現在価値のぶれ（金利期間構造の内包）等も表現することが可能となる。Marked Point Process の数学的定義については巻末付録 3 を参照されたい。

[図表 2-1] Marked Point Process のサンプル・パス



第３章　損害保険の負債の時価評価

３．１　損害保険の負債の時価評価

３．１．１ 保険負債の計算式

第１章で説明したように、保険 IAS（DSOP）における保険負債は将来キャッシュフローの期待現在価値と MVM の合計額として算出される。

保険負債＝将来キャッシュフローの期待現在価値＋MVM

第２章では保険金のキャッシュフローの予測手法について各種手法を紹介したが、本章では MVM の計算方法について論じる。

３．１．２ 保険負債の計算ステップ

保険負債の計算ステップは次のようになると考えられる。

STEP1. 平均的な将来保険金を点推定する。

STEP2. MVM を考慮するために、将来保険金の変動状況を予測する。
これにより保険金は「点」ではなく「幅」で予測される。

STEP3. 将来保険金の支払時期からキャッシュフローを作成する。

STEP4. 現在価値を算出するために必要な割引率（金利）を用意する。

STEP5. 将来保険金のキャッシュフローと STEP4 の割引率から将来保険金の現在価値を計算し、計算結果を保険金部分の負債とする。

この場合、上記 STEP1 から STEP5 の流れの中で MVM を織り込む方法としては、次のような２つのアプローチがある[36]。

（１）決定論的アプローチ＝MVM をリスク調整後レートに反映する方法
将来保険金＝「保険金の期待値」とし、現在価値の算出の際に MVM を織り込んだ調整後レートを用いる方法。このとき、保険金の期待値は決定論的方法により予測する。

（２）確率論的アプローチ＝MVM をキャッシュフローに反映する方法
将来保険金＝「保険金の期待値」＋「保険金の振れ幅分に対応する MVM」とし、現在価値の算出の際に使用する割引率はリスクフリーレートを用いる方法。確率論的方法により求めた将来保険金の確率分布から期待値を計算し、保険金の変動状況をもとに MVM を算定する。

３．２　決定論的アプローチによる負債の時価評価

[36] 第１章[図表 1-1]および[図表 1-2]参照

３．２．１ AAAで紹介されている方法

決定論的アプローチでは、低めに調整した割引率（リスクフリーレート－α）で割り引くことで、保険負債に MVM 相当額を上乗せする手法である。ここで問題となるのは「低めに調整した割引率」の計算方法である。ここでは AAA の方法[37]について紹介する。まず、以下のように記号を定める。

A：資産の公正価値

L：負債の公正価値

E：公正価値会計における資本

r_A：資産の利回り

r_L：負債のキャッシュフローを公正価値に割り引く利回り

r_E：ROE

$e = E/L$

ここでE、A、L、は完全な市場で取引される証券で、無裁定性が成立すると仮定すると$E = A - L$となる。ここで１期の増分を考えると$Er_E = Ar_A - Lr_L$となるので、これらの２式から

$$r_L = r_A - e(r_E - r_A)$$

により負債のキャッシュフローを公正価値に割引く利回りr_Lが計算できる。

年間保険料支払直後の年建損害保険契約について、保険金支払は年度末でそのキャッシュフローの期待値をCとする。負債の公正価値は$C/(1+r_L)$であり、$C+MVM$をリスクフリーレートr_fで割り引いたものと等しいことから MVM は次のように計算できる。

$$\frac{C+MVM}{1+r_f} = \frac{C}{1+r_L}$$

$$\therefore MVM = C\frac{r_f - r_L}{1+r_L}$$

長期契約の場合は、t期末のキャッシュフローC_tに対して、t期の MVM をMVM_t、t期末の負債の公正価値をL_tとすると$(t = 0,\cdots,n)$、

$$MVM_n = C_n\frac{r_f - r_L}{1+r_L},\quad L_{n-1} = \frac{C_n + MVM_n}{1+r_f}$$

$$MVM_t = (L_t + C_t)\frac{r_f - r_L}{1+r_L},\quad L_{t-1} = \frac{L_t + C_t + MVM_t}{1+r_f}$$

からMVM_t、L_tが求まる。

３．２．２ 決定論的アプローチの問題点

[37] 詳細については、AAA [2002]を参照。

上記のように決定論的アプローチにより負債のキャッシュフローを公正価値に割り引く利回りを計算できるが、これは本来であればリスク特性を同じくする群団ごとに算出すべきである。仮に期待値が同じで標準偏差が異なる２つの群団について同一の割引率を適用した場合には、負債の時価評価額が同一になるという問題が起こることになる。群団によって負債のキャッシュフローを公正価値に割り引く利回りを適正に評価することは難しいと考えられるので、DSOP においても決定論的アプローチによる MVM の算出が確率論的アプローチの代替的方法になっている。

３．３　確率論的アプローチによる負債の時価評価

３．３．１ 損害保険の保険金分布の特徴と MVM

損害保険における保険金の確率分布については一般に分布の形状が左右非対称である。通常災害の保険金については、対数正規分布等の理論分布に適合するケースが多いが、自然災害の保険金については、工学的災害モデルによる乱数シミュレーション結果から作成した「経験分布」をもとに作成する場合も多く、必ずしも「パレート分布」「一般化パレート分布」等の理論分布に適合するとは限らない。このため損害保険の保険金に関する MVM を計算する際には、保険金の確率分布の特徴に留意する必要がある。

３．３．２ MVM とリスクマージン

損害保険の純保険料部分の算定を行う際に

純保険料＝保険金の期待値

として純保険料を決定した場合には、その額は平均的な保険金であるので、実際の保険金は平均保険金よりも上振れすることも下振れすることもありうる。このため、純保険料の算出にあたり、アクチュアリアルな視点から、保険金の期待値にリスクマージンを加えることが考えられる。ここで、純保険料部分の算定におけるリスクマージンは、保険負債の時価の算定における MVM と密接な関連を有する。すなわち、MVM とは「市場が求める適正なリスクマージン」と考えることもできる。したがって、保険負債の時価の算定手法を考える上では、純保険料部分の算定手法が参考になる。

３．３．３ 純保険料部分の算定手法

純保険料部分の算定手法のうち、ここでは代表的なものを紹介する[38]。以下、

[38] 詳細については、森本［2000]を参照。

純保険料をP、保険金をX（確率変数）とする。定数δやαの水準を決定すればリスクマージンが算定できる。

a．期待値原理＝保険金の期待値の定数倍をリスクマージンとする方法

$$P = E(X) + \delta E(X)$$

b．分散原理　＝保険金の分散の定数倍をリスクマージンとする方法。

$$P = E(X) + \delta Var(X)$$

なお、保険金の期待値は円単位に対して、分散は「円の２乗」単位となるため、単位の異なるものの合計となっている。

c．標準偏差原理＝保険金の標準偏差の定数倍をリスクマージンとする方法

$$P = E(X) + \delta SD(X) = E(X) + \delta\sqrt{Var(X)}$$

なお、保険金もリスクマージンも同じ単位になるため、分散原理のような単位不整合は生じない。

d．分位原理＝保険金の高分位点（99%点等のα点）を純保険料とする方法

すなわち、保険金の分布関数$F(x) = P(X \le x)$を用いて

$$P = F^{-1}(\alpha)$$

とする。なお、リスク管理等において用いられているバリュー・アット・リスク（VaR）やテール・バリュー・アット・リスク（Tail-VaR；VaR を超える部分の期待値）は分位原理と親和性が高い。

３．４　資本コスト法による負債の時価評価

３．４．１　資本コスト法による負債の時価評価の概要

この方法は、標準偏差、VaR、Tail-VaR 等のように保険金の変動状況を指標化したものに、市場が求める資本コストであるハードルレートを乗じて MVM とする方法である。

３．４．２　資本コスト法による MVM の計算手法

VaR、Tail-VaR を用いた MVM の計算手法は、それぞれ次のようになる。

・MVM＝「VaR－期待値」×ハードルレート

・MVM＝「Tail-VaR－期待値」×ハードルレート

ここで、保険金の確率分布をもとに VaR は保険金のパーセンタイル（99%点等）として算出できる。一方、Tail-VaR は VaR を超える部分の保険金の平均値として算出できる。保険金の分布関数を$F(x)$、基準となるパーセントをα（＝99%等）とすると、VaR と Tail-VaR は次の計算式となる[39]。

[39] 一般的に VaR=「分位点－期待値」とする場合も多いが、本稿では VaR＝分位点とした。

$$\mathrm{VaR} = F^{-1}(\alpha)$$

$$\mathrm{Tail\text{-}VaR} = E(X \mid X > \mathrm{VaR}) = \mathrm{VaR} + E(X - \mathrm{VaR} \mid X > \mathrm{VaR})$$

なお、一般的に保険金の確率分布は、通常災害部分と巨大災害部分で異なることが多いため、両者の確率分布は分けて考える必要があることに留意する。大型台風や大地震のように極めて損害額が大きい保険金について考える場合、確率論においては「極めて損害額が大きい保険金」の確率モデルを取り扱う極値理論[40]という分野があり、この中で次のような定理が紹介されている。

【Pickands-Balkema-de Hann の定理】
エクセスポイントuを大きくすると、uを超える損害額の超過部分$X-u$の分布関数は、一般化パレート分布の分布関数に近づいていく。

このことは、極めて損害額が大きい保険金の確率分布は、一般化パレート分布で近似できることを示している。一方、通常の損害保険の保険金に関する確率分布としては、対象となるリスクの特性に応じて対数正規分布・ガンマ分布等さまざまな理論分布やクレームデータから作成した経験分布等が用いられる。

この場合、損害保険の保険金の確率分布を作成する上では

・通常災害部分の確率分布：分布関数 $F_1(x) = P(X \le x)$

・巨大災害部分の確率分布：分布関数 $F_2(x) = P(X \le x \mid X > u)$

を接続する必要があり、接続後の分布関数$F(x)$は

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) & (x < u) \\ F_1(u) + F_2(x)(1 - F_1(u)) & (x \ge u) \end{cases}$$

となる。このとき接続するポイントuをどこにするかが問題となるが、例えば一般化パレート分布の「平均超過額プロット」が直線となるポイントuにより決定する方法等がある。なお、資本コスト法による保険負債の時価評価の数値例については巻末付録4を参照されたい。

