昭和60年度（問　題）

1.　次のふたつの定常人口の社会がある。

(1)　$\mathring{e}_0 = 75$　　$l_x = a - x$（$0 \leqq x < a$）

(2)　30歳以上の人の死亡時年齢の平均が75歳，$l_x = b - x$（$0 \leqq x < b$）

どちらの社会の平均年齢（0歳から最終年齢までの人の平均年齢）が若いか調べよ。

2.　一時払養老保険の定額保険と変額保険において

「a．予定利率＝i

実際利率＝i'_t　（経過 $t-1$ 年時点から経過 t 年時点まで）

実際死亡率＝予定死亡率＝q_{x+t-1}

実際事業費＝予定事業費＝0

b．定額保険の保険金＝1

定額保険の死亡保険金は年末払である。

変額保険の経過 t 年において変額した後の保険金＝S_t（$S_0 = 1$）

変額保険の保険金は年1回契約応当日に変額し，被保険者が死亡した場合には，死亡直後の契約応当日に変額後の保険金を支払う。

c．定額保険の経過 t 年の責任準備金率＝V_t

変額保険の経過 t 年の責任準備金率＝V'_t（対契約時保険金）　」

とするとき，

$1 \leqq t \leqq n$（n＝保険期間）において

(1)　変額保険金 S_t を $V'_t = \dfrac{V'_{t-1}(1+i'_t) - S_t q_{x+t-1}}{1 - q_{x+t-1}}$（$V'_0 = V_0$）と $V'_t = S_t V_t$

が成り立つように定めると，

$$S_t = S_{t-1} \times \frac{1+i'_t}{1+i}$$

となることを証明せよ。

(2)　次に定額保険において，該当年度の剰余金を契約応当日に配当（経過1年時点から毎年1回支払ういわゆる2年目配当）し，その配当を一時払養老保険の

保険料（加入年齢は該当契約応当日現在の被保険者の年齢，保険期間は該当契約応当日から満期までの期間）に充当し，保険金を買増してゆくものとする。

S'_t ＝定額保険金＋買増保険金

（定額保険金は１，買増保険金は t 回目までの配当で買増された保険金の累計，$S'_0 = 1$）

として，

$$D_t = S'_{t-1} V_t \left(\frac{1+i'_t}{1+i} - 1 \right)$$

（D_t は経過 t 年時点で支払う配当，$D_0 = 0, i'_t \geqq i$）

の配当をすれば

$$S'_t = S_t$$

となることを証明せよ。

3. 次の介護保険の一時払純保険料を求めよ。

(1) x 歳加入，保険期間は終身

(2) 介護状態になった時から死亡するまでの間年金を支払う。年金は１年分の年金額がＳの連続払生命年金とする。

(3) 介護状態とならずに生存している場合，10年毎に 0.1 Ｓを支払う。（$x+10$, $x+20$, $x+30$, …）

(4) 介護状態で死亡した時はＳを，介護状態にならずに死亡した時は 2S を即時に支払う。

ここに，利力は δ とし，瞬間発生率は次のとおりとする。

介護状態にならずに死亡する場合の死力　：$\mu^{(ad)}$

介護状態の瞬間発生率　　　　　　　　　：$\mu^{(ai)}$

介護状態となったのち死亡する場合の死力：$\mu^{(id)}$　（$\mu^{(ad)}, \mu^{(ai)}, \mu^{(id)}$ は年齢と無関係な定数）

なお，一度介護状態になった人は決して回復しないものとする。

（注　介護状態とは常に介護を要する障害状態を言う。）

4. 子供（x 歳加入）を被保険者とし，満期（n 年）まで生存したときは保険金 1 を支払い，第 t 保険年度に死亡した場合には $\frac{t}{n}$ を死亡給付金として保険年度末に支払う。また契約者である親（y 歳加入）が死亡した時には，以後の保険料の払込を免除する保険料は年払で全期払とする。

