昭和51年度（問　題）

午前の部

1. x 歳のAと y 歳のBがいる。Aの死亡後Bに復帰年金を給付するにあたり，Aの死亡が5年間発生しなかったならば年金は$\frac{1}{2}$に減額され，10年間発生しなかったら$\frac{1}{3}$に減額される。また，BがAに先だって死亡したときは，最初の5年間に支払われることとなっている年金年額の10倍が死亡保険金として一時に支払われる。この保険の年払営業保険料を求めよ。

   ここで，保険料払込期間は15年とし，付加保険料は，営業保険料の20%とする。

2. 養老保険において，予定死亡率(q_x)を$(q_x - k)$に変更すると，責任準備金は常に増加することを証明せよ。　$(k>0)$

3. 保険金即時払の n 年定期保険において

   死因 i による死亡には　　I

   死因 j による死亡には　　J

   その他の原因による死亡には　K

   を支払うものとする。

$$a\mu_{x+t}^{(i)} = b\mu_{x+t}^{(j)} = \mu_{x+t}^{(-i-j)}$$

   のとき，この保険の x 才の一時払保険料$\bar{A}^{(I,J)}_{\substack{1\\x:\overline{n|}}}$と$\bar{A}_{x:\overline{n|}}$との関係を求めよ。

午後の部

4. (x)が(y)に先立って死亡する場合，即時払の終身条件付連生保険の現価$\bar{A}^{\ 1}_{xy}$は，死亡表がメーカムの法則$(\mu_x = A + B \cdot C^x)$に従うとすれば，

$$\bar{A}^{1}_{x\,y} = \frac{C^x}{C^x + C^y}\bar{A}_{x\,y} - \frac{C^x - C^y}{C^x + C^y} A \cdot \bar{a}_{x\,y}$$

   と表わせることを示せ。

5. 次の$\boxed{}$を充たせ。

   某社の決算損益計算書は次の通りである。

経常収益	a	※①年始総資産は，年始責任準備金Vのみである。
収入保険料	P'	②年始年末とも支払備金はなかった。
私息及配当金収入	I	③責任準備金は純保険料式により積み立てられている。
経常費用	b	
保険金	S	
解約返戻金	W	④未収金・未払金・預り金等はなかった。
事業費	E	
責任準備金繰入	$\triangle V$	
当期剰余金	$G(=a-b)$	

上記損益計算書の剰余金Gの源泉を求めると次のようになる。

予定利率は i ，解約契約の消滅時責任準備金は V_w で，P' は純保険料Pと付加保険料Lから成り立っていたとする。これより，死差益 G_1 ，費差益 G_2 ，解約益 G_3 を求めると，

$G_1 = \boxed{(1)}$

$G_2 = \boxed{(2)}$

$G_3 = \boxed{(3)}$ となる。

一方，実際利廻を i' とすれば，利差益 G_4 は，

$G_4 = \boxed{(4)} \times (i' - i)$ である。

然るに，年末総資産は $\boxed{(5)}$ であるから $i' = \dfrac{2\mathrm{I}}{\boxed{(6)}}$ であり，G_4 は，

$G_4 = \mathrm{I} - \boxed{(7)}$ とも書き換えられる。

以上により $G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$ なることが判る。

昭和51年度（解答例）

午前の部

1. 復帰年金の現価　$a_{x|y}-\frac{1}{2}v^5{}_5p_{xy}a_{x+5|y+5}-\frac{1}{6}v^{10}{}_{10}p_{xy}a_{x+10|y+10}$

　死亡給付の現価　$10A_{xy}^{\ 1}$

　従って営業保険料P′は

$$P'=\frac{1}{0.8\ddot{a}_{xy:\overline{15|}}}\left\{\left(a_{x|y}-\frac{1}{2}v^5{}_5p_{xy}a_{x+5|y+5}-\frac{1}{6}v^{10}{}_{10}p_{xy}a_{x+10|y+10}\right)+10A_{xy}^{\ 1}\right\}$$