3．5　測度変換法による負債の時価評価

3．5．1 測度変換法による負債の評価

資本コスト法による負債の評価計算においては、VaR や Tail-VaR を保険金の確率分布から計算して適当なハードルレートを決定すれば MVM の算出が可能となるが、問題となるのは基準となるパーセントとハードルレートの水準である。一般的に「市場が求めるリスクと不確実性の調整」の状況に基づいてこれらの水準を決定するのは数理上難しいと考えられる。そこでマーケットとの関連性が比較的行いやすい方法として「測度変換法による負債の時価評価方法」について紹

[40] 詳細については、森本[2000]を参照。

介する。この方法は、直接法とも呼ばれ、保険金が従う確率分布を測度変換して変換後の確率分布における期待値を負債の評価額（期待値＋MVM）とする方法である。具体的に確率分布を変換する手法としてここではエッシャー変換とワン変換を紹介する。

なお、デリバティブのプライシング等で知られているリスク中立確率法もこの測度変換法の一種である。ただし、リスク中立確率法は、市場の「完備性」と「無裁定性」が成立していることが必要条件となる[41]。保険市場の場合は、一般的にこれらは成立していないので（３．７．４参照）、ここで述べている測度変換法はリスク中立確率法とやや一線を画しているものだということに留意して頂きたい。

３．５．２ エッシャー変換による負債の時価評価

（１）計算式

この手法は測度変換法のひとつで、デリバティブ等のプライシングとの関連も知られている[42]。具体的には、下記によって負債の評価を行う。

$$P = \frac{E(X\exp(\delta X))}{E(\exp(\delta X))} \tag{3-1}$$

この式で $\delta = 0$ とすると、$P = E(X)$ となり、負債の評価額は保険金の期待値となる（期待値原理）。MVM の水準はパラメータ δ と連動している。

（２）エッシャー変換とは

確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ に対して、確率密度関数を次のように変換したものを確率変数 X のエッシャー変換と呼ぶ。

$$f^E(x) = \frac{\exp(\delta x)}{E(\exp(\delta X))} f(x) \tag{3-2}$$

（例１）正規分布のエッシャー変換

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う確率変数を X とすると、

$$f^E(x) = \frac{\exp(\delta x)}{E(\exp(\delta X))} f(x) = \frac{\exp(\delta x)}{\exp\left(\delta\mu + \dfrac{\delta^2\sigma^2}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu-\delta\sigma^2)^2}{2\sigma^2}\right)$$

と計算できるので、

---

41 詳細については、Harrison and Kreps [1979]を参照。完備性はあらゆる派生商品のペイオフが原資産および無リスク資産で複製可能であることをいい、無裁定性とは、ゼロからスタートして、将来時点での価値が必ずゼロ以上かつ正となる確率がプラスであるような戦略（裁定戦略）が存在しないことをいう。

42 詳細については、岩城秀樹 [2000]を参照。

$$N(\mu,\sigma^2) \xrightarrow{\text{エッシャー変換}} N(\mu+\delta\sigma^2,\sigma^2)$$

となる。

（例２）対数正規分布のエッシャー変換

対数正規分布については積率母関数 $E(\exp(\delta X))$ が存在しないため、式(3-2)をもとに対数正規分布のエッシャー変換を計算することができない。つまり、対数正規分布のエッシャー変換は計算不可となる。

一方、対数正規分布に従う確率変数については、対数をとると正規分布に従う確率変数に変換できるため、対数変換後のエッシャー変換は計算できることになる。

本稿では、後述するワン変換との比較の関係から、擬似的に「exp（対数変換した確率変数のエッシャー変換）」を対数正規分布に従う確率変数のエッシャー変換と呼ぶことにする。式で書くと

$$LN(\mu,\sigma^2) \xrightarrow{\text{エッシャー変換}} LN(\mu+\delta\sigma^2,\sigma^2)$$

となる。

（３）リスクの市場価格との関係

μ をリスク資産の期待収益率、σ をその標準偏差、r をリスクフリーレートとする。このとき、$\delta=(\mu-r)/\sigma^2$ の場合のエッシャー変換をリスク中立エッシャー変換と呼び、リスクの市場価格 $k=(\mu-r)/\sigma$ を用いると、

$$\exp(\delta\sigma^2)=\exp(k\sigma)$$

であるので、保険金が対数正規分布に従う場合には、

$$\text{負債の時価評価額}=\exp(\delta\sigma^2)E(X)=\exp(k\sigma)E(X)$$

となる。なお、リスクの市場価格との関係は３．７で詳説する。

３．５．３ ワン変換による負債の時価評価

エッシャー変換と同様に最近注目を集めているものにワン変換[43]というものがあるので、ここではワン変換による負債の時価評価について紹介する。

（１）ワン変換による負債の時価評価

確率変数 X の分布関数 $F(x)$ に対して、分布関数を次のように変換したものを確率変数 X のワン変換と呼ぶ。

$$F^W(x)=\Phi(\Phi^{-1}(F(x))-\lambda)$$

ここで Φ は標準正規分布の分布関数とする。これを用いると負債の評価額は

$$E^W(X)=\int x dF^W(x)$$

[43] 詳細については、Wang [2002]を参照。

となる。

（２）ワン変換による確率密度関数

確率密度関数は分布関数を微分することにより算出できる。ϕを標準正規分布の確率密度関数とすると

$$f^W(x)=\phi(\Phi^{-1}(F(x))-\lambda)\times\left(\frac{d}{dx}\Phi^{-1}(F(x))\right)$$

であるので

$$f^W(x)=\frac{\phi(\Phi^{-1}(F(x))-\lambda)}{\phi(\Phi^{-1}(F(x)))}f(x)$$

となる。ここで、エッシャー変換の式(3-2)と比較すると、ワン変換も確率密度関数を変換したものになっていることがわかる。

（例１）正規分布のワン変換

正規分布$N(\mu,\sigma^2)$に従う確率変数をXとすると、

$$F(x)=P(X\le x)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\le\frac{x-\mu}{\sigma}\right)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

なので

$$F^W(x)=\Phi\left(\Phi^{-1}\left(\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)-\lambda\right)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}-\lambda\right)=\Phi\left(\frac{x-\mu-\lambda\sigma}{\sigma}\right)$$

となり、

$$N(\mu,\sigma^2)\xrightarrow{\text{ワン変換}}N(\mu+\lambda\sigma,\sigma^2)$$

（例２）対数正規分布のワン変換

対数正規分布$LN(\mu,\sigma^2)$に従う確率変数をXとすると、

$$F(x)=P(X\le x)=P\left(\frac{\log X-\mu}{\sigma}\le\frac{\log x-\mu}{\sigma}\right)=\Phi\left(\frac{\log x-\mu}{\sigma}\right)$$

なので

$$F^W(x)=\Phi\left(\Phi^{-1}\left(\Phi\left(\frac{\log x-\mu}{\sigma}\right)\right)-\lambda\right)=\Phi\left(\frac{\log x-\mu-\lambda\sigma}{\sigma}\right)$$

となり

$$LN(\mu,\sigma^2)\xrightarrow{\text{ワン変換}}LN(\mu+\lambda\sigma,\sigma^2)$$

（３）エッシャー変換とワン変換の関係

リスクの市場価格kを用いると、$\delta\sigma^2=k\sigma$であるので

正規分布　$N(\mu,\sigma^2)\xrightarrow{\text{エッシャー変換}}N(\mu+\delta\sigma^2,\sigma^2)=N(\mu+k\sigma,\sigma^2)$

対数正規$LN(\mu,\sigma^2)\xrightarrow{\text{エッシャー変換}}LN(\mu+\delta\sigma^2,\sigma^2)=LN(\mu+k\sigma,\sigma^2)$

となり、保険金の分布が正規分布や対数正規分布に従う場合には エッシャー変換とワン変換は同じになることがわかる。

（4）エッシャー変換とワン変換を用いたMVM算出における留意点

エッシャー変換を用いて数値計算を行う場合、式(3-1)の分母分子ともに、exp(係数×保険金)が必要となるが、一般的にこの計算結果は極度に大きくなり計算不能になる可能性が高い。また、リスク中立エッシャー変換を用いて計算を行う場合には、「原資産が幾何ブラウン運動」に従うこと、つまり、損害保険で言い換えれば、保険金が対数正規分布に従うことを前提としているため、保険金が対数正規分布にあてはならない場合には、

$$\text{負債の評価額} = \exp(\delta\sigma^2)E(X) = \text{係数} \times \text{期待値}$$

という関係は成立しないことになる。

一方、ワン変換は分布関数の変換であり、$F^W(x) = \Phi(\Phi^{-1}(F(x)) - \lambda)$の計算に必要な標準正規分布の分布関数についてはエクセル等で関数が用意されている等、計算が容易である。さらに、工学的災害シミュレーションにより求めた保険金の経験分布関数、例えば、乱数シミュレーションによる1万回の結果から作成した分布関数のように分布関数が数式化できないケースについてもワン変換は実行可能となり、確率分布の形状を問わないことがメリットである。

3．6　MVM算出の数値例

ここでは、保険金が従う確率分布として正規分布、対数正規分布、パレート分布を取り上げ、MVMの数値例を紹介する。

3．6．1 前提条件

正規分布、対数正規分布、パレート分布のパラメータは[図表3-1]のとおりとし、期待値は100、分散は400で共通とした。

[図表3-1] 確率分布のパラメータ・期待値・分散

	正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$	対数正規分布 $LN(\mu,\sigma^2)$	パレート分布 $Pareto(\theta,a)$
パラメータ	$\mu = 100$ $\sigma = 20$	$\mu = 4.585560$ $\sigma = 0.198042$	$\theta = 6.099020$ $\alpha = 83.603922$
期待値 $E(X)$	100	100	100
分散 $Var(X)$	400	400	400

3．6．2 MVMの算出

MVM の算出は、「負債の評価額－期待値」により算出し、負債の評価額については、期待値原理、分散原理、分位原理[44]（VaR・Tail-VaR）、エッシャー変換、ワン変換をそれぞれ用いた[45]。なお、負債の評価額算出に用いたパラメータは、保険金の分布が正規分布であるときに負債の評価額が手法によらず概ね一定（＝150）となるように決定した。

