

## 投資収益率および負債モデルの考え方

### . 投資収益率モデル

#### 1. CIAレポートで推奨されるRSLNモデルについて

(1) RSLN (REGIME-SWITCHING LOGNORMAL) モデルについて

RSLNモデル

複数の局面をランダムに転換する離散過程で、各局面は異なるパラメーターセットに基づく対数正規分布 (LOGNORMAL) に従う。局面の転換過程は Markov 過程である。したがって、将来の局面は過去の局面に依存しない。典型的な RSLN モデルは 2 局面のモデル RSLN-2 である。この場合の 2 局面は、株価収益率の安定期と不安定期を示す。

#### 【図 1】RSLN-2 の例

$$\text{LN}(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$p_{1,2}$

$p_{2,1}$

$$\text{LN}(\mu_2, \sigma_2^2)$$

(パラメーターの求め方)

6 個のパラメーターは、過去の実績から最尤推定法を用いて求める。

\* 局面の個数を増やすと、パラメーター数も増加する。

(記号)

$\mu_1$  : 局面 1 の対数正規分布の平均値、 $\mu_2$  : 局面 2 の対数正規分布の平均値

$\sigma_1$  : 局面 1 の対数正規分布の標準偏差、 $\sigma_2$  : 局面 2 の対数正規分布の標準偏差

$p_{1,2}$  : 局面 1 から局面 2 に遷移する確率、 $p_{2,1}$  : 局面 2 から局面 1 に遷移する確率

【表 1】トロント証券取引所 300 種 (TSE300) 1956.1 ~ 1999.12 月次データによる最尤推定法に基づく RSLN 2 モデルのパラメーター

	$\mu_1$	$\sigma_1$	$p_{1,2}$	$\mu_2$	$\sigma_2$	$p_{2,1}$
コンサルタント会社	0.0124	0.0347	0.0375	-0.0157	0.0777	0.2108
M.R.Hardy	0.0123	0.0347	0.0371	-0.0157	0.0778	0.2101

\*OSFI が雇ったコンサルタント会社

#### RSLN - 2 モデルによる投資収益率シナリオの作成方法

【前提】RSLNモデルのパラメーターを決定する。

- 過去の実績値から最尤推定法を用いてパラメーターを推定する。

パラメーターは、 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, p_{1,2}, p_{2,1}$

- $\pi_1, \pi_2$  (局面 1 または 2 にいる確率) を求める。

$$\pi_1 = p_{2,1} / (p_{1,2} + p_{2,1}), \quad \pi_2 = p_{1,2} / (p_{1,2} + p_{2,1})$$

シナリオごとにア)～キ)を繰り返す。

ア) 一様乱数  $u \sim U(0,1)$  を発生させる。

イ)  $u < \alpha_1$  ならば、初期局面は局面 1 とする。(  $\alpha_0 = 1$  )

そうでなければ、局面 2 とする。(  $\alpha_0 = 2$  )

ウ) 正規乱数  $z \sim N(0,1)$  を発生させる。

エ) 局面 1 にいるなら (  $\alpha_0 = 1$  )  $Y_1 = \mu_1 + \alpha_1 \cdot z$

局面 2 にいるなら (  $\alpha_0 = 2$  )  $Y_1 = \mu_2 + \alpha_2 \cdot z$

として、投資収益率の値を計算する。 $Y_t$  は、 $t$  期間後の投資収益率で、 $S_t$

を  $t = 1$  の時の株価とすれば、 $S_1 = S_0 \exp(Y_1)$  と表せる。

オ) 新しい一様乱数  $u \sim U(0,1)$  を発生させる。

カ)  $u < \alpha_1$  ならば、1 期間経過後の局面は局面 1 とする。(  $\alpha_1 = 1$  )

そうでなければ、局面 2 とする。(  $\alpha_1 = 2$  )

キ)  $t = 2, 3, \dots, n$  として、ウ)～カ)を繰り返す。

## (2) RSLN - 2 モデルが CIA レポートで推奨される理由

CIA レポートが RSLN モデルを推奨する理由は、RSLN - 2 モデルが、TSE300 月次データによく適合するためである。特に左辺テイルの十分な厚みを RSLN - 2 モデルは持ち備えている。

