「保険ベータと保険会社のベータ」

日本アクチュアリー会　研修例会

2007年2月16日

森平　爽一郎

（もりだいら　そういちろう）

早稲田大学　大学院　ファイナンス研究科

ベータとは何か？

1. なぜベータが必要なのか？企業や保険価値評価のため
2. ベータの直感的な理解
3. なぜ、ベータでないといけないのか？
4. 保険元受ベータとは何か？
5. 日本の保険会社の元受ベータ
6. 日本の保険会社の株式ベータ

なぜ、いま保険会社の企業評価なのか？

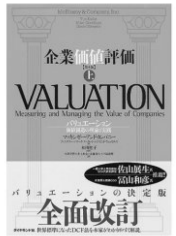
1. 「企業価値最大化」を目指す経営。日本企業のガバナンス構造の変化、敵対てきな買収
2. 証券アナリストにとって、保険会社の評価はどうあるべきか？　事業会社、他の金融機関評価との違いは？
3. 経営戦略の決定：　保険会社にとって、価値ドライバーは何か？
4. 保険料決定　適正な保険料とは何か？
5. 将来企業価値の不確定性を考慮した、規制資本、経済資本、部門別資本の割り当て
6. 相互保険会社、共済、小規模保険会社の評価はどうあるべきか？
7. 相互から株式への転換における企業評価

企業価値評価

$$\frac{\text{債権者と株主に帰属すべきキャシュフロー（フリー・キャシュフロー）}}{\text{加重平均コスト（WACC）＝負債のコスト（金利？）と株式コスト（期待株式投資収益率）を負債比率と自己新比率で加重平均したもの}}$$

⇩

企業価値　特に保険会社にとっては？



企業価値評価 第4版【上・下】
2006年、ダイヤモンド社

大数の強法則
(Strong Law of Large Numbers)

死亡確率=p → 死亡：X_i＝1(円）

生存確率=1-p → 生存：X_i＝0(円）

分子は、死亡した人の数、あるいは死亡した人に対する保険金(各1円）の支払い総額を意味する、

確率1で、このことが生じる

$$\underbrace{\frac{X_1+X_2+\cdots+X_N}{N}}\to p \quad as\ N\to\infty \quad with \quad prob=1$$

標本平均（標本比率）、これは標本数（N)に依存して変わる確率変数であるが

標本数（契約者数）Nが非常に多くなると、死亡比率は真の死亡確率pに確率1で、等しくなる。

大数法則の意味：生命保険の場合

1. 生命保険会社が、いま、N人の契約者（被保険者）と生命保険契約を結んでいたとしよう。
2. 各契約者が死亡する確率はp(0<p<1)であるとしよう。ただし、この保険会社は、正確な死亡確率：p　を知らない
3. 契約者が死亡すると1円を払い、そうでなければ何も支払いと無い
4. 一定期間後、契約者のうちで、n人が死亡したとする
   1. もし契約者数：**N**が非常におおきくなると、
   2. 死亡者比率**(n/N　)**は、未知の死亡確率**p**に等しくなる。

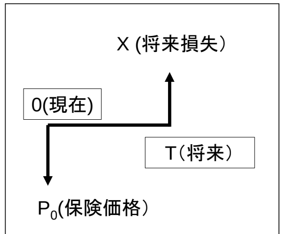
大数法則の意味

1. 生保ポートフォリオで何人に、幾らの保険金を支払うかは、契約者数が多くなれば、ほぼ確実にわかる。
2. （生命保険会社）は、リスクを完全に除去している。
3. 死亡率pは生命表からわかる
- 例。10,000人の65歳男子に満期1年定期生命保険を売っているとすると、死亡率は生命表から0.01438であるので、

純料率(平均値）原理

注：確率測度**P**の下での期待値計算：その意味は後述

$$P_0=\frac{1}{\left(1+r_F\right)^T}E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_T\right]$$



将来損失(X_T)の期待(平均）値を時点0で計算する。

伝統的な保険数理の考え方でこれは、「支相当原則：保険会社にとっての収入(P_0) と(期待)支出E[X_T]を等しくする」。

リスクはどうするのか？

重要な仮定、それは守られているか？

1. 真の死亡確率pは全ての被保険者で等しい
   1. 本当は違う
   2. リスクを細分化する。
2. 「死亡」は互いに独立
   1. テロ、大地震、大きな風水害、大きな疾病の流行などが生じると、独立性は担保されない。大災害リスク
   2. 免責条項の存在
3. Nは無限大か？
   1. 多数の契約者からなる保険ポートフォリオが必要
      1. 小規模な保険会社
      2. 特定の生命保険　団体生命保険など
   2. 契約者数は確率変数？
4. Pそのものの不確実性

仮定が満たされていないとき

1. 再保険とリスク交換（再保険の引受と再保険を他の保険会社から買う）
2. 自己資本を積む。あるいは、責任準備金を積む？
   1. 規制資本
   2. 経済的資本
3. 保険価格にリスク分を積み増す。

問題：どのようなリスクを、いくら積むのか？

保険数理とファイナンス（近代的な保険額）での違い

分散原理とCAPM

$$P_0 = \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_1\right] + \theta \cdot Var\left(\tilde{X}_1\right)}{\left(1+r_F\right)^1}$$

$$P_{i0} = \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{P}_{i1}\right] + \lambda \cdot Cov\left(\tilde{X}_i, \tilde{R}_M\right)}{\left(1+r_F\right)^1}$$

$$\lambda' \equiv \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{R}_M\right] - R_F}{Var\left(\tilde{R}_M\right)}$$

