# 5　付録A

この章では、責任準備金に関する実務的な問題について、詳細な研究を試みた。第5.1節は、解約に関する責任準備金問題を扱う。第5.2節は、配当に関する責任準備金問題を扱う。第5.3節は、間接法を利用する上で考慮する必要のあるフランチャイズ・バリュー（営業権）と、責任準備金を計算する上で避けられない問題であるオープン／クローズド問題を取り扱う。この二つを同時に取り扱うのは、これらが互いに関連した問題であるからである。第5.4節は、IASCの保険論点書の論点7Dに関する考察を加えている。

## 5.1　解約返戻金と解約率

さて、第2.3.2節で、アクチュアリーの用いる責任準備金の手法が、数理ファイナンスと整合性が取れていると述べたが、数理ファイナンスには、様々なモデル化があり、解約率が含まれるようなモデル化も考えることもできる。

例えば、保険料年払全期払込、保険金即時払の $n$ 年満期養老保険を考える。このとき、$t$年目のロック・フリー方式の営業保険料式責任準備金を ${}_t\overline{V}^{G}_{x:\overline{n}|}$ とし、$t$ 年目の解約返戻金を ${}_t\overline{W}_{x:\overline{n}|}$ とする。第 $t$ 年度の解約率を $w_t$ として、解約を考慮した責任準備金を簡易的に以下のように表すことも可能である。

$$(1-w_t)\times {}_t\overline{V}^{G}_{x:\overline{n}|} + w_t \times {}_t\overline{W}_{x:\overline{n}|}$$

この公式は、1年以内の解約しか考慮しない簡易的な近似式に過ぎない。

死亡解約脱退残存表を用いて、より複雑なモデル化をすると以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} {}_t\overline{V}^{G*}_{x:\overline{n}|} &= \overline{A}^{*}_{x+t:\overline{n-t}|} - \overline{P}^{G*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}^{*}_{x+t:\overline{n-t}|} + \sum_{s=0}^{n-t-1} v^{s+\frac{1}{2}}\, {}_sp^{*}_{x+t}\, w^{*}_{x+t+s}\, {}_{t+s+\frac{1}{2}}\overline{W}_{x:\overline{n}|} \\ &\quad + \beta\, \overline{P}^{G*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}^{*}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma\, \ddot{a}^{*}_{x+t:\overline{n-t}|} \end{aligned}$$

この式において、「$*$」は、予定死亡率として、死亡解約脱退残存表を使ったものであることを表している。以下、記号の定義を述べる。

${}_tp_x^*$ ： $x$ 才の人が $t$ 年間生存し、かつ加入した保険を解約しない確率

${}_tq_x^*$ ： $x$ 才の人が $t$ 年以内に保険を解約せずに死亡する確率

${}_tw_x^*$ ： $x$ 才の人が $t$ 年以内に解約する確率（解約後に死亡してもよい。）

定義より、${}_tp_x^* + {}_tq_x^* + {}_tw_x^* = 1$ が成立する。また、$\ddot{a}^*_{x:\overline{n}|}$ および $\overline{A}^*_{x:\overline{n}|}$ の定義は以下の通りである。

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}^*_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t\, {}_tp_x^* \\
\overline{A}^*_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}}\, {}_tp_x^*\, q_{x+t}^* + v^n\, {}_np_x^*
\end{aligned}
$$

この時、解約を考慮した営業保険料は次式の収支相等の原則から求める。

$$
\begin{aligned}
\overline{P}^{G*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}^*_{x:\overline{n}|} &= \overline{A}^*_{x:\overline{n}|} + \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}}\, {}_tp_x^*\, w_{x+t}^*\, {}_{t+\frac{1}{2}}\overline{W}_{x:\overline{n}|} \\
&\quad + \alpha + \beta\, \overline{P}^{G*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}^*_{x:\overline{n}|} + \gamma\, \ddot{a}^*_{x:\overline{n}|}
\end{aligned}
$$

（実は、${}_{t+\frac{1}{2}}\overline{W}_{x:\overline{n}|} = {}_{t+\frac{1}{2}}\overline{V}^{G*}_{x:\overline{n}|}$ の場合は、$\overline{P}^{G*}_{x:\overline{n}|} = \overline{P}^{G}_{x:\overline{n}|}$ となるのであるが、本論文ではその証明は省略する。）

しかし、これらの手法の欠点は、解約率 $w$ を把握するのが困難なことにある。この解約率は、様々な要因により変化するからである。また、後者の方法は死亡解約脱退残存表を用いる必要がある。そのため、解約を考慮した責任準備金が一概に優れているとは言い難い。

しかし、責任準備金の時価評価を行う場合、解約返戻金と責任準備金の額が大きく異なる可能性があり、解約率が充分小さい場合を除いて、何らかの手法を用いて、解約を考慮して責任準備金の公正価値を求めるべきであろう。何故なら、解約の発生により損益が発生することが、既に見込まれているからである。

ところで、解約返戻金は、一種の公正価値である。何故なら、契約者は自由に解約でき、その価値を手に入れることができるからである。つまり、数理ファイナンスの考え方で、保険証券を他のオプションと同列に見て評価すれば、その公正価値は、常に解約返戻金以上となる。支払い能力を重視したSAPベース

の会計を考えるならば、契約者の権利である解約返戻金を責任準備期の下限とするのは、妥当な方式であろう。

しかし、GAAP ベースで、支払い能力ではなく将来の利益を考える場合、保険契約は投資目的に使用される金融商品ではないため、保険証券は金融証券と同列には扱えない。実際に、観測される解約率はそれほど高くない。よって、GAAP ベースで考えるならば、公正価値が解約返戻金以上という考え方は合理的でないと言える。

## 5.2　契約者配当

時価会計で配当を考えるとき、契約者配当がなく、株主配当のみを考えるならば、株主達の資本への寄与分、つまり持ち株数に応じて、利益分配を成すだけで良い。この方法は会計方式に依らずに明白な分配ができるため、何の問題も発生させないであろう。

しかし、契約者配当を考える場合は、ロック・フリー方式の時価会計では問題が発生する。何故なら、契約者配当は、契約者たちの利益への寄与分に応じて成されるのであるが、これは言わば、それまでに受け取った保険料の安全割増の払い戻しに当たり、その払戻額を決定するには、経過期間に応じた計算が不可欠であるからである。そのため、これを調べるのは、ロック・イン方式でなければ不可能である。

時価会計においては、ロック・イン方式以上の利益が発生し得る。例えば、基礎率が改善されたような場合には、責任準備金がロック・イン方式のものより小さくなるからである。しかし、ここで計上される利益は、経過期間に応じて計上された利益ではない。よって、配当可能な利益ではない。その証拠として、この瞬間に契約者が解約をした場合、解約返戻金（但し、ここでは、解約返戻金が、ロック・イン方式の責任準備金に等しいものと考えている。）を支払うことにより、同じだけの損失が発生して、その利益は存在しなかったことになる

のである。

このような利益を配当として分配することは、正に将来分配されるべき配当を現時点で分配するようなものである。この問題は、契約者の解約や契約事項発生などの理由で、途中で契約が消滅したような場合に大きな問題となる。その契約者は、自分の契約が既に存在していないような期間に対する配当を受け取っている可能性があるからである。

