〔問〕

昭和38年度　（問題）

午前の部

1. 経験死亡率 q を算出するときには通常次の式を使用する。

$$q \doteqdot \frac{2D}{A+B+D}$$

たゞし，A……年始現在契約高

B……年末現在契約高

D……当年度内死亡契約高

この式を証明せよ。

2. 終身保険の純保険料式保険料積立金が

${}_1V_x = .005$ ，${}_1V_{x+1} = .006$ であるとき

${}_2V_x$ を求めよ。

ただし，保険金は期末払とする。

3. 次のような保有契約に対する責任準備金を今まで全期チルメル式で積んでいたものを，1963年度末において10年チルメル式で積むと，全期チルメル式よりいか程積増しとなるか。1万円未満は四捨五入せよ。

契約年度	63年度末保有契約高
1952年度	10億
1953	13
1954	16
1955	20

ただし，契約はすべて全期払20年満期養老保険（年払），チルメル歩合は対千25円，加入年齢は30歳，契約の始期は年央とし，必要あれば生命年金現価については別紙 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ 表を利用してよい。

午前の部(3)の別紙

年始払 n 年生命年金現価： $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

4 %

x \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1.0000	1.9070	2.7691	3.5906	4.3753	5.1260	5.8456	6.5361	7.1988	7.8351
1	1.0000	1.9504	2.8562	3.7212	4.5489	5.3423	6.1035	6.8342	7.5357	8.2093
2	1.0000	1.9530	2.8632	3.7340	4.5688	5.3697	6.1385	6.8765	7.5853	8.2661
3	1.0000	1.9551	2.8689	3.7448	4.5852	5.3919	6.1663	6.9101	7.6244	8.3106
4	1.0000	1.9569	2.8740	3.7540	4.5986	5.4095	6.1883	6.9362	7.6547	8.3449
5	1.0000	1.9585	2.8782	3.7610	4.6085	5.4223	6.2040	6.9549	7.6762	8.3691
6	1.0000	1.9594	2.8803	3.7645	4.6136	5.4291	6.2124	6.9649	7.6878	8.3821
7	1.0000	1.9598	2.8813	3.7662	4.6162	5.4326	6.2169	6.9703	7.6940	8.3889
8	1.0000	1.9600	2.8820	3.7675	4.6181	5.4352	6.2201	6.9741	7.6981	8.3933
9	1.0000	1.9603	2.8827	3.7687	4.6198	5.4374	6.2228	6.9769	7.7010	8.3958
10	1.0000	1.9605	2.8830	3.7693	4.6206	5.4384	6.2237	6.9777	7.7012	8.3953
11	1.0000	1.9606	2.8833	3.7698	4.6212	5.4389	6.2239	6.9772	7.6998	8.3927
12	1.0000	1.9606	2.8834	3.7697	4.6209	5.4381	6.2224	6.9747	7.6959	8.3873
13	1.0000	1.9607	2.8834	3.7696	4.6203	5.4367	6.2199	6.9708	7.6905	8.3801
14	1.0000	1.9605	2.8829	3.7685	4.6183	5.4335	6.2152	6.9643	7.6822	8.3700
15	1.0000	1.9603	2.8823	3.7670	4.6158	5.4295	6.2095	6.9569	7.6729	8.3586
16	1.0000	1.9601	2.8814	3.7652	4.6126	5.4248	6.2030	6.9486	7.6627	8.3465
17	1.0000	1.9597	2.8802	3.7628	4.6088	5.4195	6.1961	6.9399	7.6521	8.3340
18	1.0000	1.9592	2.8789	3.7605	4.6052	5.4144	6.1894	6.9316	7.6421	8.3224
19	1.0000	1.9588	2.8778	3.7584	4.6020	5.4099	6.1836	6.9243	7.6335	8.3124