リスク回避度：市場ポートフォリオの期待超過リターンとリスクの比

このニつを比較すると、

分散原理とCAPMにおけるリスク調整係数

リスク尺度；　分散原理、損失の分散

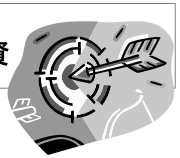
CAPM　共分散

組織的危険と非組織的危険

Systematic Risk and Unsystematic Risk

1. 分散投資をしても除去できない危険がある。それを組織的危険と呼ぶ。
2. この組織的危険こそもっとも重要なリスクである

多角化分散投資：簡単な分散投資



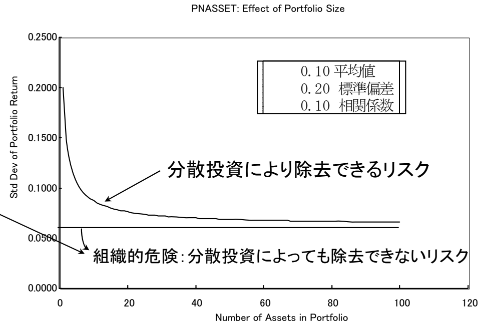
•ダーツ・ポートフォリオによる実験

•銘柄数が増えるにつれ、リスクが減少する。

•しかし、リスク減少効果には限界がある

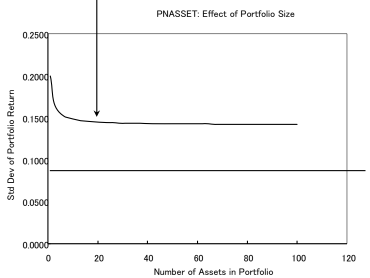
これが投資家にとってのリスク
このリスクをベータ(β)で表す

VaRで考慮すべきはこの部分

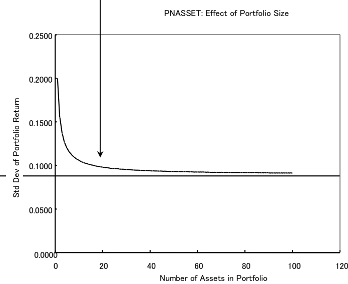


銘柄間の相関とリスク減少効果

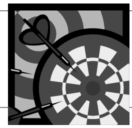
すべての銘柄の相関を0.5と仮定したとき



すべての銘柄の相関を0.2と仮定したとき



専門家は猿に勝てるか？



1. ウォール・ストリート・ジャーナルは、「ダーツボード欄：Dartboard Column」と言う連載記事で、一千九百九十以来、四人の投資専門家による推奨銘柄とランダムに選んだ株式との比較を行っている
2. 毎月初め四人の投資エキスパートニューヨーク、アメリカン、NASDAQに各証券取引所に上場している銘柄で、次の六カ月に最大の成果をもたらすであろう銘柄を一つ予想。これで四銘柄が選ばれる。
3. 六カ月後、四人のうちで4銘柄で上位二つを選んだ二人が残り、新しく選ばれた二人と、さらに次の六カ月で成果が高いと予想する銘柄を四つ選ぶことを続ける。
4. このような手続き半年後とに繰り返し行く。つまり、常に最もすぐれたアナリストが、もっとも良い銘柄からなるポートフォリオを作り直していく

結果は

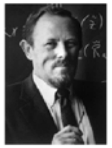
- メトカーフとマルキール[1994]は、１９９０年１月から１９９２年の１２月までの三十カ月、この専門家によるポートフォリオとダーツ・ポートフォリオを比較している。六カ月間の間の収益率を計算した。その結果、３０回のうちで、この専門家ポートフォリオがダーツ・ポートフォリオを打ちまかしたのは、１６回であった。つまり十六勝十四敗であったと言うわけである。
- Metcalf, G. E. and B. G. Malkiel. "The Wall Street Journal Contests: The Experts, The Darts, and The Efficient Market Hypothesis," *Applied Financial Economics*, 1994, 4(2), 371-374.

組織的危険と非組織的危険

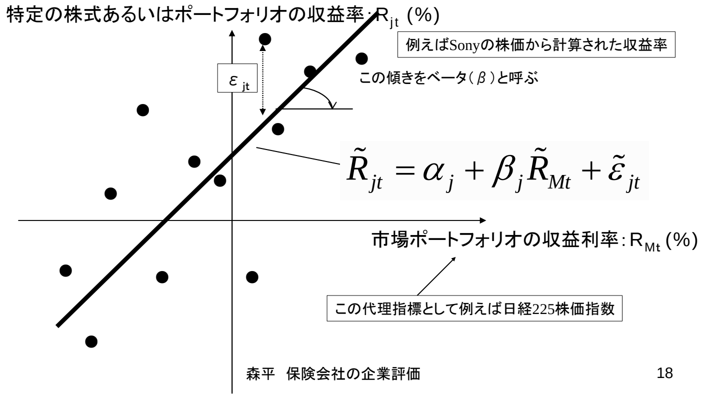
Systematic Risk and Unsystematic Risk

ベータ（β）とは何か？

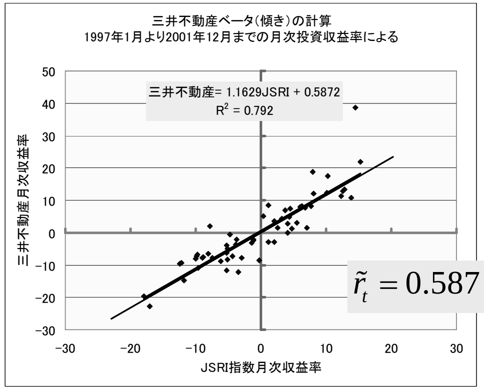
1. ベータ（β）は個々の資産の組織的危険の尺度である



ベータ（β）の考え方



三井不動産のベータの計算



$$\tilde{r}_t = 0.587 + 1.16\tilde{r}_{M,t} + \tilde{\varepsilon}_t$$

ベータの測定

- 株式のベータは次の式で計算される。回帰係数

$$\beta_j = \frac{\overbrace{Cov\left(R_j, R_M\right)}^{\text{共分散}}}{\underbrace{Var(R_M)}_{\text{分散}}}$$

- ここで R_j はj番目の株式（例えばSONY）の収益率 R_M は市場ポートフォリオの収益率。共分散は

$$Cov\left(R_j, R_M\right) = \sum_{t=1}^{T} \left(R_{jt} - E\left[R_j\right]\right)\left(R_{Mt} - E\left[R_M\right]\right)$$

市場モデルによるリスクの分解

$$\tilde{R}_{jt} = \alpha_j + \beta_j \tilde{R}_{Mt} + \tilde{\varepsilon}_{jt}$$

両辺の分散を計算すると、ε とRMは無相関との仮定の下で

$$Var(\tilde{R}_{jt}) = \beta_j^2 Var(\tilde{R}_{Mt}) + Var(\tilde{\varepsilon}_{jt})$$

全体リスク

市場の動きに連動する部分
分散投資で除去できないリスク

組織的危険

分散投資によって除去可能な部分:j番目の株式に特有なリスク

非組織的危険

特段気にしなくても良い？！

ポートフォリオの残差リスク

2つの資産があったときに、ポートフォリオの残差（非組織的危険）は:

$$\begin{aligned}
Var(\tilde{\varepsilon}_p) &= Var(w_1\tilde{\varepsilon}_1 + w_2\tilde{\varepsilon}_2) \\
&= Var(w_1\tilde{\varepsilon}_1) + Var(w_2\tilde{\varepsilon}_2) + 2Cov(w_1\tilde{\varepsilon}_1, w_2\tilde{\varepsilon}_2) \\
&= w_1^2 Var(\tilde{\varepsilon}_1) + w_2^2 Var(\tilde{\varepsilon}_2) + 2w_1w_2Cov(\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) \\
&= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}
\end{aligned}$$