ところで、第3.1節で議論したように、契約時に新契約費分の収益が計上される。しかし、それは、新契約費という費用に対応させるための収益であり、その費用を収益から除けば、配当可能なほど大きな利益とはなっていないであろうことを注記しておく。

結論を再度述べると、GAAP式の時価会計では契約者配当の配当財源の決定は不可能であり、配当財源の決定のためには、責任準備金の額がロック・イン方式のもの以上である会計方式が必要となる。(その役目を果たすのは、例えば、SAP式の監督会計などであろう。) 責任準備金の額が、ロック・イン方式のもの以上であれば、それまでに計上される利益の上限は、それまでに受け取った保険料の経過に応じた安全割増の払い戻し分となる。よって、それは配当可能財源となる。

さて、先に述べてきたように、国際会計基準は投資家のための会計制度であるから、株式を発行していない相互保険会社には、本来必要なものではない。相互会社の目的に照らし合わせれば、保険加入者の保護のため、監督会計として、支払い能力の確保を重視したSAPベースの会計が必要なのである。

日本における時価会計導入の大きな理由として、支払い能力の強化という理由が挙げられるが、それに従えば、責任準備金の時価評価とロック・イン方式の責任準備金のうちで、大きい方を責任準備金にするという会計も考えられる。この方法ならば、支払い能力の強化が達成され、先に述べたように、配当問題も解決される。

## 5.3 フランチャイズ・バリューとオープン／クローズド問題

第2.2.2節で述べたように、もともと、間接法は、M&Aなどの際の資本の評価額を求める手法であり、よって、その資本の評価額には、フランチャイズ・バリュー（営業権）が含まれている。直接法ではフランチャイズ・バリューが含まれないことを考えれば、フランチャイズ・バリューの考察は不可欠である。

フランチャイズ・バリューとは、営業権（のれん）の価値のことである。このフランチャイズ・バリューは、数理ファイナンス上では、将来契約から発生する収益の割引現価に等しいとされている。つまり、このフランチャイズ・バリューを考えるという事は、オープン方式で貸借対照表を測定することと等しい。そのため、フランチャイズ・バリューとオープン／クローズド問題は、密接な関係にある。よって、オープン／クローズド問題を考える上でも、このフランチャイズ・バリューに対する理解は必須となる。

間接法では、フランチャイズ・バリューの価値の測定が不可欠である。実際、M&Aなどの際に、会社の貸借対照表上に記載されている資本以上の価値が、その会社に見い出されるのは、このフランチャイズ・バリューが資産として計上されるからである。つまり、破綻した会社に資本を投入するのは、正にこのフランチャイズ・バリューを考えてのことなのである。また、数理ファイナンス上では、株式の価格は将来の配当の割引現価であり、よって、株式の価格はフランチャイズ・バリューを含む価格である。このように、数理ファイナンス上は、フランチャイズ・バリューは大きな意味を持っている。

まず、始めに、フランチャイズ・バリューが存在した場合、貸借対照表はどのようになるかを考えることとする。フランチャイズ・バリューは、本来ならば、資産と資本を同じ額だけ増加させるもので、そのため負債には影響を及ぼさない。（フランチャイズ・バリューが、営業権であることを考えれば、これは資産として計上されることが分かるであろう。資産が増加する以上、資本と負債の合計額が、資産の増価額と同じ額だけ増加する。フランチャイズ・バリュー

が、将来の利益の割引現価であることを考えれば、これは資本価値を増加させていることが分かる。）つまり、正しい計算を行えば、オープン方式であろうとクローズド方式であろうと、負債額は変わらないのである。（逆に言えば、オープン方式で考えるときは、フランチャイズ・バリューを資産計上すべきで、資本額は増加しようとも、負債額は変化させるべきではないのである。オープン方式において、フランチャイズ・バリューを資産計上しないと、資本額の増加により、負債額が減少するという間違った会計となる。）そのため、負債の公正価値を求めるという観点からは、フランチャイズ・バリューの有無は、何の影響ももたらさない。

しかし、株式投資家や債権者のための会計としてフランチャイズ・バリューを見た場合は、これは否定されるものである。（しかし、先に述べたようにM&Aのための会計と見た場合、フランチャイズ・バリューは含まれるべきであろう。）

第2.1.2節で述べたように、国際会計基準の目的は、負債の公正価値を求めることにあるのではなく、実態的な利益および資本の把握にある。すると、実態性の低いフランチャイズ・バリューは排除し、オープン方式ではなくクローズド方式で考えるべきであるという結論に至る。事実、一般企業では、貸借対照表上にフランチャイズ・バリューは存在しない。よって、他企業との財務諸表の比較可能性からも、フランチャイズ・バリューを排除し、クローズド方式で財務諸表を作成するべきであると言える。

また、フランチャイズ・バリューは客観的なものではなく、恣意性の問題からも、フランチャイズ・バリューは排除し、クローズド方式で会計は考えるべきであるという結論に至る。

## 5.4　新契約費を資産として繰り延べるべきか

IASCにより保険論点書が発行され、かなりの論点が整理されつつある。しかし、保険論点書を読んだところ、論点7Dについては、まだ充分な理論的理解

が成されていないように感じるところがあった。そこで、この論点について説明を加える。

論点7Dは、新契約時における多大な費用を、期間損益の概念に従い、全期間に割り当てるために、新契約費を繰り延べるべきかという論点である。

この議論は、平準純保険料式で責任準備金を考えるときに生じる議論である。しかし、チルメル式ではこの議論は生じ得ない。何故なら、チルメル式の責任準備金は、平準純保険料式の責任準備金から繰延新契約費を除いた額に等しいからである。

では、営業保険料式では新契約費はどのように扱われているであろうか。第3.1節で見た通り、契約直後の営業保険料式の責任準備金は、マイナスの値となる。営業保険料式責任準備金の式をよく観察すれば分かるように、営業保険料式は全期チルメル式と同じような効果を持っている。つまり、既に新契約費を繰り延べているのである。

即ち、責任準備金の時価評価に対しては、上のような議論は全くの無意味である。つまり、チルメル式や営業保険料式では、新契約費を資産として繰り延べるのは正に二重計上で、決して行ってはならないことであると結論付けられる。

# 6 付録B

ここでは、Girard氏の論文（参考文献1）の紹介を行っている。論文中の重要な数式は、修正を加えた上で、全てカバーした。Girard氏は導かれた計算結果から、様々な分析を加えているが、本論文では省略した。本論文でGirard氏の論文を取り上げる理由は、利率（割引率）に関する理解を深めることにある。

