〔問〕

昭和 39 年度　（問題）

午前の部

1. X_m を平均mの Poisson 分布に従がう確率変数として，関数 $f(m, k)$，$F(m, k)$ を

$$f(m, k) = P(X_m = k)$$
$$F(m, k) = P(X_m \leqq k)$$

のように定義するとき，次の(i)が成り立つことを証明し，次にその結果を使って，(ii)が成り立つことを証明せよ。

(i) $\dfrac{\partial}{\partial m} F(m, k) = -f(m, k)$

(ii) $P(X_m \leqq k) = P(\chi^2_{2k+2} \geqq 2m)$

ここで χ^2_{2k+2} は，自由度（$2k+2$）の χ^2 分布に従がう確率変数とする。ただし，自由度（$2k+2$）の χ^2 分布の確率密度関数 $g(x)$ は

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{k+1}\,\Gamma(k+1)} e^{-\frac{x}{2}} x^k, & x > 0 \\ 0, & x \leqq 0 \end{cases}$$

である。

2. 母集団分布が区間（0，a）の上の一様分布（矩形分布）であることがわかっている（aは未知数）。この母集団から大きさnの任意標本をとり，最大のものをXとするとき，このXを使ったaの不偏推定量をXの一次式の形で求めよ。

午後の部

3. 平均 μ 分散 σ^2 の正規母集団からとった大きさnの標本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ が与えられた場合，

(i) μ を既知としたとき，σ^2 の最尤推定値を求めよ。

(ii) $\mu^2 = \sigma^2$ としたとき，μ の最尤推定値を求めよ。

4. 次の(1), (2), (3) 3問のうち，いずれか1問に答えよ。

(1) 二つの企業AとBが市場を独占的に分け合っており，2企業の利得の合計は常に100になるようになっているとする。企業Aは3種類の戦略 1, 2, 3を有し，企業Bは4種類の戦略 1, 2, 3, 4をもってたがいに競争している。各企業の戦略の組み合わせに対する企業Aの利得は，次の表のように与えられている。

		企業B 1	2	3	4
企業A	1	45	80	30	55
	2	30	25	50	35
	3	65	40	75	80

たとえば，企業Aが戦略2を用い，Bが同時に戦略4を用いたときはAの利得は35，Bの利得は100－35＝65となるわけである。この利得表はA側にもB側にも知られているものとして，A，Bはそれぞれどのような戦略をとるのが合理的であるか。

(2) 到着順に1個所に順にかならず並び，先着順にサービスを受けるシステムがある。窓口の数をs個とし，客の到着は Poisson 分布（平均λ）に従がい，サービス時間は指数分布（平均$\frac{1}{\mu}$）に従がう待ち合わせの問題で，ちょうど窓口が全部ふさがり，しかも列を作って待ち合わせている人のない状態の確率を求めよ。ただし，定常状態を考え，

$$\frac{\lambda}{s\mu} < 1$$ とする。

(3) 事象$A_1, A_2, \cdots, A_m$; $B_1, B_2, \cdots, B_n$があり，$A_1, A_2, \cdots, A_m$は互いに排反，$B_1, B_2, \cdots, B_n$も互いに排反で，

$i = 1, 2, \cdots, m$について $P(A_i) > 0$,

$$\sum_{i=1}^{m} P(A_i) = 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} P(B_i) = 1,$$

とする。このとき，次の二つの式が成り立つことを証明し，また，これらがそれぞれ情報理論上，どういう意味をもっているかを簡単に述べよ。

(i) $$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} P(A_i B_j)\log P(A_i B_j)$$

〔問〕

$$= \sum_{i=1}^{m} P(A_i) \sum_{j=1}^{n} P(B_j \mid A_i) \log P(B_j \mid A_i) + \sum_{i=1}^{m} P(A_i) \log P(A_i)$$

(ii) $$\sum_{i=1}^{m} P(A_i) \sum_{j=1}^{n} P(B_j \mid A_i) \log P(B_j \mid A_i) \geqq \sum_{j=1}^{n} P(B_j) \log P(B_j)$$