(1) (イ) この保険の年払純保険料Pを求めよ。

(ロ) 第 t 保険年度末責任準備金を，契約者死亡後の場合（$\tilde{V}_t$ とする），両者生存の場合（V_t とする）とに分けて求めよ。

責任準備金は平準純保険料式とする。

(2) 上記の結果を利用して次の等式が成立することを導き，かつ式の意味を簡略に説明せよ。

$$V_t + P = vq_{x+t}\frac{t+1}{n} + vp_{x+t}q_{y+t}\tilde{V}_{t+1} + vp_{x+t}\,p_{y+1}\,V_{t+1}$$

5. ある会社で x 歳加入，n 年満期，保険料年払，保険金年末払の保険金 1 の養老保険が l'_x 件同時に締結された。この契約について第 t 保険年度（$t=1, 2, \cdots n$）の貸借対照表と損益計算書を作成すると次のとおりとなった。責任準備金は平準純保険料で積立てることとし，剰余金は分配せずに翌年度に繰越すものとする。

貸 借 対 照 表

（第 t 保険年度末）

科 目	金 額	科 目	金 額
資 産	$l'_{x+t}\cdot A_t$	責任準備金	$l'_{x+t}\cdot {}_tV_{x:\overline{n}\rvert}$
		剰 余 金 （前期からの繰越剰余金を含む。）	$l'_{x+t}\cdot F_t$

損　益　計　算　書

（第 t 保険年度始から第 t 保険年度末まで）

科　　目	金　　額
収益	
保険料収入	$l'_{x+t-1}(\mathrm{P}_{x:\overline{n\rceil}}+\mathrm{L})$
利息収入	$l'_{x+t-1}(\mathrm{A}_{t-1}+\mathrm{P}_{x:\overline{n\rceil}}+\mathrm{L}-e)i'$
費用	
死亡保険金	d'_{x+t-1}
満期保険金	$\begin{cases} t \neq n \text{ のとき } 0 \\ t = n \text{ のとき } l'_{x+n} \end{cases}$
解約返戻金	$w'_{x+t-1}\cdot {}_t\mathrm{V}_{x:\overline{n\rceil}}$
事業費	$l'_{x+t-1}\cdot e$
責任準備金繰入	$\begin{cases} t \neq n \text{ のとき} \\ \quad l'_{x+t}\cdot {}_t\mathrm{V}_{x:\overline{n\rceil}} - l'_{x+t-1}\cdot {}_{t-1}\mathrm{V}_{x:\overline{n\rceil}} \\ t = n \text{ のとき} \\ \quad -l'_{x+n-1}\cdot {}_{n-1}\mathrm{V}_{x:\overline{n\rceil}} \end{cases}$
当期剰余	$l'_{x+t}\cdot \mathrm{G}_t$

このとき，次の(1)および(2)が成立つことを示せ。

(1)　第 t 保険年度の1件当りの当期剰余 G_t は

$$\mathrm{G}_t = \frac{l'_{x+t-1}}{l'_{x+t}}\left(i'\cdot \mathrm{F}_{t-1}+\mathrm{D}_t\right)$$

で表わされる。

(2)　満期時の1件当りの剰余金 F_n は

$$\mathrm{F}_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{l'_{x+t-1}}{l'_{x+n}}(1+i')^{n-t}\mathrm{D}_t$$

で表わされる。

ここに， $D_t=(i'-i)({}_{t-1}V_{x:\overline{n}|}+P_{x:\overline{n}|})-\left(q_{x+t-1}-\dfrac{d'_{x+t-1}}{l'_{x+t-1}}\right)(1-{}_tV_{x:\overline{n}|})+(L-e)(1+i')$

$l'_{x+t}=l'_{x+t-1}-d'_{x+t-1}-w'_{x+t-1}$

i ＝純保険料と責任準備金の計算に用いられた予定利率

q_{x+t-1}＝純保険料と責任準備金の計算に用いられた予定死亡率

$A_0=F_0=0$

とする。

昭和60年度　（解答例）

1.