20	1.0000	1.9585	2.8770	3.7569	4.5996	5.4065	6.1791	6.9188	7.6268	8.3046
21	1.0000	1.9583	2.8763	3.7555	4.5973	5.4034	6.1750	6.9138	7.6209	8.2979
22	1.0000	1.9580	2.8755	3.7541	4.5952	5.4005	6.1714	6.9094	7.6159	8.2922
23	1.0000	1.9577	2.8748	3.7528	4.5934	5.3981	6.1685	6.9059	7.6119	8.2878
24	1.0000	1.9576	2.8744	3.7521	4.5923	5.3967	6.1666	6.9038	7.6095	8.2852
25	1.0000	1.9575	2.8741	3.7516	4.5916	5.3957	6.1655	6.9025	7.6082	8.2838
26	1.0000	1.9573	2.8738	3.7511	4.5910	5.3950	6.1647	6.9017	7.6073	8.2828
27	1.0000	1.9573	2.8737	3.7509	4.5908	5.3948	6.1646	6.9016	7.6072	8.2826
28	1.0000	1.9573	2.8736	3.7509	4.5908	5.3950	6.1649	6.9019	7.6074	8.2827
29	1.0000	1.9573	2.8737	3.7511	4.5911	5.3954	6.1653	6.9023	7.6077	8.2826
30	1.0000	1.9573	2.8738	3.7513	4.5915	5.3958	6.1657	6.9025	7.6075	8.2821
31	1.0000	1.9574	2.8740	3.7516	4.5918	5.3960	6.1657	6.9022	7.6068	8.2807
32	1.0000	1.9574	2.8741	3.7516	4.5916	5.3956	6.1648	6.9008	7.6047	8.2777
33	1.0000	1.9575	2.8741	3.7514	4.5912	5.3946	6.1633	6.8985	7.6015	8.2734
34	1.0000	1.9573	2.8737	3.7507	4.5899	5.3927	6.1606	6.8948	7.5966	8.2671
35	1.0000	1.9572	2.8733	3.7499	4.5885	5.3906	6.1575	6.8906	7.5911	8.2601
36	1.0000	1.9571	2.8728	3.7490	4.5869	5.3881	6.1540	6.8858	7.5847	8.2520
37	1.0000	1.9568	2.8723	3.7478	4.5850	5.3852	6.1498	6.8800	7.5772	8.2425
38	1.0000	1.9567	2.8718	3.7467	4.5830	5.3821	6.1454	6.8740	7.5693	8.2325
39	1.0000	1.9564	2.8709	3.7450	4.5803	5.3780	6.1396	6.8663	7.5596	8.2203
40	1.0000	1.9561	2.8700	3.7433	4.5774	5.3737	6.1335	6.8583	7.5492	8.2072
41	1.0000	1.9559	2.8693	3.7416	4.5744	5.3691	6.1272	6.8498	7.5380	8.1930
42	1.0000	1.9555	2.8682	3.7394	4.5708	5.3639	6.1198	6.8398	7.5250	8.1767
43	1.0000	1.9551	2.8669	3.7370	4.5670	5.3581	6.1116	6.8288	7.5109	8.1590
44	1.0000	1.9546	2.8656	3.7346	4.5628	5.3517	6.1026	6.8167	7.4953	8.1396
45	1.0000	1.9542	2.8645	3.7321	4.5585	5.3451	6.0931	6.8039	7.4788	8.1188
46	1.0000	1.9539	2.8632	3.7292	4.5534	5.3373	6.0822	6.7895	7.4602	8.0954
47	1.0000	1.9531	2.8610	3.7251	4.5468	5.3277	6.0691	6.7722	7.4381	8.0680
48	1.0000	1.9525	2.8590	3.7211	4.5404	5.3183	6.0559	6.7546	7.4154	8.0391
49	1.0000	1.9518	2.8570	3.7172	4.5339	5.3083	6.0418	6.7356	7.3905	8.0074