昭和 39 年度　（解答）

午前の部

1. a)

$$f(\mathrm{m},\ \mathrm{k})=\frac{e^{-m}\ m^{k}}{k!}$$

k≧1なら

$$\frac{\partial}{\partial m}f(m,k)=-\frac{e^{-m}\ m^{k}}{k!}+\frac{k}{k!}e^{-m}\ m^{k-1}=-\frac{e^{-m}\ m^{k}}{k!}$$

$$+\frac{e^{-m}\ m^{k-1}}{(k-1)!}=-f(m,k)+f(m,k-1)\ \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

k＝0なら

$$\frac{\partial}{\partial m}f(m,k)=\frac{\partial}{\partial m}e^{-m}=-e^{-m}=-f(m,k)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$f(m,-1)=0$　と定義すれば，(2)によって，(1)はk≧0について成り立つ。

$$\therefore\ \frac{\partial}{\partial m}F(m,k)=\frac{\partial}{\partial m}\sum_{\nu=0}^{k}f(m,\nu)=\sum_{\nu=0}^{k}\frac{\partial}{\partial m}f(m,\nu)$$

$$=\sum_{\nu=0}^{k}\{-f(m,\nu)+f(m,\nu-1)\}=-f(m,k)+f(m,-1)=-f(m,k)$$

b)　a)から，任意のε＞0について

$$F(m,k)-F(\varepsilon,k)=-\int_{\varepsilon}^{m}f(t,k)\,dt=-\frac{1}{k!}\int_{\varepsilon}^{m}e^{-t}\ t^{k}\,dt\ \cdots\cdots (1)$$

ここで，　$F(\varepsilon,k)=\sum_{\nu=0}^{k}f(\varepsilon,\nu)$

$$f(\varepsilon,0)=\frac{e^{-\varepsilon}\ \varepsilon^{0}}{0!}=e^{-\varepsilon}$$

$$\therefore\ \lim_{\varepsilon\to 0+}f(\varepsilon,0)=1$$

$$f(\varepsilon, \nu) = \frac{e^{-\varepsilon}\ \varepsilon^{\nu}}{\nu\,!} \quad \text{for} \quad \nu \geqq 1$$

$$\therefore \lim_{\varepsilon \to 0+} f(\varepsilon, \nu) = 0 \qquad \text{for} \quad \nu \geqq 1$$

$$\therefore \lim_{\varepsilon \to 0+} F(\varepsilon, k) = 1 \quad \text{for} \quad k \geqq 0$$

したがって，(1)で$\varepsilon \to 0+$とすると，

$$F(m, k) = 1 - \frac{1}{k\,!}\int_0^m e^{-t}\ t^k\ dt = \frac{1}{k\,!}\int_m^{\infty} e^{-t}\ t^k\ dt$$

一方，

$$P(\chi^2_{2k+2} \geqq 2m) = \frac{1}{\Gamma(k+1)}\int_{2m}^{\infty} e^{-\frac{x}{2}}\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{2k+2}{2}-1} \cdot \frac{1}{2}\,dx$$

$$= \frac{1}{k\,!}\int_m^{\infty} e^{-t}\ t^k\ dt$$

（注）　εを最初から0とすると，

$$f(0, 0) = \frac{e^{-0}\ 0^0}{0\,!} = 0^0$$ となって，無意味となる。

2.　nケの標本の最大のものをXとしたのであるから，Xの密度関数　$g(x)$　は，

$$g(x) = \frac{n\,!}{(n-1)\,!}\left(\int_0^x \frac{1}{a}\,dx\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{a}$$ である。

したがって，

$$g(x) = n \cdot \frac{x^{n-1}}{a^n}$$ on $(0, a)$である。

求める，不偏推定量(Unbiased　Estimator)を$\alpha x + \beta$とおけば，

$\int_0^a (\alpha x + \beta)\, g(x)\, dx = a$でなければならない。（題意）

これを計算すれば

$\alpha \cdot \frac{n}{n+1}a + \beta = a$であるから，$\alpha = \frac{n+1}{n}$，$\beta = 0$で，

求める不偏推定量は，

$$\frac{n+1}{n}\ x \quad \text{である。}$$

午 後 の 部

3.

$$\text{尤度} = L=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right)^n \exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\log L=-\Sigma\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}+n\log\frac{1}{\sigma}+\text{const}$$

(i) $\eta=\dfrac{1}{\sigma^2}$ とおけば

$$\log L=-\Sigma(x_i-\mu)^2\frac{\eta}{2}+\frac{n}{2}\log\eta+\text{const}$$

$$\therefore\ \frac{\partial}{\partial\eta}\log L=-\frac{1}{2}\Sigma(x_i-\mu)^2+\frac{n}{2}\ \frac{1}{\eta}$$