とも書く(記法の違い)

仮定によってゼロ（実際は？）

三井不動産の事例

$$\begin{aligned}
Var\left(\tilde{r}\right)_t &= Var\left(0.587\right) + Var\left(1.16\tilde{r}_{M,t}\right) + Var\left(\tilde{\varepsilon}_t\right) \\
&= 0 + \left(1.16\right)^2 Var\left(\tilde{r}_{M,t}\right) + Var\left(\tilde{\varepsilon}_t\right)
\end{aligned}$$

$$112.52 = 0 + \left(1.16\right)^2 65.89 + Var\left(\tilde{\varepsilon}_t\right)$$

したがって、非組織的危険は23.84

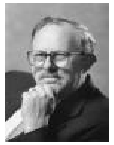
ベータの特色

1. ベータは分散投資でも除去できないリスクをあらわす。組織的危険（市場危険）の尺度
2. 市場ポートフォリオのベータは1
3. ポートフォリオのベータは、それを構成する個々の資産のベータを（投資比率で）加重平均したものに等しい。いまN個の資産があるとすると、

$$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \cdots + w_N\beta_N$$

CAPM:
Capital Asset Pricing Model
資本資産価格決定モデル

CAPMとは、資本資産価格の均衡理論を意味する。ここでは、それがどのようにして導出されるかで無く、その物の意味するものが何であるのかを理解することにする。



CAPMは、Willam Sharpによって提唱され、ほぼ同時期に、J.LintnerとJ.Mossinによってその理論的な深化がなされた。

SharpeはCAPMの発見により、1996年度のノーベル経済学賞を受賞した。

CAPM：資本資産価格決定モデル

収益率ベースでのCAPMをまず考えてみる

市場ポートフォリオの期待超過リターン

$$E_0^{\mathbf{P}}\left[R_i\right] = R_F + \beta_i\left(E_0^{\mathbf{P}}\left[R_M\right] - R_F\right)$$

期待リターン

ベータ(組織的危険の尺度)

無リスクレート(金利)

市場ポートフォリオの収益率

$R_F \equiv \left(1 + r_F\right)$　$\tilde{R}_i = \tilde{X}_{i1}/P_{i0}$　$\tilde{R}_M = \tilde{X}_{M1}/P_{M0}$

i番目の資産の将来キャッシュフロー

CAPMの別の表現

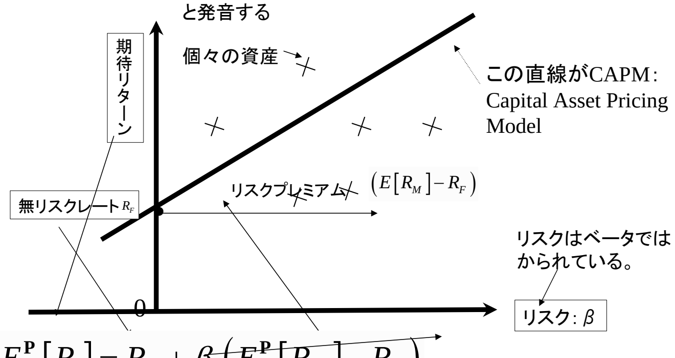
$E_0^{\mathbf{P}}\left[R_i\right] = R_F + \beta_i\left(E_0^{\mathbf{P}}\left[R_M\right] - R_F\right)$　を書き直して

$$E_0^{\mathbf{P}}\left[R_i\right] = R_F + \lambda\beta_i$$

ここでλは　$\lambda \triangleq \left(E_0^{\mathbf{P}}\left[R_M\right] - R_F\right)$　と定義され、リスクの市場価格（Market Price of Risk)と呼ばれる。投資家のリスク回避度をあらわす。

リスクとリターンとのトレードオフ:どうあるべきか？
CAPM：Capital Asset Pricing Model

キャップエムあるいはシーえーーピーエムと発音する



$$E_0^{\mathbf{P}}\left[R_i\right] = R_F + \beta_i\left(E_0^{\mathbf{P}}\left[R_M\right] - R_F\right)$$

CAPMは部分均衡モデルである

- 無リスク資産の価格、言い換えれば、1期間割引債の利回りは、外生的に決定される。
- その意味で、すべての資産の価格を決定する一般均衡モデルでない。
- 金利あるいは無リスク資産価格は、消費CAPMの枠組みで決定される。あるいはプライシング・カーネル・アプローチで。
- Blackのゼロベータポートフォリオとの関係

ベータ・リスクはゼロにも負にもなる！　その意味は何か？

- β>0であることはリスクが「ある」こと
- β=0であることは、その資産の将来キャッシュフローのボラティリティーがゼロであることを意味しない。将来キャッシュフロー⇒投資収益率は変動するが・・・
- β<0は何を意味するか？
  - 期待リーンは無リスク金利以下になる。
  - 負のβの例：金や金鉱株の過去の事例：後述

CAPMとシングルファクターモデ(SFM）混乱しないこと

CAPM

$$E\left[\tilde{R}_i\right] = R_F + \beta_i\left(E\left[\tilde{R}_M\right] - R_F\right)$$

シングル・ファクター・モデ(SFM）

インデックス(I)はR_Mであり得るが・・・

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{I}_{Mt} + \tilde{u}_{it}$$

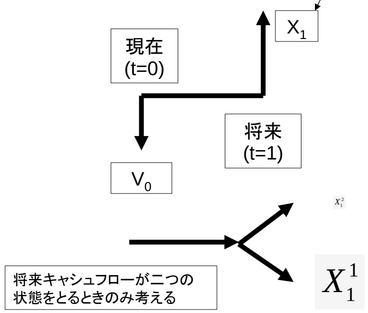
CAPMとシングルファクターモデ(SFM）

	CAPM	SFM
	$E[R_i] = R_F + \beta_i(E[R_M] - R_F)$	$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{I}_{Mt} + \tilde{u}_{it}$
従属変数	期待収益率	不確実な収益率
切片	無リスク金利	推定定数項
独立変数	ベータ	不確実な指数 （市場ポートフォリオ収益率でもあり得る)
傾き	リスクプレミアム （市場ポートフォリオの期待値ー無リスク金利）	推定ベータ
	市場均衡モデル	αとβを推定するための統計モデル