## 6.1 間接法に関する理論

まず最初に、語句の説明を行う。Girard氏の論文では、貸借対照表を資産、負債、資本の三項目に分解する際に、更なる分解を加えている。まず、監督会

計（法定会計）で資産、負債、資本を考える。それから、資本を二項目に分解している。資本の第一の項目は$RBC$である。これはリスク対応自己資本（ Risk Based Capital ）と呼ばれるものであり、RBC基準により必要とされる額である。そして、資本の第二の項目が$FS$である。これはフリー・サープラス（ Free Surplus ）と呼ばれるものであり、$RBC$を越えて更に保持されている資本である。そもそもRBC基準とは、日本のソルベンシー・マージン基準の原型となった基準であり、支払い能力をパーセント表示するものであるから、このように資本を分解する境界が何処に存在するかは明確ではないが、$RBC$はリスク対応のために必要な資本で、$FS$は特に必要ではなく会社が自由に扱える資本と言えるであろう。

次に、資産を三項目に分解する。まず、監督会計で負債に対応する資産がプロダクト資産である。（Girard氏の論文では、資産と言えばプロダクト資産のことを表しているので注意が必要である。）資本に対応する部分はサープラス資産と呼ばれるが、この部分は$RBC$および$FS$の二項目に分かれる。$RBC$および$FS$は、資産と資本のいずれを表しているか紛らわしいが、文脈から判断して頂きたい。

さて、プロダクト資産や負債は、監督会計ベースだけではなく、市場価値ベースや税法ベースで考えることができる。監督会計ベースのプロダクト資産と負債を、それぞれ$SVA$および$SVL$で表す。すると定義より、$SVA = SVL$が成立する。

間接法は、株主にとっての会社の価値を測定する手法である。この価値は三項目に分かれる。第一の項目がフリー・サープラス（ $FS$ ）である。第二の項目が保有契約から生まれる分配可能利益の現価である。第三の項目が将来契約から生まれる分配可能利益の現価で、フランチャイズ・バリューとして知られるものである。以下の議論は、この第二の項目である保有契約の現価に焦点を当てている。

さて、論文中の記号は次のように定義されている。

$t$：時間を表す。評価時は $t=0$ である。

$k$：資本コスト（ Cost of Capital ）。

株主の要求する収益率（税引後）を表す。

$j$：必要サープラスの収益率（税引前）。

$i_t$：プロダクト資産の収益率（税引前）。

$T$：法人税の税率。

$I_t$：収益（ Income ）。監督会計ベースでの収益（税引後）を表す。

$II_t$：投資収益（ Investment Income ）。

監督会計ベースでのプロダクト資産の投資収益（税引前）を表す。

$A_t$：プロダクト資産からのキャッシュ・フロー。

$E_t$：費用（ Expense ）のキャッシュ・フロー。

$L_t$：契約者へのキャッシュ・フロー。

一般的に、保険給付金から保険料収入を除いたものを表す。

$RP_t$：必要利益（ Required Profit ）。

資本コストを稼ぐための利益の目標値（税引後）を表す。

$DE_t$：分配可能利益（ Distributable Earnings ）。

$DDE_t$：割引分配可能利益（ Discounted Distributable Earnings ）。

分配可能利益の現価の総和であり、後述の(6)式で定義される。

$RS_t$：必要サープラス（ Required Surplus ）。$RBC_t$ の市場価値を表す。

$SVA_t$：監督会計ベースのプロダクト資産。（ Statutory Value of Asset ）

$SVL_t$：監督会計ベースの負債。（ Statutory Value of Liability ）

$MVA_t$：市場価値ベースのプロダクト資産。（ Market Value of Asset ）

$MVL_t$：市場価値ベースの負債。（ Market Value of Liability ）

$TVA_t$：税法ベースのプロダクト資産。（ Tax Value of Asset ）

$TVL_t$：税法ベースの負債。（ Tax Value of Liability ）

また、任意の文字式 $Z_t$ に対して、$\Delta Z_{t-1}$ を、$\Delta Z_{t-1} = Z_t - Z_{t-1}$ で定義する。

（注… $I_t$ から $DE_t$ までは、キャッシュ・フローであり、$DDE_t$ から $TVL_t$ ま

では、$t$ 時点での額（ストック）を表すものである。これらは区別が必要である。)

まず、論文中に登場する基本的な数式を紹介する。その後、それらの数式の説明を行う。

$$\begin{aligned}
DDE_t &= RS_t + (1-T)(MVA_t - MVL_t) + T(TVA_t - TVL_t) & (1)\\
TBA_t &= T(TVA_t - TVL_t) & (2)\\
II_t &= A_t + \Delta SVA_t & (3)\\
I_t &= (II_t + jRS_{t-1} - L_t - \Delta SVL_{t-1} - E_t)(1-T) - \Delta TBA_{t-1} & (4)\\
DE_t &= I_t - \Delta RS_{t-1} & (5)\\
DDE_{t-1} &= \frac{DDE_t + DE_t}{1+k} & (6)\\
MVA_{t-1} &= \frac{MVA_t + A_t}{1+i_t} & (7)\\
MVL_{t-1} &= \frac{MVL_t + L_t + E_t + RP_t}{1+i_t} & (8)\\
RP_t &= (\frac{k}{1-T} - j)RS_{t-1} + (k - i_t)(MVA_{t-1} - MVL_{t-1}) & \\
&\quad + \frac{k}{1-T}T(TVA_{t-1} - TVL_{t-1}) & (9)
\end{aligned}$$

Girard 氏は、(2) 式から (9) 式までを用いて (1) 式を証明している（導き出している）。しかし、(2) 式から (8) 式までは自明としても、(9) 式は自明には感じられない。むしろ、(1) 式の方が自明な式であると思われる。そこで本論文では、(1) 式から (8) 式までを用いて (9) 式を証明することも行う。

さて、各式の説明を行う。

(1) 式の右辺は、三項に分かれている。

最初の項の $RS_t$ は、リスク管理のために必要とされる資本額の市場価値であるが、これは会社が事業を終了する際には必要のないもので、株主の取り分となる。そのため、これは（将来的に）分配可能な利益と考えられる。

次の項の $(1-T)(MVA_t-MVL_t)$ は、潜在価値（ Embedded Value ）と呼ばれるものである。プロダクト資産の市場価値から負債の市場価値を除いたもの（ $MVA-MVL$ ）は、市場価値ベースでは、会社の資本となる部分であるが、監督会計ベースでは資本として現れない部分である。そのため、これも株主の取り分と見なせるが、これが利益として計上されると税金がかかるため、税引き後にするために $(1-T)$ が掛けられたものが株主の取り分となる。

$T(TVA_t-TVL_t)$ は税効果修正（ Tax Basis Adjustment ）と呼ばれる部分である。これは、監督会計ベースと税法ベースの会計の違いのために、税金の徴収の時期にズレが生じているのを修正している。つまり、監督会計ベースで計算された税金に加え、$T(TVA_t-TVL_t)$ という税金が徴収されるのであるが、これは、監督会計ベースではこの時点で徴収される税金ではなく、その分だけ将来の税金が減少するため、これは株主の取り分として加えられる。もし、監督会計ベースと税法ベースの会計が等しいならば、この項はゼロになる。（何故なら、$SVA=TVA$、$SVL=TVL$、$SVA=SVL$ の三式から、$TVA=TVL$ が導き出されるからである。）

