昭和53年度（問　題）

1. ある死亡表において $l_0=100{,}000$，$l_0-l_{\frac{7}{365}}=K\cdot l_0$ とし，l_t を2次関数とする。$\mu_0=1$ のとき，$l_{\frac{7}{365}}-l_{\frac{14}{365}}$ の値をKを用いて表わせ。

2. $\boxed{}$の中を埋めよ。

(1) $\ddot{a}_x^{(m)} \fallingdotseq \boxed{}-\dfrac{m-1}{2m}$

(2) $P_x^{(m)} \fallingdotseq P_x+\dfrac{m-1}{2m}P_x^{(m)}(\boxed{}+d)$

(3) ${}_tV_x^{(m)} \fallingdotseq {}_tV_x\left(\boxed{}+\dfrac{m-1}{2m}P_x^{(m)}\right)$

(4) $P_{x:\overline{n}|}^{(m)} \fallingdotseq \dfrac{P_{x:\overline{n}|}}{1-\dfrac{m-1}{2m}\left(\boxed{}+d\right)}$

3. $3v-\dfrac{a_{x:\overline{n-1}|}+2a_{x:n}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$ を変形し，これがどんな保険の保険料であるか記せ。

4. x 歳加入保険期間 n 年で，被保険者が第 t 保険年度に死亡したとき，$1+\min\left(\dfrac{t}{n},\dfrac{1}{2}\right)$ を支払う定期保険がある。ただし，保険金期末払とし，n は偶数とする。

この保険の全期払込年払平準純保険料及び t 年経過時の純保険料式責任準備金を求めよ。

5. (1) a_x，a_y，a_{xy} 及び利率 i が既知として，$A_{\overline{xy}}$ を求めよ。

(2) a_{xy}，a_{xz} 及び a_{xyz} が既知として，$a_{x:\overline{yz}}$ を求めよ。

昭和53年度（解答例）

1.　l_t は２次関数なので，$l_t = a+bt+ct^2$（$c \neq 0$）とおく。

$$\mu_t = -\frac{1}{l_t}\frac{dl_t}{dt} = -\frac{b+2ct}{a+bt+ct^2}$$ となり，$\mu_0 = -\dfrac{b}{a} = 1$ である。

$$\therefore\ -b = a = l_0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

（$\because\ l_0 = a$）

また，

$$l_{\frac{1}{m}} = a+\frac{b}{m}+\frac{c}{m^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$l_{\frac{2}{m}} = a+\frac{2b}{m}+\frac{4c}{m^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

（２）× ４ －（３）より

$$4l_{\frac{1}{m}}-l_{\frac{2}{m}} = 3a+\frac{2b}{m}$$

$$\therefore\ b = -\frac{m}{2}(3l_0-4l_{\frac{1}{m}}+l_{\frac{2}{m}}) \qquad (\because\ a = l_0)$$

（１）より　$b = -l_0$ であるから

$$l_0 = \frac{m}{2}(3l_0-3l_{\frac{1}{m}}-l_{\frac{1}{m}}+l_{\frac{2}{m}})$$

$$\therefore\ l_{\frac{1}{m}}-l_{\frac{2}{m}} = 3(l_0-l_{\frac{1}{m}})-\frac{2}{m}l_0$$

上式に　$m = \dfrac{365}{7}$　を代入すると，

$$l_{\frac{7}{365}} - l_{\frac{14}{365}} = 3(l_0-l_{\frac{7}{365}})-\frac{14}{365}l_0$$

$$= 3Kl_0-\frac{14}{365}l_0 \qquad (\because\ l_0-l_{\frac{7}{365}} = K\cdot l_0)$$

$$= \left(3K-\frac{14}{365}\right)\cdot 100{,}000 \qquad (\because\ l_0 = 100{,}000)$$

2.　（1）　$\ddot{a}_x$　　　　（2）　P_x

　（3）　1　　　　（4）　$P^{1}_{x:\overline{n}|}$

3.

$$v - \frac{a_{x:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}(v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n-1}|})$$

$$= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\{(1-d)\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1)\}$$

$$(\because\ v = 1-d,\quad a_{x:\overline{n-1}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1)$$

$$= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}(1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|})$$

$$= \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \qquad (\because\ A_{x:\overline{n}|} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|})$$

$$= P_{x:\overline{n}|} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (1)$$