資産評価(アセットプライシング)

- 将来キャッシュフロー(X_1)の期待現在価値(V_0)を求める。一期間モデルでは、

保険債務、保険会社の資産、自己資本(株主資本)のいずれであってもよい



$$V_0=\frac{E_0\left[\tilde{X}_1\right]}{\left(1+r\right)^1}$$

資産評価の三つの方法:
リスクをどう織り込むべきかで

1. リスク調整を行わない　自然確率(p)で期待値計算、無リスク金利で割り引く
2. 確実性等価法:リスクは分子の期待キャシュフローに織込む。
3. リスク中立化法:リスクは分子の期待値を計算する場合の確率に織込む。
4. リスク調整済み割引率法:リスクは分子の割引率に織込む。

資産評価の三つの方法:
リスクをどう織り込むべきか つづき

1. 方法2、方法3、方法4のいずれを用いても、保険会社の価値はおなじである「はず」である。
2. リスクの調整方法が異なるだけ。
3. 三つの方法を統一的に説明する考え方、原理 ⇒ プライシングカーネル法による評価
4. 方法がことなると、実際には異なる値を与える。実務上どうするかが問題！　変額年金の評価

リスク調整を行わない　自然確率(p)

自然(実)確率　p　を用いて期待キャシュフローを計算する

$$V_0=\frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_1\right]}{\left(1+r_F\right)^1}=\frac{pX_1^2+\left(1-p\right)X_1^1}{\left(1+r_F\right)^1}$$

修正すべき　**リスクを価値にどう反映させるべきか？**

1. 分子に反映する　確実性等価法(CE法)
2. 分母に反映させる　リスク調整済み割引率法(RADR法)

確実性等価法
リスクは分子の期待キャシュフローに織込む

加法モデル

$$V_0 = \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_1\right] - Z}{\left(1+r_F\right)^1} = \frac{\left[pX_1^2 + \left(1-p\right)X_1^1\right] - Z}{\left(1+r_F\right)^1}$$

価格表示のCAPMに他ならない

乗法モデル

期待値原理によるプレミアム決定と同じ考え

$$V_0 = \frac{\beta E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_1\right]}{\left(1+r_F\right)^1} = \frac{\beta\left[pX_1^2 + \left(1-p\right)X_1^1\right]}{\left(1+r_F\right)^1} \quad 0 < \beta \le 1$$

Jarrow and Turnbell[1995]の信用リスクのある債券評価モデルで利用された方法と同じ。

CAPMの別の表現
確実性等価(Certainty Equivalent)法

収益率ベース

$$E\left[R_i\right] = R_F + \beta_i\left(E\left[R_M\right] - R_F\right) \equiv R_F + \lambda\beta_i$$

$$\Updownarrow \quad \boxed{\tilde{R}_i = \frac{\tilde{X}_i}{P_{i0}}}$$

ここで $\lambda \equiv E\left[R_M\right] - R_F$

収益率の定義を上の式に代入する。ここで、X_iはi番目の資産の不確実な将来キャシュフローを表す。

価格ベース1：確実性等価

$$P_{i0} = \frac{E\left[\tilde{X}_i\right] - \lambda\beta_i}{R_F}$$

分子は期待リターンから(リスクプレミアム×ベータリスク)を差引いたもの。確実性等価なキャシュフローをあらわす。

確実性等価法　続き

Sherris[2006]は、プライシング・カーネル(M)法(付録を参照)を用い、保険会社の負債(L)評価において、次のような評価式を提唱している

$$\begin{aligned} V_{L,0} &= E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{M}_1 \cdot \tilde{L}_1\right] \\ &= E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{M}_1\right]E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right] + \operatorname{cov}\left(\tilde{M}_1, \tilde{L}_1\right) \\ &= E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{M}_1\right]\left[E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right] + \operatorname{cov}\left(\frac{\tilde{M}_1}{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{M}_1\right]_1}, \tilde{L}_1\right)\right] \\ &= \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right] + \operatorname{cov}\left(\frac{\tilde{M}_1}{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{M}_1\right]}, \tilde{L}_1\right)}{\left(1+r_F\right)^1} \end{aligned}$$

保険金支払い債務の期待値

リスクプレミアムにあたる

リスク調整済み割引率法
リスクは分子の割引率に

$$V_0 = \frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{X}_1\right]}{\left(1+r\right)^1} = \frac{pX_1^2 + \left(1-p\right)X_1^1}{\left(1+r\right)^1}$$

リスクを織り込んだ割引率として、何を用いるべきか？収益率ベースのCAPMを使おう。CAPMは株式(自己資本)評価のためにだけあるのではない。

$$\left[\left(1+r\right) = E\left[R\right]\right] = R_F + \beta\left(E\left[R_M\right] - R_F\right)$$

は、保険債務、保険会社の自己資本(株式資本)、保険会社の資産などの期待収益率。ベータもそれぞれ、負債ベータ、自己資本ベータ、保険資産ベータが必要になる。

保険負債の評価はどうあるべきか？

保険金支払い債務(L)の時価評価は

$$V_{0,L}=\frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right]}{R_F+\beta_L\left(E\left[R_M\right]-R_F\right)}$$

アメリカの損害保険会社の保険債務ベータ(β_L)はゼロに近い

何が起きるか。β_L=0であるのだから、

$$=\frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right]}{R_F+0\left(E\left[R_M\right]-R_F\right)}$$

$$=\frac{E_0^{\mathbf{P}}\left[\tilde{L}_1\right]}{R_F}$$

保険債務はあたかも無リスクであるかのように考えて、無リスク金利で割り引けばよい。

注意： 保険金支払いに不確実性はあるが、その組織的件はゼロである。保険金支払いは「市場ポートフォリオ」と無相関である。

保険債務、保険資産ベータをCAPMで測れるのか？

- CAPMでは、資産(負債)の収益(変化)率、あるいは価格そのものが正規分布している。
- 保険債務分布は非対称、かつ裾が厚く、長い裾をもつ。このようなことを許容する資産価格決定モデルとして、

$$E\left[r\right]=r_F+B\left(E\left[r_M\right]-r_F\right)$$

ここで、

$$B\equiv\frac{Cov\left(r,-\left(1+r_M\right)^{-b}\right)}{Cov\left(r_M,Cov\left(R,\left(1+r_M\right)^{-b}\right)\right)}$$

$$b=\frac{\ln E\left[1+r_M\right]-\ln\left(1+r_F\right)}{Var\left(\ln E\left[1+r_M\right]\right)}$$

は期待超過リターンで、投資家のリスク回避度をあらわす。

Rubinstein, Mark. "The Valuation of Uncertain Income Streams And The Pricing of Options," *Bell Journal of Economics*, 1976, 7(2), 407-425.