(1)について

$$\mathring{e}_0=\frac{1}{l_0}\int_0^a l_x\,dx=\frac{1}{a}\int_0^a (a-x)dx=\frac{1}{a}\left[ax-\frac{x^2}{2}\right]_0^a=\frac{a}{2},$$

$\mathring{e}_0=75$　だから　$a=150$　。

$$\text{(1)の社会の平均年齢}=\frac{\displaystyle\int_0^a xl_x\,dx}{\displaystyle\int_0^a l_x\,dx}=\frac{\displaystyle\int_0^a x(a-x)dx}{\displaystyle\int_0^a (a-x)dx}$$

$$=\frac{\left[\dfrac{ax^2}{2}-\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a}{\left[ax-\dfrac{x^2}{2}\right]_0^a}=\frac{a}{3}=\frac{150}{3}=50$$

(2)について

$l_x=b-x$　だから　$\mu_x=-\dfrac{1}{l_x}\dfrac{d}{dx}l_x=\dfrac{1}{b-x}$

現在 x 歳の人のうち $x+t$ 歳の瞬間に死亡する人の数は，$l_x\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}\,dt$　だから，

$$\begin{pmatrix}\text{30歳以上の人の}\\ \text{死亡時年齢の平均}\end{pmatrix}=\frac{\displaystyle\int_{30}^b\int_0^{b-x}(x+t)\,l_x\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}\,dt\,dx}{\displaystyle\int_{30}^b\int_0^{b-x}l_x\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}\,dt\,dx}.$$　注

$$=\frac{\displaystyle\int_{30}^b\int_0^{b-x}(x+t)dt}{\displaystyle\int_{30}^b\int_0^{b-x}dt\,dx}$$

（$\because$　$l_x\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}=l_{x+t}\mu_{x+t}=1$）

$$= \frac{\displaystyle\int_{30}^{b} \left(x(b-x) + \frac{1}{2}(b-x)^2 \right) dx}{\displaystyle\int_{30}^{b} (b-x) dx}$$

$$= \frac{\displaystyle\int_{30}^{b} \left(b(b-x) - \frac{1}{2}(b-x)^2 \right) dx}{\displaystyle\int_{30}^{b} (b-x) dx}$$

$$= \frac{\left[-\dfrac{b(b-x)^2}{2} + \dfrac{1}{6}(b-x)^3 \right]_{30}^{b}}{\left[-\dfrac{(b-x)^2}{2} \right]_{30}^{b}}$$

$$= \frac{\dfrac{b}{2}(b-30)^2 - \dfrac{1}{6}(b-30)^3}{\dfrac{(b-30)^2}{2}}$$

$$= b - \frac{1}{3}(b-30) = \frac{2}{3}b + 10$$

今，30歳以上の人の死亡時年齢の平均が75歳だから，$\dfrac{2}{3}b + 10 = 75$，$b = 97.5$

(2)の社会の平均年齢も(1)の場合と同様に求めると，

$$(2)\text{の社会の平均年齢} = \frac{b}{3} = \frac{97.5}{3} = 32.5$$

したがって，平均年齢は(2)の社会の方が若い。

注 $\dfrac{\displaystyle\int_{30}^{b} (x + \mathring{e}_x) l_x \, dx}{\displaystyle\int_{30}^{b} l_x \, dx}$ あるいは $30 + \dfrac{2Y_{30}}{T_{30}} = 30 + \dfrac{2 \cdot \displaystyle\int_{30}^{b} \left(\int_{x}^{b} l_y \, dy \right) dx}{\displaystyle\int_{30}^{b} l_x \, dx}$ としても

同じことである。

2.

(1) $V'_t = \dfrac{V'_{t-1}(1+i'_t)-S_t q_{x+t-1}}{1-q_{x+t-1}}$ に $V'_t = S_t V_t$, $V'_{t-1} = S_{t-1}V_{t-1}$ を代入すると

$$S_t V_t = \frac{S_{t-1}V_{t-1}(1+i'_t)-S_t q_{x+t-1}}{1-q_{x+t-1}} \qquad \cdots\cdots①$$