MVM の算出結果は[図表 3-2]のとおりである。期待値原理・分散原理・標準偏差原理においては、形状の異なる確率分布であるが、前提条件として期待値および分散を共通にしたため手法による MVM の相違はないことになる。

一方、分位原理・エッシャー変換・ワン変換を用いた手法においては、保険金の分布の形状により MVM に相違が生じる。この例では、「正規分布→対数正規分布→パレート分布」と、ファットテールな分布になるに従い、MVM が大きくなるという結果となっている。

[図表 3-2] MVM の算出結果

手法	負債の評価額 算出パラメータ	正規 分布	対数正規 分布	パレート 分布
期待値原理	δ =0.5	50	50	50
分散原理	δ =0.125	50	50	50
標準偏差原理	δ =2.5	50	50	50
分位原理(VaR)	α =99.38%	50	61	92
分位原理(T-VaR)	α =99.38%	56	70	132
エッシャー変換	δ =0.125	50	121	462
ワン変換	λ =2.5	48	62	119

3．7　保険市場におけるリスク選好

3．7．1　リスク選好と各種パラメータ

上記手法では、MVM の算出において保険負債の価値が所与として与えられていた。しかしながら、実際には価値を算出するために MVM を求める必要があり、リスクをとる対価、すなわち「市場のリスク選好」を考慮する必要がある。具体的には、市場のリスク選好とはどの程度のものであり、MVM の算出における各種パラメータで資本コスト法における VaR・Tail-VaR のパーセントやハードルレート、エッシャー変換における δ やワン変換における λ の決定に際して、市場のリスク選好をどのように反映するかという問題である。

[44] 分位原理による MVM は「VaR・Tail-VaR－期待値」で計算した。

３．７．２ DSOPにおける取扱いとリスク選好の計量化

既に述べたように、DSOPでは、保険負債の公正価値または企業固有価値を算出する際に「市場のリスク選好を反映すべき」とし、「市場のリスク選好の推定は観察可能な市場のデータに基づくべき」としている。ところが、保険市場のリスク選好を定量化する手法は必ずしも確立されていない。したがって、DSOP5.30に例示されているように、「似たようなリスク特性を持つ金融商品の価格」「現在の市場における保険料や再保険料」等を基にして、何らか定量化手法を見出す必要がある。

ここでは、市場から観測されるリスク選好について、いくつかの代表的なものについて例示する。

（１）CAPMを用いる手法[46]

CAPMは証券のリスクとリターンの関係を導く現代ポートフォリオ理論の基礎をなす理論である。収益率R_i（期待値μ_i、標準偏差σ_i）が正規分布に従うようなリスク資産iを考えた場合、CAPMの前提（資産収益率が正規分布に従うこと、市場ポートフォリオが存在すること、市場が効率的であること等）の下では、

$$\mu_i = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}\frac{\mathrm{cov}[R_i, R_M]}{\sigma_M} = r_f + \beta_i\left\{\mu_M - r_f\right\} \tag{3-3}$$

となることが示される。ここでR_Mは市場ポートフォリオ（市場全体）の収益率（期待値μ_M、標準偏差σ_M）、r_fはリスクフリーレート、β_iは$\mathrm{cov}[R_i, R_M]/\sigma_M^2$で定義され、資産$i$のベータと呼ばれる。CAPMによると、リスクプレミアムは市場リスクに関連する部分（システマチック・リスク）にのみ存在し、それ以外のリスクは分散可能であることからプレミアムは存在しない。したがって、リスク選好の測定に必要となるのは市場リスクに関する選好および個別リスクのベータとなる。ただし、この手法を歪んだ収益率分布の典型である保険リスクに適用するのは難しいと考えられる。

（２）信用リスク市場を活用する手法

歪んだ分布の推定という意味では、信用リスクにおけるデフォルト率とスプレッドの関係を基に、市場のリスク選好に関わるパラメータ等を推定する方法が考えられる。例えば、Moody's [2002]等から過去の格付け別累積デフォルト率がわかる（図表3-3）。ただし、このデフォルト率自体も年毎に変化していくことに注意が必要である。その一方、市場のスプレッドデータ（図表3-4）等も入手可能

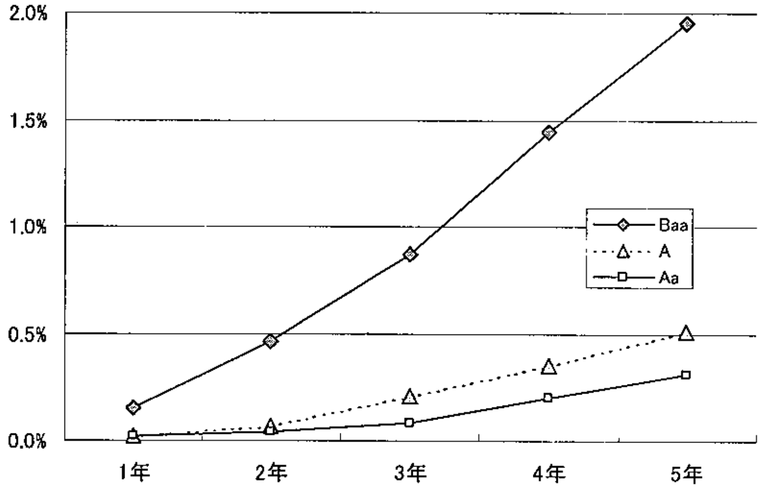
---

45 エッシャー変換、ワン変換による算出は乱数シミュレーションにより行った。

46 詳細については、日本証券アナリスト協会編「証券投資論」第１部第４章「資本市場理論」を参照。

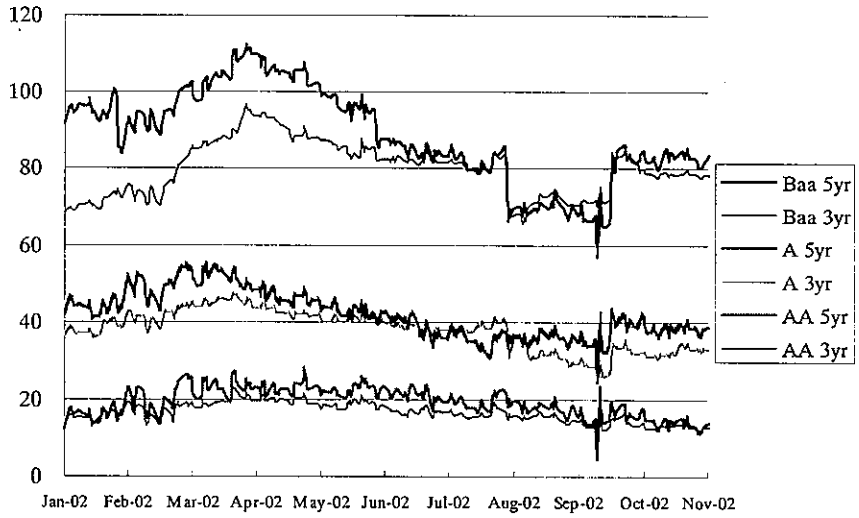
であり、両者を比較することで何らかのリスク選好が読み取れる。ただし、信用リスクへの投資を行なう場合、投資家はデフォルトリスクだけに対するリスクプレミアムを求めるのか、格付け推移等の影響も考慮しているのか、また単体のリスクだけをみているのか、リスク資産ポートフォリオにおける追加的リスク（限界リスク）との対比で見ているのか（もしそうであれば、どのようなポートフォリオに対する限界リスクだと想定すべきか）を考える必要があり、これらのデータだけから単純にリスク選好を計測することは難しいという問題もある。

[図表 3-3] 格付け別の平均累積デフォルト率



出典：Moody's [2002]、1970 年から 2001 年の平均値

[図表 3-4] 格付け別／期間別のスプレッド推移

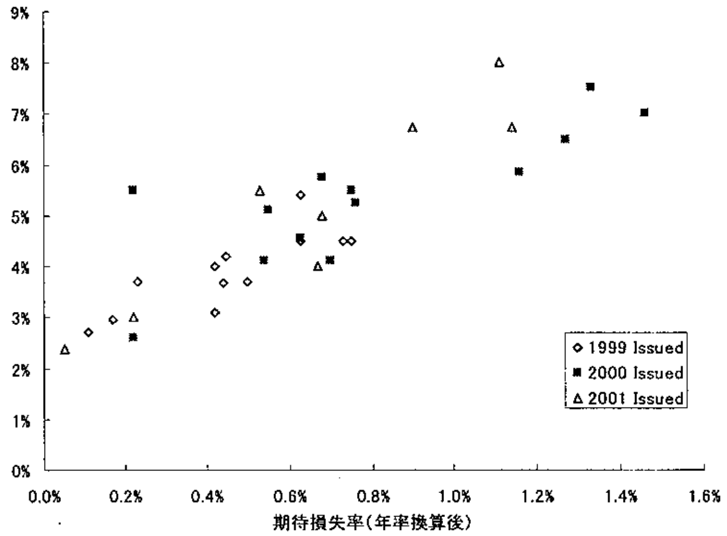


出典：Bloomberg データをモルガン・スタンレーにて加工

（3） 保険市場・再保険市場を用いる手法

この方法が可能であれば直接的であり最も望ましいが、わが国においては、保険市場、再保険市場ともに流通市場が発達しておらず、相対取引が中心となっている。このため、契約内容・取引価格が公表されているケースはまれであり、データの利用可能性に乏しいという問題があるが、保険リスクの証券化（キャット・ボンド）であれば、市場データを見ることができる。［図表 3-5］はここ 3 年間に発行された保険証券化商品の一部について、発行時の期待損失率とスプレッドを対比させたものである。証券毎に損失額分布が異なることから、この結果だけから考えるのは危険であるが、市場のリスク選好について多少は垣間見ることができる。ただし、これについても信用リスクの時同様、単体の期待損失額とスプレッドの関係だけからリスク選好を考えてよいかどうかは要検討である。

［図表 3-5］ キャット・ボンドの期待損失率と発行時スプレッド



出典： Lane Financial LLC

3．7．3 測度変換法と CAPM の関係

実は、CAPM と測度変換法による MVM には関連があることが知られている。ここではそれについて整理してみる。

（1） リスクの均衡価格

Bühlmann[47]によるとリスクの均衡価格は次のように計量化できる。保険市場の参加者（再保険者、保険者、保険契約者） $j=1,2,...,n$ を考える。各参加者は潜在的な損失 $X_j(\omega)$ のリスクに直面し、リスク交換 $Y_j(\omega)$ を購入しているものとする（ω は確率空間 (Ω, P) におけるある状態を表す）。各参加者が指数効用関数