また，同様に，

$$v - \frac{a_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}(v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|})$$

$$= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\left\{(1-d)\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1 + \frac{D_{x+n}}{D_x}\right)\right\}$$

$$\left(\because\ a_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} - 1 = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \frac{D_{x+n}}{D_x} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\left(1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$$

$$= \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$\left(\because\ A^{1}_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$$

$$= P^{1}_{x:\overline{n}|} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2)$$

従って，（1），（2）より

$$3v-\frac{a_{x:\overline{n-1}|}+2a_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=\left(v-\frac{a_{x:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right)+2\left(v-\frac{a_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right)$$

$$=P_{x:\overline{n}|}+2P^{1}_{x:\overline{n}|}$$

よって，この保険は，全期払込，n年満期，契約年令x才，保険金期末払で，死亡保険金３，満期保険金１の定期付養老保険３倍型の，年払平準純保険料である。

4.　（１）全期払込年払平準純保険料

給付現価は，次の（ⅰ）～（ⅲ）の合計である。

（ⅰ）全期間１を支払う現価

$$A^{1}_{x:\overline{n}|}$$

（ⅱ）　$t<\dfrac{n}{2}$ において $\min\left(\dfrac{t}{n},\ \dfrac{1}{2}\right)$ を支払う現価

$$\frac{1}{n}(IA)^{1}_{x:\overline{\frac{n}{2}}|}$$

（ⅲ）　$t\geqq\dfrac{n}{2}$ において$\dfrac{1}{2}$を支払う現価

$$\frac{1}{2}\cdot A_{x:\overline{\frac{n}{2}}|}^{\ \ \ 1}\cdot A^{1}_{x+\frac{n}{2}:\overline{\frac{n}{2}}|}$$

従って，純保険料Pは次のとおりである。

$$P=\left(A^{1}_{x:\overline{n}|}+\frac{1}{n}(IA)^{1}_{x:\overline{\frac{n}{2}}|}+\frac{1}{2}A_{x:\overline{\frac{n}{2}}|}^{\ \ \ 1}\cdot A^{1}_{x+\frac{n}{2}:\overline{\frac{n}{2}}|}\right)\div\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

（２）次に，t年経過時の純保険料式責任準備金 ${}_{t}V$ を求める。

（ⅰ）　$t<\dfrac{n}{2}$ のとき

$${}_{t}V=A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|}+\frac{t}{n}A^{1}_{x+t:\overline{\frac{n}{2}-t}|}+\frac{1}{n}(IA)^{1}_{x+t:\overline{\frac{n}{2}-t}|}+\frac{1}{2}A_{x+t:\overline{\frac{n}{2}-t}|}^{\ \ \ \ \ 1}\cdot A^{1}_{x+\frac{n}{2}:\overline{\frac{n}{2}}|}-P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

（ⅱ） $t \geqq \frac{n}{2}$ のとき

$${}_tV = \frac{3}{2} A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ 1} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

5. （1） $A_{\overline{xy}} = 1 - d\ddot{a}_{\overline{xy}}$

$$= 1 - d(1 + a_x + a_y - a_{xy})$$

$$\left(\because\ \ddot{a}_{\overline{xy}} = 1 + a_{\overline{xy}} = 1 + a_x + a_y - a_{xy} \right)$$

$$= 1 - \frac{i}{1+i}(1 + a_x + a_y - a_{xy})$$

$$\left(\because\ d = 1 - v = \frac{i}{1+i} \right)$$

（2） $a_{x:\overline{yz}} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t\ {}_tP_{x:\overline{yz}}$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tP_x \cdot {}_tP_{\overline{yz}}$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_tP_x \cdot ({}_tP_y + {}_tP_z - {}_tP_{yz})$$

$$\left(\because\ {}_tP_{\overline{yz}} = {}_tP_y + {}_tP_z - {}_tP_{yz} \right)$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t ({}_tP_{xy} + {}_tP_{xz} - {}_tP_{xyz})$$

$$= a_{xy} + a_{xz} - a_{xyz}$$