検定による適合度の確認

モデルごとに、尤度比検定、赤池の情報量基準 (AIC) および Schwarz - Bayes 基準 (SBC) を用いて検定を行っている。いずれの検定手法を用いた場合でも、RSLN - 2 モデルは他のモデルに比べ改善幅が大きい。また、局面数の増加は、データのはまり具合をより改善するものではない。

【表 2】 検定結果：TSE300(1956.1-1999.12) 月次収益率

	パラメータ数 $k_j$	対数尤度 $l_j$	SBC $l_j - (1/2)k_j \log n$	AIC $l_j - k_j$	LRT $p$
LN	2	885.7	879.4	883.7	$<10^{-8}$
AR(1)	3	887.4	878.0	884.4	$<10^{-8}$
ARCH	3	889.4	880.0	886.4	$<10^{-8}$
AR-ARCH	4	889.4	876.9	885.4	$<10^{-8}$
STABLE	4	912.2	899.7	908.2	$<10^{-4}$
GARCH	4	896.2	883.7	892.2	$<10^{-8}$
AR-GARCH	5	900.2	884.5	895.2	$<10^{-8}$
RSLN-2	6	922.7	903.9	916.7	
RSAR-2	8	923.0	898.7	915.0	0.82
RSLN-3	12	925.9	888.3	913.9	0.38

\*1 出典「Investment Guarantees」(Mary Hardy 著) P61 より抜粋。

\*2 モデルの説明：

LN-：対数正規モデル、AR(1)：1次の自己回帰モデル、ARCH：1次の自己回帰不等分散モデル、AR-ARCH：平均に対して加重自己回帰成分を持つ自己回帰不等分散モデル、STABLE：静態的モデル、GARCH：1次の一般化自己回帰不等分散モデル、AR-GARCH：一般化自己回帰不等分散モデルに自己回帰成分を追加したモデル、RSAR-2：2局面の局面転換で1次の自己回帰モデル、RSLN-3：3局面の局面転換対数正規モデル

## 2. CIAレポートにおいて投資収益率モデルとして許容される確率分布

### (1) 確率分布の条件

CIAレポートでは株価収益率に関する確率分布を特定していない。しかしながら、最低保証給付負債の計算を目的とし、左辺リスク（価格下落）を重視する観点から確率分布が満たすべき基準が設けられている。

なお、ここでは左辺テイルについて述べているが、給付等に応じて右辺テイル等の適合性を検証することがより適切である。

#### 使用する株価データ

基準を満たしているかの検証は、TSE300（1956.1から1999.12）43年間の株価指数を用いて行う。

#### 左辺テイルに関する基準

累積収益率係数は、下表を満たす必要がある。下表は、経験値データの分位数と照合しながら決定されている。

【例】累積期間5年、5%点の意味

・5年後の累積収益率係数が0.85以下である確率は、5%以上ある。

あるいは、

・5年後の累積収益率係数の5%点は、0.85以下である。

【表3】累積収益率に関する左辺テイル基準

累積期間	2.5%点	5%点	10%点
1年	0.76	0.82	0.90
5年	0.75	0.85	1.05
10年	0.85	1.05	1.35

#### 平均および標準偏差に関する基準

1年累積収益率係数の平均値は1.10～1.20、標準偏差は0.175以上であること。

### (2) 確率分布の検証のステップ

確率分布が、(1)の条件を満たすかどうかの検証は、次のステップで行なわれる。

ア) モデルに対する実績値の当てはめ

最尤推定法や同様な統計的手法を用いて、TSE300(1956.1～1999.12)月次収益率データの当てはめを行う。

イ)左辺テイル基準を満足するかの検証

与えられた確率モデルが【表3】を満たしているか検証する。解析的に分位数がわからない場合は、シミュレーションを実行して検定をした上で分位数を求める。

ウ)モデルの調整

左辺テイル基準を満たさない場合は、パラメーターを調整する必要がある。例えば、対数正規分布の場合、平均収益率を維持しながら、標準偏差を調整することで調整可能である。

エ)累積期間1年の平均値と標準偏差の確認

期間1年の累積収益率係数の平均値が1.10~1.20の範囲にあること、標準偏差が17.5%以上であることを確認する。シミュレーションを行う必要があれば実行する。

平均値あるいは標準偏差が基準を満たさない場合は、ウ)に戻る。

(3) R S L N 2モデルの場合

R S L N 2モデルは、下表のとおり、(1) で示した左辺テイル基準を十分満たしている。LNモデルは、左辺テイルに十分な厚みがないため、分位数照合を行いながら、パラメーターの調整が必要になる。

