確率論的保険料算出方法に関する一考察

金澤 巌

1．はじめに

現在、保険料の算出方法は、将来の変動リスクを考慮した安全割増を含む基礎率を用いて、決定論的な立場から収支相等の原則に則り算出している。この算出方法は、保険数理上、基数として簡便に取扱える等数学的な扱いが容易であったり、期中評価（責任準備金評価）や利源別事後評価（利差・死差等利源分析および利源別配当評価）も可能である等の多くの優れた点がある。ただし、この計算方法では、計算要素の確率的な変動をダイレクトに反映したものではないため全体的なリスクを把握することは困難と考えられる。

そのため、今回、基礎率である予定利率および予定死亡率等の保険料計算要素をそれぞれ確率変数とみなした確率論的な手法による保険料算出方法についての考察を行った。保険料の確率分布については、モンテカルロ法によるシミュレーションを行うことでその作成を試み、保険料設定にあたってのリスク特性を考察した。また、今回求めた保険料分布により、決定論的に計算された保険料（適用保険料）のリスク評価、保険料決定方法および責任準備金についての考察を試みた。

2．保険料分布の一般的考察

（1） 保険料分布の算定

確率変数である死亡率等の説明変数を用いて、保険料である確率変数Pに関して以下の関数gが成立する場合の確率変数Pの確率密度関数$f(p)$を求める。

$$P = g(I_0, I_1, \cdots, I_{n-1}, Q_x, Q_{x+1}, \cdots, Q_{x+n-1}, Y_0, Y_1, \cdots, Y_{n-1})$$

Q_{x+t} ：x+t 歳の人が 1 年間に死亡する死亡率を示す確率変数

I_t ：t+1 年目の 1 年間の運用利回りを示す確率変数

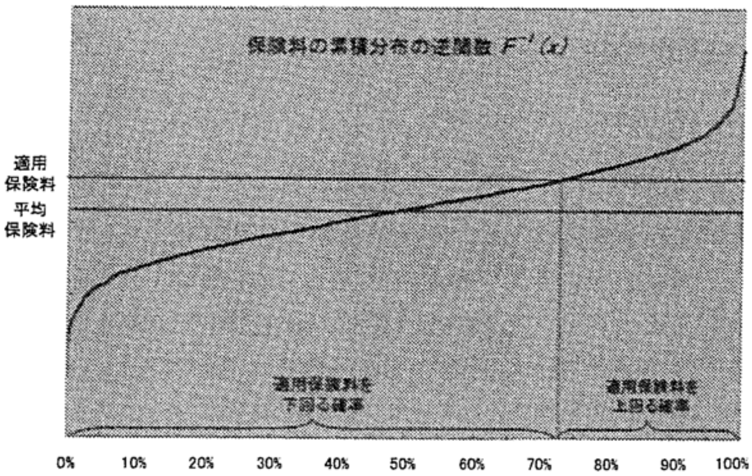
Y_t ：t+1 年目のその他の確率変数

ただし、より一般的には、P に関する等式が成立すれば問題ない。

（2） 保険料分布および適用保険料のリスク評価指標の導入

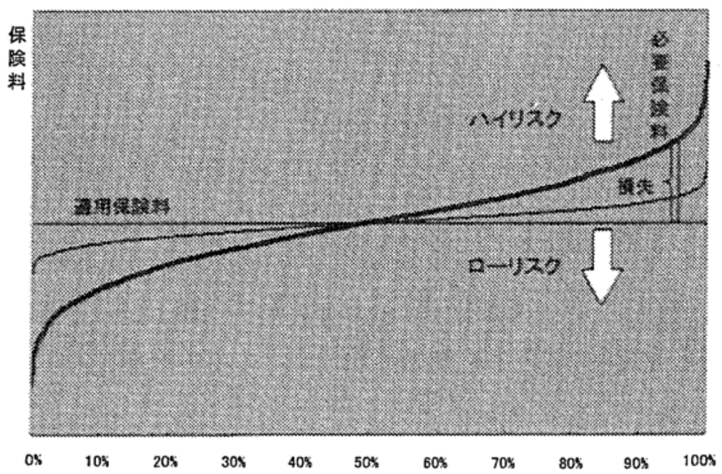
（1）により保険料分布が求まれば、次に実際に採用する適用保険料を求める必要がある。そのリスクを評価するにあたって、ここではリスク量という指標を新たに導入し、リスク量に従って適用保険料を決定・評価するものとする。以降の議論では、適用保険料を有配当水準および無配当水準の保険料としたものとしリスク評価を行う。また、適用保険料の収益率についても指標として定義する。

＜保険料分布の表示方法＞



作成が簡便かつ直感的に理解しやすいため、以後、図示する分布は、全て確率密度関数 f(p)の累積分布の逆関数で示した。（実際にモンテカルロ・シミュレーションにより求めた保険料を上から順番に並べてグラフ化するとこのグラフとなる。）横軸に確率、縦軸に保険料をとった。左のグラフでは適用保険料を下回る確率は73％、上回る確率は27％である。

＜リスクの考察＞



平均保険料が同じである保険料分布についてのリスクを比較する。（左図）保険料分布は、保険期間満了の結果、実際に必要であった保険料分布を示していると考えられるので、もし図のように必要保険料が適用保険料を上回っていた場合には損失が発生し、保険料に対する損失額は必要保険料と適用保険料との差となる。２本のグラフを比較すると同程度の変動が起こった際に、保険料に対する損失額が大きい太線のグラフの方がリスクが高いと考えられる。そのため、グラフ形状から言えば、縦に長くなればなるほどリスクは高くなることとなる。

この潜在的なリスクについて何らかの指標で表すため、次のリスク量を導入した。なお、一般的に用いられる破産確率も考えられるが、設定する破産確率により定まるユニークな保険料は、その損失による影響額（保険料に対して何％の損失額なのか）やその保険料自体の競争力（平均保険料に対して何％の増加なのか）等を考慮していないことから、別の指標を用いた。（例えば、破産確率を 5％とした場合、太線のグラフでは、かなり高い適用保険料となる。）

＜新たなリスク指標の導入＞

① 適用保険料に対するリスク量関数

適用保険料 P_0 に対するリスク量関数 $R(P_0)$ を次のとおり定義する。

$$R(P_0)=\int_{P_0}^{\infty}\frac{(p-P_0)\cdot f(p)}{P_0}dp$$

特に、$P_0=E(P)$ (= 平均保険料) として求めた $R(E(P))$ をこの保険料分布の潜在的リスク量と定義する。

② 適用保険料に対する収益率関数

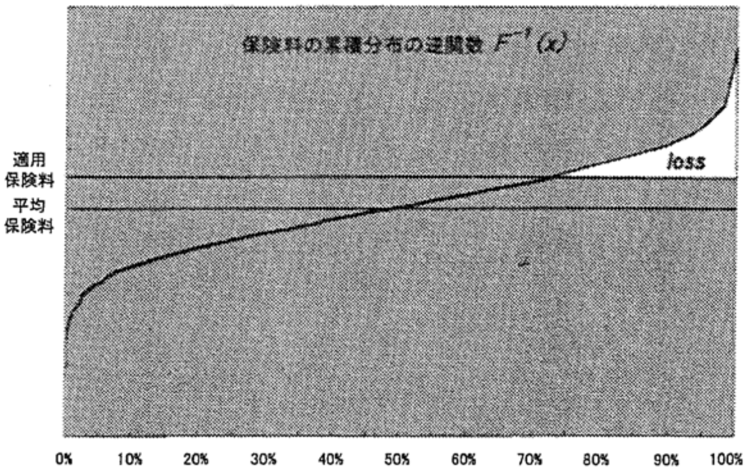
適用保険料 P_0 に対する収益率関数 $G(P_0)$ を次のとおり定義する。

$$G(P_0)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(P_0-p)\cdot f(p)}{P_0}dp$$