これを 0 とおいて

$$\sigma^2=\frac{1}{\eta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}$$

(ii) $\mu^2=\sigma^2$ ， $\therefore\ |\mu|=\sigma$

$$\therefore\ \log L=-\frac{\Sigma(x_i-\mu)^2}{2\mu^2}+n\log\left|\frac{1}{\mu}\right|+\text{const}$$

$$=-\frac{1}{2}\Sigma\left(\frac{x_i}{\mu}-1\right)^2+n\log\left|\frac{1}{\mu}\right|+\text{const}$$

ここで，$\xi=\dfrac{1}{\mu}$ とおけば

$$\log L=-\frac{1}{2}\Sigma(x_i\xi-1)^2+n\log|\xi|+\text{const}$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial \xi}\log L = -\Sigma x_i (x_i \xi - 1) + \frac{n}{\xi} = -\Sigma x_i^2 \xi + \Sigma x_i + n\frac{1}{\xi}$$

$$= n\mu + \Sigma x_i - (\Sigma x_i^2)\frac{1}{\mu}$$

これを0とおくと，

$$n\mu^2 + (\Sigma x_i)\mu - \Sigma x_i^2 = 0$$

$$\therefore \ \mu = \frac{-\Sigma x_i \pm \sqrt{(\Sigma x_i)^2 + 4n\Sigma x_i^2}}{2n}$$

ここで，複号は，μの符号とΣx_i の符号とが同じになるようにきめる。すなわち，

$$\Sigma x_i > 0 \text{ なら} \quad \mu = \frac{-\Sigma x_i + \sqrt{(\Sigma x_i)^2 + 4n\Sigma x_i^2}}{2n}$$

$$\Sigma x_i < 0 \text{ なら} \quad \mu = \frac{-\Sigma x_i - \sqrt{(\Sigma x_i)^2 + 4n\Sigma x_i^2}}{2n}$$

$$\Sigma x_i = 0 \text{ なら} \quad \mu = \pm\frac{\sqrt{4n\Sigma x_i^2}}{2n} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n}}$$

(注) この複号のどちらをとるかをきめるのには，厳密には次のようにすべきである。

$L_1(\xi) = -\frac{1}{2}\Sigma(x_i \xi - 1)^2$，$L_2(\xi) = n\log|\xi|$ とおくと，

$$L'(\xi) = L_1'(\xi) + L_2'(\xi) = -\Sigma x_i^2 \xi + \Sigma x_i + n\frac{1}{\xi}$$

$L'(\xi) = 0$ とおくと

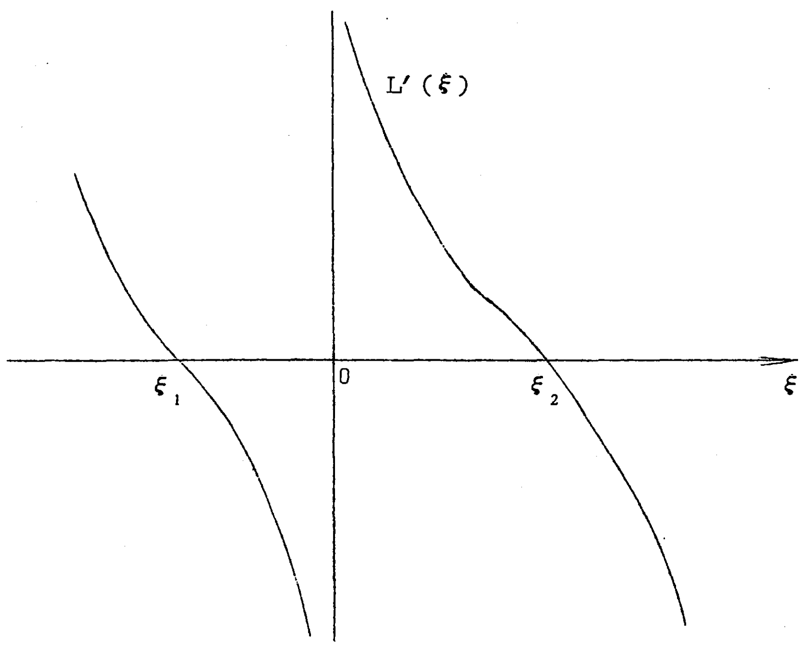
$$\xi = \frac{\Sigma x_i \pm \sqrt{(\Sigma x_i)^2 + 4n\Sigma x_i^2}}{2\Sigma x_i^2} = \xi_1 \text{ or } \xi_2$$