保険債務、保険資産ベータをCAPMで測れるのか？

- Obrien[2004]は、保険債務の時価評価にあたり、伝統的なCAPMとRubinsteinモデルを用いたときの比較をおこなっている。

O'Brien Thomas J., "Asset Pricing of Insurance Loss Liabilities: Some Examples," *Financial Markets, Institutions and Instruments*, 13(4), 2004, 147-72.

保険債務が市場ポートフォリオと負の相関を持っているときは、保険債務の割引レートは無リスク金利以下になる。特に、正の共歪度(Co-skewness)を保険債務が持っていると、割引率は、CAPMでもとめたレートよりもより低くなる。保険債務は多めに見積もられる。このことは、株主にとってのリターンは、市場ポートフォリオと「負の共歪度」を意味するから、株主はより高いリターンを要求する。

逆に、保険債務が市場ポートフォリオと正の相関を持つと、「ヘッジ効果」により、割引率は無リスク金利以上になる。負債価値は低めに算出される。

保険会社の資産評価のための保険ベータ

損害保険ベータと保険CAPM

日本の損保は儲け過ぎか？

日本保険年金リスク学会 2005年度予稿集

2005年10月1日

研究の目的

1. 損害保険会社は、保険と金融資産の両方に投資をしている。
2. 保険ポートフォリオの決定が重要
3. 保険投資におけるリスクを保険ベータで計算する。
   1. 保険ベータの長期及び短期の推定
   2. 時間と共に変わる保険ベータの推定
   3. マルチファクターモデルによる保険ベータの推定
   4. 保険市場における非組織危険の大きさの推定
4. 保険CAPMと保険APTの検討
5. 保険ベータにもとづく最適な保険ポートフォリオの決定方法

変数名表：原則時価表示

- Y=損保会社の純利益
- U=元受利益
- I=投資利益
- P=保険料
- X=資産額
- K=自己資本額
- r_Y =総合収益率(ROE)
- r_P =保険収益率
- r_I =投資収益率
- w=（P/K)=保険料対自己資本比率
- x=投資金額対自己資本比率
- k＝ファンド生成ファクター(0＜k＜1)

損害保険会社のBS

資産	負債
X:資産額	L≒P: 負債
	K:自己資本

$$X = L + K$$
$$X \approx P + K$$
$$K = X - P$$
$$1 = \left(\frac{X}{K}\right) - \left(\frac{P}{K}\right) \equiv x - w$$

のベータ、より広くは

元受のリスクはどうはかるか？

のリスクとリターンは、損保であれば、損保株のベータと均衡期待収益率＝実績収益率からわかる。

損保会社の投資収益率
自己資本利益率

$$\tilde{Y} = \tilde{U} + \tilde{I}$$

総合収益=引受利益+投資収益

$$= P\left(\frac{\tilde{U}}{P}\right) + X\left(\frac{\tilde{I}}{X}\right)$$

$$\left(\frac{\tilde{Y}}{K}\right) = \left(\frac{P}{K}\right)\left(\frac{\tilde{U}}{P}\right) + \left(\frac{X}{K}\right)\left(\frac{\tilde{I}}{X}\right)$$

両辺を自己資本額で割ると

$$\tilde{r}_Y = w\tilde{r}_U + x\tilde{r}_I$$

w,xを投資比率とし、r_Pとr_Iを投資収益率と考えて

保険会社の総合収益率
元受と投資利益の源泉を考慮した表現

k＝ファンド生成ファクター： 未払い保険金が投資資金に回る割合 0<k<1

$$\tilde{Y} = \tilde{U} + \tilde{I} = \left(P - \tilde{L} - E\right) + \left(K + k\left(P - E\right)\right)\tilde{r}_I$$

$$\left(\frac{\tilde{Y}}{K}\right) = \left(\frac{P}{K}\right)\left(\frac{P - \tilde{L} - E}{P}\right) + \left(\frac{1}{K}\right)\left(K + kP\left(\frac{P-E}{P}\right)\right)\tilde{r}_I$$

$$= \left(\frac{P}{K}\right)\left(1 - \tilde{l} - e\right) + \left(1 + k\left(\frac{P}{K}\right)\left(1-e\right)\right)\tilde{r}_I$$

$$\tilde{r}_Y = w\tilde{r}_U + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)\tilde{r}_I = w\tilde{r}_P + x\tilde{r}_I$$

保険ベータ：β_Y

$$\beta_Y = \frac{Cov\left(\tilde{r}_Y, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)} = \frac{Cov\left(w\tilde{r}_U + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)\tilde{r}_I, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)}$$

$$= w\frac{Cov\left(\tilde{r}_U, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)} + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)\frac{Cov\left(\tilde{r}_I, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)}$$

$$\equiv w\beta_U + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)\beta_I$$

⇒ 保険企業の**「株式、自己資本」**ベータ ＝ **元受保険ベータ** と **投資**ベータの加重平均

$$\beta_U \equiv \frac{Cov\left(\tilde{r}_U, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)} \qquad \beta_I \equiv \frac{Cov\left(\tilde{r}_I, \tilde{r}_M\right)}{V\left(\tilde{r}_M\right)}$$

もし、保険会社の投資ポートフォリオ ≒インデックスポートフォリオ

$\tilde{r}_I \approx \tilde{r}_M$ であれば、投資ベータは $\beta_I \approx 1$ このことは、

$$\beta_Y = w\beta_U + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)1$$

$$= 1 + \left[k\left(1-e\right) + \beta_U\right]w$$

$$> 1 \ \ if \ \ \beta_U > -k\left(1-e\right)$$

つまり、この条件が満たされれば、損保会社ベータは1より大きい。

損保株の期待リターン(非均衡式）

損保株式の投資収益率は、

$$\tilde{r}_Y = w\tilde{r}_U + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)\tilde{r}_I$$

両辺の期待値をとると

$$E\left[\tilde{r}_Y\right] = wE\left[\tilde{r}_U\right] + \left(1 + kw\left(1-e\right)\right)E\left[\tilde{r}_I\right]$$