（3） リスク評価指標について

① リスク量 $R(P_0)$ は適用保険料 P_0 に対する損失割合を示す。（適用保険料を超えた損失が発生した場合、適用保険料に対して平均何％となるのかを意味する。下のグラフの loss と書いてある面積を適用保険料で割った率。）

$$\begin{aligned}R(P_0)&=\int_{P_0}^{\infty}\frac{(p-P_0)\cdot f(p)}{P_0}dp\\&=\frac{P_0\text{を基準とした}loss}{P_0}\\&=\frac{\text{損失}}{\text{適用保険料}}\end{aligned}$$



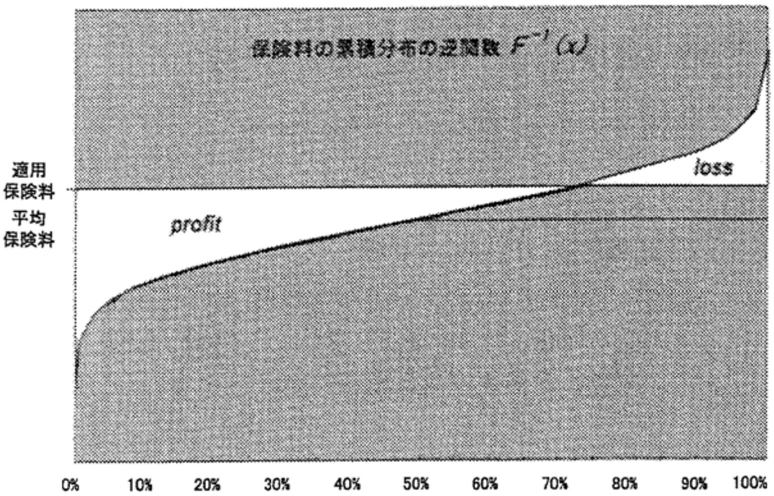
適用保険料が高ければ高いほどリスク量は減少と考えられるので、$R(P_0)$ は減少関数となる。実際、$p_1<p_2$ ならば、

$$
\begin{aligned}
R(p_1) &= \int_{p_1}^{\infty} \frac{(p-p_1)\cdot f(p)}{p_1} dp \\
&> \int_{p_1}^{p_2} \frac{(p-p_1)\cdot f(p)}{p_1} dp + \int_{p_2}^{\infty} \frac{(p-p_2)\cdot f(p)}{p_2} dp \\
&> \int_{p_2}^{\infty} \frac{(p-p_2)\cdot f(p)}{p_2} dp = R(p_2)
\end{aligned}
$$

である。マージンを考慮すれば適用保険料P_0は平均保険料よりも大きくなるため、$R(P_0)$ $< R(E(P))$となる。なお、潜在的リスク量$R(E(P))$は、その保険料分布において一意に決定するリスク量であり、その適用保険料中最大のリスク量と考えられる。

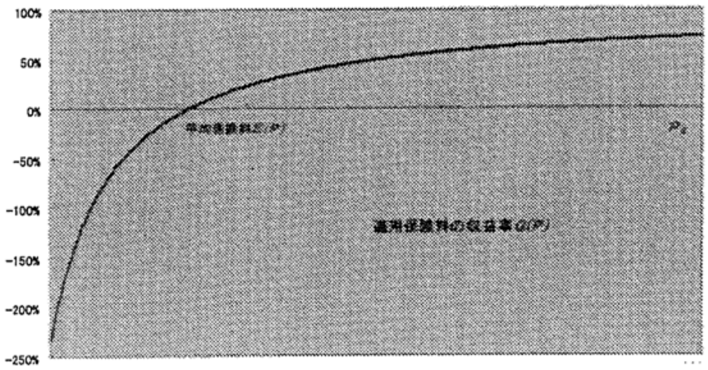
② 収益率$G(P_0)$ は、適用される保険料P_0に対する損益割合を意味する。(損益が適用保険料に対して平均何％となるのかを意味する。下のグラフの profit の面積から loss の面積を差し引いて適用保険料で割った率。)

$$
\begin{aligned}
G(P_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(P_0-p)\cdot f(p)}{P_0} dp \\
&= \frac{profit - loss}{P_0} \\
&= \frac{\text{損益}}{\text{適用保険料}}
\end{aligned}
$$



また、収益率$G(P_0)$ は、次のとおりP_0 に対する平均保険料$E(P)$の割合で表される増加関数となり、$G(E(P)) = 0$ となる。

$$
\begin{aligned}
G(P_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(P_0-p)\cdot f(p)}{P_0} dp \\
&= \frac{P_0 - E(P)}{P_0} \\
&= 1 - \frac{E(P)}{P_0}
\end{aligned}
$$



（4） 決定論的手法との比較まとめ

＜概要イメージ：養老保険の純保険料の場合（一時払、期間１年）＞

○ 従来の計算方法（決定論的手法）

すべて定数（マージンは考慮）

$$P_{x:\overline{1|}} = \frac{\overline{M}_{x+1} - \overline{M}_x + D_{x+1}}{N_{x+1} - N_x}$$

⇒ **保険料がユニークに決定**

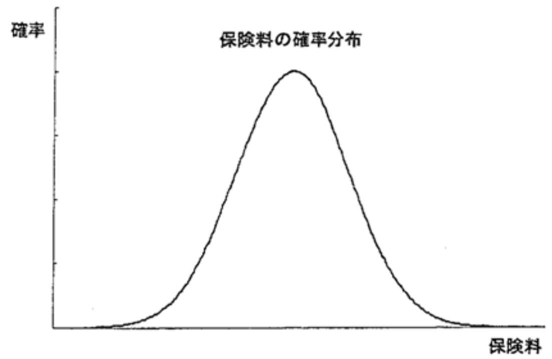
⇩ 基数を用いるのではなく、各基礎率を確率変数と見なす

○ 確率変数による考察（確率論的手法）

$$P_{x:\overline{1|}} = \frac{Q_x \cdot (1+I_0)^{1/2} + (1-Q_x)}{1+I_0}$$

⇒ **保険料の確率分布が決定** ⇒ **リスクを評価し保険料を決定**

すべて確率変数（マージンは未考慮）



	決定論的手法（従来型）	確率論的手法
計算式	簡便（基数により記載可能）	複雑
解の算出方法	算式評価	一般的にモンテカルロ法 （一意には求まらない）
計算量	少	多
マージン	基礎率に考慮 （利源別マージン）	保険料決定時に考慮（基礎率には考慮されない。総合収益的なマージン）
適用保険料	算式の解	保険料分布からリスク評価し決定
責任準備金	算式の解	適用保険料よりリスク評価し決定

３．保険料分布の具体的考察

（１）養老保険および定期保険の保険料

具体的な考察として、養老保険および定期保険の年払・一時払の純保険料ベースを考える。

① 養老保険、年払、純保険料ベース、保険金額１

成立する式は、ファクラーの再帰式より、

$$V_{x+t+1} = \frac{1}{1-Q_{x+t}} \cdot \left\{ \left(V_{x+t} + P \right) \cdot \left(1 + I_t \right) - Q_{x+t} \cdot \left(1 + I_t \right)^{1/2} \right\} \qquad (\ t \ = \ 0,1,\cdots,n-1)$$

n：保険期間を示す定数

V_{x+t}：経過ｔ時点の積立金額を表す確率変数。$V_x = 0$、$V_{x+n} = 1$

なお、変数I_tおよびQ_{x+t}はマージンを見込まない粗ベースであり、V_{x+t}およびPは変数I_tおよびQ_{x+t}により求められる。（見やすくするため、以下では確率変数は小文字で記載した。）