年始払 n 年生命年金現価 : $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

x \ n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	8.4461	9.0330	9.5967	10.138	10.658	11.158	11.638	12.099	12.541	12.965
1	8.8563	9.4778	10.075	10.648	11.199	11.728	12.236	12.724	13.191	13.639
2	8.9200	9.5481	10.152	10.731	11.288	11.822	12.335	12.827	13.299	13.751
3	8.9697	9.6029	10.211	10.795	11.356	11.894	12.410	12.905	13.380	13.834
4	9.0078	9.6447	10.256	10.843	11.407	11.947	12.466	12.962	13.438	13.894
5	9.0347	9.6738	10.287	10.876	11.441	11.983	12.502	12.999	13.476	13.932
6	9.0489	9.6891	10.303	10.893	11.458	11.999	12.518	13.015	13.492	13.947
7	9.0561	9.6964	10.311	10.900	11.464	12.005	12.523	13.019	13.494	13.949
8	9.0603	9.7002	10.314	10.902	11.465	12.005	12.522	13.017	13.491	13.945
9	9.0624	9.7014	10.314	10.901	11.463	12.002	12.517	13.011	13.484	13.936
10	9.0607	9.6986	10.310	10.895	11.456	11.993	12.507	12.999	13.471	13.922
11	9.0568	9.6932	10.303	10.887	11.446	11.981	12.494	12.984	13.454	13.903
12	9.0498	9.6844	10.292	10.874	11.431	11.965	12.476	12.965	13.433	13.881
13	9.0408	9.6736	10.279	10.860	11.415	11.947	12.456	12.943	13.409	13.856
14	9.0286	9.6593	10.263	10.841	11.395	11.925	12.432	12.917	13.382	13.827
15	9.0152	9.6439	10.246	10.822	11.374	11.902	12.407	12.891	13.354	13.798
16	9.0011	9.6279	10.228	10.802	11.352	11.878	12.382	12.865	13.327	13.769
17	8.9868	9.6118	10.210	10.783	11.331	11.856	12.358	12.840	13.300	13.741
18	8.9736	9.5969	10.194	10.765	11.312	11.836	12.337	12.817	13.276	13.716
19	8.9622	9.5843	10.180	10.750	11.296	11.819	12.319	12.798	13.256	13.695
20	8.9535	9.5747	10.169	10.739	11.284	11.806	12.305	12.783	13.241	13.679
21	8.9460	9.5664	10.160	10.729	11.274	11.795	12.294	12.771	13.228	13.664
22	8.9397	9.5596	10.153	10.721	11.265	11.786	12.284	12.760	13.216	13.652
23	8.9348	9.5544	10.148	10.715	11.259	11.779	12.276	12.752	13.207	13.641
24	8.9321	9.5514	10.144	10.712	11.254	11.774	12.271	12.745	13.199	13.633
25	8.9305	9.5496	10.142	10.709	11.251	11.770	12.266	12.740	13.193	13.626
26	8.9294	9.5482	10.140	10.707	11.249	11.767	12.262	12.735	13.187	13.618
27	8.9290	9.5475	10.139	10.705	11.246	11.764	12.258	12.730	13.181	13.611
28	8.9288	9.5469	10.138	10.703	11.244	11.760	12.253	12.724	13.173	13.602
29	8.9283	9.5459	10.136	10.701	11.240	11.755	12.247	12.716	13.164	13.591
30	8.9272	9.5441	10.134	10.697	11.235	11.749	12.239	12.707	13.152	13.577
31	8.9250	9.5409	10.129	10.692	11.228	11.740	12.229	12.694	13.138	13.560
32	8.9210	9.5357	10.123	10.683	11.218	11.728	12.215	12.678	13.119	13.538
33	8.9155	9.5287	10.114	10.673	11.206	11.714	12.197	12.658	13.096	13.512
34	8.9076	9.5197	10.103	10.659	11.190	11.695	12.176	12.633	13.068	13.480
35	8.8988	9.5083	10.090	10.644	11.172	11.674	12.152	12.606	13.037	13.446
36	8.8887	9.4961	10.075	10.626	11.151	11.650	12.125	12.575	13.002	13.406
37	8.8771	9.4820	10.058	10.606	11.128	11.624	12.094	12.540	12.963	13.363
38	8.8647	9.4668	10.040	10.585	11.103	11.595	12.061	12.503	12.920	13.315
39	8.8497	9.4487	10.018	10.560	11.074	11.561	12.023	12.459	12.872	13.260
40	8.8334	9.4291	9.9951	10.532	11.042	11.525	11.981	12.412	12.818	13.200
41	8.8160	9.4080	9.9701	10.503	11.008	11.485	11.936	12.361	12.760	13.135
42	8.7960	9.3840	9.9416	10.470	10.969	11.441	11.885	12.303	12.695	13.062
43	8.7744	9.3580	9.9106	10.433	10.927	11.392	11.829	12.239	12.624	12.983
44	8.7505	9.3292	9.8765	10.393	10.880	11.338	11.767	12.170	12.545	12.896
45	8.7250	9.2983	9.8395	10.349	10.829	11.279	11.700	12.094	12.461	12.802
46	8.6963	9.2633	9.7976	10.300	10.772	11.213	11.626	12.010	12.367	12.698
47	8.6625	9.2226	9.7494	10.244	10.707	11.139	11.542	11.917	12.263	12.583
48	8.6267	9.1794	9.6982	10.184	10.638	11.060	11.453	11.817	12.152	12.461
49	8.5877	9.1324	9.6424	10.119	10.563	10.975	11.357	11.709	12.035	12.329