一方，定額の一時払養老保険について

$$V_t = \frac{V_{t-1}(1+i)-q_{x+t-1}}{1-q_{x+t-1}} \qquad \cdots\cdots②$$

が成立つ。

①に②を代入して整理すると

$$S_t V_{t-1}(1+i)-S_t q_{x+t-1} = S_{t-1}V_{t-1}(1+i'_t)-S_t q_{x+t-1},$$

$$\therefore \quad S_t = S_{t-1}\times\frac{1+i'_t}{1+i} \qquad \cdots\cdots③$$

(2) t 回目の配当により買増される保険金は

$$S'_t - S'_{t-1} = \frac{D_t}{V_t} = S'_{t-1}\left(\frac{1+i'_t}{1+i}-1\right) \qquad \left(\because \quad D_t = S'_{t-1}V_t\left(\frac{1+i'_t}{1+i}-1\right)\right)$$

$$\therefore \quad S'_t = S'_{t-1}\times\frac{1+i'_t}{1+i} \qquad \cdots\cdots④$$

③より $\quad S_t = S_0 \prod_{k=1}^{t}\dfrac{1+i'_k}{1+i} = \prod_{k=1}^{t}\dfrac{1+i'_k}{1+i} \quad (\because \quad S_0 = 1)$

④より $\quad S'_t = S'_0 \prod_{k=1}^{t}\dfrac{1+i'_k}{1+i} = \prod_{k=1}^{t}\dfrac{1+i'_k}{1+i} \quad (\because \quad S'_0 = 1)$

$$\therefore \quad S_t = S'_t$$

3. 一時払純保険料を求めるためにそれぞれの給付の発生の確率を求めておく。

ⓐ $x+t$ 歳で介護状態の人が $x+t+\tau$ 歳まで生きる確率を ${}_{\tau}p_{x+t}^{(i)}$ とおくと，

$$\mu^{(id)} = -\frac{d}{d\tau}\log {}_{\tau}p_{x+t}^{(i)} \quad より \quad {}_{\tau}p_{x+t}^{(i)} = e^{-\int_0^{\tau}\mu^{(id)}d\tau} = e^{-\mu^{(id)}\tau}$$

ⓑ $x+t$ 歳で介護状態の人が $x+t+\tau$ 歳の瞬間に死亡する確率は

$${}_{\tau}p_{x+t}^{(i)}\,\mu^{(id)}d\tau = e^{-\mu^{(id)}\tau}\,\mu^{(id)}d\tau$$

ⓒ x 歳で介護状態でない人が $x+t$ 歳まで介護状態にならず生存している確率を ${}_{t}p_{x}^{(a)}$ とおくと，

$$\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)} = -\frac{d}{dt}\log {}_{t}p_{x}^{(a)} \quad より \quad {}_{t}p_{x} = e^{-\int_0^{t}(\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})dt}$$

$$= e^{-(\mu^{(ad)}+\mu^{(id)})t}$$

ⓓ x 歳で介護状態でない人が $x+t$ 歳の瞬間に介護状態になる確率は

$${}_{t}p_{x}^{(a)}\,\mu^{(ai)}dt = e^{-(\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}\,\mu^{(ai)}dt$$

ⓔ x 歳で介護状態でない人が $x+t$ 歳まで介護状態にならず $x+t$ 歳の瞬間に死亡する確率は

$${}_{t}p_{x}^{(a)}\,\mu^{(ad)}dt = e^{-(\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}\,\mu^{(ad)}dt$$

(2)の給付

$x+t$ 歳で介護状態となった人に対して死亡するまで支払う連続払年金の現価を $S\cdot\bar{a}_{x+t}^{(id)}$ とおくと，

$$S\cdot\bar{a}_{x+t}^{(id)} = \int_0^{\infty} S\cdot v^{\tau}\cdot {}_{\tau}p_{x+t}^{(i)}d\tau = S\int_0^{\infty} e^{-(\delta+\mu^{(id)})\tau}\,d\tau$$

（ⓐと $v=e^{-\delta}$ による）

$$= S\cdot\left[-\frac{e^{-(\delta+\mu^{(id)})\tau}}{\delta+\mu^{(id)}}\right]_0^{\infty} = \frac{S}{\delta+\mu^{(id)}}$$

したがって，(2)の給付の一時払純保険料は

$$\int_0^\infty S\cdot\bar{a}_{x+t}^{(id)}\cdot v^t\cdot {}_tp_x^{(a)}\mu^{(ai)}\,dt=\int_0^\infty \frac{S}{\delta+\mu^{(id)}}e^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}\mu^{(ai)}\,dt$$