プライシン・グカーネル・アプローチによる保険CAPMの導出

$$1 = E_t[\tilde{M} \cdot \tilde{R}_j]$$

がいかなる資産に関しても成立する。

かつプライシン・グカーネルが既知のファクターポートフォリオr_Mと線形関係にあると仮定すると

$$M = a + br_M$$

$$E_t\left[r_j\right] = r_F + \lambda\beta_j$$

$$\beta_j \equiv Cov(r_M, r_j)/Var(r_M)$$

$$\lambda \equiv \left(E_t\left[r_M\right] - r_F\right)$$

リスクの市場価格

均衡期待リターン

$$E_t\left[r_j\right] = r_F + \lambda\beta_j$$
$$= r_F + \beta_Y\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]$$

保険CAPMと保険ベータ

$$E\left[\tilde{r}_Y\right] = wE\left[\tilde{r}_U\right] + \left(1 + kw(1-e)\right)E\left[\tilde{r}_I\right]$$

ベータの分解公式を代入して整理すると

他方、保険会社と投資資産にたいするCAPMは

$E\left[\tilde{r}_Y\right] = r_F + \beta_Y\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]$　　$E\left[\tilde{r}_I\right] = r_F + \beta_I\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]$　　であるので、

$$r_F + \beta_Y\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right] = wE\left[\tilde{r}_U\right] + \left(1 + kw(1-e)\right)\left[r_F + \beta_I\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]\right]$$

$$r_F + \left[w\beta_U + \left(1 + kw(1-e)\right)\beta_I\right]\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right] = wE\left[\tilde{r}_U\right] + \left(1 + kw(1-e)\right)\left[r_F + \cancel{\beta_I\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]}\right]$$

$$\Downarrow$$

保険元受均衡価格式

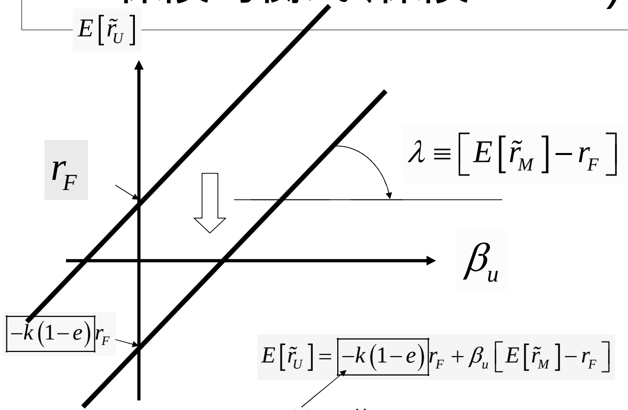
$$E\left[\tilde{r}_U\right] = \boxed{-k\left(1-e\right)}r_F + \beta_u\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right]$$

元受業務に対する均衡要求利回り

保険元受ベータ

－ファンド生成ファクター×まだ払っていない保険金の割合　＜　0

保険均衡式(保険CAPM)



$$E[\tilde{r}_U]=\boxed{-k(1-e)}r_F+\beta_u[E[\tilde{r}_M]-r_F]$$

マイナスの値

保険ベータと保険CAPMの意味

- 右辺第1項:保険ベータ(組織的危険)がゼロの時の引き受け保険業務における均衡期待リターン⇒通常マイナス
- 右辺第2項:元受業務におけるリスク負荷
- もし、保険ベータ(保険の組織的危険)が正であっても、その絶対値が小さいと、損保会社にとっての保険セクターで期待される収益率はマイナスでよい、「あるべき」である。

この考え方の背後にあるもの

- 損害保険会社は、最初に受け取った保険料(Premium)と保険金の最終支払いとの間にはラグがある。
  - 事故が起きていない.
  - 事故が起きてもまだ報告されていない(IBNR: Incurred But Not Reported)
  - 事故がおき･報告されているが、保険金の支払いがまだ(RBNS: Reported But Not Settled)
- この間のお金を無リスク金利で運用すれば、利益があがる。
- これは誰の物か？　損保会社の持ち主(株主あるいは契約者)

$$E[\tilde{r}_U]=\boxed{-k(1-e)}r_F+\beta_u[E[\tilde{r}_M]-r_F]$$

を書き直すと

$$\underbrace{E[\tilde{r}_U]+\boxed{k(1-e)}r_F}_{\text{元受リターン ＋ INBR運用益}}=\underbrace{\beta_u[E[\tilde{r}_M]-r_F]}$$

保険元受け収益率とTOPIX
初等統計量

	1	2	3	4	7	8	9
	幾何平均	算術平均	標準偏差	Sharpe Ratio	歪度	尖度	系列相関
東京日動	18.81	19.28	10.88	1.34	0.49	-0.02	0.82
損保ジャパン(安田)	17.66	18.19	11.53	1.17	0.67	-0.15	0.81
三井住友(三井大正)	16.88	17.50	12.51	1.02	0.70	-0.15	0.86
住友	18.15	18.88	13.51	1.05	0.45	-0.48	0.85
日本興亜(日本)	16.69	17.38	12.97	0.98	0.39	-0.79	0.88
ニッセイ同和保(同和)	13.20	13.69	10.99	0.82	1.08	0.59	0.80
日産	10.00	10.31	8.47	0.66	0.29	-0.57	0.84
興亜	14.64	15.25	11.98	0.88	0.01	-1.07	0.80
千代田	11.53	11.91	9.42	0.76	0.26	-0.83	0.89
日新	10.97	11.31	8.96	0.74	0.28	-0.80	0.76
日動	15.67	16.28	12.29	0.94	0.73	0.75	0.79
富士	12.99	13.41	9.89	0.88	0.37	-0.37	0.85
あいおい(大東京)	15.36	15.88	11.05	1.01	0.00	-0.92	0.86
大成	14.74	15.44	12.90	0.83	0.16	-1.21	0.85
全企業	16.17	16.66	10.88	1.10	0.46	-0.46	0.84
TOPIX	6.23	8.52	23.02	0.17	0.58	0.31	0.20