[47] 詳細については、Bühlmann [1980]を参照。

$u_j(x) = 1 - \exp(-\delta_j x)$をもつと仮定すると、リスク X_j の均衡価格 $H[X_j, \delta]$ は以下のように表される。

$$H[X,\delta] = \frac{E[X \cdot \exp(\delta Z)]}{E[\exp(\delta Z)]}$$

ここで、 $Z(\omega) = \sum_{j=1}^{n} X_j(\omega) \qquad \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} + \ldots + \frac{1}{\delta_n}$

（２）エッシャー変換

ここで、 X と $Z - X$ が独立であると仮定すると、

$$H[X,\delta] = \frac{E[X\exp(\delta Z)]}{E[\exp(\delta Z)]} = \frac{E[X\exp(\delta X + \delta(Z-X))]}{E[\exp(\delta X + \delta(Z-X))]} = \frac{E[X\exp(\delta X)]}{E[\exp(\delta X)]}$$

これは、エッシャー変換後の確率分布による期待値に等しい。

（３）ワン変換

一方、 $Z_0 = (Z - E[Z])/\sigma[Z]$ とおくと、

$$H[X,\delta] = \frac{E[X \cdot \exp(\delta(E[Z] + Z_0\sigma[Z]))]}{E[\exp(\delta(E[Z] + Z_0\sigma[Z]))]} = \frac{E[X \cdot \exp(\lambda_0 Z_0)]}{E[\exp(\lambda_0 Z_0)]} \quad (\lambda_0 = \delta\sigma[Z])$$

保険市場の参加者が多数存在する場合には、Z は正規分布（つまり Z_0 が標準正規分布）に従うと考えることができる。また、X（分布関数 $F(x)$）と $Z - X$ とは無相関ではなく、Z_0 と $V = \Phi^{-1}(F(X))$ とが相関係数 ρ の２変量正規分布に従うと仮定する。このとき、$Y = Z_0 - \rho V$ とおくと、Y と Z_0 とは独立なので、

$$H[X,\delta] = \frac{E[X \cdot \exp(\lambda_0(\rho V + Y))]}{E[\exp(\lambda_0(\rho V + Y))]} = \frac{E[X \cdot \exp(\lambda_0 \rho V)]E[\exp(\lambda_0 Y)]}{E[\exp(\lambda_0 \rho V)]E[\exp(\lambda_0 Y)]}$$

$$= \frac{E[X \cdot \exp(\lambda V)]}{E[\exp(\lambda V)]} \quad (\lambda = \lambda_0 \rho = \delta\rho\sigma[Z])$$

$$= \frac{E[X\exp(\lambda\Phi^{-1}(F(X)))]}{\exp(\lambda^2/2)} = E[X\frac{\phi(\Phi^{-1}(F(X)) - \lambda)}{\phi(\Phi^{-1}(F(X)))}]$$

これは、ワン変換後の確率分布による期待値に等しい。

（４）CAPMとの関係について

CAPMの式(3.3)を若干書き換えると、

$$\mu_i = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}\frac{\mathrm{cov}[R_i, R_M]}{\sigma_M} = r_f + \lambda' \rho \sigma_i$$

と書ける。ここで $\lambda' = (\mu_M - r_f)/\sigma_M$ はリスクの市場価格、ρ は市場と資産との相関係数（$\rho = \mathrm{cov}[R_i, R_M]/(\sigma_M \sigma_i)$）である。これと、エッシャー変換・ワン変換による結果とを比較してみよう。エッシャー変換の仮定においては、R_i と $R_M - R_i$ との間に相関はないので、

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}[R_i, R_M]}{\sigma_i \sigma_M} = \frac{\mathrm{cov}[R_i, (R_M - R_i) + R_i]}{\sigma_i \sigma_M} = \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

であり、$N(\mu, \sigma^2)$のエッシャー変換が$N(\mu + \delta\sigma^2, \sigma^2)$であることから

$$\mu_i = r_f + \frac{(\mu_M - r_f)\sigma_i^2}{\sigma_M^2} = r_f + \delta\sigma_i^2$$

とおくと

$$\delta = \lambda' \frac{\rho}{\sigma_i} = \frac{\lambda'}{\sigma_M}$$

となりエッシャー変換のパラメータδはCAPMにおける「リスクの市場価格÷市場収益率の標準偏差σ_M」と一致することがわかる。同様に、ワン変換において、$R_0 = (R_M - \mu_M)/\sigma_M$と$V = \Phi^{-1}(F(r_i)) = R_i$との相関係数$\rho$は$R_M$と$R_i$との相関係数$\rho$と等しいので$N(\mu, \sigma^2)$のワン変換は$N(\mu + \lambda\sigma, \sigma^2)$であることから

$$r_f + \lambda' \rho \sigma_i = r_f + \lambda \sigma_i$$

より$\lambda = \rho\lambda'$となりワン変換のパラメータλはCAPMにおけるリスクの市場価格×リスク資産iと市場との相関係数と等しいことが言える。

3．7．4 デリバティブとの関連と留意点

ここで、再度デリバティブの価格理論との関係について述べておきたい。デリバティブの代表例であるオプションは、保険と似ていると称されることも多く、その一方でブラック・ショールズ式等に代表されるとおり、その価格は理論に基づいて計算されていることから、この手法を応用して保険負債の価値が求められるのではないか、ということを考える人も多い。しかしながら、デリバティブの理論価格は原資産の価格過程およびいくつかの市場の前提（脚注 41 参照）が必要不可欠になる。これらの条件の下では、デリバティブのペイオフを複製するポートフォリオの存在が示せ、その価値からデリバティブの価格が計算できる。この時の価値は、ある人工的な確率測度下でデリバティブの将来ペイオフ（の現在価値）の期待値と一致することが知られており、この確率測度をリスク中立確率測度と呼ぶ。観測確率をこのリスク中立確率測度に変換して期待値を求めれば価格が得られるので、確かに測度変換法との親和性は高い。

ただし、保険はこうした条件を満たしていない。デリバティブの理論から算出される価格を基にリスク選好を考える意味はあるが、例えば、リスク中立らしい測度（人々がリスク中立的に行動したと仮定した場合の測度）を用いた測度変換で機械的にMVMを求められるという発想は危険である。リスク選好などをきちんと見極め、さまざまな市場での価格などを参考にしながら、MVMの意味合いを丁寧に解きほぐし、考えていく必要がある。

第４章　ソルベンシーマージン基準との関連

４．１ソルベンシーマージン基準との関連

第１章で述べたように、国際会計基準は一般目的の会計基準であり、一義的には、監督官庁のための会計（監督会計）を目的とするものではない。ただし、以下で論じるとおり、国際会計基準が、結果的に各国の監督会計に対して影響を及ぼす可能性がある点、留意しておく必要がある。

４．１．１ リスク管理・自己資本規制の重要性

リスクの巨大化・複雑化、金融市場の高度化・複合化、保険商品と金融商品の融合といったさまざまな要因により、金融機関におけるリスクの構造は複雑さを増してきている。さらに、競争上の観点から資本の効率的活用が求められる中で、巨大かつ複雑なリスクをどのように管理するかが金融機関にとって重要なテーマとなっており、それに呼応するかのようにリスク管理技術およびそれを実現化するためのツールもこの 10 年で格段に飛躍してきている。

損害保険に関しても、保険契約者から保険会社へのリスク移転のみならず、デリバティブや証券化による資本市場へのリスク移転を行う等、こうした流れとは無縁ではない。また、保険リスクのみならず、金融リスクまで統合した形でのリスク管理および資本活用が重視されつつある。なおここで用いられるリスク管理手法および資本配分手法は、リスクの移転・ヘッジ·分散等、取引価値を重視した経済価値的観点からのアプローチとなる。したがって、従来型の会計制度とは一致しないことも多いということに留意しておく必要がある。

一方、規制上の観点からもこうした複雑なリスクプロファイルを保持する金融機関をどのように監督すべきか、という課題は常に重要視されている。規制の対応よりも市場の成長の方が速い中で、業態別の規制や伝統的商品区分別の規制には限界があり、従来型の規制に固執し続けるとある部分で市場の発達を阻害する一方、経済価値的とは別に「規制裁定（Regulation Arbitrage)」という取引を惹起するという問題も起きている。さらに、規制が的確に金融機関を監督・指導できなければ利用者の信頼性も揺らいでしまう。

４．１．２ 各国・各業態における自己資本規制の動き

こうした中、各国・各業態においてもいくつかの顕著な対応が見られている。例えば自己資本規制の動きを見ると、[図表 4-1]のとおり、①多国間のハーモナイゼーション、②業態間のハーモナイゼーション、③確率論的リスクモデルの許容

という、三つの大きな潮流が見られる[48]。例えば、新 BIS 基準（バーゼルⅡ）、EU のソルベンシーⅡプロジェクト、IAIS の活動には、①③の潮流が見られる。また、英国の ICAS には、②③の潮流が見られる。また、具体的な動きこそないものの、Joint Forum は、まさに①②を目的とするものである。

国際会計基準は、①国際性、②透明性・比較可能性が高く、かつ、③（保険においては、）確率論的アプローチを原則としており、上記の三つの潮流にマッチした会計基準といえる。また、上述したように、企業にとって推進すべきリスク管理および資本配分手法は経済価値を重視したものとなっていることから、国際会計基準のコンセプトと一致する部分が多い。すなわち、保険 IAS は、一義的に、監督会計を目的とするものではないが、結果的に、各国の監督会計（ソルベンシーマージン基準）においても保険 IAS のコンセプト・算出基準等を準用する可能性が高いと考えられる。

4．1．3 国際アクチュアリー会（IAA）における二つのプロジェクト

保険の監督会計上において重要となるのは、資本の特定および保険に内包するリスクをどのように定量化するかという問題である。このうち、リスクについては、第 3 章で述べたように MVM の推定において保険の将来価値の確率分布（簡単に言えば保険金の振れ幅）を推定するプロセスが明示的もしくは暗に含まれているため、コンセプトとしては準用が可能となる。ただし、具体的計算手法、リスク指標自体の考え方、資本との関連、他のリスクとの統合（特に他の金融商品が内在するリスクとの統合）等、さまざまな課題をクリアしていく必要がある。