ここで、この方程式の解（Pの確率密度関数）を求める。

$$\left(1-q_x\right) \cdot V_{x+1} = P \cdot \left(1+i_0\right) - q_x \cdot \left(1+i_0\right)^{1/2} \qquad \cdot\cdot\cdot (1)$$

$$\left(1-q_{x+1}\right) \cdot V_{x+2} = \left(V_{x+1} + P\right) \cdot \left(1+i_1\right) - q_{x+1} \cdot \left(1+i_1\right)^{1/2} \qquad \cdot\cdot\cdot (2)$$

$$\left(1-q_{x+2}\right) \cdot V_{x+3} = \left(V_{x+2} + P\right) \cdot \left(1+i_2\right) - q_{x+2} \cdot \left(1+i_2\right)^{1/2} \qquad \cdot\cdot\cdot (3)$$

・

・

・

$$\left(1-q_{x+n-1}\right) = \left(V_{x+n-1} + P\right) \cdot \left(1+i_{n-1}\right) - q_{x+n-1} \cdot \left(1+i_{n-1}\right)^{1/2} \qquad \cdot\cdot\cdot (\mathrm{n})$$

$(1) \times (1+i_1) + (2) \times (1-q_x)$により$V_{x+1}$を消去して、終価ベースの第２保険年度末の等式を求めれば、

$$\begin{aligned}\left(1-q_x\right) \cdot \left(1-q_{x+1}\right) \cdot V_{x+2} = {} & P \cdot \left(1+i_0\right) \cdot \left(1+i_1\right) + \left(1-q_x\right) \cdot P \cdot \left(1+i_1\right) \\ & - q_x \cdot \left(1+i_0\right)^{1/2} \cdot \left(1+i_1\right) - \left(1-q_x\right) \cdot q_{x+1} \cdot \left(1+i_1\right)^{1/2}\end{aligned}$$

となる。同様にしてV_{x+t}を消去すれば、以下のとおりとなる。

$$\prod_{k=0}^{n-1} \left(1+q_{x+k}\right) = \sum_{k=0}^{n-1} \left(1-q_x\right) \cdots \left(1-q_{x+k-1}\right) \cdot \left\{ P\left(1+i_k\right) - q_{x+n-1-k} \cdot \left(1+i_k\right)^{1/2} \right\} \cdot \left(1+i_{k+1}\right) \cdots \left(1+i_{n-1}\right)$$

よって、Pが以下のとおり求まる。（満期時（終価ベース）の等式となる。）

$$P = \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \left(1-Q_x\right) \cdots \left(1-Q_{x+k-1}\right) \cdot Q_{x+k} \cdot \left(1+I_k\right)^{1/2} \cdot \left(1+I_{k+1}\right) \cdots \left(1+I_{n-1}\right) + \prod_{t=0}^{n-1} \left(1-Q_{x+t}\right)}{\displaystyle\prod_{t=0}^{n-1} \left(1+I_t\right) + \sum_{k=1}^{n-1} \left(1-Q_x\right) \cdots \left(1-Q_{x+k-1}\right) \cdot \left(1+I_k\right) \cdot \left(1+I_{k+1}\right) \cdots \left(1+I_{n-1}\right)}$$

② 養老保険、一時払、純保険料ベース、保険金額１

①と同様の計算を行えば、以下のとおりとなる。(③以降も同様)

$$P=\frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1-Q_x)\cdots(1-Q_{x+k-1})\cdot Q_{x+k}\cdot(1+I_k)^{1/2}\cdot(1+I_{k+1})\cdots(1+I_{n-1})+\prod_{t=0}^{n-1}(1-Q_{x+t})}{\prod_{t=0}^{n-1}(1+I_t)}$$

③　定期保険、年払、純保険料ベース、保険金額 1

$$P=\frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1-Q_x)\cdots(1-Q_{x+k-1})\cdot Q_{x+k}\cdot(1+I_k)^{1/2}\cdot(1+I_{k+1})\cdots(1+I_{n-1})}{\prod_{t=0}^{n-1}(1+I_t)+\sum_{k=1}^{n-1}(1-Q_x)\cdots(1-Q_{x+k-1})\cdot(1+I_k)\cdot(1+I_{k+1})\cdots(1+I_{n-1})}$$

④　定期保険、一時払、純保険料ベース、保険金額 1

$$P=\frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1-Q_x)\cdots(1-Q_{x+k-1})\cdot Q_{x+k}\cdot(1+I_k)^{1/2}\cdot(1+I_{k+1})\cdots(1+I_{n-1})}{\prod_{t=0}^{n-1}(1+I_t)}$$

（2）　説明変数を具体的に設定

Q_{x+t}: 正規分布 $N(q_{x+t}, \dfrac{q_{x+t}\cdot(1-q_{x+t})}{N_{x+t}})$ に従う確率変数とする。N_{x+t} は契約数とし、生保標準生命表の補整用標本数の 2%(*1)とした。q_{x+t} は x+t 歳、男性の予定死亡率（生保標準生命表 1996 の粗死亡率）とした。(Q_i および Q_j （$i\neq j$）は互いに独立である。)

I_t : 正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ に従う確率変数とし、$\mu=1.75\%$ 、$\sigma=1.5\%$ (*2)とする。(I_i および I_j （$i\neq j$）は互いに独立である。また、Q_i および I_j も互いに独立。)

(*1) 生保標準生命表の補整用標本数は 400 万件を正規分布させて算出している。今回の 2%の場合、30 歳で 1,598、40 歳で 2,133、50 歳で 1,813 となる。この 2%を用いた理由は、これより大きい契約数を用いると死亡率による分散がはっきりでなかったためであり、契約時の契約数から死亡率を反映させ毎年逓減させなかった理由も同様である。実際に用いる契約数は会社実態により近い契約数を使用することが望ましいと考えるが、1 歳別の契約数を取ってくると他の年齢とのリスク分散によるリスク緩和が考慮されないのである程度の年齢群団やその保険契約全体の契約数等を考慮することが妥当ではないかと考える。

(*2) 期待収益率 1.75%については、現行の標準利率 1.5%から、告示第４８号の標準

利率算定式の安全係数より 1.0%部分が 10%、1.0%を超える 0.5%部分が 25%、それぞれ安全が見込まれているものとして逆算し 1.75%を算出した。標準偏差については過去の債券価格のヒストリーを参考に設定した。なお、期待収益率については様々なシナリオが考えられており、他のシナリオについては参考文献を参照していただきたい。

この確率変数を用いて（1）で求めたPの分布を評価する必要がある。しかし、Pの算式が非常に複雑であるため、Pの分布をダイレクトに算式で評価することは困難と考えられる。そのため、それぞれの確率変数についてその確率分布に従いランダムに発生させた値からPを計算し、その保険料分布を求めるというシミュレーション（モンテカルロ法）により評価することとする。