（ξ_1 は負号の方，ξ_2 は正号の方とする。）

あきらかに，$\xi_1 < 0 < \xi_2$

$L'(\xi)$ のグラフは次の図のようになる。したがって，$L(\xi)$は，ξ_1, ξ_2で極大になる。

$L(\xi_1)$と $L(\xi_2)$ とのどちらが大きいかを調べる。



まず，L_2 については，

$$L_2(\xi_2)-L_2(\xi_1) = n\log\left|\frac{\xi_2}{\xi_1}\right|$$

$$= n\log\left|\frac{\Sigma x_i+\sqrt{(\Sigma x_i)^2+4n\Sigma x_i^2}}{\Sigma x_i-\sqrt{(\Sigma x_i)^2+4n\Sigma x_i^2}}\right| \begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix} 0$$

$$\text{for}\quad \Sigma x_i \begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix} 0$$

一方　L_1 については，

$\xi_1 = a-b$，　$\xi_2 = a+b$，（$b>0$）

とかくと，

$$2\left(L_1(\xi_2)-L_1(\xi_1)\right) = -\Sigma\{x_i(a+b)-1\}^2+\Sigma\{x_i(a-b)-1\}^2$$

$$=-\Sigma\{(x_i a-1)+bx_i\}^2+\Sigma\{(x_i a-1)-bx_i\}^2$$

$$= -4b\Sigma x_i(x_i a-1) = -4b(a\Sigma x_i^2-\Sigma x_i) = *$$

ここで　$a=\dfrac{\Sigma x_i}{2\Sigma x_i^2}$ であることを使うと，

$$*=-4b\left(\frac{\Sigma x_i}{2}-\Sigma x_i\right)=2b\Sigma x_i$$

したがって，$L_1(\xi_2)-L_1(\xi_1)$ の符号は，Σx_i の符号と同じである。こうして，

$$L(\xi_2)-L(\xi_1)\gtreqless 0 \quad \text{for} \quad \Sigma x_i \gtreqless 0$$

4. (1)　（ゲームの理論，リニアプログラミングの問題）

この支払行列にサドル点はない。よって混合戦略（mixed strategy）を用いる。

（このとき広義のサドル点は存在する）

Aは戦略1, 2, 3, をそれぞれ確率 p_1, p_2, p_3 でとり，Bは戦略1，2, 3, 4, をそれぞれ確率 q_1, q_2, q_3, q_4 でとるとし，Aはその期待値の下限を最大にするよう，またBはその期待値の上限を最小にするように各戦略をその確率に従って選ぶことになる。

計算を簡略にするため，この支払行列をみてみると，オ2行とオ3行の対応する各エレメントは常にオ3行の方が大であるから，Aとしては戦略2をとる理由は全くない。（$p_2=0$）。その結果の支払行列は下のとおりである。

A \ B	1	2	3	4
1	45	80	30	55
3	65	40	75	80

上の支払行列についてオ3列の各エレメントはオ4列のそれより常に小である。従ってBとしては戦略4をとるはずがない（$q_4=0$）。

すなわちこの問題は次の支払行列について解くことに帰する。

A \ B	1	2	3
1	45	80	30
3	65	40	75

まずAの側から解く。与えられた条件をつぎのように書く。

条件:

$$45\,p_1 + 65\,p_3 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_1$$

$$80\,p_1 + 40\,p_3 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_2$$

$$30\,p_1 + 75\,p_3 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_3$$

$$p_1 + p_3 = 1$$

$$p_i \geq 0\ (i=1,\ 3)\ ,\qquad \mathrm{S}_i \geq 0\ (i=1,\ 2,\ 3)\ (p_2=0)$$

のもとでMを最大にする。

上式から一つのp_iを消去したいがそれには各式の係数の最大値のなかから最小になるところ(minimaxの係数)を探すと才1式の$65p_3$になるから，$p_3 = 1 - p_1$としてp_3を消去する。各式を計算しなおすと

$$65 - 20p_1 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_1$$

$$40 + 40p_1 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_2$$

$$75 - 45p_1 = \mathrm{M} + \mathrm{S}_3$$

各式の左辺においてp_1が0から1まで変化するときのグラフをみると下図のようになる。即ち才2, 3式において$\mathrm{S}_2 = \mathrm{S}_3 = 0$として$p_1$を求むればよいことがわかる。辺々相引いて