【表4】R S L N 2モデルの累積収益率係数の左辺テイル(シナリオ10,000本)

	期間1年			期間5年			期間10年		
	2.5%	5%	10%	2.5%	5%	10%	2.5%	5%	10%
RSLN-2	0.74	0.81	0.86	0.69	0.81	0.98	0.80	1.00	1.28
LN	0.81	0.85	0.86	0.70	0.80	0.93	0.79	0.95	1.18

基準	0.76	0.82	0.90	0.75	0.85	1.05	0.85	1.05	1.35
----	------	------	------	------	------	------	------	------	------

(\*) R S L N 2モデルのパラメーターは(表1)のコンサルタント会社の数値を使用している。

### 3. 投資収益率をモデル化する上での留意点

(1)乱数発生

- ・乱数の確率モデルの発生結果は再現可能とする。
- ・乱数発生装置は、十分高い周期性を持つべきである。

(2)シナリオ数

- ・発生結果の標準誤差は、観測個数の平方根関数で示される。
- ・適切な本数は、シナリオの使用方法、発生結果の重要性によって決まるが、少なくとも1,000本は必要である。

### (3)度数

- ・プロジェクト度は、度数に対する感応度を考慮して決めるべきである。
- ・感応度が低い場合は、プロジェクト度が年1回でも受容できる。
- ・保証見直しオプションがある場合は、感応度が高いことが考えられるため、相対的に度を増やす必要がある。
- ・負債モデルと連動させることが重要である。

### (4)モデル

- ・投資収益率は、グロスで発生させるのが一般的である。(手数料控除前)
- ・P測定手法(実績値に基づく評価)に基づくべきである。これは、カナダの責任準備金評価方法と整合的である。
- ・確定利付資産モデル(債券ファンド)においても、RSLNモデルはLNモデルより優れている。

### (5)確率モデル上のパラメーター評価

- ・確率モデルは、少なくともドリフトとボラティリティの2つのパラメーターを必要とする。
- ・パラメーターは市場の実績値に基づくが、プロジェクト期間の2倍以上の実績値が必要である。
- ・一般的に特定ファンドの収益率ではなく、市場指数をモデル化すべきである。
- ・異なる市場指数がある場合、これらの相関係数を考慮する必要がある。  
特に、各資産分類の市場指数におけるパラメーター推定は、局面転換が同時に発生するように局面転換確率を強制する。
- ・市場指数に海外の指数がある場合は、為替レートを考慮する必要がある。

## ・負債モデル

### 1. 契約者行動モデルについて

#### (1)死亡率

##### 死亡率の考え方

- ・信頼できるデータによりこの計算基礎を正当化できる場合には、過去の経験値と将来の期待値に基づくべきである。
- ・それ以外では、同様な保険契約の責任準備金評価用の死亡率を用いるべきである。
- ・被保険者集団が大規模であり、明らかに偏りが無いことを理由として、決定論的に扱うことで十分である。
- ・OSFIのMCCSRガイドライン(2001.12)で用いられた死亡率は、「カナダ・アクチュアリー会(CIA)基本生命表」(1986~1992年、満年齢方式、国民表)、「リスク・ファクター」開発用として、男性・女性を60:40で加重平均した率を使用している。

## (2) 解約率

### 解約の傾向

- ・解約は投資実績に連動していると考えられ、ファンド価格 / 最低保証給付額が低下すると、解約率も低下する。
- ・ファンド価格 / 最低保証給付額がきわめて高い場合には、最低保証のない投資信託の解約実績と比較することもできる。
- ・満期に近づき解約控除が減少すると、解約率は高くなる。

### 解約率の考え方

- ・適切かつ信頼できる経験値がない場合、保険業界の経験値、C I A が提供する推奨値と大きく異なる解約率を使用すべきではない。
- ・最も単純なアプローチは決定論的に扱うことであるが、確実に適切なデータが使用できるまですべてのモデルが危険である。
- ・O S F I のM C C S Rガイドライン(2001.12)で使用した解約率は、年 8% (一律)。ただし、米国の「最低死亡保証給付」(G M D B) の 90 歳満期は、年 10% (一律)。  
また、「最低解約保証給付」(G M S B) 型の場合は、ファンド価格 / 最低保証給付額が、85% 以下の場合には、解約権は 100% 行使されると仮定している。