（3） 試算結果（次頁以降のグラフ参照）

シナリオ 2,000 本を用意し、各シナリオについて、前述の算式によりPの分布を求める。

また、適用する保険料として、以下の基礎率による保険料（決定論的に求めた保険料。仮に有配当水準および無配当水準という。）との比較を行った。

○ 有配当水準　予定利率：1.50%、予定死亡率：生保標準生命表（$u(\varepsilon)=2.0$）

○ 無配当水準　予定利率：1.65%、予定死亡率：生保標準生命表（ただし、$u(\varepsilon)=1.5$）

（○ 確率変数の平均　予定利率：1.75%、予定死亡率：生保標準生命表（ただし、$u(\varepsilon)=0$））

（4） 結果の考察

■ 養老保険の潜在的リスク量は、保険期間が長いほど大きくはなるが、1%～2%程度と比較的小さかった。逆に、定期保険の潜在的リスク量は、期間が長いほど、また、年齢が上昇するほどリスク量は小さくなるが、3%～10%程度と大きな値を示した。

■ 養老保険の無配当水準の適用保険料について、収益率は 0%～1%程度で小さく、リスク量も 1%程度と小さい。定期保険の無配当水準の適用保険料については、収益率は 10%程度と大きいが、リスク量は 0～4%と幅があった。

■ 定期保険の場合は、年払と一時払ではリスク量・収益率どちらもほぼ同じであった。養老保険の場合は、一時払の方が年払よりも 50%程度リスク量・収益率が増加した。払方により形状はあまり変わらなかったが、養老保険の高齢については一時払の収益率がかなり減少した。（無配当、70 歳、5 年で年払 0.7%、一時払 0.4%）これは、高齢における死差益が一時払いにすることで得られなくなるためと考えられる。

■ この前提条件の下では、養老保険はローリスク・ローリターン、定期保険はハイリスク・ハイリターンであると言える。リスクコントロールを行う上では、一般的に適用保険料のリスク量は一定であることが望ましいと考えられるため、比較的リスク量の安定している養老保険の適用保険料の方が定期保険よりも妥当と考えられる。

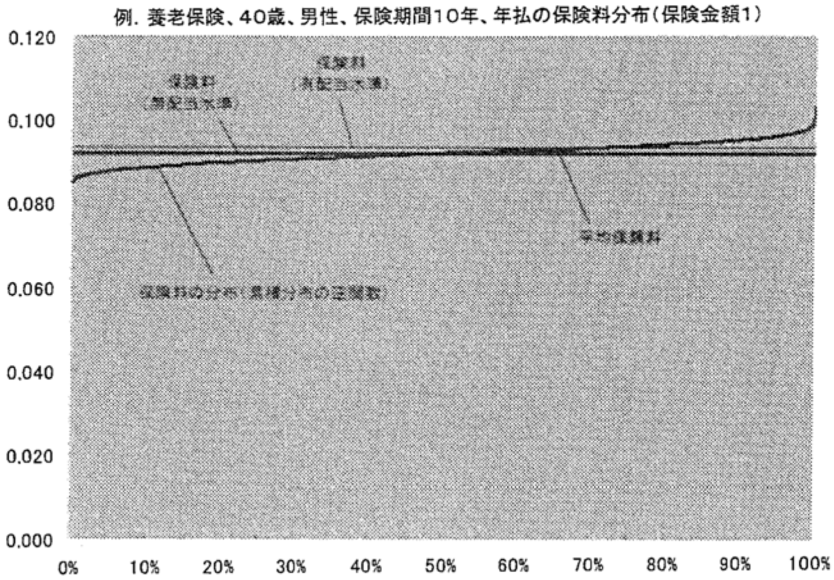
■ なお、定期保険の 60 歳、5 年の収益率の値が低いのは、当該年齢の生保標準生命表が第 5 回全会社生命表の頭打ちに該当するためである。

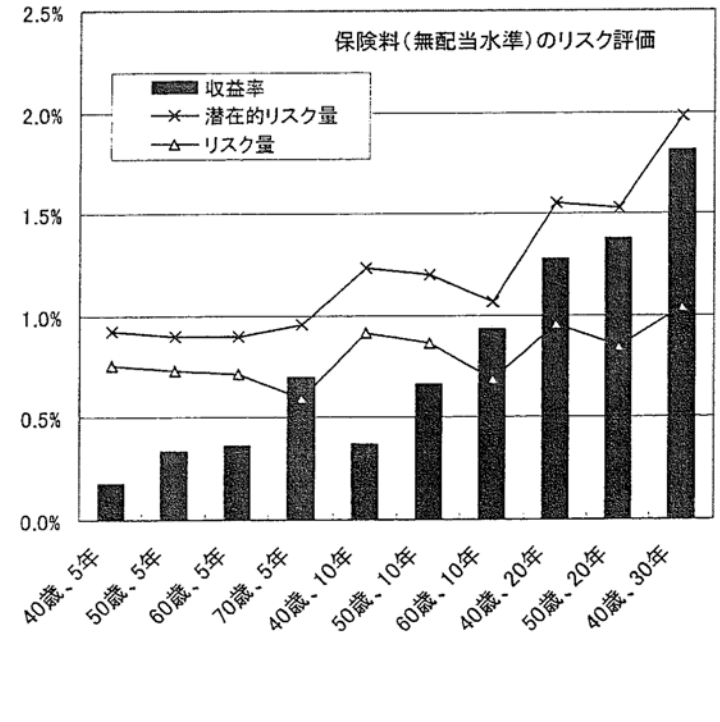
（保険金額 100万円につき円）

養老保険、年払

年齢	保険期間	保険料結果 min	5%	50%	95%	95%/5%	max	max/min	潜在的リスク量	適用保険料のリスク評価 無配当水準 保険料	収益率	リスク量	有配当水準 保険料	収益率	リスク量
40	5	177,903	183,921	190,722	197,534	107%	204,875	115%	0.9%	191,057	0.2%	0.8%	191,934	0.6%	0.6%
50	5	179,072	184,767	191,427	198,361	107%	205,091	115%	0.9%	192,065	0.3%	0.7%	192,958	0.8%	0.5%
60	5	180,417	187,362	194,221	201,202	107%	208,507	116%	0.9%	194,921	0.4%	0.7%	195,867	0.8%	0.5%
70	5	188,098	193,353	200,542	207,835	107%	215,626	115%	1.0%	201,955	0.7%	0.6%	203,055	1.2%	0.4%
40	10	84,761	87,614	91,899	96,046	110%	103,074	122%	1.2%	92,240	0.4%	0.9%	93,028	1.2%	0.6%
50	10	85,004	88,848	93,048	97,588	110%	105,051	124%	1.2%	93,672	0.7%	0.9%	94,481	1.5%	0.6%
60	10	87,577	92,517	96,561	101,002	109%	105,319	120%	1.1%	97,472	0.9%	0.7%	98,346	1.8%	0.4%
40	20	37,908	40,176	42,882	45,639	114%	49,464	130%	1.6%	43,437	1.3%	1.0%	44,156	2.9%	0.5%
50	20	40,565	42,495	45,201	47,946	113%	50,874	125%	1.5%	45,831	1.4%	0.8%	46,581	3.0%	0.4%
40	30	23,082	25,648	27,567	29,623	115%	32,021	139%	2.0%	28,076	1.8%	1.0%	28,755	4.1%	0.4%