IAA は、上記の動きを先取りして、Regulation Committee の下に Working Party on Risk Based Capital Solvency Structure を立ち上げ、国際的なソルベンシーマージン基準のモデルを提案するべく検討中である。このプロジェクトには、IAIS、EU、欧州各国の保険監督官庁も注目しており、各国のソルベンシーマージン基準が IAA のモデルに収斂していく可能性もある。

一方、IAA は、Insurance Accounting Committee の下に Actuarial Standards Sub-committee を立ち上げ、保険 IAS を前提としたアクチュアリアルガイダンス（実務基準、ガイドライン、教育的注解等）を策定中である。

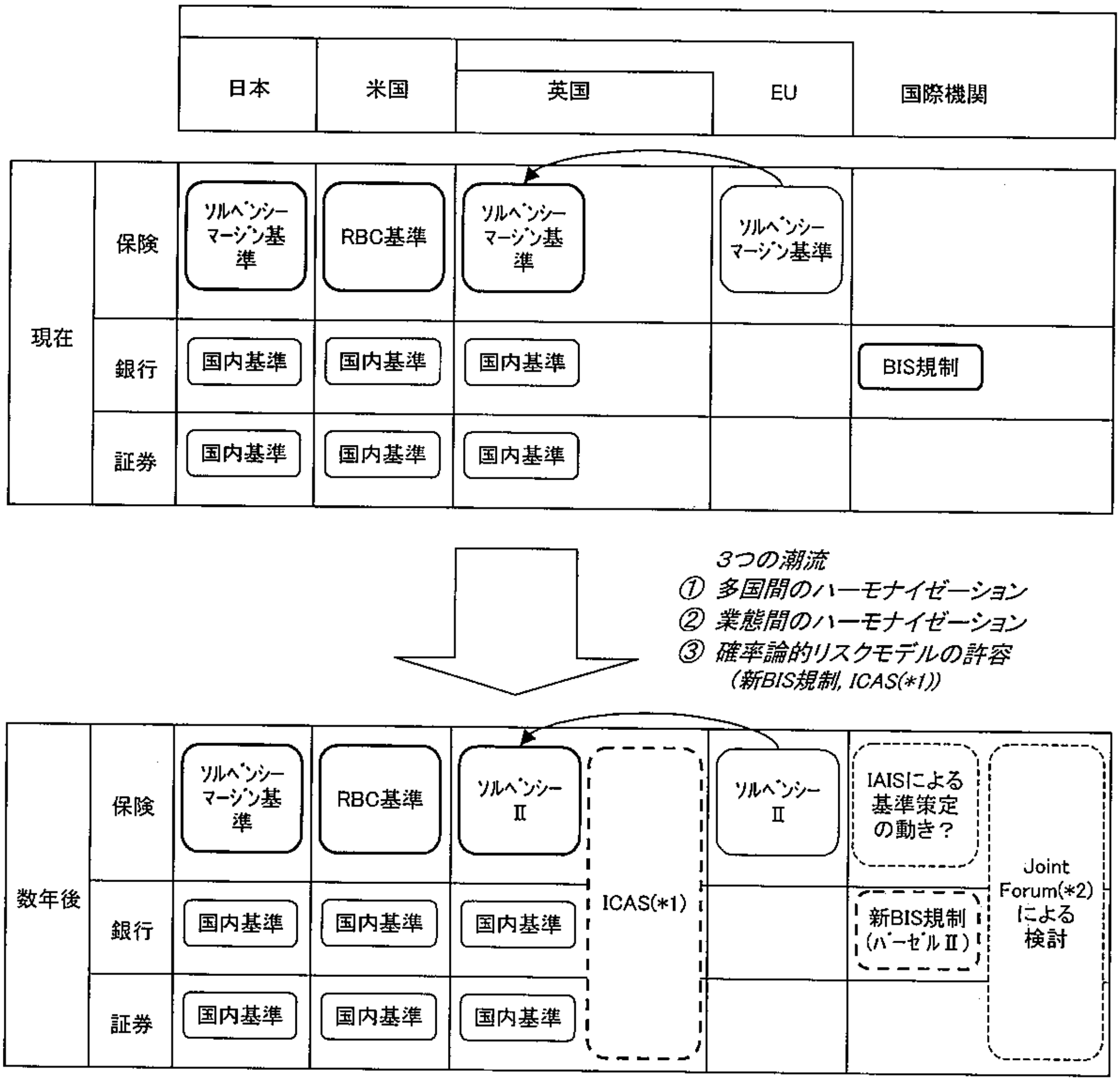
上記のように、IAA はソルベンシーマージン基準と保険 IAS の両者に深く関与している。その結果、保険 IAS における MVM の計算方法とソルベンシーマージン基準におけるリスクの測定手法がリンク[49]したものになる可能性がある。

---

48 これらは、金融機関（保険会社を含む）のグローバル化、コングロマリット化、リスク構造の複雑化等を踏まえた動きであると考えられる。

49 第 3 章で紹介した、Tail-VaR、エッシャー変換、ワン変換については、IAA のソルベンシー基準におけるリスク測定方法の候補として検討されている。

[図表 4-1] 各国・各業態における自己資本規制の潮流



(*1)　　ICAS

Individual Capital Adequacy Standards。銀行、証券、保険に共通の自己資本規制。リスクの測定に際しては、内部リスクモデルの使用が認められる。

(*2)　　Joint Forum

BCSC (バーゼル銀行監督委員会、BIS の下部組織)、IOSCO(証券監督者国際機構)、IAIS (保険監督者国際機構)を母体とする合同会合。金融コングロマリットに関する監督上の諸問題を検討する。

4．2 興味深い事例：オランダの FTK

こうした流れを受けた興味深い事例として、オランダで年金・保険の監督に当たっている PVK が公表した財務評価フレームワーク（FTK）に関する原則が挙げられる。これはミニマム・テスト、ソルベンシー・テスト、継続性テストの3つからなる。

ミニマム・テストは、資産の現実価値（actual value, オランダ語で actuele waarde）が負債のそれを上回っているかどうかがポイントとなる。また、負債の準備金が負債の現実価値を上回っていることもチェックの対象となっている。ここでいう現実価値とは、監督上の評価上望ましいとされる経済的価値のことであり、「IASB の公正価値の方向性と極めて近い」としながらも、IASB における公正価値の最終形がでるまでは、用語として区別している。ちなみに負債の現実価値とは期待現在価値に負債固有の回避しがたいリスクに対する現実的マージンを加えたものと定義されており、確かに現状の流れと極めて類似している。

ソルベンシー・テストは一年後に資産の現実価値が負債のそれをある一定以上の確率で上回っていることを検証するものである。言い換えれば、資本（資産－負債）の現実価値が一年後にマイナスとなる確率を一定レベル以下に抑えようというものである。一年の間に発生する現実価値のブレの源泉として、PVK は

・資産と負債の金利リスクのミスマッチ

・予想以上のインフレによるコスト増

・カタストロフィックリスク

等を挙げている。

最後の継続性テストは、契約の長期性を勘案し、ゴーイング・コンサーンの下での健全性を検証するものである。詳細は未定だが、新契約の影響等も考慮に入れようとしている模様であり、ソルベンシー・テストで要求される資本量に追加的な長期的マージンが課される見込みである。

これらの検証に際して、標準モデルまたは内部モデルという 2 種類のモデルが使用可能となっている。内部モデル、すなわち各企業が自社で使用しているモデルを使用するには、PVK の認可が必要となる。一方、標準モデルは PVK によって指定されたものとなる。ただし、2 種類のモデルを共存させる目的は、内部モデルおよびそれを用いたリスク管理技術の発展にあると明言されており、そのため標準モデルを使用した場合には内部モデルと比べてより多くのマージンが要されるように設定される見通しである。

今後のスケジュール案は、2003 年に標準モデルの詳細および内部モデルが満たすべき条件等が公表され、2004 年にはより詳細なドラフトが開示され、そして 2006 年からは新ルールが適用される見込みである。

FTKのポイントはやはり公正価値に近い概念である「現実価値」というものを基準にしている点である。この理由についてPVKは

① リスク・プロファイルを把握するのに適した透明性および比較可能性の高い基準であること（確率論的な価値の把握）

② 国際的な監督基準のハーモナイゼーションを実現する上で適切であること

③ よりプロ意識の高いリスク管理の実現が期待されること

等を挙げている。これらの理由、特に上2つの理由はまさに国際会計基準が目指す姿と一致している。

4．3 ソルベンシー測定に関する技術的課題

ソルベンシー測定においても、上記のように時価的概念およびその変動性を把握する必要があり、そこでもアクチュアリアルガイダンス的な存在が不可欠となる可能性が高い。したがって、必要とされる理論・技法はアクチュアリーと密接な関係を持つことになる。そこで本節ではリスクと資本の関係を整理する上で必要となる技術的課題のうち主なものについて簡単に整理をしておく。

4．3．1 リスク指標（Risk Measure）の定義

リスク指標とは、第3章でMVMを算出するときに用いた「損害額の変動性を指標化したもの」である。数学的にいえば将来の保険金等、不確実な事象の集合を何らかの定数に対応させる演算子ということになる。一般に、事象の集合を捕らえる際に確率分布を同一視することが多い。感覚的に捕らえれば、リスク指標はその値が大きければよりリスクがあることを意味する何かである。リスク指標にはさまざまな種類があるので、何が適正な指標かどうかを考える必要がある。

資本との対比でリスクを考える場合、どのようなリスク指標を用いるべきなのかをまず考えてみる。例えば、上述したPVKのソルベンシー・テストのように、資本を上回る損失が発生する（その場合保険会社は債務超過に陥る）かどうかが問題で、債務超過の程度は問題としないのであれば、債務超過に陥る確率だけに焦点が当たる。この考え方に合致したリスク指標がバリュー・アット・リスク（VaR）である。これは第3章でも紹介したように分位のことである。ごく簡単に言ってしまえば、ある企業の資本額が、その企業の1年間99%VaRのリスク量に一致していれば、その企業の債務超過確率、つまりデフォルト率は1%ということになる。規制として、この確率を一定以上に保っている企業だけを健全とみなすということであれば、この指標が適切となる。