午 後 の 部

1. $$P^{(m)}_{x:\overline{n}|} = P_{x:\overline{n}|} + \frac{m-1}{2m} P^{(m)}_{x:\overline{n}|} \left(P^{1}_{x:\overline{n}|} + d \right)$$

上記の近似式において，右辺の第２項の意味を説明せよ。

2. $a_x \leqq \dfrac{p_x}{q_x + i}$ を証明せよ。ただし，$p_x \geqq p_{x+1}$

3. ３０歳の男子が一時に１００万円を支払い，２年目以降毎年５万円ずつの保険料を払込む終身保険に加入したとする。この保険の額面金額（１万円未満四捨五入）を求む。

ただし，保険金は期末払で，次のものを仮定する。

新 契 約 費	対千　３０円
維　持　費	対千　　５円
集　金　費	２年目以降の保険料に対し３％
予 定 利 率	４％

$\ddot{a}_{30} = 19.7765$

昭和 38 年度　（解答）

午前の部

1. もし，1年間に増加も減少もなかったとすると，年間の死亡は A・q となる。ところが死亡以外の減少（増加）が年間を通じて

$$A - B - D$$

だけあったのであるから，年間に均等に減少（増加）したとすると近似的に

$$\frac{1}{2}(A - B - D)\,q$$

だけが年間の死亡 Dに含まれて来ない。従って

$$A\cdot q - \frac{1}{2}(A - B - D)\,q \doteqdot D$$

これを解いて

$$q \doteqdot \frac{2D}{A + B + D}$$

を得る。

〔1. 別解〕

年始からの経過 t の時点での契約高を $f(t)$，死力を μ_t とすると年度内死亡契約高Dは

$$D = \int_0^1 f(t)\,\mu_t\,dt$$

で示される。いま，死力は年度内一定で μ，また契約高は直線的に変化する，すなわち，$f(t) = at + b$ と仮定すると上の式は次のようになる。

$$D = \int_0^1 f(t)\,\mu_t\,dt = \int_0^1 (at + b)\,\mu\,dt = \mu\left(\frac{a}{2} + b\right)$$

しかるに，$f(0) = A$，$f(1) = B$　であるから，　$a = B - A$，$b = A$

また，　$p = e^{-\int_0^1 \mu\,dt} = e^{-\mu}$

$$\therefore\quad q = 1 - e^{-\mu} = \mu - \frac{\mu^2}{2} + \frac{\mu^3}{6} + 0(\mu^4)$$

一方　$$\xi \equiv \frac{2D}{A + B + D} = \frac{\mu}{1 + \frac{\mu}{2}} = \mu - \frac{\mu^2}{2} + \frac{\mu^3}{4} + 0(\mu^4)$$

$$\xi - g = \frac{\mu^3}{4} - \frac{\mu^3}{6} + 0(\mu^4) = \frac{1}{12}\mu^3 + 0(\mu^4)$$

すなわち，ξはgの２次の無限小まで正しい近似値であり，またその３次の無限小の誤差は，$\mu - \frac{\mu^2}{2}$ をgの近似値として使ったときの誤差の$\frac{1}{2}$である。この意味で，わざわざ分数の形に表示する意味がある。