## (3) ファンドの乗り換え

### ファンド乗り換え

- ・ほとんどの場合、将来のファンドの乗り換えを無視しても問題はないと考えられる。
- ・直近の資産構成が長期の契約者行動を反映していないと考えられる場合は、投資姿勢の感応度を検証することは適切である。
- ・O S F I のM C C S Rガイドライン(2001.12)では、ファンドの乗り換えは無視されている。

## (4) 保証見直しオプション

### 保証見直しオプション

特定の時点において、最低保証給付額をその時点のファンド価格あるいはファンド価格の一定割合に見直すことができるオプション。保証見直しオプションを選択することにより、通常次回ロールオーバー日は、10年後に延長される。

一般的に、ファンド価格が最低保証給付額を上回る場合に、保証見直しが行われる。

### 保証見直し率の考え方

- ・一部の保険契約者の経済合理性に見合う場合に保証見直しのオプションが行使されることを仮定すべきである。

- ・保証見直し率設定に際しては、ファンド価格 / 最低保証給付額、実績投資収益率、満期までの期間を考慮すべきである。
- ・保証見直し率は、境界点（一定割合以上になったら保証見直しオプションを行使する、ファンド価格 / 最低保証給付額）を仮定し、合理的な契約者行動と、非合理的な契約者行動のいずれも考慮すべきである。（100%合理的行動をとると仮定する必要はない）
- ・適切かつ信頼度の高いデータがあれば、保険業界の経験値を使用すべきである。
- ・OSFIのMCCSRガイドライン(2001.12)では、境界点が115%以上の時、100%がオプションを行使すると仮定。保証見直しは、最大年2回と仮定。

#### 保証見直しオプションの評価

下表は、境界点および見直し回数による、保証見直しオプションが最低保証負債のNPVに与える影響を示しているが、保証見直しオプションの行使による影響はあまり大きくない。ただし、保証見直しオプションにより右辺テイルが厚くなるのは非常に重要である。

【表5】最低保証給付負債の開始時ファンド価格に対する分位数

保証見直し	境界点	5%	25%	50%	75%	95%
見直しなし	-	-10.7	-7.0	-5.2	-3.3	5.1
1年2回	115%	-9.9	-6.2	-4.2	-1.1	7.8
制限なし	105%	-9.5	-5.8	-3.9	-1.1	8.2
制限なし	115%	-9.7	-6.2	-4.2	-1.3	8.0
制限なし	130%	-10.1	-6.5	-4.4	-1.6	7.6

\*1 出典「Investment Guarantees」(Mary Hardy 著) P113より抜粋。

\*2 開始時ファンド価格100ドル、10,000個のシナリオに基づき計算。

#### その他注意点

- ・流動性の問題がある。保証見直しがあると、10年後（ロールオーバー日）以降いつでも支払が発生する。
- ・ロールオーバー日が集中するリスクがある。運用状況が良いと契約日によらず、特定時期に多くの契約で保証見直しオプションが行使され次回ロールオーバー日が集中するリスクがある。

#### (5)増額

##### 増額の考え方

- ・将来の収入保険料が契約維持要件でないならば、増額による保険料収入を無視してもよいと考えられる。
- ・合理的な予測が可能であれば、増額をモデルに取り込むこともできるが、増額の水準は、直近の経験値や合理的な契約者行動と整合的であるべきである。
- ・OSFIのMCCSRガイドライン(2001.12)では、増額は考慮していない。

## 2. 販売管理費および危険保険料

### (1) 販売管理費および危険保険料

- ・ O S F I の M C C S R ガイドライン(2001.12)では、販売管理費 ( M E R s ) は、3 カ月単位で各期末にファンドから控除される。  
管理費用率は、資産分類ごとに異なり、以下のとおりである。下表は、1 年あたりの管理費用率であるため、各期末に 1/4 ずつ控除されると仮定する。
- ・ 管理費用率のうち、10bp が最低保証給付の危険保険料として徴収されると仮定する。

【表 6】管理費用率 (1 年あたり)

資産分類	管理費用率
短期資金	110bp
確定利付資産	200bp
バランス型	250bp
低変動性の安定型株式	265bp
安定型株式	265bp
安定成長型株式	280bp
成長型株式	295bp