（ⓓと $v=e^{-\delta}$ による）

$$=\frac{S\mu^{(ai)}}{\delta+\mu^{(id)}}\left[-\frac{e^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}}{\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)}}\right]_0^\infty=\frac{S\mu^{(ai)}}{(\delta+\mu^{(id)})(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}$$

(3)の給付

(3)の給付の一時払純保険料は

$$\sum_{k=1}^\infty 0.1Sv^{10k}{}_{10k}p_x^{(a)}=\sum_{k=1}^\infty 0.1Se^{-10k(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}$$

（ⓒと $v=e^{-\delta}$ による）

$$=\frac{0.1Se^{-10(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}}{1-e^{-10(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}}$$

$$=\frac{0.1S}{e^{10(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}-1}$$

(4)の給付

④ 介護状態の場合

$x+t$ 歳で介護状態になって，その後死亡した場合の $x+t$ 歳における給付の現価は

$$\int_0^\infty Sv^\tau{}_\tau p_{x+t}^{(i)}\mu^{(id)}\quad d\tau=\int_0^\infty Se^{-(\delta+\mu^{(id)})\tau}\mu^{(id)}\,d\tau$$

（ⓑと $v=e^{-\delta}$ による）

$$=S\mu^{(id)}\left[-\frac{e^{-(\delta+\mu^{(id)})\tau}}{\delta+\mu^{(id)}}\right]_0^\infty=\frac{S\mu^{(id)}}{\delta+\mu^{(id)}}$$

したがって，介護状態になって死亡する場合の一時払純保険料は

$$\int_0^{\infty} \frac{S\mu^{(id)}}{\delta+\mu^{(id)}} v^t {}_tp_x^{(a)} \mu^{(ai)}\, dt = \int_0^{\infty} \frac{S\mu^{(id)}}{\delta+\mu^{(id)}} e^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t} \mu^{(ai)}\, dt$$

（ⓓと $v=e^{-\delta}$ による）

$$= \frac{S\mu^{(ai)}\mu^{(id)}}{\delta+\mu^{(id)}} \left[-\frac{e^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}}{\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)}} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{S\mu^{(ai)}\mu^{(id)}}{(\delta+\mu^{(id)})(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}$$

㊁　その他の状態の場合

介護状態にならずに死亡する場合の一時払純保険料は

$$\int_0^{\infty} 2Sv^t {}_tp_x^{(a)} \mu^{(ad)}\, dt = \int_0^{\infty} 2Se^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})} \mu^{(ad)}\, dt$$

（ⓔと $v=e^{-\delta}$ による）

$$= 2S\mu^{(ad)} \left[-\frac{e^{-(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})t}}{\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)}} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{2S\mu^{(ad)}}{\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)}}$$

以上により，介護保険の一時払保険料は

$$\frac{0.1S}{e^{10(\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)})}-1}$$

$$+\frac{S}{\delta+\mu^{(ad)}+\mu^{(ai)}} \left(\frac{1+\mu^{(id)}}{\delta+\mu^{(id)}} \cdot \mu^{(ai)} + 2\mu^{(ad)} \right)$$

4.

(1)

(イ)　収支相当の原則により

$$P \cdot \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = {}_nE_x + \frac{1}{n}(IA)^1_{x:\overline{n}|},$$

$$P = \frac{{}_nE_x + \frac{1}{n}(IA)^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

(ロ) 契約者死亡の場合

保険料が免除となるので，将来の給付現価が責任準備金になる。

$$\tilde{V}_t = {}_{n-t}E_{x+t} + \frac{t}{n}A^1_{x+t:\overline{n-t}|} + \frac{1}{n}(IA)^1_{x+t:\overline{n-t}|} \qquad \cdots\cdots ①$$

両者生存の場合

将来の給付現価は $\tilde{V}_t$ ，収入現価は $P\ddot{a}_{x+t:y+t:\overline{n-t}|}$ であるから

$$V_t = \tilde{V}_t - P\ddot{a}_{x+t:y+t:\overline{n-t}|} \qquad \cdots\cdots ②$$