おもな損害保険種目間の元受け収益率の相関係数

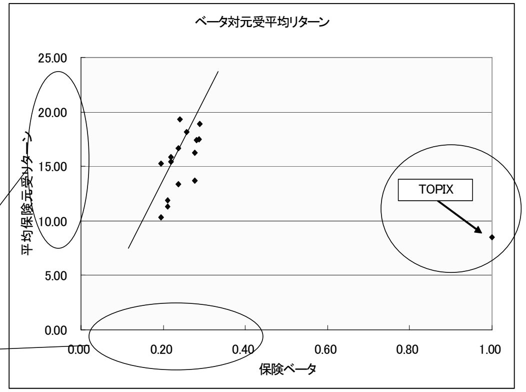
	火災	自動車	自賠責	損害	賠償責任	運送	船舶	総合	TOPIX
火災	1	0.356	0.336	0.452	0.204	0.320	0.276	0.721	0.367
自動車	0.356	1	0.222	0.286	0.729	0.252	0.648	0.510	0.482
自賠責	0.336	0.222	1	0.059	0.420	0.320	0.470	0.451	0.014
損害	0.452	0.286	0.059	1	0.463	0.056	-0.401	0.793	0.437
賠償責任	0.204	0.729	0.420	0.463	1	0.235	0.432	0.593	0.440
運送	0.320	0.252	0.320	0.056	0.235	1	0.481	0.323	0.284
船舶	0.276	0.648	0.470	-0.401	0.432	0.481	1	0.103	0.207
総合	0.721	0.510	0.451	0.793	0.593	0.323	0.103	1	0.542
TOPIX	0.367	0.482	0.014	0.437	0.440	0.284	0.207	0.542	1

種目間で相関が低い！

保険ベータ(β_U)の推定。
1970年-2000年

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
会社名	アルファ	標準誤差	T値	p値	ベータ	標準誤差	T値	p値	決定係数
東京日動	0.177	0.021	8.6	1.89E−09	0.241	0.084	2.9	0.0077	0.194
損保ジャパン(安田)	0.169	0.022	7.6	1.97E−08	0.258	0.091	2.8	0.0080	0.192
三井住友(三井大正)	0.157	0.024	6.6	3.13E−07	0.287	0.097	2.9	0.0063	0.204
住友	0.182	0.023	7.9	1.08E−08	0.289	0.095	3.1	0.0047	0.218
日本興亜(日本)	0.159	0.025	6.5	4.57E−07	0.282	0.101	2.8	0.0093	0.187
ニッセイ同和保(同和)	0.120	0.021	5.6	4.60E−06	0.278	0.087	3.2	0.0034	0.234
日産	0.100	0.015	6.9	1.44E−07	0.195	0.060	3.3	0.0027	0.245
興亜	0.100	0.015	6.9	1.44E−07	0.195	0.060	3.3	0.0027	0.245
千代田	0.117	0.018	6.5	3.80E−07	0.211	0.073	2.9	0.0075	0.195
日新	0.117	0.018	6.5	3.80E−07	0.211	0.073	2.9	0.0075	0.195
日動	0.149	0.024	6.2	8.21E−07	0.277	0.098	2.8	0.0085	0.188
富士	0.131	0.022	6.1	1.30E−06	0.236	0.089	2.7	0.0123	0.170
あいおい(大東京)	0.162	0.022	7.3	4.85E−08	0.219	0.091	2.4	0.0228	0.137
大成	0.162	0.022	7.3	4.85E−08	0.219	0.091	2.4	0.0228	0.137
全企業	0.131	0.022	6.1	1.30E−06	0.236	0.089	2.7	0.0123	0.170
平均(除　全企業)	0.143	0.021	6.9	0.000	0.243	0.085	2.9	0.0090	0.196

保険元受けベータと平均元受け収益率と1970-2000年



低いベータ、高い保険期待リターン！

税率を考慮したときの保険CAPM

$$E\left[\tilde{r}_U\right] = -k \cdot s \cdot r_F\left(\frac{1-t_i}{1-t_u}\right) + \beta_u\left[E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F\right] + r_F\left(\frac{t_i/s}{1-t_u}\right)$$

t_i=投資収益に対する税率、t_u＝元受収益に対する税率、s=保険料対自己資本比率=(1-e)

裁定評価理論(APT)を基にした保険ベータ推定

$$E\left[\tilde{r}_U\right] = \lambda_0 k\left(\frac{1-t_i}{1-t_u}\right) + \sum_{l=1}^{K}\lambda_l\beta_l + \lambda_0\left(\frac{t_i/s}{1-t_u}\right)$$

推定結果

種目	保険CAPMによる期待収益率	保険APTによる期待収益率	実績収益率	目標収益率
火災	−0.30	−1.76	3.76	4.00
家屋	−0.60	−1.90	−2.44	6.00
企業	−2.95	−2.77	−0.64	4.00
自動車(自賠償)	−4.08	−5.78	−8.30	5.00
自動車(車両)	−1.43	−1.59	−0.24	5.00
加重平均	−3.10	−2.69	−3.41	4.97

推定結果は、Urrutia[1987] の表1と表2による。推定データは、1978-1982年。第4列はこの期間のアメリカの実績元受収益率、第5列は伝統的にアメリカの損害保険業界において望ましいとおもわれる元受収益率

平均-LPM(下方リスク尺度)を考慮したCAPM

Larry A. Cox and Gary L. Griepentrog, “Mean-lower Partial Moment Asset Pricing and the Regulation of Property：Liability Insurance Rates," *Insurance: Mathematics and Economics*, 7(3), (October 1988), 201-210

$$\bar{R}_E^G = R_F + \beta_E(\bar{R}_M - R_F), \qquad \text{(A.1)}$$

where

$\bar{R}_E^G$ = expected mean governed rate of return on the P-L insurer's equity,
R_F = rate of return on the riskless asset,
$\bar{R}_M$ = expected mean rate of return on the market portfolio,

$$\beta_E = CLPM_{R_F}(R_M, R_E)/LPM_{R_F}^2(R_M),$$

$$CLPM_{R_F}(R_M, R_E) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{R_F}(R_M - R_F) \times (R_E - R_F)\,\mathrm{d}F(R_M, R_E),$$