2. 養老保険の均衡方程式（Equation of equilibrium）によって導かれた，第 t 保険年度の残金（Remainder） R_{t+1} は

$$R_{t+1}=(P'-P)(1+i')-\{(q'_{x+t}-q_{x+t})(1-{}_{t+1}V)-({}_tV+P)(i'-i)\}$$

で与えられる。また，臨界函数（Critical function）K_{t+1} は

$$K_{t+1}=(q'_{x+t}-q_{x+t})(1-{}_{t+1}V)-({}_tV+P)(i'-i)$$

である。

　題意の場合の臨界函数は，$i'-i=0$，$q'_{x+t}-q_{x+t}=-k<0$

$$K_{t+1}=-k(1-{}_{t+1}V)$$

　今，${}_{t+1}V$ が t について単調非減少函数ならば，K_{t+1} も単調非減少函数である。

　従って，R_{t+1} は，t について単調非増大函数となる。

　ここで，R_{t+1} と D'_{x+t} の関係，

$$\sum_{t=0}^{n-1}(D'_{x+t}\ R_{t+1})=0$$

を使えば，R_{t+1} の符号は，保険期間を通じて，正から負にただ一回かわる。従って，$\{q_x-k\}$ の責任準備金は，${}_tV$ が単調非減少ならば，$\{q_x\}$ の責任準備金よりも常に大である。よって題意が証明された。

3. $a\overset{(i)}{\mu}_{x+t} = b\overset{(j)}{\mu}_{x+t} = \overset{(-i-j)}{\mu}_{x+t}$, $\overset{(i)}{\mu}_{x+t} + \overset{(j)}{\mu}_{x+t} + \overset{(-i-j)}{\mu}_{x+t} = \mu_{x+t}$ より

$$\overset{(i)}{\mu}_{x+t} = \frac{b}{a+b+ab}\mu_{x+t}$$

$$\overset{(j)}{\mu}_{x+t} = \frac{a}{a+b+ab}\mu_{x+t}$$

$$\overset{(-i-j)}{\mu}_{x+t} = \frac{ab}{a+b+ab}\mu_{x+t}$$

$$\bar{\mathrm{A}}^{1\,(\mathrm{I},\mathrm{J})}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t {}_tp_x \left\{\overset{(i)}{\mu}_{x+t}\cdot \mathrm{I} + \overset{(j)}{\mu}_{x+t}\cdot \mathrm{J} + \overset{(-i-j)}{\mu}_{x+t}\cdot \mathrm{K}\right\} dt$$

$$= \frac{b\mathrm{I}+a\mathrm{J}+ab\mathrm{K}}{a+b+ab}\int_0^n v^t {}_tp_x \mu_{x+t}\, dt$$

$$= \frac{b\mathrm{I}+a\mathrm{J}+ab\mathrm{K}}{a+b+ab}\bar{\mathrm{A}}^1_{x:\overline{n}|}$$

午後の部

4. 経過 t の時点で, (x) が (y) に先立って死亡する確率は, ${}_tp_{xy}\,\mu_{x+t}$

従って $\bar{\mathrm{A}}^1_{xy} = \int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}\,\mu_{x+t}\, dt$

$$= \int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}(\mathrm{A}+\mathrm{BC}^{x+t})dt \quad \text{（メーカムの法則による）}$$

$$= \mathrm{A}\int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}\, dt + \int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}\,\mathrm{BC}^{x+t} dt$$

$$= \mathrm{A}\bar{a}_{xy} + \frac{\mathrm{C}^x}{\mathrm{C}^x+\mathrm{C}^y}\int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}(\mathrm{BC}^{x+t}+\mathrm{BC}^{y+t})dt$$

$$= \mathrm{A}\bar{a}_{xy} + \frac{\mathrm{C}^x}{\mathrm{C}^x+\mathrm{C}^y}\int_0^\infty v^t {}_tp_{xy}(\mu_{x+t}+\mu_{y+t}-2\mathrm{A})dt$$

$$= \mathrm{A}\bar{a}_{xy} + \frac{\mathrm{C}^x}{\mathrm{C}^x+\mathrm{C}^y}(\bar{\mathrm{A}}_{xy}-2\mathrm{A}\bar{a}_{xy})$$

$$= \frac{C^x}{C^x+C^y}\bar{A}_{xy} - \frac{C^x-C^y}{C^x+C^y}A\bar{a}_{xy}$$

5. (1) $V_0(1+i)+P(1+\frac{i}{2})-(S+V_W)(1+\frac{i}{2})-(V_0+\varDelta V)$

(2) $(L-E)(1+\frac{i}{2})$ (3) $(V_W-W)(1+\frac{i}{2})$

(4) $V_0+\dfrac{P'-(S+W+E)}{2}$ (5) $V_0+\varDelta V+G$

(6) $2V_0+\varDelta V+G-I$ (7) $\left\{V_0+\dfrac{P'-(S+W+E)}{2}\right\}i$