(2) 式は本質的には必要のない等式である。$T(TVA_t-TVL_t)$ を文字の簡略化のために、$TBA_t$ と表現しているに過ぎない。

(3) 式が示している事は、プロダクト資産の投資収益は、プロダクト資産から生じるキャッシュ・フローと、プロダクト資産の増加分の合計額に等しいという事である。実際は、プロダクト資産の増加分は、負債の増加により発生したものであるので、投資収益とは呼べないのであるが、$II_t$ は他には (4) 式でしか使用されておらず、(4) 式と総合して考えると問題のない式となっている。

(4) 式は以下のように解釈できる。プロダクト資産の投資収益に必要サープラスからの収益を加え、契約者への支払いや費用などの支出を除き、更に負債の増加額を除いたもの（ $II_t+jRS_{t-1}-L_t-\triangle SVL_{t-1}-E_t$ ）が、会社の税引前利益となる。それから徴収される税金を除いて（ $(1-T)$ を掛けて）、監督会計ベースと税法ベースの会計の違いのため、更なる税金が徴収される（ $-\triangle TBA_{t-1}$

)。こうして、会社の監督会計ベースの税引後利益が導かれる。

(5) 式が示している事は、各期の分配可能利益は、各期の税引後利益から $RBC$ に必要な額の増加額を除いたものに等しいという事である。

(6) 式は、次式と同値である。

$$DDE_t = \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{DE_m}{(1+k)^{m-t}} \tag{10}$$

この式は、割引分配可能利益が、分配可能利益を資本コストで割り引いたものの合計額であることを表している。

(7) 式は、次式と同値である。

$$MVA_t = \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{A_m}{\Pi_{n=t+1}^{m}(1+i_n)}$$

この式は、プロダクト資産が、プロダクト資産からのキャッシュ・フローを、プロダクト資産の収益率で割り引いたものの合計額であることを表している。

(8) 式は、次式と同値である。

$$MVL_t = \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{L_m + E_m + RP_m}{\Pi_{n=t+1}^{m}(1+i_n)}$$

この式が表している事は、負債は、契約者への支払いや費用などの支出に加え、株主の要求額を支出と見たものを、プロダクト資産の収益率で割り引いたものの合計額であるという事である。ここでのポイントは、株主の要求額（ $RP_m$ ）を負債のキャッシュ・フローと見ていることと、割引率としてプロダクト資産の収益率を用いていることにある。数理ファイナンスの理論では、負債は、$L_m + E_m$ を債権者が要求する利率で割り引いたものに等しいとされている。（実際、直接法ではそう考えている。(17) 式および (38) 式を参照せよ。）しかし、間接法では、株主への支払額（ $RP_m$ ）も負債と考えるのである。その追加的なキャッシュ・フローは、債権者が要求する利率ではなく、プロダクト資産の収益率を用いることで発生させることができる。よって、間接法では負債を上式のように考えることになるのである。

(9) 式は、以下のように解釈できる。

まず、式の簡略化のために、$EV_t = (1-T)(MVA_t - MVL_t)$、$TBA_t = T(TVA_t - TVL_t)$ とおく。すると、(9) 式は次式に変形される。

$$RP_t = (\frac{k}{1-T} - j)RS_{t-1} + \frac{k-i_t}{1-T}EV_{t-1} + \frac{k}{1-T}TBA_{t-1}$$

さて、税引前の必要利益は、以下のようにして求められる。

$\frac{k}{1-T}RS_{t-1}$ は必要サープラスにかかる必要利益である。これが $(1-T)$ で割られているのは、税引前の式にするためである。これから、サープラスの利息に当たる $jRS_{t-1}$ 分だけが除かれる。$j$ は税引前であるので、$(1-T)$ で割らない。

また、$\frac{k}{1-T}EV_{t-1}$ は潜在価値にかかる必要利益である。これも、税引前の式にするために $(1-T)$ で割られている。これから、潜在価値の利息に当たる $\frac{i_t}{1-T}EV_{t-1}$ 分だけ除かれる。$i_t$ は税引前であるので、$(1-T)$ で割られるべきではないが、実際は $(1-T)$ で割られている。この矛盾は次のように解釈できる。$\frac{1}{1-T} = 1 + \frac{T}{1-T}$ であり、第一項の 1 が $i_t$ に掛けられるべき部分である。第二項の $\frac{T}{1-T}$ により発生する項である $-\frac{T}{1-T}i_tEV_{t-1}$ は、$EV_{t-1}$ から発生する税収益で、まだ第 $t$ 時点では課税されない部分である。これは、税準備金に組み入れられるため、必要利益から除く部分となる。この理由のために、まるで $(1-T)$ で割られているという矛盾が発生するように見えるのである。

最後の $\frac{k}{1-T}TVA_{t-1}$ は、税効果修正に対する必要利益である。税引前にするために $(1-T)$ で割られているのは同様である。この税効果修正による税金の徴収のタイミングのズレに対して、政府は会社に対して利息を支払わないため、税効果修正には利息に当たる項がない。

これら三項の合計額が、税引前の必要利益となる。

なお、(9) 式は、両辺に $(1-T)$ を掛けることにより、次式と同値となる。この式は、税引後の必要利益を表している。

$$\begin{aligned}(1-T)RP_t &= \{k - j(1-T)\}RS_{t-1} + (k-i_t)(1-T)(MVA_{t-1} - MVL_{t-1}) \\ &\quad + kT(TVA_{t-1} - TVL_{t-1})\end{aligned}$$

さて、ここで (2) 式から (9) 式までを用いて (1) 式を導くことと、(1) 式から (8) 式までを用いて (9) 式を導くことを行う。なお、Girard 氏の論文の証明では、第 $N$ 期で $RS_t$、$MVA_t$、$MVL_t$、$TBA_t$ がゼロになるものと仮定されており、それが証明に利用されている。人間の寿命は有限であるから、現在保有契約分のみを考えれば、この仮定は当然のものである。しかし、本論文では、この仮定を使用せずに証明を行った。そうすることにより、これらの式が将来契約を考えた場合にも成立するというメリットが生まれるからである。

さて、証明に移る。$SVA_t = SVL_t$ より、$\Delta SVA_{t-1} = \Delta SVL_{t-1}$ が成立する。この等式と (3)(4)(5)(7)(8) 式を連立することで、次式が導き出される。

$$\begin{aligned} DE_t &= (jRS_{t-1} + i_t MVA_{t-1} - \Delta MVA_{t-1} - i_t MVL_{t-1} + \Delta MVL_{t-1})(1-T) \\ &\quad + (1-T)RP_t - \Delta TBA_{t-1} - \Delta RS_{t-1} \qquad (11) \end{aligned}$$

( (5) 式に、(4) 式の $I_t$ を代入した後に、(3) 式の $II_t$、(7) 式の $A_t$、(8) 式の $L_t + E_t$ を代入し、$\Delta SVA_{t-1} = \Delta SVL_{t-1}$ を用いれば良い。)

はじめに、(2) 式から (9) 式までを用いて、(1) 式を導く。

(9) 式に (2) 式を代入し、両辺に $(1-T)$ を掛けると、

$$\begin{aligned} (1-T)RP_t &= \{k - j(1-T)\}RS_{t-1} + (k - i_t)(1-T)(MVA_{t-1} - MVL_{t-1}) \\ &\quad + kTBA_{t-1} \end{aligned}$$