$F(R_M, R_E)$ = bivariate probability distribution function of R_M and R_E,

$LPM_{R_F}^2(R_M) = \int_{-\infty}^{R_F}(R_M - R_F)^2\,\mathrm{d}F(R_M)$, and

「リターンが無リスク金利以下になる」ことをリスクと考えたときのCAPM

損害保険会社に対する保険ベータの推定結果

Table 3
Estimates of E-V and E-L underwriting betas. *

Insurer	Subperiod 1		Subperiod 2		Subperiod 3	
	E-V	E-L	E-V	E-L	E-V	E-L
Baldwin & Lyons	1.516	1.646	0.101	0.293	−0.739	−1.213
CNA Financial	0.061	−0.244	−0.058	−0.122	−0.694	−1.498
Chubb	−0.087	−0.327	−0.125	0.128	−0.982	−1.524
Continental	−0.771	−1.055	−0.540	−0.466	−1.167	−1.724
Crum & Forster	0.029	−0.087	−0.157	−0.244	−0.319	−0.711
Employers Casualty	0.002	−0.092	−0.235	0.298	−0.285	−0.577
GEICO	0.665	0.518	−0.002	0.700	0.185	−0.356
General Re	0.546	1.478	0.532	1.002	−0.289	−1.342
Hanover	0.044	−0.066	0.029	−0.087	−0.347	−0.737
INA	−0.296	−0.357	−0.340	−0.270	−0.920	−1.762
Kemper	−0.035	0.029	−0.019	0.051	−0.921	−1.729
Mission	1.236	1.258	0.416	0.627	0.063	−0.673
Ohio Casualty	0.507	0.227	0.199	0.353	−0.227	−0.647
Progressive	1.177	0.845	0.309	0.202	0.171	−0.637
Republic Financial	0.272	0.214	0.114	−0.043	−0.133	−0.738
SAFECO	−0.344	−0.223	−0.095	0.059	−0.604	−1.162
St. Paul	−0.096	−0.181	0.101	0.356	−0.853	−1.454
USF&G	−0.349	−0.493	0.069	−0.009	−0.595	−0.966
United Fire & Cas.	−0.036	−0.083	0.040	−0.128	−0.191	−0.594
Western Casualty	0.245	−0.018	−0.021	−0.088	−0.483	−0.796
Zenith national	0.227	0.196	−0.186	−0.284	1.941	1.266
Mean	0.219	0.152	0.006	0.083	−0.352	−0.932

* Subperiod 1: January 1972 – June 1975; Subperiod 2: July 1975 – December 1978; Subperiod 3: January 1979 – June 1982.

デフォルトの可能性のある保険会社の元受ベータ

$$E\left[\tilde{r}_U\right] = -r_F + \lambda\left[\beta_u + \beta_{DOV}\right] - E\left[\frac{\widetilde{DOV}}{P_0}\right]$$

$$\lambda \equiv E\left[\tilde{r}_M\right] - r_F \qquad \beta_{DOV} \equiv \frac{Cov\left(DOV/P, \tilde{r}_M\right)}{Var\left(\tilde{r}_M\right)} \qquad \beta_u \equiv \frac{-Cov\left(X_1, \tilde{r}_M\right)}{Var\left(\tilde{r}_M\right)}$$

$DOV = Max\left[0, -\left\{\left(K_0 + P_0\right)\left(1 + \tilde{r}_I\right) - \tilde{X}_1\right\}\right]$ は、デフォルトオプション価値

Yueyun Chen, "Capital Asset Pricing Models with Default Risk: Theory and Applications in Insurance," *International Advances in Economic Research*, 9(1), 2003

参考文献

1. 森平爽一郎、「日本の損保は儲けすぎか？　保険CAPMを用いた分析」、**QRIレポート**、Vol.10、1994年3月、3-9.
2. 森平爽一郎・神谷信一、**「損害保険ベータの推定と保険CAPM：日本の損保は儲けすぎか？」、2006年度、日本保険年金学会予稿集、**
3. Biger, Nahum and Yehuda Kahane. "Purchasing Power Risk and The Performance of Non Life Insurance Companies," *Journal of Risk and Insurance*, 1976, 43(2), 243-256.
4. Biger, Nahum and Yehuda Kahane. "Risk Considerations In Insurance Ratemaking," *Journal of Risk and Insurance*, 1978, 45(1), 121-132.
5. Biger, Nahum and Yehuda Kahane, "Balance Sheet Optimization for Non-Life Insurance Companies: An Extensions," *Journal of Insurance Issues and practice*, 1(4),1972, 71-81.
6. Cox, Larry A. and E. Ann Rudd. "Book Versus Market Underwriting Betas," *Journal of Risk and Insurance*, 1991, 58(2), 312-321.
7. Cummins, J. David and Scott E. Harrington. "The Relationship Between Risk and Return: Evidence for Property-Liability Insurance Stocks," *Journal of Risk and Insurance*, 1988, 55(1), 15-31.
8. Cummins, David and Scott Harrington. "The Impact of Rate Regulation in U.S. Property-Liability Insurance Markets: A Cross-Sectional Analysis of Individual Firm Loss Ratios," *Geneva Papers - Theory*, 1987, 12(42), 50-62.
9. Cummins, J. David and Scott Harrington. "Property-Liability Insurance Rate Regulation: Estimation of Underwriting Betas Using Quarterly Profit Data," *Journal of Risk and Insurance*, 1985, 52(1), 16-43.
10. Cummins, J. David and David J Nye, "Portfolio Optimization Models for Property-Liability Insurance Companies: An Analysis and Some Extensions," *Management Science*, 27(4), 1981, 414-30.

参考文献：　続き

1. D'arcy Stephen P. and Neil A. Doherty, *The Financial Theory of Pricing Property-Liability Insurance Contracts*, Huebner Foundation Monograph No.15, 1988.
2. Fairley, William B. "Investment Income and Profit Margins in Property-Liability Insurance: Theory and Empirical Results," *Bell Journal of Economics*, 1979, 10(1), 192-210.
3. Hill, Raymond D. "Profit Regulation in Property-Liability Insurance," *Bell Journal of Economics*, 1979, 10(1), 172-191.
4. Kahane, Yehuda, "Determination of the Product Mix and the Business Policy of an Insurance Company - A Portfolio Approach," *Management Science*, 23(10), 1977, 1060-9.
5. Kahane, Yehuda and David Nye. "A Portfolio Approach to The Property-Liability Insurance Industry," *Journal of Risk and Insurance*, 1975, 42(4), 579-598.
6. Kraus, Alan and Stephen A. Ross. "The Determination of Fair Profits for The Property-Liability Insurance Firm," *Journal of Finance*, 1982, 37(4), 1015-1028.
7. Myers, Stewart and Cohn, R, "A Discounted Cash Flow Approach to Property-Liability Rate Regulation," in F*air Rate of Return in Property-Liability Insuranc*e, eds. by Cummins, J.Dabid., and Harrington S.A., , Kluwer-Nijhoff Publishing, 1987, 55-78
8. Urrutia, Jorge. "The Capital Asset Pricing Model and The Determination of Fair Underwriting Returns for The Property-Liability Insurance Industry," *Geneva Papers - Theory*, 1986, 11(38), 44-60.