例. 養老保険、40歳、男性、保険期間10年、年払の保険料分布（保険金額1）



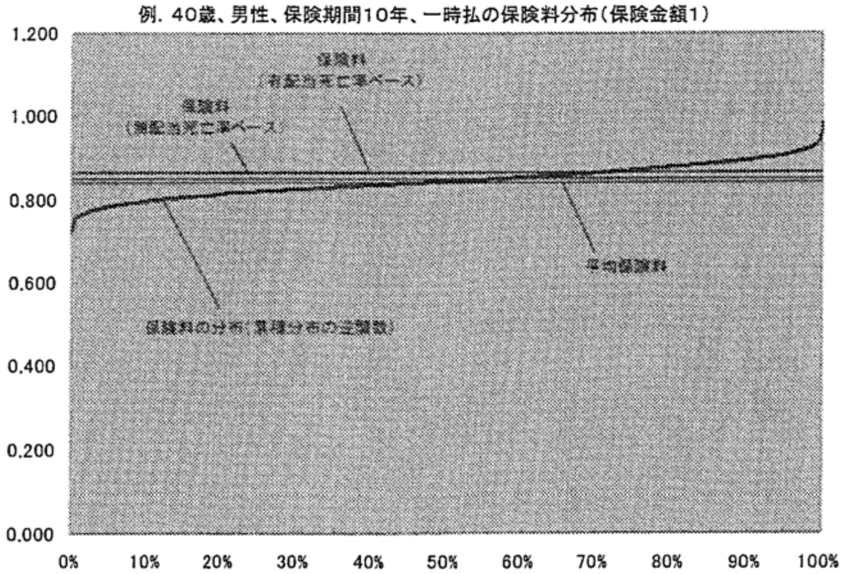


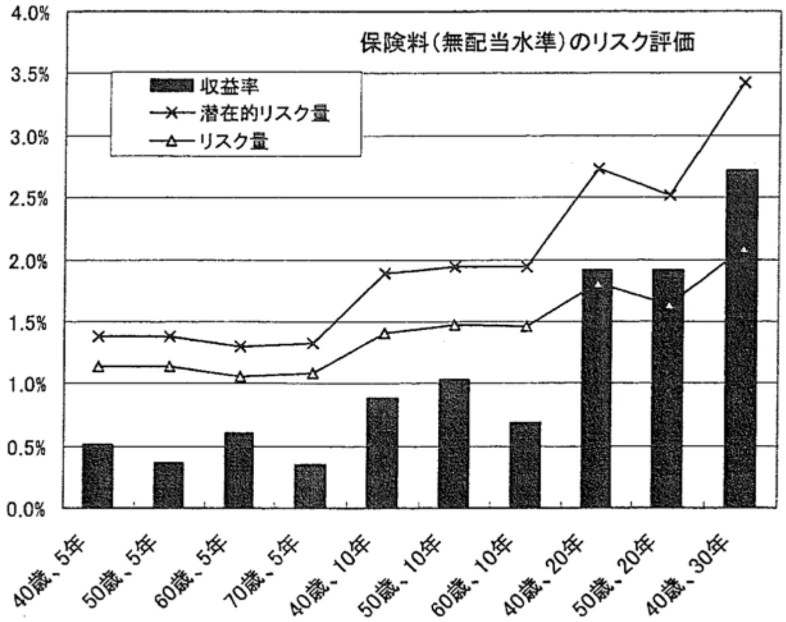
（保険金額 100万円につき円）

養老保険、一時払

年齢	保険期間	保険料結果							潜在的リスク量	適用保険料のリスク評価					
										無配当水準			有配当水準		
		min	5%	50%	95%	95%/5%	max	max/min		保険料	収益率	リスク量	保険料	収益率	リスク量
40	5	811,446	867,512	917,065	968,022	112%	1,054,996	130%	1.4%	921,759	0.5%	1.1%	928,571	1.2%	0.8%
50	5	807,165	869,628	918,950	968,914	111%	1,018,172	126%	1.4%	922,233	0.4%	1.1%	929,012	1.1%	0.8%
60	5	826,002	873,769	918,007	968,150	111%	1,017,285	123%	1.3%	923,544	0.6%	1.1%	930,236	1.3%	0.8%
70	5	834,495	877,547	923,386	970,980	111%	1,032,386	124%	1.3%	926,636	0.4%	1.1%	933,128	1.0%	0.8%
40	10	721,679	783,818	843,038	905,603	116%	982,698	136%	1.9%	850,504	0.9%	1.4%	863,060	2.3%	0.9%
50	10	727,796	783,927	843,851	914,509	117%	983,717	135%	1.9%	852,682	1.0%	1.5%	865,098	2.5%	0.9%
60	10	735,171	792,487	852,339	915,800	116%	992,649	135%	1.9%	858,146	0.7%	1.5%	870,221	2.1%	0.9%
40	20	589,250	645,147	714,433	794,675	123%	889,386	151%	2.7%	728,358	1.9%	1.8%	749,627	4.7%	0.9%
50	20	583,215	656,508	725,244	801,868	122%	893,463	153%	2.5%	739,403	1.9%	1.6%	760,071	4.6%	0.8%
40	30	478,780	547,497	617,182	703,400	128%	782,658	163%	3.4%	634,434	2.7%	2.1%	661,313	6.7%	0.9%