(2) ①より

$$\tilde{V}_t = {}_{n-t}E_{x+t} + \frac{t}{n}A^1_{x+t:\overline{n-t}|} + \frac{1}{n}(IA)^1_{x+t:\overline{n-t}|}$$

$$= vp_{x+t} \cdot {}_{n-t-1}E_{x+t+1} + \frac{t}{n}(vp_{x+t}A^1_{x+t+1:\overline{n-t-1}|} + vq_{x+t})$$

$$+ \frac{1}{n}(vp_{x+t}A^1_{x+t+1:\overline{n-t-1}|} + vp_{x+t}(IA)^1_{x+t+1:\overline{n-t-1}|} + vq_{x+t})$$

$$= vp_{x+t}\left({}_{n-t-1}E_{x+t+1} + \frac{t+1}{n}A^1_{x+t+1:\overline{n-t-1}|} + \frac{1}{n}(IA)^1_{x+t+1:\overline{n-t-1}|}\right)$$

$$+ \frac{t+1}{n}vq_{x+t}$$

$$= vp_{x+t}\tilde{V}_{t+1} + \frac{t+1}{n}vq_{x+t} \qquad \cdots\cdots ③$$

また，　$\ddot{a}_{x+t:\,y+t:\,\overline{n-t}|}=1+vp_{x+t}\,p_{y+t}\,\ddot{a}_{x+t+1:\,y+t+1:\,\overline{n-t-1}|}$　　……④

したがって，

$$V_t=\tilde{V}_t-P\cdot\ddot{a}_{x+t:\,y+t:\,\overline{n-t}|}\qquad\text{(②により)}$$

$$=\left(vp_{x+t}\tilde{V}_{t+1}+\frac{t+1}{n}vq_{x+t}\right)-P(1+vp_{x+t}\,p_{y+t}\cdot\ddot{a}_{x+t+1:\,y+t+1:\,\overline{n-t-1}|})$$

（③と④により）

$$=vp_{x+t}(p_{y+t}+q_{y+t})\tilde{V}_{t+1}-vp_{x+t}\,p_{y+t}\,P\cdot\ddot{a}_{x+t+1:\,y+t+1:\,\overline{n-t-1}|}+\frac{t+1}{n}vq_{x+t}-P$$

$$=vp_{x+t}\,p_{y+t}(\tilde{V}_{t+1}-P\cdot\ddot{a}_{x+t+1:\,y+t+1:\,\overline{n-t-1}|})+vp_{x+t}\,q_{y+t}\tilde{V}_{t+1}+\frac{t+1}{n}vq_{x+t}-P$$

$$=vp_{x+t}\,p_{y+t}V_{t+1}+vp_{x+t}\,q_{y+t}\tilde{V}_{t+1}+\frac{t+1}{n}vq_{x+t}-P$$

$$\therefore\quad V_t+P=vq_{x+t}\cdot\frac{t+1}{n}+vp_{x+t}\,q_{y+t}\tilde{V}_{t+1}+vp_{x+t}\,p_{y+t}V_{t+1}$$

この式は第 $t+1$ 保険年度において，年度始に両者が生存している場合の1年間の収支相等の原則を示しているもので，左辺は収入額であり，右辺は支出現価である。

右辺第1項は，被保険者が死亡した場合に死亡給付金 $\dfrac{t+1}{n}$ を支払うことを示し，第2項は親のみが死亡した場合に契約者死亡後の青任準備金を積立てることを示し，第3項は両者生存の場合に両者生存の責任準備金を積立てることを示している。

5.