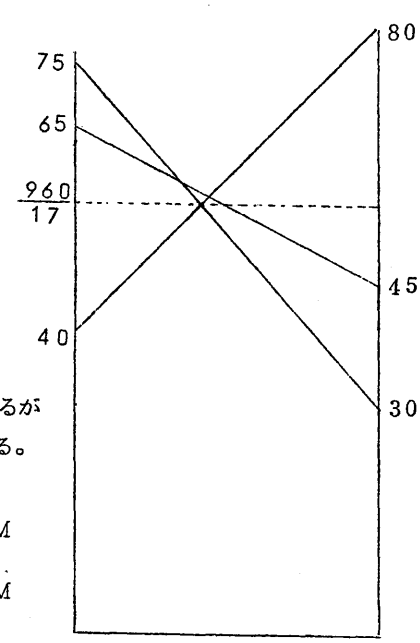
$$35 - 85p_1 = 0$$

$$p_1 = \frac{7}{17},\ (\mathrm{M} = \frac{960}{17})$$

$$\therefore p_3 = \frac{10}{17}$$

Aの作戦は$(\frac{7}{17},\ 0,\ \frac{10}{17})$である。

Bの最良な作戦は，点線をうるようにきめられるがこれは簡単な計算により$(0,\ \frac{9}{17},\ \frac{8}{17},\ 0)$となる。



なお参考として別解の一部を以下に示す。

条件:

$$45q_1 + 80q_2 + 30q_3 + \mathrm{u}_1 = \mathrm{M}$$

$$65q_1 + 40q_2 + 75q_3 + \mathrm{u}_2 = \mathrm{M}$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = 1$$

$$q_i \geq 0\ (i=1,\ 2,\ 3)\qquad \mathrm{u}_i \geq 0\ (i=1,\ 2)$$

のもとにMを最小にする。

各式の係数の最小値のなかの最大のものは第2式の $40 g_2$ のところである。

$g_2 = 1 - g_1 - g_3$ として計算すると

$$80 - 35g_1 - 50g_3 + u_1 = M$$

$$40 + 25g_1 + 35g_3 + u_2 = M$$

ここで g_1, g_3 のいずれかを消去するが，その結果の各係数がすべて正となるようなものをとる。

i）g_1 を消去

（第1式）×5＋（第2式）×7

$$480 - 5g_3 + 5u_1 + 7u_2 = 12M$$

ii）g_3 を消去

（第1式）×7＋（第2式）×10

$$960 + 5g_1 + 7u_1 + 10u_2 = 17M$$

ii）を採ることにする。i. e. Mを最小にするには u_1, u_2, g_1 がそれぞれ0とならねばならない。（別の見方 i）と ii）との考えうるMの大なる方は ii）によって与えられる‥‥Maxmin）

i. e. $g_1 = 0 \quad M = \frac{960}{17} \quad (u_i = 0,\ i = 1, 2)$

$$\therefore\ g_3 = \frac{1}{50}\left(80 - \frac{960}{17}\right) = \frac{8}{17}$$

$$g_2 = \frac{9}{17}$$

Bの作戦は$\left(0, \frac{9}{17}, \frac{8}{17}, 0\right)$である。

4. (2) 並んでいる customer の数により状態を分類することにして，n 人の待ち人数（service 中も含めて）のある状態の確率を p_n とする。

窓口Sヶの場合の平衡方程式（定常状態での方程式）は，

$$\begin{cases} \mu p_1 - \lambda p_0 = 0 \\ \lambda p_{n-1} - (\lambda + n\mu) p_n + (n+1)\mu p_{n+1} = 0 & 1 \leqq n \leqq S-1 \\ \lambda p_{n-1} - (\lambda + S\mu) p_n + S\mu p_{n+1} = 0 & n \geqq S \end{cases}$$

で与えられる。

この方程式から，p_s を求むれば，ちょうど全部の窓口がふさがった状態の確率である。

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$ とおけば，

$$p_1 = \rho\, p_0\,,\quad p_2 = \frac{\rho^2}{2}\, p_0\,,\cdots\cdots,\ p_s = \frac{\rho^s}{S!}\, p_0\,,\quad p_{s+1} = \frac{\rho^{s+1}}{S!\,S}\, p_0,\cdots\cdots$$

となり，結局

$$p_n = \begin{cases} \dfrac{\rho^n}{n!}\; p_0 & 0 \leqq n \leqq S \\ \dfrac{\rho^n}{S!\ S^{n-s}}\; p_0 & n > S \end{cases}$$ となる。