例. 40歳、男性、保険期間10年、一時払の保険料分布（保険金額1）



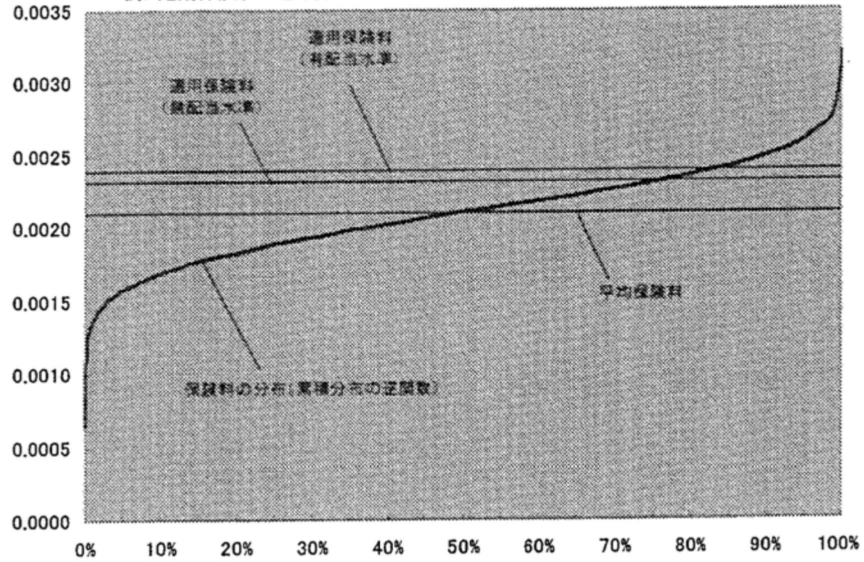


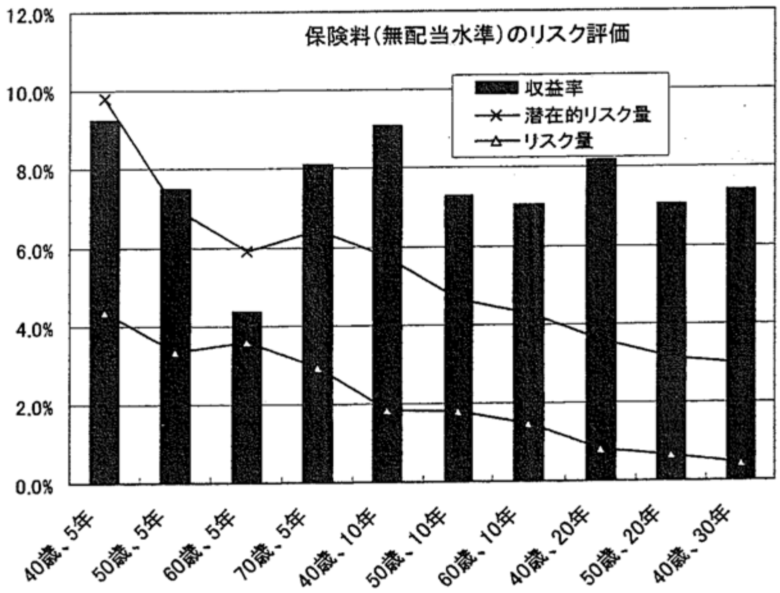
（保険金額 100万円につき円）

定期保険、年払

年齢	保険期間	保険料結果							潜在的リスク量	適用保険料のリスク評価					
										無配当水準			有配当水準		
		min	5%	50%	95%	95%/5%	max	max/min		保険料	収益率	リスク量	保険料	収益率	リスク量
40	5	390	993	1,652	2,263	228%	2,885	739%	9.8%	1,820	9.2%	4.3%	1,884	12.3%	3.2%
50	5	1,793	2,975	4,139	5,330	179%	6,594	368%	7.0%	4,474	7.5%	3.3%	4,592	9.9%	2.5%
60	5	4,460	8,486	11,219	13,864	163%	16,140	362%	5.9%	11,729	4.3%	3.6%	12,009	6.6%	2.7%
70	5	10,681	20,365	27,396	34,675	170%	41,859	392%	6.4%	29,811	8.1%	2.9%	30,560	10.4%	2.2%
40	10	648	1,583	2,108	2,594	164%	3,210	495%	5.7%	2,318	9.1%	1.8%	2,393	11.9%	1.1%
50	10	3,043	4,426	5,514	6,631	150%	7,988	262%	4.6%	5,946	7.3%	1.8%	6,096	9.6%	1.2%
60	10	8,855	11,336	13,667	16,077	142%	19,833	224%	4.3%	14,699	7.0%	1.5%	15,055	9.2%	0.9%
40	20	2,714	3,067	3,628	4,186	136%	4,761	175%	3.6%	3,951	8.2%	0.8%	4,072	10.9%	0.4%
50	20	6,862	7,944	9,073	10,235	129%	11,401	166%	3.1%	9,760	7.0%	0.7%	10,028	9.5%	0.3%
40	30	4,770	5,461	6,226	6,966	128%	7,999	168%	3.0%	6,723	7.4%	0.5%	6,948	10.4%	0.2%

例. 定期保険、40歳、男性、保険期間10年、年払の保険料分布（保険金額1）



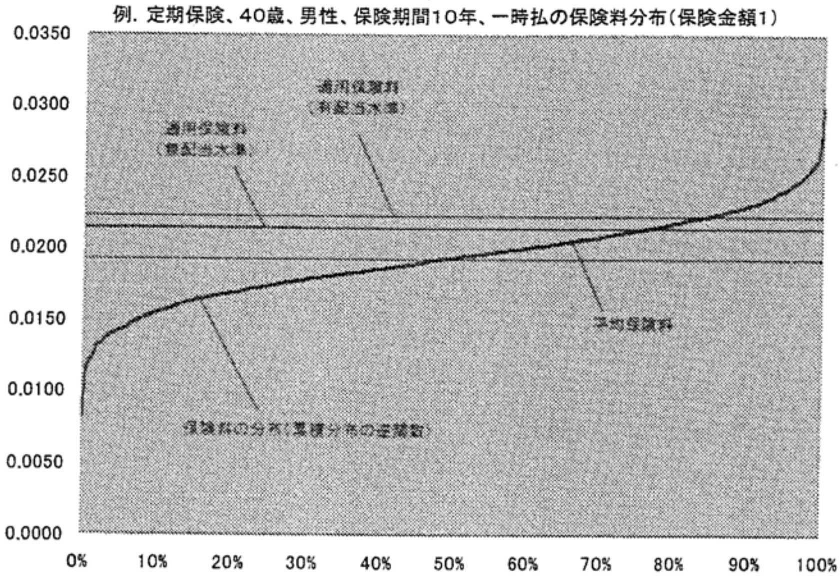


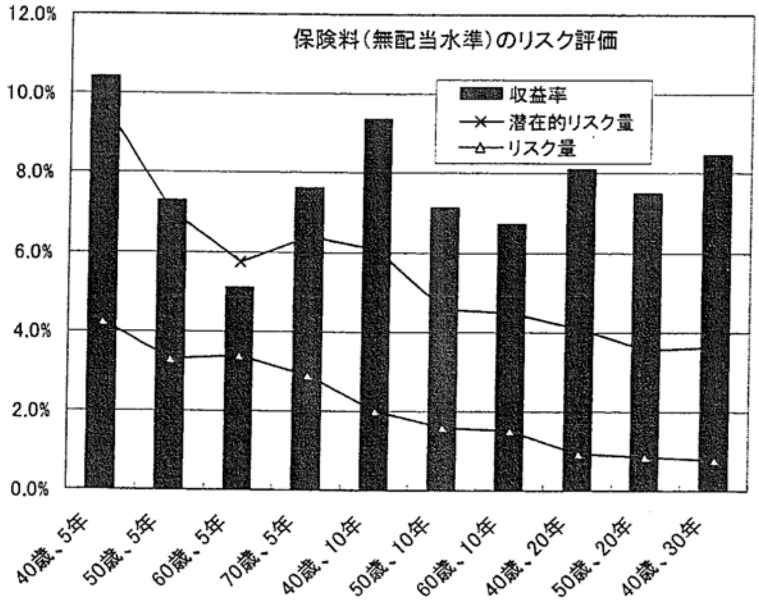
（保険金額 100万円につき円）

定期保険、一時払

年齢	保険期間	保険料結果							潜在的リスク量	適用保険料のリスク評価					
										無配当水準			有配当水準		
		min	5%	50%	95%	95%/5%	max	max/min		保険料	収益率	リスク量	保険料	収益率	リスク量
40	5	607	4,725	7,865	10,859	230%	13,572	2234%	9.6%	8,780	10.4%	4.2%	9,110	13.7%	3.0%
50	5	8,786	13,899	19,917	25,515	184%	32,448	369%	7.0%	21,480	7.3%	3.3%	22,110	9.9%	2.4%
60	5	27,476	40,210	52,748	65,267	162%	79,154	288%	5.7%	55,570	5.1%	3.4%	57,040	7.5%	2.4%
70	5	51,711	91,153	126,388	159,581	175%	192,758	373%	6.4%	136,780	7.6%	2.9%	140,440	10.0%	2.1%
40	10	8,085	14,224	19,368	24,178	170%	29,838	369%	6.1%	21,370	9.4%	2.0%	22,200	12.8%	1.2%
50	10	31,227	40,915	50,270	59,443	145%	69,743	223%	4.5%	54,120	7.1%	1.6%	55,820	9.9%	0.9%
60	10	80,065	99,876	120,729	142,389	143%	159,926	200%	4.5%	129,410	6.7%	1.5%	133,220	9.4%	0.9%
40	20	38,823	51,277	60,889	70,799	138%	81,712	210%	4.1%	66,250	8.1%	0.9%	69,130	11.9%	0.4%
50	20	96,186	124,969	145,665	167,256	134%	191,105	199%	3.5%	157,460	7.5%	0.8%	163,630	11.0%	0.4%
40	30	102,139	120,473	139,099	160,738	133%	189,151	185%	3.6%	151,930	8.4%	0.8%	159,790	12.9%	0.2%