ただし、検討すべきポイントが2つある。まず、債務超過の程度は本当に問題にならないのか、という点である。これについては、PVKの継続性テストのよう

な考え方が必要となる。PVK 自体の基準は明確でないが、例えば継続性の考え方として「ある確率（例えば 1%）で起こるような損失においても企業の継続が期待される」とした場合、VaR だけでは不十分で、それを超えてどの程度の損失が発生するのかが問題となる。その期待値が Tail-VaR であり、そのレベルの資本を持っていれば「1%の確率で起こるような損失が発生しても期待値としては資本がプラスになる」ということが言える。

２つめは VaR が抱える理論的問題点である。Artzner et al. [1999]が提唱するコヒーレントなリスク指標が満たすべき 4 公理[50]のうち、VaR は劣加法性を満たしていないということが知られている。これについてもある条件下では Tail-VaR はコヒーレント性を満たす。なお、Wang [2002]によると前述したワン変換もコヒーレント性を満たしているとのことである。

では、Tail-VaR が最も望ましいものかというとそうとも限らない。例えば、山井・吉羽 [2002]は、VaR、Tail-VaR ともテイル・リスクが存在している点を指摘している。ここで、テイル・リスクとはリスク指標が相対的なリスクの大小関係を見誤ってしまうリスクとして定義されている。

リスク指標を決定する際には、これらの課題をクリアにしていく必要がある。損害保険のようなリスクの場合、ファット・テールであることから、リスク指標が与える影響も大きい。

４．３．２ リスクの統合

一般に企業には複数のリスクが存在しているが、資本と比較するのはその合計値である。したがって、リスク（確率分布）をどのように統合するかも重要なポイントとなる。従来、行われている相関マトリックスによる分布の合成は、多変量正規分布にのみ適用可能なものであり、一般にさまざまな分布形が想定される損害保険会社のリスク統合にはそのままでは使えない。リスク間の相関構造を組み込むための技法が必要となる。

このような技法は一般にコピュラ（Copula）と呼ばれる。コピュラの定義方法はさまざまだが、実務への応用を考えた場合、コピュラとは n 次元の[0, 1]区間（n 次元単位立方体）上の多次元分布関数で、周辺分布がすべて[0, 1]上の一様分布となっているという定義が最もなじみやすい。このとき、Sklar の定理により

---

[50] Artzner et al. [1999]が提唱するコヒーレントなリスク指標が満たすべき 4 公理は次のとおり。リスクを X とし、それに対するリスク指標を $\rho(X)$ として、

1) $X \geq 0 \Rightarrow \rho(X) \leq 0$
2) $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$：劣加法性
3) $\forall \lambda \geq 0, \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$
4) $\forall \alpha : const, \rho(X + \alpha) = \rho(X) - \alpha$

次のことが成立する。

【Sklar の定理】
H を n 次元分布関数でその周辺分布関数を $F_1,F_2,\cdots,F_n$ とする。そのとき、n 次元コピュラ C が存在し、次が成立する。また、逆も成立。

$$H(x_1,x_2,\cdots,x_n)=C(F_1(x_1),F_2(x_2),\cdots,F_n(x_n))$$

この定理から、コピュラを使うことで周辺分布とその相互依存関係を分解して表現することが可能となるので、上記のようなリスク統合を行いやすくなる。H にしたがう乱数を発生させるだけであれば、各周辺分布についてパラメトリックに分布関数が与えられている必要もなく、各周辺分布のシミュレーション結果等からデータをとってくることも可能となる。

後はコピュラとしてどのようなものを選ぶかが重要となる。さまざまなコピュラが考案されている（例えば Nelsen[1999]を参照のこと）が、代表的なのは正規コピュラ（Normal Copula）である。これは、多次元正規分布 $N(\mathbf{0},\mathbf{S})$（ここで $\mathbf{S}$ の対角行列は１、すなわち周辺分布は標準正規分布）の分布関数 $\mathbf{F}_{\mathrm{S}}(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ を用いて、

$$C(x_1,x_2,\cdots x_n)=\mathbf{F}_{\mathrm{S}}(\Phi^{-1}(x_1),\Phi^{-1}(x_2),\cdots,\Phi^{-1}(x_n)),\ (x_1,x_2,\cdots x_n)\in[0,1]^n$$

と表される（ここで Φ^{-1} は標準正規分布関数の逆関数で、互いに独立)。右辺は一見複雑そうに見えるが、この式は単に独立な n 個の標準正規分布に相関 $\mathbf{S}$ を入れているに過ぎない。しかしそれを左辺のコピュラに対応させることで、それをどのような多次元分布にも組み込めるのである。右辺の計算方法は一般によく知られているので、あとは独立に n 個の周辺分布を計算すればよい。この手法は無意識のうちにやや強引な技としてシミュレーション等で用いられることも多い。

しかしながら、正規コピュラの問題点も指摘されている。例えば、裾での相互依存性（tail dependence）がないという問題である。二次元コピュラにおいて、左裾の相互依存性は次のようにして測定される。

$$\lim_{u\downarrow 0}\frac{C(u,u)}{u}=\lambda_L$$

この値が正であれば左裾の方で相互依存関係がある、すなわち極値において相関がある、といえる。しかし、正規コピュラの場合、$\lambda_L=0$ であり、いくら $\mathbf{S}$ として高い相関行列を導入しても裾の依存性は構築できない。裾の依存性を構築するコピュラとしてはt-コピュラ等が考案されている。このあたりの詳細については、Embrechts, Lindskog, and McNeil [2001]等を参照されたい。

おわりに

本稿は、DSOP をベースに、損害保険負債の時価評価について、将来キャッシュフローの予測からマーケットバリューマージンの計算方法まで包括的に論じたものである。さらに、保険負債の時価評価とソルベンシーマージン基準との関連についても論じた。これらの 3 テーマを有機的に結び付けたものとしては、おそらく初めてではないかと思われる。

フェーズⅠ、フェーズⅡの例を引くまでもなく、保険の国際会計基準に関する検討スピードには目を見張るものがある。わが国アクチュアリーとしても、これらの動向をタイムリーに把握し、実務面の備えを万全にしておくとともに、実務・理論に裏打ちされた意見を国際アクチュアリー会等に対して積極的に発信していく必要がある。本稿がそのための一助となれば幸いである。

しかしながら、最終的な保険の国際会計基準がいつ、どのような形でまとまるか、わが国にどのような影響を与えるかについては、現時点で未定である。とはいえ、その結果にかかわらず、損保アクチュアリーとしては、本稿で論じた手法、特に確率論的な手法に習熟しておくことが求められる。なぜならば、これらの手法は、料率検証やリスク管理といった社内管理のツールとしても有効だからである。リスクの巨大化、金融と保険の融合等に伴って、損保アクチュアリーの役割は、ますます確率論的なものにシフトしていくであろう。

なお、本稿においては、生命保険をはじめとする長期保険について論じることができなかったが、この分野においても、建設的かつ具体的な論議が行われることを願ってやまない。

参考文献

日本アクチュアリー会『損保数理』テキスト

日本証券アナリスト協会編『証券投資論』

岩城秀樹 [2000]「ファイナンスと保険」、『アクチュアリージャーナル』第 40 号、2000 年 12 月、4~23 頁

森本祐司 [2000]「金融と保険の融合について」、『アクチュアリージャーナル』第 40 号、2000 年 12 月、24~75 頁

山井康浩・吉羽要直 [2002]「市場ストレス時におけるバリュー・アット・リスクと期待ショートフォールの比較：多変量極値分布のもとでの比較分析」、『金融研究』第 21 巻別冊第 2 号、日本銀行金融研究所、111~170 頁

AAA [2002], "Fair Valuation of Insurance Liabilities: Principles and Methods," *American Academy of Actuaries Public Policy Monograph*, September 2002.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J-M., and Heath, D. [1999], "Coherent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, Vol.9, No.3, pp. 203-228.
(http://www.math.ethz.ch/~delbaen/からダウンロード可能)

Benktander, G. [1976], "An Approach to Credibility in Calculating IBNR for Casualty Excess Reinsurance," *The Actuarial Review*, April 1976, p. 7.

Bornhuetter, R. L. and Ferguson, R. E. [1972], "The Actuary and IBNR," *Proceedings of the Casualty Actuarial Society, Vol.LIX*, pp. 181-195.

Bühlmann, H. [1980], "An Economic Premium Principle," *ASTIN Bulletin*, Vol.11, pp. 52-60.

Efron, B. and Tibshirani, R. J. [1993], *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall.

Embrechts, P., Lindskog, F., and McNeil, A. [2001], *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*, ETHZ preprint.

England, P. D. and Verral, R. J. [2002], *Stochastic Claim Reserving In General Insurance*, Report on the Institute Sessional Meeting held on 28 January, 2002.

Gogol, D. [1993], "Using Expected Loss Ratios In Reserving," *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.12, pp. 297-299.

Harrison, M. and Kreps, D. [1979], "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Security Market," *Journal of Economic Theory*, Vol.20, pp. 381-408.

Heyer, D. D [2001], "A Random Walk Model for Paid Loss Development," *The Casualty Actuarial Society Forum Fall 2001 Edition*, pp. 239-254.

Karr. A. F. [1991], *Point Processes and Their Statistical Inference*, Marcel Dekker New York.

Mack, T. [1993], "Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates," *ASTIN Bulletin*, Vol.23, pp. 213-225.

McCullagh, P. and Nelder, J. [1989], *Generalized Linear Models, 2nd Edition*, Chapman and Hall.

Meyers, G. [1999], "Aggregation of Correlated Risk Portfolios: Models & Algorithms by Shaun S. Wang, Ph.D., Discussion by Glenn Meyers", *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, Vol.LXXXVI, pp. 781-805.

Moody's Investors Service [2002], *Default & Recovery Rates of Corporate Bond Issuers: A Statistical Review of Moody's Ratings Performance 1970 - 2001*

Nelsen, R. B. [1999], *An Introduction to Copulas*, Springer-Verlag New York

Norberg, R. [1993], "Prediction of Outstanding Liabilities in Non-Life insurance," *ASTIN Bulletin*, Vol.23, No.1, pp. 95-115.

Panjer, H. H. [1981], "Recursive Evaluation of a Family of Compound Distributions," *ASTIN Bulletin*, Vol.12, pp. 22-26.

Wang, S. S. [2002], "A Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks," *ASTIN Bulletin*, Vol.32, No.2, pp. 213-234.