(11) 式に上式を代入し、整理すると、

$$\begin{aligned} DE_t &= (1+k)\{RS_{t-1} + (1-T)(MVA_{t-1} - MVL_{t-1}) + TBA_{t-1}\} \\ &\quad - \{RS_t + (1-T)(MVA_t - MVL_t) + TBA_t\} \end{aligned}$$

ここで、(10) 式に上式を代入する。

$$DDE_t = \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{DE_m}{(1+k)^{m-t}}$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{RS_{m-1} + (1-T)(MVA_{m-1} - MVL_{m-1}) + TBA_{m-1}}{(1+k)^{m-t-1}} \\
&\quad - \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{RS_m + (1-T)(MVA_m - MVL_m) + TBA_m}{(1+k)^m} \\
&= \sum_{m=t}^{\infty} \frac{RS_m + (1-T)(MVA_m - MVL_m) + TBA_m}{(1+k)^m} \\
&\quad - \sum_{m=t+1}^{\infty} \frac{RS_m + (1-T)(MVA_m - MVL_m) + TBA_m}{(1+k)^m} \\
&= RS_t + (1-T)(MVA_t - MVL_t) + TBA_t
\end{aligned}
$$

最後に、上式に (2) 式を代入すると、

$$DDE_t = RS_t + (1-T)(MVA_t - MVL_t) + T(TVA_t - TVL_t)$$

となり、(1) 式が導き出された。これで、(1) 式の証明を終了する。

次に、(1) 式から (8) 式までを用いて、(9) 式を導く。

(1) 式に (2) 式を代入し、

$$DDE_t = RS_t + (1-T)(MVA_t - MVL_t) + TBA_t$$

上式より、次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
DDE_{t-1} &= RS_{t-1} + (1-T)(MVA_{t-1} - MVL_{t-1}) + TBA_{t-1} && (12) \\
\Delta DDE_{t-1} &= \Delta RS_{t-1} + (1-T)(\Delta MVA_{t-1} - \Delta MVL_{t-1}) \\
&\quad + \Delta TBA_{t-1} && (13)
\end{aligned}
$$

(11) 式に (6) 式を代入して、$(1-T)RP_t$ に関し整理すると、

$$
\begin{aligned}
(1-T)RP_t &= -(jRS_{t-1} + i_t MVA_{t-1} - i_t MVL_{t-1})(1-T) + kDDE_{t-1} \\
&\quad + \Delta RS_{t-1} + (1-T)(\Delta MVA_{t-1} - \Delta MVL_{t-1}) \\
&\quad + \Delta TBA_{t-1} - \Delta DDE_{t-1}
\end{aligned}
$$

上式に (12)(13) 式を代入し、整理すると、

$$\begin{aligned}(1-T)RP_t &= \{k-j(1-T)\}RS_{t-1}+(k-i_t)(1-T)(MVA_{t-1}-MVL_{t-1}) \\ &\quad + kTVA_{t-1}\end{aligned}$$

最後に、上式に (2) 式を代入し、両辺を $(1-T)$ で割ると、

$$\begin{aligned}RP_t &= (\frac{k}{1-T}-j)RS_{t-1}+(k-i_t)(MVA_{t-1}-MVL_{t-1}) \\ &\quad + \frac{k}{1-T}T(TVA_{t-1}-TVL_{t-1})\end{aligned}$$

となり、(9) 式が導き出された。これで、(9) 式の証明を終了する。

## 6.2 間接法と直接法の等価性

ここでは、適切な基礎率を用いることにより、間接法と直接法により導き出される負債の公正価値が一致することを証明する。

間接法による負債の公正価値を表す (8) 式は、次式であった。

$$MVL_{t-1}=\frac{MVL_t+L_t+E_t+RP_t}{1+i_t}$$

この $i_t$ は、資産の収益率であるので、$i_t=r_t+\theta_t^A$ と分解できる。ここで、$r_t$ はリスク・フリーの利率で、$\theta_t^A$ は資産を市場で評価した場合のリスク・スプレッドである。これを代入し、(8) 式を書き直すと、次式となる。

$$MVL_{t-1}=\frac{MVL_t+L_t+E_t+RP_t}{1+r_t+\theta_t^A} \tag{14}$$

ここで、負債のリスク・スプレッド $\theta_t^L$ に対して、次式が成り立つと仮定する。

$$\theta_t^L=\theta_t^A-\frac{RP_t}{MVL_{t-1}} \tag{15}$$

(15) 式は、次式と同値である。

$$RP_t=(\theta_t^A-\theta_t^L)MVL_{t-1} \tag{16}$$

(16) 式の表している事は、負債の市場価値に対して、資産と負債の利率（もしくは、リスク・スプレッド）の差が、必要利益を生み出しているという事である。

(16) 式を (14) 式に代入すると、次式が導き出される。

$$MVL_{t-1} = \frac{MVL_t + L_t + E_t}{1 + r_t + \theta_t^L} \tag{17}$$

(17) 式こそ、直接法で負債の公正価値を求める際に使用される式である。よって、(15) 式が成立するような場合では、直接法と間接法の負債の公正価値は一致する。

しかし、第 6.3 節で述べるように、税が存在する場合、数理ファイナンス本来の直接法は、間接法とは異なる負債の市場価格を導き出す。この一致・不一致の問題は、負債の市場を何処と定義するかという問題に関係している。保険証券を金融証券と見て、完全な金融市場を考えたような場合は、直接法と間接法は一致しない。直接法と間接法の一致のためには、再保険市場を考えることが不可欠である。

## 6.3 保険会社への Modigliani & Miller 理論の適用

ここでは、一般の株式会社に対する Modigliani & Miller 理論（M&M 理論）を、保険会社に適用することを試みている。(この章では、$FS = 0$ を仮定している。本来、この仮定は必要なものではなく、容易に修正可能であるが、これは重要な問題ではないため、この論文ではこの仮定を用い、修正を行わない。)

M&M 理論では、完全市場（ perfect market ）での取引を仮定している。この論文では、完全市場は、取引コストが存在せず、自由な取引をすることができ、その時点での情報で証券価格が決定している市場と定義している[21]。

[21] 一般的な完全市場の定義は、文献により異なっており、あまり明確ではないが、以下のようなことを仮定することが多い。投資家の売買活動による価格変動がないこと。全証券に関して、その時点での証券価格で、完全に自由な（思い通りの）取引ができること。取引コストや税金が存在しないこと。その時点での情報が全て開示され、証券の価格に織り込まれていること。なお、数理ファイナンスでは、完備な（ complete ）市場という概念が存在する。その定義は数学的になるので、参考文献 8 に譲り、本論文では述べない。