上式より，p_0 を求むればよいが，それには

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$$ なる関係を使えばよい。

$$\sum_{n=0}^{s-1} p_n + \sum_{n=s}^{\infty} p_n = \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!}\, p_s + \sum_{n=s}^{\infty} \frac{\rho^n}{S!\ S^{n-s}}\, p_0$$

$$= \left(\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!}\, p_0 + \frac{\rho^s}{(S-1)!\,(S-\rho)}\, p_0\right)\left(\frac{\lambda}{S\mu} < 1 \text{より}\right)$$

よって $$p_0 = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{(S-1)!\ (S-\rho)}}$$ である。

これより求むる p_s は

$$p_s = \frac{\dfrac{1}{S!}\rho^s}{\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{(S-1)!\,(S-\rho)}} = \frac{\rho^s}{S!\left(\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{(S-1)!\,(S-\rho)}\right)}$$

である。

4. (3)

a) $\Sigma\Sigma P(A_iB_j)\log P(A_iB_j)=\Sigma\Sigma P(A_i)P(B_j|A_i)\{\log P(A_i)+\log P(B_j|A_i)\}$

$$=\sum_{i=1}^{m} P(A_i)\log P(A_i)\sum_{j=1}^{n} P(Bj|A_i)+\sum_{i=1}^{m} P(A_i)\sum_{j=1}^{n} P(B_j|A_i)\ P(B_j|A_i)$$

ここで

$$\sum_{j=1}^{n} P(B_j|A_i)=\frac{\Sigma P(B_jA_i)}{P(A_i)}=\frac{P(A_i)}{P(A_i)}$$ (∵ $B_1,\cdots,B_n$ は排反で，その確率の和は 1)

$$=1$$

b) $(x\log x)'=\log x+1$, $(x\log x)''=\frac{1}{x}>0$ for $x>0$

したがって，$x\log x$ は(0 , ∞) で凹関数である。

一般に凹関数 $f(x)$については，$\sum_{\nu=1}^{n}\lambda_\nu=1$, $\lambda_\nu\geqq 0$ ($\nu=1,\cdots,n$) であれば

$$\sum_{\nu=1}^{n}\lambda_\nu f(x_\nu)\geqq f(\Sigma\lambda_\nu x_\nu)$$

であるから，$\Sigma P(A_i)=1$ を考えて

$$\sum_{i=1}^{m} P(A_i)P(B_j|A_i)\log P(B_j|A_i)\geqq\{\sum_{i=1}^{m} P(A_i)P(B_j|A_i)\}\cdot$$

$$\log\sum_{i=1}^{m} P(A_i)P(B_j|A_i)=*$$

ここで

$$\sum_{i=1}^{m} P(A_i)P(B_j|A_i)=\sum_{i=1}^{m} P(A_iB_j)=P(B_j)$$

(∵ $A_1,\cdots,A_m$ は排反で，その確率の和は 1。)

$\therefore\ *=P(B_j)\log P(B_j)$ 」

試行Aの結果 $A_1,\cdots,A_m$ のどれかが，試行Bの結果 $B_1,\cdots,B_n$ のどれかがおこると考える。

a) 両辺に－１をかけた式で考える。

$-\log P(A_i B_j)$ は事象 $A_i B_j$ の情報量であるから，左辺は試行A，Bの両方の結果を知る際にえられる情報量の期待値，すなわちABのエントロピーである。

右辺才2項は試行Aの結果を知る際にえられる情報量の期待値である。また才1項中の $\sum_{j=1}^{n} P(B_j|A_i) \log P(B_j|A_i)$ は，Aの結果 A_i を既知としたとき，Bの結果を知る際にえられる情報量の期待値（これを e_i で表わそう。），才1項自体はこの e_i を試行Aの結果に依存する確率変数とみたときの e_i の期待値である。

等式は，試行A，Bの結果を同時に知る際えられる情報量は，まずAの結果を知る際えられる情報量と，次にその上にBの結果を知る際に追加してえられる情報量との和に，その期待値において等しいことを表わす。

b）両辺に－1をかけた式（したがって不等号は逆）で考える。

右辺は試行Bの結果を知る際にえられる情報量の期待値である。

左辺は，a）の等式の右辺の才1項と同じで，a）で説明したとおりである。

不等式は，左辺は，試行Aの結果が既知なので，試行Bの結果の予測があるていどできる可能性があるので，全然新らしく試行Bの結果を知る右辺の場合より，あらたにえられる情報量は，期待値において少ないことを表わす。