［巻末付録１］

超過分散ポアソンモデルにおけるブートストラップの計算手順

１．チェインラダー法からロスディベロップメントファクター f_k を計算する。

２．過去の保険金の予測値（$m_{i,j}$）を $D_{i,k-1} = D_{i,k} f_k^{-1}$ の繰り返しにより作成する。

３．ピアソン残差 r_{ij} とスケールパラメータ ϕ を計算する

$$r_{i,j} = \frac{C_{i,j} - m_{i,j}}{\sqrt{m_{i,j}}},\quad \phi = \frac{\sum_{i+j\le n+1}(r_{i,j})^2}{1/2n(n+1) - 2n + 1}$$

４．ブートストラップを実行する。

（１）ピアソン残差をランダムに１つ選択する。

（２）ピアソン残差を $\sqrt{\dfrac{1/2n(n+1)}{1/2n(n+1) - 2n + 1}}$ 倍して補正する。（$r'_{i,j}$ とする）

（３）$C'_{i,j} = m_{i,j} + r'_{i,j}\sqrt{m_{i,j}}$ によって過去の保険金を複製しランオフ三角形を作り直す

（４）将来保険金 $\tilde{m}_{i,j}$ を通常のチェインラダー法で予測する。

（５）ポアソン乱数によるシミュレーション

・将来保険金 $\tilde{m}_{i,j}$ とポアソン乱数関数 $Ranpoi$ を用意する。

・$\tilde{C}_{i,j} = \phi Ranpoi(\tilde{m}_{i,j} / \phi)$ とする。

・仮に $\tilde{m}_{i,j}$ が保険金の取り消し等でマイナスとなっていた場合には

$\hat{C}_{i,j} = \phi Ranpoi(-\tilde{m}_{i,j} / \phi) + 2\tilde{m}_{i,j}$）とする

（６）この操作で将来保険金 $\tilde{C}_{i,j}$ が１組作成されるので、上記の操作を複数回（例えば１万回）繰り返す

［巻末付録２］

相関リスクポートフォリオにおける総クレーム金額の計算
－Meyers [1999]の要約－

１．イントロダクション

（１）CAS の危険理論委員会からの要望に応じて、Shaun Wang は先進的な論文を執筆した。論文の主旨は、「複数ブロックからなる保険リスクの総クレーム金額の分布をより正確に推定するツールとモデルを開発すること」であり、「より精緻な DFA ツールを開発すること」である。

（２）Wang の役割は、「内部的に相関のある契約群団（相関グループ）を複数集めたポートフォリオにおいて、総クレーム金額分布をどのように計算するか」というものであり、さまざまな相関モデルと計算手法を網羅している。

（３）ここでは、Wang の論文について、次の二点を深堀りする。

①具体的な相関モデルとしてパラメータリスクモデルを提案する

②具体的な計算方法としてフーリエ変換を提案する。

２．背景

X をパラメータ θ に依存する確率変数とするとき、

$$Var[X] = \underbrace{E_\theta[Var[X \mid \theta]]}_{\text{プロセスリスク}} + \underbrace{Var\theta[E[X \mid \theta]]}_{\text{パラメータリスク}} \tag{2.1}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ をパラメータ θ に依存する確率変数とするとき、

$$\begin{aligned} Var\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] &= E_\theta\left[Var\left[\sum_{i=1}^{n} X_i \mid \theta\right]\right] + Var_\theta\left[E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i \mid \theta\right]\right] \\ &= nE_\theta[Var[X \mid \theta]] + n^2 Var_\theta[E[X \mid \theta]] \end{aligned} \tag{2.2}$$

ここで、n が小さいとプロセスリスクが、大きいとパラメータリスクが支配的となる。なお、実務上、パラメータリスクの定量化は困難である。

３．（省略）

４．パラメータリスクと相関

保険種目 h について、

μ_h ：（１件当たりの）クレーム金額の期待値

σ_h^2 ：（１件当たりの）クレーム金額の分散

λ_h ：クレーム件数の期待値

$\lambda_h + c_h \lambda_h^2$ ：クレーム件数の分散

ここでc_hは伝播パラメータであり、クレーム件数がポアソン分布ならば$c_h = 0$、負の二項分布ならば$c_h > 0$、試行nの二項分布ならば$c_h = -1/n$となる。

4.1 Simulation Algorithm #1
（パラメータリスクが存在しないケース）
＜定義＞

1．保険種目$h(h = 1,\cdots,n)$について、クレーム件数をK_h（確率変数）とする。
2．保険種目$h(h = 1,\cdots,n)$について、k番目$(k = 1,\cdots,K_h)$のクレームのクレーム金額をZ_{hk}（確率変数）とする。ここで、Z_{hk}は確率分布$\{Z_h\}$に従う。
3．種目hの総クレーム金額を$X_h = \sum_{k=1}^{K_h} Z_{hk}$とする。
4．保険種目全体の総クレーム金額$X = \sum_{h=1}^{n} X_h$とする。

ここで、

$$\begin{aligned} Var[X_h] &= E_{K_h}[Var[X_h \mid K_h]] + Var_{K_h}[E[X_h \mid K_h]] \\ &= \lambda_h \sigma_h^2 + \mu_h^2(\lambda_h + c_h \lambda_h^2) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$Cov[X_g, X_h] = 0 \quad (g \neq h) \quad (4.2)$$

4.2 Simulation Algorithm #2
（パラメータリスクが存在するケース）
＜定義＞

1．各相関グループ$i(i = 1,\cdots,n)$について、相関母数$\alpha_i > 0$（確率変数）を設定する。ここで、$E[\alpha_i] = 1$、$Var[\alpha_i] = g_i$
2．相関グループiの保険種目$h(h = 1,\cdots,m)$について、クレーム件数をK_{hi}（確率変数）とする。ここで、$E[K_{hi}] = \alpha_i \lambda_{hi}$とする。
3．相関グループiの保険種目$h(h = 1,\cdots,m)$について、k番目$(k = 1,\cdots,K_h)$のクレームのクレーム金額をZ_{hik}（確率変数）とする。ここで、Z_{hik}は共通の確率分布$\{Z_{hi}\}$に従う。
4．相関グループi、種目hの総クレーム金額$X_{hi} = \sum_{k=1}^{K_{hi}} Z_{hik}$。
5．相関グループiの総クレーム金額$X_{\bullet i} = \sum_{h \in G_i} X_{hi}$。
6．総クレーム金額$X = \sum_{i=1}^{n} X_{\bullet i}$。

ここで、

$$Cov[X_{di}, X_{hi}] = E_{\alpha_i}[Cov[X_{di}, X_{hi} \mid \alpha_i]] + Cov_{\alpha_i}[E[X_{di} \mid \alpha_i], E[X_{hi} \mid \alpha_i]]$$

$d \neq h$のとき、X_{di}とX_{hi}は条件付き独立である。したがって、

$$\begin{aligned} &Cov[X_{di}, X_{hi} | \alpha_i] = 0 \\ &Cov[X_{di}, X_{hi}] = Cov_{\alpha_i}[\alpha_i \lambda_{di} \mu_{di} \alpha_i \lambda_{hi} \mu_{hi}] = g_i \lambda_{di} \mu_{di} \lambda_{hi} \mu_{hi} \end{aligned} \quad (4.3)$$

であり、また、

$$Cov[X_{hi},X_{hi}]=Var[X_{hi}]$$
$$=E_{\alpha_i}[Var[X_{hi}\mid\alpha_i]]+Var_{\alpha_i}[E[X_{hi}\mid\alpha_i]] \qquad (4.4)$$
$$=\lambda_{hi}\sigma_{hi}^2+\mu_{hi}^2(\lambda_{hi}+(1+g_i)c_{hi}\lambda_{hi}^2)+g_i\lambda_{hi}^2\mu_{hi}^2$$

$$Cov[X_{di},X_{hj}]=0 \quad (i\neq j) \qquad (4.5)$$

クレーム金額の分布にもパラメータリスクの概念を導入する。

＜定義＞

βを正の確率変数とする。ここで、$E[1/\beta]=1$、$Var[1/\beta]=b$。bは混合パラメータ。ここで、全てのhとiに対して、$X_{hi}^{\beta}=X_{hi}/\beta$とおく。

$$Cov\left[X_{di}^{\beta},X_{hj}^{\beta}\right]=E_{\beta}\left[Cov\left[\frac{X_{di}}{\beta},\frac{X_{hj}}{\beta}\right]\right]+Cov_{\beta}\left[E\left[\frac{X_{di}}{\beta}\right],E\left[\frac{X_{hj}}{\beta}\right]\right] \qquad (4.6)$$
$$=Cov[X_{di},X_{hj}](1+b)+bE[X_{di}]E[X_{hj}]$$

式(4.3)～(4.6)から、異なる保険種目のクレーム金額X,Yの相関係数ρ_{XY}は、

$$\rho_{XY}=\frac{Cov[X,Y]}{\sqrt{Var[X]Var[Y]}} \qquad (4.7)$$

と計算できる（解析的に計算できるのがポイント）。

5．フーリエ変換

Simulation Algorithm#2 の総クレーム金額 X を計算するため、フーリエ変換を使用する。

5.1 相関がないケース

（1件当たりの）クレーム金額を Z（確率変数）とする。

Z のフーリエ変換：$\phi_Z(t)\equiv E[e^{itZ}]$

ここで、$\phi_{\underbrace{Z+...+Z}_{Ktimes}}(t)=\phi_Z(t)^K$　（Z 同士は独立）

クレーム件数をK（確率変数）とすると、Kの母関数：$P_K(t)\equiv E[t^K]$

よって、総クレーム金額を$X=\underbrace{Z+...+Z}_{Ktimes}$とおくと、

$$\phi_X(t)=E\left[(\phi_Z(t))^K\right]=P_K(\phi_Z(t)) \qquad (5.1)$$

クレーム金額$X_1,\cdots,X_n$を独立な確率変数とすると、

$$\phi_{X_1+...+X_n}(t)=\prod_{i=1}^{n}\phi_{X_i}(t) \qquad (5.2)$$

5.2 相関があるケース

多変数フーリエ変換：$\phi_{X_1,\ldots,X_n}(t_1,\ldots,t_n)=E[e^{i(t_1X_1+\ldots+t_nX_n)}]$、ここで、

$$\phi_{X_1+\ldots+X_n}(t)=\phi_{X_1,\ldots,X_n}(t,\ldots,t) \tag{5.3}$$

Simulation Algorithm#2 をフーリエ変換形で表現する。

$$\phi_{X_{\cdot i}}(t)=\phi_{X_{1i},\ldots,X_{n_i i}}(t,\ldots,t) \qquad \text{式(5.3)より}$$

$$=E_{\alpha_i}[\phi_{X_{1i},\ldots,X_{n_i i}}(t,\ldots,t)\,|\,\alpha_i]$$

X_{hi}が条件付独立であり、式(5.2)を適用すると

$$=E_{\alpha_i}\left[\prod_{h=1}^{n_i}\phi_{X_{hi}}(t)\middle|\alpha_i\right] \tag{5.4}$$

$$=E_{\alpha_i}\left[\prod_{h=1}^{n_i}P_{K_{hi}}(\phi_{Z_{hi}}(t))\,|\,\alpha_i\right] \qquad \text{式(5.1)より}$$