最初に、レバレッジ（ leverage ）という用語の説明を行う。レバレッジするとは、借り入れを行うことで総資本（資産）を増加させることを意味しており、つまり、負債が存在することを意味している。（事業において利益をあげるのは資産であり、会社本来の資本である自己資本（資本）の持つ収益力を、借り入れを行うことにより、てこ（ lever ）の力の効果のように、資産の収益力へと大きくするので、レバレッジと呼ばれる。）逆に、レバレッジしないとは、借り入れを行わないことを意味し、つまり、負債が存在しないことを意味している。以下の議論では、レバレッジした会社もレバレッジしていない会社も資産の内容は同じと仮定し、資本と負債の比率が異なる以外の違いは存在しないものとする。

さて、論文中の一般の株式会社に対するM&M理論に関する記号は、以下のように定義されている。

$X$：会社の期待される税引前分配キャッシュ・フロー（ EBIT ）。
（ M&M理論では税引後となっているが、本論文では税引前とする。）

$V$：レバレッジしていない会社の価値。（税引後）

$E$：レバレッジした会社の株（資本）の価値。（税引後）

$B$：レバレッジされた会社の債券（負債）の価値。（税引前）

$k^U$：レバレッジしていない会社の税引後資本コスト。

$k^L$：レバレッジした会社の税引後資本コスト。

$d$：税引前債券コスト。（債権者が要求する利率。）

（注 … 会社の価値や資本の価値については、キャッシュ・フローに対して税金がかかるため、税引後の価値を考える。負債については、キャッシュ・フローに対して税金がかからないため、税引前の価値となる。

まず最初は、会社が無限期間にわたって状況の変化なしに存続し、時間が変化しても、どの記号も一定値の場合（ The Steady State Case ）の「無限期間のM&M理論」を導く。その後、会社の営業期間が有限かつ状況の変化が存在

する、$N$ 期間の場合（ The N-Period Case ）の「有限期間の M&M 理論」を導く。

### 6.3.1 無限期間の M&M 理論

まず、レバレッジしていない会社の価値は、以下の通りとなる。

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)X}{(1+k^U)^t}$$

これを解いて、

$$V = (1-T)\frac{X}{k^U} \tag{18}$$

次はレバレッジした会社の資本価値について同様に考える。

$$E = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)(X-dB)}{(1+k^L)^t}$$

これを解いて、

$$E = \frac{(1-T)X - d(1-T)B}{k^L} \tag{19}$$

また、レバレッジした会社の資本価値は、レバレッジしていない会社の価値から、負債価値を除いたものと考えると、次式が導かれる。

$$E = V - \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)\,dB}{(1+d)^t}$$

これを解いて、

$$E = V - (1-T)B \tag{20}$$

もし、(20) 式が成立しないならば、アービトラージ（裁定取引）が発生する[22]。

[22]アービトラージの具体的な方法は、参考文献 7 に記載されている。

(20) 式は以下の式にも変形される。

$$E + B = V + TB \tag{21}$$

$$V = E + (1 - T)B \tag{22}$$

(21) 式が M&M 定理 I である。

(19) 式に (18) 式を代入すると、次式が導き出される。

$$E = \frac{k^U V - d(1-T)B}{k^L} \tag{23}$$

(23) 式に (22) 式を代入し、$k^L$ に関し整理すると、次式が導き出される。

$$k^L = k^U + (1-T)(k^U - d)\frac{B}{E} \tag{24}$$

(24) 式が、M&M 定理 II である。この式の第 2 項は、レバレッジした会社において、その財務リスクを償うために必要なリスク・プレミアムを表している。

更に、(23) 式に (20) 式を代入し、$k^L$ に関し整理すると、

$$k^L = \frac{k^U V - d(1-T)B}{V - (1-T)B} \tag{25}$$

となり、$k^L$ が $k^U$ と $d$ の加重平均であることが分かる。

以上の一般の株式会社での M&M 理論を生命保険会社に応用する。

まず、レバレッジしていない会社の価値は次のように表される。

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)\,jRS}{(1+j)^t} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)\,iMVA}{(1+i)^t}$$

これを解いて、

$$V = (1-T)(RS + MVA) \tag{26}$$

(26) 式より、保険会社に投資された資産は、課税のため、投資家が直接保有する（ $RS + MVA$ ）よりも価値が低くなっていることが分かる。

さて、保険会社の負債は次のように定義される。

$$B = MVD \tag{27}$$

$MVD$とは、Market Value of Debtの略である[23]。$MVD$は、保険負債を完全市場での金融商品と見て、負債を「債権者が要求する利率」で割り引いたものであり、数理ファイナンス本来の直接法を使用した場合、負債の市場価値は$MVD$となる。(理論的な定義は、後述の(37)式で示される。) この利率は、第6.2節で述べた直接法の利率とは異なり、一般的に$MVD = MVL$とはならない。(そのことは、(30)式で示される)

また、完全市場の仮定より、資本の価値は$DDE$に等しいとされる。つまり、次式が成立する。

$$E = DDE \tag{28}$$

(20)式に(26)(27)(28)式を代入し整理すると、次式が導き出される。

$$DDE = (1-T)(RS + MVA - MVD) \tag{29}$$

さて、(1)式は次のような式であった。

$$DDE = RS + (1-T)(MVA - MVL) + T(TVA - TVL)$$

(29)式と上式を連立し、$MVL$に関し整理すると、次式が導き出される。

$$MVL = MVD + \frac{T}{1-T}(RS + TVA - TVL) \tag{30}$$

(30)式により、税が存在する場合、間接法による負債の市場価値$MVL$と、直接法による負債の市場価値$MVD$は、一般的に同じ価値とはならないことが分かる。しかし、税が存在しない場合($T = 0$の場合)は、これらは等しくなる。

[23] Debtは、負債のなかでも借入金を意味していて、保険会社の負債を指す用語としてはふさわしくない。しかし、単純に負債を表すLiabilityという用語は使われているため、借入金と同じ利率を用いて割り引いたという意味で、Debtという用語を用いている。

ここで、税引前のキャッシュ・フローを考えると、次式が成立する。

$$X = jRS + iMVA \tag{31}$$

(18) 式に (31) 式を代入し整理すると、次式が導かれる。

$$k^U V = (1-T)(jRS + iMVA) \tag{32}$$

(25) 式に (26)(27)(32) 式を代入し整理すると、次式が導かれる。

$$k^L = \frac{jRS + iMVA - dMVD}{RS + MVA - MVD} \tag{33}$$

(33) 式が、保険会社における M&M 定理 II である。

さて、(30) 式は、完全市場の仮定の下に導かれたものであった。以下の議論では、完全市場の仮定を用いずとも、(つまり、(28) 式と、(28) 式を用いて導き出された (29)(30) 式を使用せずとも、) 間接法で負債の公正価値を測定する際に、資本コスト $k$ として、レバレッジ修正資本コスト $k^L$ を用いれば、(30) 式が導き出されることを示す。

まず最初に、次式が仮定される。

$$k = k^L \tag{34}$$

さて、(9) 式は次のような式であった。

$$\begin{aligned} RP &= (\frac{k}{1-T} - j)RS + (k-i)(MVA - MVL) \\ &\quad + \frac{k}{1-T}T(TVA - TVL) \end{aligned} \tag{35}$$

さて、(8) 式より、次式が成立する。

$$MVL = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{L + E + RP}{(1+i)^t}$$