(1)　貸借対照表から

$$l'_{x+t}\cdot A_t = l'_{x+t}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}} + l'_{x+t}\cdot F_t \qquad \cdots\cdots①$$

損益計算書から

$$l'_{x+t}\cdot G_t = l'_{x+t-1}(P_{x:\overline{n|}}+L)+l'_{x+t-1}(A_{t-1}+P_{x:\overline{n|}}+L-e)i'$$
$$-d'_{x+t-1}-w'_{x+t-1}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}}-l'_{x+t-1}\cdot e$$
$$-(l'_{x+t}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}}-l'_{x+t-1}\cdot {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}) \qquad \cdots\cdots②$$

（$t=n$ のときも，${}_nV_{x:\overline{n|}}=1$ なのでこの式が成立つ）

②の式に①の式で t を $t-1$ に置換えた式を代入すると

$$l'_{x+t}\cdot G_t = l'_{x+t-1}(P_{x:\overline{n|}}+L)+l'_{x+t-1}({}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}+F_{t-1}+P_{x:\overline{n|}}+L-e)i'$$
$$-d'_{x+t-1}-w'_{x+t-1}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}}-l'_{x+t-1}\cdot e$$
$$-(l'_{x+t}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}}-l'_{x+t-1}\cdot {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}})$$

$l'_{x+t}=l'_{x+t-1}-d'_{x+t-1}-w'_{x+t-1}$ に注意して，整理すると

$$l'_{x+t}\cdot G_t = l'_{x+t-1}\cdot F_{t-1}\cdot i'+l'_{x+t-1}({}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}+P_{x:\overline{n|}}+L-e)(1+i')$$
$$-d'_{x+t-1}(1-{}_tV_{x:\overline{n|}})-l'_{x+t-1}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}} \qquad \cdots\cdots③$$

再帰公式から

$$({}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}+P_{x:\overline{n|}})(1+i) = q_{x+t-1}+(1-q_{x+t-1})\,{}_tV_{x:\overline{n|}}$$

この両辺に l'_{x+t-1} を乗じて，変形すると

$$0 = l'_{x+t-1}({}_{t-1}V+P_{x:\overline{n|}})(1+i)$$
$$-l'_{x+t-1}q_{x+t-1}(1-{}_tV_{x:\overline{n|}})-l'_{x+t-1}\cdot {}_tV_{x:\overline{n|}} \qquad \cdots\cdots④$$

③－④を計算すると

$$l'_{x+t}\cdot G_t = l'_{x+t-1}\cdot F_{t-1}\cdot i'+l'_{x+t-1}\Bigg((i'-i)({}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}+P_{x:\overline{n|}})$$
$$+\left(q_{x+t-1}-\frac{d'_{x+t-1}}{l'_{x+t-1}}\right)(1-{}_tV_{x:\overline{n|}})+(L-e)(1+i')\Bigg)$$

この式の右辺の（　）内の式はD_tであるから

$$l'_{x+t} \cdot G_t = l'_{x+t-1} \cdot F_{t-1} \cdot i' + l'_{x+t-1} \cdot D_t \qquad \cdots\cdots⑤$$

$$\therefore \quad G_t = \frac{l'_{x+t-1}}{l'_{x+t}} (i' \cdot F_{t-1} + D_t)$$

(2)　剰余金は前期から繰越されるので

$$l'_{x+t} \cdot F_t = l'_{x+t-1} \cdot F_{t-1} + l'_{x+t} \cdot G_t$$

これに⑤を代入すると

$$l'_{x+t} \cdot F_t = l'_{x+t-1} F_{t-1} (1+i') + l'_{x+t-1} D_t \qquad \cdots\cdots⑥$$

⑥の式より

$$l'_{x+n} \cdot F_n = l'_{x+n-1} F_{n-1} (1+i') + l'_{x+n-1} D_n$$

$$(1+i') l'_{x+n-1} \cdot F_{n-1} = l'_{x+n-2} F_{n-2} (1+i')^2 + l'_{x+n-2} D_{n-1} (1+i')$$
$$\vdots$$
$$(1+i')^{n-1} l'_{x+1} F_1 = l'_x F_0 (1+i')^n + l'_x D_1 (1+i')^{n-1}$$

この両辺を加えると

$$l'_{x+n} \cdot F_n = l'_x F_0 (1+i')^n + \sum_{t=1}^{n} l'_{x+t-1} (1+i')^{n-t} D_t$$

$F_0 = 0$　だから

$$F_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{l'_{x+t-1}}{l'_{x+n}} (1+i')^{n-t} D_t$$