したがって、総クレーム金額のフーリエ変換は、

$$\phi_X(t)=\prod_{i=1}^{n}\phi_{X_{\cdot i}}(t) \tag{5.5}$$

と表される。

ここで、モデルを完成するために、以下の条件を設定する必要がある。

①α_iの分布

②$P_{K_{hi}}(t)$の確率母関数と、

③損害額分布$\phi_{Z_{hi}}(t)$のフーリエ変換

①α_iについては、3点不連続分布を用いる。

$$\begin{aligned}
\alpha_{i1}&=1-\sqrt{3g_i} & \Pr\{\alpha_i=\alpha_{i1}\}&=1/6\\
\alpha_{i2}&=1 & \Pr\{\alpha_i=\alpha_{i2}\}&=2/3\\
\alpha_{i3}&=1-\sqrt{3g_i} & \Pr\{\alpha_i=\alpha_{i3}\}&=1/6
\end{aligned} \tag{5.6}$$

②クレーム数分布を負の二項分布とすると、

$$P_{K\,hi}(t)\,|\,\alpha_i=(1-c_{hi}\lambda_{hi}\alpha_i(t-1))^{-1/c_{hi}}$$

ポアソン分布とすると、$P_{K_{hi}}(t)\,|\,\alpha_i=e^{-\lambda_{hi}\alpha_i(t-1)}$

③確率母関数が$f(z)$となる損害額分布のフーリエ変換は、

$$\phi_Z(t)=\int_0^\infty e^{itx}f(x)\,dx$$

損害額として指数分布またはガンマ分布を想定するとϕの計算が容易になる。

［巻末付録３］

Marked Point Process の数学的定義

まず、point process を定義する。ある位相空間 E[51]（その加算加法族を Eと記す）上の Radon 測度[52]からなる集合を $\mathbf{M}$とおき、その加算加法族を Mとする。この時、

$$\mathbf{M}_p = \{\mu \in \mathbf{M}, \mu(A) \in \mathbf{N}\ for\ \forall A \in \mathsf{E}\}$$

という集合を考えることができ、この集合に属する測度を point measure と呼ぶ。ここで、$\mathbf{M}_p$ 自身の加算加法族を M_p としておこう。今、ある確率空間 (Ω, F, P)に対し、$\omega \in \Omega$が決まると一つの point measure が決まるような写像 N を考える。この写像が可測となる時、つまり、

$$N : (\Omega, \mathsf{F}) \to (\mathbf{M}_p, \mathsf{M}_p)\text{が可測写像}$$

となるような写像 N を point process と呼ぶ。

この定義だと若干分かりにくいので、次の代替的表現を考えてみよう。まず、X_iを$(\Omega, \mathsf{F}) \to (E, \mathsf{E})$の可測写像（$\omega \in \Omega$が決まると E 上の一点が対応する）および Kを $\overline{\mathsf{N}} = \{0, 1, \cdots, \infty\}$上に値を取る確率変数とする。その時、

$$N = \sum_{i=1}^{K} 1_{X_i}$$

という表現ができるので、これを point process と考える。ここで、

$$1_x(A) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

である。イメージとしては、$\omega \in \Omega$ が決まる毎に E 上に点 $X_1(\omega), X_2(\omega), \cdots,$ $X_{K(\omega)}(\omega)$がばらまかれ、これにより、$A \subset E$ の測度が A に含まれる X_i の個数によって規定されることになる、と考えればよい。

一般に確率過程を考える時には時間と共に変化する確率変数（ベクトル）を考えるが、上記の考え方は、ω を変えるたびに時間軸 E（この場合は$\mathbf{R}^+$）上のどこに X_i がばらまかれるかが決定される、という捉え方をしている。

Marked point process は E 上の point process N と別の空間 E'上の確率変数（ベクトル）$\{Z_i\}$を用いて、次のように表される。

$$N = \sum_{i=1}^{K} 1_{(X_i, Z_i)}$$

ここで、$\{Z_i\}$を mark と呼ぶ。

---

[51] この空間には若干の制約が必要となる。例えば、Karr [1991]では位相が可算個の規定を持つ局所コンパクトなハウスドルフ空間といった制約を課している。

[52] E内の任意のコンパクト集合 Kに対し、$\mu(K) < \infty$となる測度。

［巻末付録４］

資本コスト法による保険負債の時価評価の数値例

１．保険金の確率分布

過去のクレームデータから次のような確率分布が得られたとする[53]。

（１）通常災害 $(0 < x \le 1{,}200)$ の保険金の確率分布については、次の確率密度関数を持つ対数正規分布とする。この分布関数を $F_1(x)$ と書く。

$$f(x) = \frac{1}{P(X \le 1{,}200)} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}x} \exp\left(-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (0 \le x \le 1{,}200)$$

ここで、$\mu = 6.801781367$、$\sigma = 0.470920987$ とする。

（２）巨大災害部分 $(1{,}200 < x)$ の保険金の確率分布 については次の分布関数を持つ一般化パレート分布とする。

$$G(x) = 1 - \left(1 + \frac{0.200895(x - 1200)}{574.6204}\right)^{-\frac{1}{0.200895}} \quad (x > 1{,}200) \qquad \text{(A4-1)}$$

２．損害額の分布と VaR

上記の前提条件から接続後の分布関数 $F(x)$ は

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) & (x < 1{,}200) \\ F_1(u) + G(x)(1 - F_1(u)) & (x \ge 1{,}200) \end{cases} \qquad \text{(A4-2)}$$

となる。これをもとに VaR (99％点)を計算してみる。$VaR = F^{-1}(0.99)$ なので、$F(x) = 0.99$ となる x を求めればよい。今、通常災害は全体の 72.83%であるので、$F_1(u) = 0.7283$ と $F(x) = 0.99$ を式(A4-2)に代入すると $G(x) = 0.963195$ が得られる。それを式(A4-1)に代入して VaR =99%点＝3,892.5 であることがわかる。

３．Tail-VaR の計算

Tail-VaR は VaR を超える保険金の期待値であり式で書くと

$$Tail-VaR = E(X \mid X > VaR)$$

今回のケースでは巨大災害$(x > 1200)$の確率分布を一般化パレートで近似したため、保険金を X とし、エクセスポイントして $u = 1{,}200$ と VaR の２種類を考えてみる。u を超える部分の保険金を Y、VaR を超える部分の保険金を Z とすると、$X = u + Y = VaR + Z$ である。

(A4-1)式より $Y = X - 1{,}200$ として Y の分布関数を求めることができるが、極値

[53] ここでは１万通りの一様乱数から、平均 1,000・標準偏差 500 の対数正規乱数と平均 1,000・標準偏差 1,000 の対数正規乱数を作成し両者の大きい方の値を損害額とした。このとき平均超過額プロットにより損害額が 1,200 より小さいものを「通常災害」、大きいもの「巨大災害」とした。損害額が 1,200 より小さい割合は 72.83%となった。

理論より$Z = X - VaR$の確率分布もYと同様に一般化パレート分布に従うことが言える。ここで留意しなければならない点は、Zの確率分布のパラメータはYの確率分布のパラメータと異なることである。そこで、

X：接続後の確率分布　分布関数は$F(x)$

Y：一般化パレート分布（パラメータはa,σ）　分布関数は$G(y)$

Z：一般化パレート分布（パラメータはa',σ'）　分布関数は$H(z)$

とする。このとき

$$\begin{aligned}H(z) &= P(X - VaR \le z \mid X > VaR)\\ &= P(0 \le Y + u - VaR \le z \mid Y + u > VaR)\\ &= \frac{P(VaR - u \le Y \le z + VaR - u)}{P(Y > VaR - u)}\end{aligned}$$

ここで分母・分子の確率をYの分布関数$G(y)$を用いて書くと

$$H(z) = \frac{G(z + VaR - u) - G(VaR - u)}{1 - G(VaR - u)}$$

$G(y)$については$G(y) = 1 - (1 + ay/\sigma)^{-1/a}$でありパラメータも算出されている。これを代入して整理すると、

$$H(Z) = 1 - \left(1 + \frac{az}{\sigma + a(VaR - u)}\right)^{-1/a}$$

となる。これより、VaR を超える保険金は$a' = a$，　$\sigma' = \sigma + a(VaR - u)$　の一般化パレート分布（先の数値例では$a' = 0.200895$　$\sigma' = 1{,}115.535$）となる。今、

$$Tail - VaR = E(X \mid X > VaR) = VaR + E(X - VaR \mid X > VaR)$$

であるが、第 2 項は

$$E(X - VaR \mid X > VaR) = \frac{\sigma'}{1 - a'}$$

を用いると、

$$Tail - VaR = VaR + \frac{\sigma'}{1 - a'} = VaR + \frac{\sigma + a(VaR - u)}{1 - a} = \frac{1}{1 - a} \times VaR + \frac{\sigma - au}{1 - a}$$

となりこの数値例で計算すると、Tail-VaR＝5,288.5 となる。以上から、例えばハードルレートを仮に 6%とすると、VaR をベースに計算した MVM は

MVM＝（VaR －期待値）×ハードルレート

≒（3,892.5－1,153.3）×6%=164.4

Tail-VaR をベースに計算した MVM は

MVM＝（Tail-VaR － 期待値）×ハードルレート

＝（5,288.5－1,153.3）×6%=248.1

となる。