これを解いて、

$$MVL = \frac{L+E+RS}{i} \tag{36}$$

$MVD$ についても同様に、次式が成立する。

$$MVD = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{L+E}{(1+d)^t} \tag{37}$$

これを解いて、

$$MVD = \frac{L+E}{d} \tag{38}$$

(36) 式に (38) 式を代入して、

$$MVL = \frac{dMVD+RP}{i} \tag{39}$$

(35) 式に (34)(39) 式を代入し、$RP$ に関し整理すると、

$$\begin{aligned} RP &= i\{\frac{1}{1-T}RS + MVA + \frac{T}{1-T}(TVA - TVL)\} \\ &\quad - dMVD - \frac{i}{k^L}(jRS + iMVA - dMVD) \end{aligned} \tag{40}$$

(40) 式に (33) 式を代入し、整理すると、

$$RP = (i-d)MVD + i\frac{T}{1-T}(RS + TVA - TVL) \tag{41}$$

(41) 式に (39) 式を代入し、整理すると、

$$MVL = MVD + \frac{T}{1-T}(RS + TVA - TVL)$$

となり、(30) 式が導き出された。よって、完全市場の仮定を用いることは、間接法でレバレッジ修正資本コスト $k^L$ を用いることと、同等であることが示された。

### 6.3.2 有限期間の M&M 理論

無限期間の場合は、状況が変化しないため、税法ベースから導かれる税金と市場価値ベースから導かれる税金が等しくなり、税効果修正が必要なかった。しかし、有限期間の場合では、税効果修正が必要であり、$TVA$ および $TVL$ を用いる必要がある。(第 6.1 節と同様に、$TVA$ および $TVL$ は、税法ベースのプロダクト資産および負債を表すものとする。)

まず、結論から先に述べる。有限期間の場合、(29)(30)(33) 式は、それぞれ以下の式となる。

$$DDE_t = (1-TF_t^j)RS_t + (1-TF_t^i)MVA_t - (1-TF_t^d)MVD_t \tag{42}$$

$$MVL_t = MVD_t + \frac{T}{1-T}(RS_t + TVA_t - TVL_t - FLA_t) \tag{43}$$

$$k_t^L = \frac{j_t(1-TF_t^j)RS_t + i_t(1-TF_t^i)MVA_t - d_t(1-TF_t^d)MVD_t}{(1-TF_t^j)RS_t + (1-TF_t^i)MVA_t - (1-TF_t^d)MVD_t} \tag{44}$$

(44) 式は、保険会社における M&M 定理 II であるが、(42) 式を代入することにより、次式のようにも表現可能である。

$$k_t^L = \frac{j_t(1-TF_t^j)RS_t + i_t(1-TF_t^i)MVA_t - d_t(1-TF_t^d)MVL_t}{DDE_t} \tag{45}$$

なお、(42)(44)(45) 式に登場する $F_t^j$、$F_t^i$、$F_t^d$ は、以下のように定義される。まず、$F_N^j$、$F_N^i$、$F_N^d$ が次のように定義されている。

$$F_N^j = F_N^i = F_N^d = 0 \tag{46}$$

(46) 式から、次式を用いることで、帰納的に $F_t^j$、$F_t^i$、$F_t^d$ が定義される。( $t = N, N-1, N-2, \ldots.\ 2, 1.$ )

$$F_{t-1}^j = 1 + \frac{\Delta RS_{t-1} - (1-F_t^j)RS_t}{(1+j_t)RS_{t-1}} \tag{47}$$

$$F_{t-1}^i = 1 + \frac{\Delta TVA_{t-1} - (1-F_t^i)MVA_t}{(1+i_t)MVA_{t-1}} \tag{48}$$

$$F_{t-1}^d = 1 + \frac{\Delta TVL_{t-1} - (1-F_t^d)MVD_t}{(1+d_t)MVD_{t-1}} \tag{49}$$

また、(43) 式に現れている $FLA_t$ は、有限期間修正（ Finite Life Adjustment ）と呼ばれるものであり、以下の式で定義される。

$$FLA_t \;=\; (1-F_t^j)RS_t + (1-F_t^i)MVA_t - (1-F_t^d)MVD_t \qquad (50)$$

さて、(42)(43)(44) 式の証明を行う。

$t$ 期の負債の市場価値（税引後）は、$t$ 期の会社の価値（税引後）から、$t$ 期の資本の価値（税引後）を除いた $V_t - E_t$ に等しいが、この $t$ 期の負債の市場価値（税引後）が次式を満たすことを、数学的帰納法により証明する。

$$V_t - E_t \;=\; (1-TF_t^B)B_t \qquad (51)$$

なお、$F_t^B$ は、以下の式により帰納的に定義されている。

$$F_N^B = 0, \qquad F_{t-1}^B = 1 + \frac{\Delta TVL_{t-1} - (1-F_t^B)B_t}{(1+d_t)B_{t-1}}$$

まず、$t=N$ の時、$V_N = E_N = B_N = 0$ より、$V_N - E_N = B_N$ であり、(51) 式は正しい。そこで、$t$ の時に (51) 式が成立すると仮定して、$t-1$ の時に (51) 式が成立することを証明する。

$t-1$ 期の負債の税引後の市場価値は、次のように考えられる。負債の支払利息分（ $d_tB_{t-1}$ ）と負債の元本の返済分（ $-\Delta B_{t-1}$ ）を足したものから、税金分（ $T(d_tB_{t-1} - \Delta B_{t-1} + \Delta TVL_{t-1})$ ）を除き（ 税法ベースの負債の増加額 $\Delta TVL_{t-1}$ は、課税され、負債の税引後の市場価格から除かれる部分である。）、$t$ 期の負債の市場価値（税引後）を足したものを、債券コストで割ったものに等しいから、

$$\begin{aligned}
& V_{t-1} - E_{t-1} \\
= \;& \frac{d_tB_{t-1} - \Delta B_{t-1} - T(d_tB_{t-1} - \Delta B_{t-1} + \Delta TVL_{t-1}) + (1-TF_t^B)B_t}{1+d_t} \\
= \;& B_{t-1} - T\frac{d_tB_{t-1} - \Delta B_{t-1} + \Delta TVL_{t-1} + F_t^B B_t}{1+d_t}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= B_{t-1} - T(1 + \frac{\Delta TVL_{t-1} - (1 - F_t^B)B_t}{(1+d_t)B_{t-1}})B_{t-1} \\
&= (1 - TF_{t-1}^B)B_{t-1}
\end{aligned}
$$