例. 定期保険、40歳、男性、保険期間10年、一時払の保険料分布(保険金額1)





4．適用保険料の決定方法

3では、実際に適用されている保険料について、そのリスク量や収益率を分析した。ここでは、求めた保険料分布に基づいて、リスク等を考慮したいくつかの適用保険料の決定方法についての考察を試みる。

（1）リスク量が一定と見なした場合

個々の契約において、その保険契約のリスクに応じた保険料を課すことが契約者間の公平性を維持するためには妥当と考えられる。（3でのリスク評価のとおり、定期保険は保険期間が短いほどリスクが高く、養老保険は保険期間が長いほどリスクが高い。従来のように年齢・性別死亡率のみ安全をみるのではなく、保険期間の長短等も加味した全体的なリスク評価が確率論的手法では可能である。）この考えからそれぞれのリスク量を一致させるものとして保険料を求め、無配当水準の保険料との比較を試みた。リスク量の基準は定期保険、養老保険ともに40歳、10年のリスク量に一致することとした。

養老保険、無配当、年払

年齢	保険期間	保険料	現行保険料に対する比率	リスク量	収益率
40	5	190,471	99.7%	0.91%	−0.1%
50	5	191,322	99.6%	0.91%	−0.1%
60	5	194,106	99.6%	0.91%	−0.1%
70	5	200,540	99.3%	0.91%	0.0%
40	10	92,241	100.0%	0.91%	0.4%
50	10	93,569	99.9%	0.91%	0.6%
60	10	96,937	99.5%	0.91%	0.4%
40	20	43,487	100.1%	0.92%	1.4%
50	20	45,753	99.8%	0.91%	1.2%
40	30	28,185	100.4%	0.91%	2.2%

定期保険、無配当、年払

年齢	保険期間	保険料	現行保険料に対する比率	リスク量	収益率
40	5	1,993	109.5%	1.81%	17.1%
50	5	4,718	105.5%	1.81%	12.3%
60	5	12,369	105.5%	1.81%	9.3%
70	5	30,982	103.9%	1.81%	11.6%
40	10	2,318	100.0%	1.81%	9.1%
50	10	5,938	99.9%	1.81%	7.1%
60	10	14,514	98.7%	1.81%	5.8%
40	20	3,797	96.1%	1.81%	4.5%
50	20	9,346	95.8%	1.81%	2.9%
40	30	6,373	94.8%	1.81%	2.3%

■ 養老の収益率はほぼ一定しているため、リスク量を一定水準としても保険料は大きくは変動しなかった。年齢40～60歳、保険期間5年の収益率は負となり、リスク量を一定とする場合は平均保険料を下回ることとなった。期間が短いほど潜在的なリスク量はかなり小さくなることがわかる。

■ 定期保険については、期間が短く年齢が低いほど保険料が増加し、期間が長く年齢が高いほど保険料は減少した。

（2）需要曲線から決定する場合

需要曲線を用いた場合の保険料算定はマクロプライシングによる手法がある。マクロプライシングによる手法は、予定事業費を考慮した営業保険料において、需要増加による固定費の割合が減少することから最大収益を決定する手法である。ここでは、純保険料ベースによる収益率およびリスク量の観点から考察を行う。

① 収益率を用いて収益を最大とする

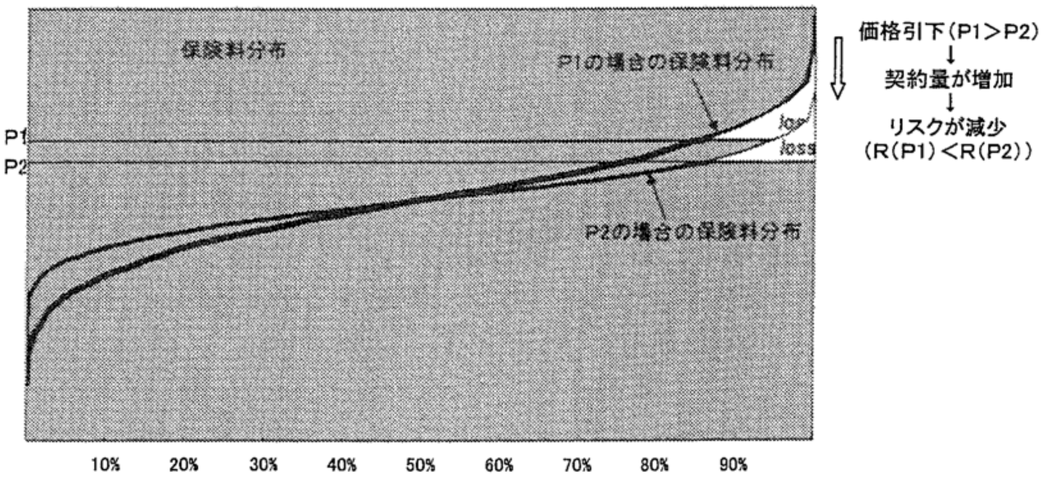
需要曲線を$D = f(P)$（D：需要）とすれば、収益率$G(P) = 1 - \frac{E(P)}{P}$を用いて収益

は、$G(P)\times D = G(P)\cdot f(P) = \left(1-\dfrac{E(P)}{P}\right)\cdot f(P)$ となる。$G(P)$ は増加関数、$f(P)$ は減少関数なので（すなわち、保険料が増加すれば収益率は上昇するが、契約量は小さくなる）、収益の最大値を持つ可能性があり、$\dfrac{d}{dP}\left\{\left(1-\dfrac{E(P)}{P}\right)\cdot f(P)\right\} = \dfrac{df(P)}{dP} + f(P)\cdot\dfrac{E(P)}{P^2} = 0$ の方程式が $P > E(P)$ で解を持てば、それが最大値の候補となる。

② リスクを最小とする

①と同様、需要曲線を $D = f(P)$（D：需要）とすれば、リスク量 $R(P_0)$を用いてリスクは、$R(P)\times D = R(P)\cdot f(P)$ となる。$R(P)$ および $f(P)$ はどちらも減少関数なのでリスクを最小とする場合には解は存在しない。すなわち、保険料が高ければ高いほど、契約量も小さく安全を見積もることとなるのでリスクは小さくなる。

ただし、死亡率は契約数 N に依存する確率変数であることを考えれば、需要 D が増加し契約数が増加すると分散が小さくなり死亡率によるリスクは減少する。リスク量を適用保険料 P と需要 D の 2 変数によるものとし $G(P,D)$ で表せば、$G(P,D)$ は D について減少関数となる。よって、適用保険料 P を減少させることで需要 D が増加し、（契約数が増えることで）リスク $G(P,D)$ が減少する可能性が出てくる。すなわち、リスク $G(P,D)\times D = G(P, f(P))\times f(P)$ はリスクの最小値を持つ可能性があり、$P > E(P)$ で 1 階微分＝0 が解を持てば、それが最小値の候補となる。