よって、$t-1$ の時も (51) 式が成立することが証明された。よって、数学的帰納法により、(51) 式が証明された。

この (51) 式より、次式が導き出される。

$$E_t + B_t = V_t + TF_t^B B_t \tag{52}$$

$$V_t = E_t + (1 - TF_t^B)B_t \tag{53}$$

$$E_t = V_t - (1 - TF_t^B)B_t \tag{54}$$

(52) 式が、有限期間の M&M 定理 I である。

さて、同様に $t-1$ 期の会社の価値 $V_{t-1}$ について考える。これは、会社のフリー・キャッシュ・フローから税金分を除いたもの（ $X_t - T(X_t + \Delta TVA_{t-1})$ ）に $t$ 期の会社の価値を加えたものを、資本コストで割ったものに等しいから、

$$V_{t-1} = \frac{X_t - T(X_t + \Delta TVA_{t-1}) + V_t}{1 + k_t^U} \tag{55}$$

また、同様に $E_t$ について考えると、次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
E_{t-1} = & [X_t - T(X_t + \Delta TVA_{t-1}) + V_t - \{d_t B_{t-1} - \Delta B_{t-1} - T(d_t B_{t-1} \\
& - \Delta B_{t-1} + \Delta TVL_{t-1}) + (1 - TF_t^B)B_t\}]/(1 + k_t^L)
\end{aligned} \tag{56}
$$

(56) 式に (52)(55) 式を代入すると、

$$E_{t-1} = \frac{(1 + k_t^U)V_{t-1} - (1 + d_t)(1 - TF_{t-1}^B)B_{t-1}}{1 + k_t^L} \tag{57}$$

(57) 式に (53) 式を代入して、$k_t^L$ に関し整理すると、次式が導き出される。

$$k_t^L = k_t^U + (1 - TF_{t-1}^B)(k_t^U - d_t)\frac{B_{t-1}}{E_{t-1}} \tag{58}$$

(58) 式が有限期間の M&M 定理 II である。

さらに、(57) 式に (54) 式を代入して、$k_t^L$ に関し整理すると、

$$k_t^L = \frac{k_t^U V_{t-1} - d_t(1-TF_{t-1}^B)B_{t-1}}{V_{t-1}-(1-TF_{t-1}^B)B_{t-1}} \tag{59}$$

となり、$k_t^L$ が $k_t^U$ と $d_t$ の加重平均であることが分かる。

以上の一般の株式会社での有限期間の M&M 理論を生命保険会社に応用する。

負債の税引後の市場価値の場合と全く同様にして、$t$ 期のサープラス資産の市場価値（税引後）は、$(1-TF_t^j)RS_t$ となる。(仮定の単純化のため、サープラス資産については、税法ベースでの評価額と市場価値ベースでの評価額が等しいものとしている。) また、$t$ 期のプロダクト資産の市場価値（税引後）は、$(1-TF_t^i)MVA_t$ となる。よって、会社の価値（税引後）は、次式で表される。

$$V_t = (1-TF_t^j)RS_t + (1-TF_t^i)MVA_t \tag{60}$$

(60) 式より、保険会社に投資された資産は、課税のため、投資家が直接保有するよりも価値が低くなっていることが分かる。それでも、多くの状況では $F_t < 1$ であり、無限期間の場合と比べると、課税の効果が少ない。それは、資産がより短い期間しか保有されないからである。

また、会社の価値については、次のように考えることができる。$t-1$ 期の会社の価値から資本コストにより発生する収益は、$t-1$ 期のサープラス資産から発生する収益とプロダクト資産から発生する収益の合計額に等しいので、次式が成立する。(ここでの注意は、会社の価値 $V_{t-1}$ は税引後の市場価値であるので、サープラス資産およびプロダクト資産も税引後の市場価値を用いることである。)

$$k_t^U V_{t-1} = j_t(1-TF_t^j)RS_t + i_t(1-TF_t^i)MVA_t \tag{61}$$

また、無限期間の場合と同様に、保険会社の負債の市場価値は $MVD_t$ とな

り、資本価値は $DDE_t$ となる。つまり、次式が成立する。

$$B_t = MVD_t \tag{62}$$

$$F_t^B = F_t^d \tag{63}$$

$$E_t = DDE_t \tag{64}$$

（よって、$t$ 期の負債の税引後の市場価値は、$(1-TF_t^d)MVD_t$ となる。）

(54) 式に、(60)(62)(63)(64) 式を代入すると、

$$DDE_t = (1-TF_t^j)RS_t + (1-TF_t^i)MVA_t - (1-TF_t^d)MVD_t$$

となり、(42) 式が導き出された。

(1)(42) 式を連立し、$MVL_t$ に関し整理すると、次式が導き出される。

$$\begin{aligned} MVL_t = \; & MVD_t + \frac{T}{1-T}[RS_t + TVA_t - TVL_t \\ & -\{(1-F_t^j)RS_t + (1-F_t^i)MVA_t - (1-F_t^d)MVD_t\}] \end{aligned}$$

(50) 式を考慮すれば、これは正に (43) 式である。

(59) 式に、(60)(61)(62)(63) 式を代入すると、

$$k_t^L = \frac{j_t(1-TF_t^j)RS_t + i_t(1-TF_t^i)MVA_t - d_t(1-TF_t^d)MVD_t}{(1-TF_t^j)RS_t + (1-TF_t^i)MVA_t - (1-TF_t^d)MVD_t}$$

となり、(44) 式が導き出された。

以上で、(42)(43)(44) 式が証明された。

### 6.3.3 有限期間の特別型としての無限期間

最後に、無限期間の場合は、有限期間の場合の特別型であることを示す。無限期間の場合では、$F=1$ となっている。そのため、まず、$F^d$ を観察する。

無限期間なので、$\Delta TVL_{t-1}=0$ および $MVD_{t-1}=MVD_t$ が成立する。これらの式を、(49) 式に代入して整理すると、次式が導き出される。

$$F_{t-1}^d = \frac{F_t^d + d}{1+d}$$

この式は次式と同値である。

$$F^d_{t-1} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{d}{(1+d)^m}$$

これを解いて、

$$F^d_{t-1} = 1 \tag{65}$$

となり、求める式が導き出された。

$F^j$ および $F^i$ についても同様にして、次式が導き出される。

$$F^j_{t-1} = 1 \tag{66}$$

$$F^i_{t-1} = 1 \tag{67}$$

また、(65)(66)(67) 式を (50) 式に代入すると、次式が導き出される。

$$FLA_t = 0 \tag{68}$$

(42)(43)(44) 式に、これら (65)(66)(67)(68) 式を代入すると、それぞれ (29)(30)(33) 式となる。よって、無限期間の場合は、有限期間の場合の特別型であることが示された。

# The Fair Value of Insurance Liabilities

Kentaro Katsuno

This text is a thesis which treated a theoretical side of the fair value of the insurance liabilities (reserves). In Chapter 2 which lies to the first half part, I considered the meaning and the purpose of fair value as international accounting standards. As a method of the fair value of the reserve, I introduce the outline of the direct method (the option pricing method) and the indirect method (the actuarial appraisal method) which were proposed in the United States. On the direct method, the reserves is not on the net premium method but on the gross premium method, not on the lock-in assumption but using assumption at that time with the safety margin, not on the retrospective method but on the prospective method. I prove that the reserves on the direct method is able to take the correspondence to the mathematical finance theory. In a word, it is able to take the correspondence to the method of evaluating the financial instrument. Moreover, in Chapter 3 which lies to the latter half part, consideration is added to various problems caused in relation to the direct method.

Moreover, appendix A takes up various problems which affect the fair value of the reserves. I introduce Mr. Girard's thesis (reference 1) in appendix B. In this appendix B, the theory of the indirect method is described in detail.