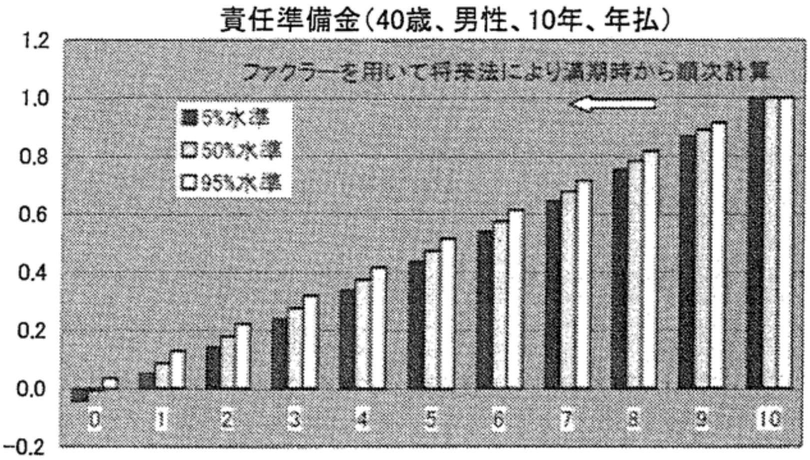


なお、このリスクを最小化させる議論では予定利率については議論できず、予定利率リスクについてリスク最小化を図るのであれば、保険料を引き上げるという結論しか導けない。価格競争については予定死亡率（リスク減少）および（マクロプライシングで考えられる）予定事業費率（固定費割合減少）についてのみ有効なのではないかと考えられる。

5．責任準備金の考察

ここでは、適用保険料が定まった際の妥当な責任準備金についての簡単な考察を行う。

保険料は適用保険料を用いてモンテカルロ法により責任準備金の分布を算出する。算式は3．(1)で考察したようにファクラーを用いて計算する。ただし、過去法で計算すれば満期時の積立金額が変動することとなりその変動分は満期時の損益を表すこととなる。ここでは、妥当な責任準備金額を求めるために、満期時の責任準備金を固定し、契約時に遡って毎年の責任準備金を計算する将来法による計算を行う。（ただし、1件ごとの責任準備金は変動が大きいため、それぞれの保険年度において求めた責任準備金をソートする。）



保険金額1、適用保険料0.09224(無配当水準)の場合

水準	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目	10年目
5%水準	−0.043	0.049	0.143	0.238	0.336	0.435	0.539	0.644	0.753	0.867	1.000
50%水準	−0.006	0.086	0.180	0.276	0.373	0.473	0.575	0.678	0.782	0.890	1.000
95%水準	0.036	0.128	0.223	0.318	0.416	0.514	0.614	0.716	0.816	0.915	1.000

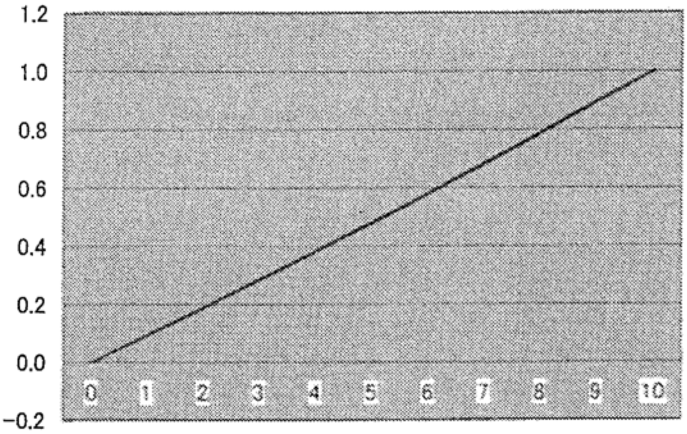
■ 平均的な 50％水準の責任準備金では、契約時点での値はマイナスとなる。これは、責任準備金の計算自体は平均的に粗ベースで計算しているが、その保険料自体がリスクを見込んだ高目の設定（マージン）となっているためである。この 50％水準の責任準備金を積み立てれば、初年度に保険料のマージン相当分を収益認識することとなってしまう。

■ 契約時点の必要資産を0とし、かつ、保険料に見込んだマージンを契約全体で一様に収益認識するために、初期値が0となる水準の責任準備金を採用することが考えられる。

■ この手法を採用すれば、採用した適用保険料に応じた責任準備金が求められることとなり、また、予定死亡率リスクや予定利率リスク等の全体のリスクを考慮した外枠での保険料に対する責任準備金が比較的簡単に求まる。従来型の決定論的手法であれば、外枠の保険料を設定した場合、それぞれの予定死亡率および予定利率にマージンを割り振らなければ責任準備金は求まらないこととなる。（なぜなら、責任準備金計算時には各年の予定死亡率・予定利率を用いて計算するが、その各基礎率は保険料とマッチしている必要がある。）

この例の場合、実際の契約時点の責任準備金において 0 となる水準は、62％水準であった

ので適用する責任準備金は以下のとおりとなる。決定論的に求めた無配当水準の責任準備金とも水準は今回ほぼ一致したが、確率変数である各基礎率の設定によっては異なってくるものと考えられる。



水準	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目	10年目
62%	0.000	0.093	0.187	0.283	0.381	0.481	0.581	0.684	0.788	0.895	1.000
無配当水準のV	0.000	0.092	0.186	0.282	0.379	0.478	0.578	0.681	0.785	0.892	1.000
比率	−	99.3%	99.5%	99.4%	99.4%	99.3%	99.5%	99.5%	99.7%	99.7%	100.0%

(*) 無配当水準のVは従来の決定論的手法により求めた責任準備金

6．おわりに

決定論的な保険料の計算方法ではマージンを考慮しているが、基本的に平均値を用いた計算結果となる。そのため、実際の保険料分布が実はリスクの高い形状を示しているかどうかの判断は困難である。そういった観点から、今回の試算を試みたが、保険種類や保険期間等によりリスク特性が現れており、興味深い結果となった。ただし、当然のことながら、今回は単純な仮の前提条件（全ての確率変数を正規分布、互いに独立）を設定したが、実際には会社ごとの特性を反映した条件設定となり、リスク特性も異なったものとなる。また、新たな変数（解約率・事業費率・内容変更等が生じるを起こす割合・還元率（配当割合）・チルメル評価等）の必要性や異なる考え方（例えばマクロプライシング）の導入も考慮した総合的なリスク評価が必要となるであろう。

今回は議論をしていないが、契約全体としてのリスク特性という考え方も重要である。確率変数自体の特性としてQ_{x+t}およびI_tは全く異なる性質を持っている。大数の法則が働き、契約量が増大すればするほど平均値に収束するQ_{x+t}に比べ、I_tは契約量が増えてもリスクは減少しない（すなわち、ｔが同じ場合、別の契約群団ごとの$Q_{x+t}^{(j)}$は互いに独立と考えられるが、$I_t^{(j)}$は強い正の相関を示す）。前述の結果では、定期保険のリスク量は養老保険を上回ったが、契約量がある一定以上になれば定期保険のリスク量は養老保険のリスク量を下回ることになるであろう。

最後に、今回は既に適用されている保険料に対するリスク評価を試みたが、今後、この手法で算出された保険料分布からダイレクトに適用保険料を求めるといったことも考えられる。説明変数の設定をどうするのか、適用保険料算定にあたってのリスク評価水準をどうするか等の様々な課題も存在するが、こういったリスク評価による保険料算定方法を検討しておくのも良いのではないだろうか。

以　上

A study on premium calculation method by probability theory

Iwao Kanazawa

Traditionally, premium is calculating by using fixed mortality rate and fixed interest rate with profit margin as basic rate. There are many advantages in that way since it's easy to calculate premium by a commutation table and so on. But since each basic rate as a risk factor are fixed, it does not become what reflected the risk synthetically.

In this paper, considering that each basic rate a random variable, I tried on estimating probability distributions of premium by the Monte Carlo simulation. And introducing the new risk index, I evaluated the risk of premium already used by comparing with the estimated probability distributions.