2. $${}_1V_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x},\quad {}_1V_{x+1} = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}},\quad {}_2V_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_x}$$

であることから，

$$\begin{aligned}
{}_2V_x &= 1 - \frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_x} \\
&= 1 - \frac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x} \quad \frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}} \\
&= 1 - (1 - {}_1V_x)(1 - {}_1V_{x+1}) \\
&= 1 - (1 - .005)(1 - .006) \\
&= 1 - .995 \times .994 \\
&= .01097
\end{aligned}$$

3. １） 平準純保険料率をＰ，平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ とし，チルメル歩合をαとすると，全期チルメル式責任準備金率 ${}_tV^{(全)}$ および１０年チルメル式責任準備金率 ${}_tV^{(10)}$（いずれも保険年度末）の算式は次のとおりである。

$${}_tV^{(全)} = {}_tV - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

$${}_tV^{(10)} = \begin{cases} {}_tV - \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}} \quad \ddot{a}_{x+t:\overline{10-t}|} & \text{ただし，} t < 10 \text{のとき} \\ {}_tV & \text{ただし，} t \geqq 10 \text{のとき} \end{cases}$$

２） 事業年度末責任準備金のうち

イ） 保険料積立金率の差額$\triangle {}_tV$は

$$\triangle_t V = \frac{{}_{t-1}V^{(10)} + {}_tV^{(10)}}{2} - \frac{{}_{t-1}V^{(全)} + {}_tV^{(全)}}{2}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\alpha}{2}\left(\dfrac{\ddot{a}_{x+t-1:\overline{n-t+1}|} + \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - \dfrac{\ddot{a}_{x+t-1:\overline{10-t+1}|} + \ddot{a}_{x+t:\overline{10-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}\right) & \text{ただし, } t<10 \\ \dfrac{\alpha}{2} \cdot \dfrac{\ddot{a}_{x+t-1:\overline{n-t+1}|} + \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} & \text{ただし, } t \geqq 10 \end{cases}$$

である。………… A式

ロ） 未経過保険料率の差額を $\triangle_t P$（ $t \neq 1$ ） とすると

$$\triangle_t P = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(P + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}\right) - \dfrac{1}{2}\left(P + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) & \text{ただし, } 2 \leqq t < 10 \\ \dfrac{1}{2}P - \dfrac{1}{2}\left(P + \dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) & \text{ただし, } t \geqq 10 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\alpha}{2}\left(\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}} - \dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) & \text{ただし, } 2 \leqq t < 10 \\ -\dfrac{\alpha}{2} \cdot \dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} & \text{ただし, } t \geqq 10 \end{cases}$$

3） 保険料積立金の差額の計算　　$\ddot{a}_{30:\overline{20}|} = 13.577$　$\ddot{a}_{30:\overline{10}|} = 8.2821$

契約年度	t	$\ddot{a}_{30+t:\overline{20-t}|}$	$\ddot{a}_{30+t:\overline{10-t}|}$	（A式の括弧の中）第一項(i)	第二項(ii)	(i)－(ii)	△V
	8	9.4668	1.9567				
55				1.34908	0.35700	0.99208	0.012401
	9	8.8497	1.0000				
54				1.25631	0.12074	1.13557	0.014195
	10	8.2072					
53				1.15970		1.15970	0.014496
	11	7.5380					
52				1.05898		1.05898	0.013237
	12	6.8398					

契約年度	S	△V（対億）	S×△V
55	20億円	万円 124.01	万円 2480.2
54	16	141.95	2271.2
53	13	144.96	1884.5
52	10	132.37	1323.7
計	59		7959.6

4） 未経過保険料の差額の計算

契約年度	S	△P（対億）	S×△P
52～53	23億円	万円 − 9.21	万円 − 211.8
54～55	36	+ 5.89	+ 212.0
計	59		+ 0.2

ただし，$\dfrac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}=0.073654$　　$\dfrac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}}=0.120742$

$$\frac{\alpha}{2}\left(\frac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}}-\frac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}\right)=\frac{\alpha}{2}\times 0.047088$$

$$\frac{\alpha}{2}\ \frac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}=\frac{\alpha}{2}\times 0.073654$$

5） 結論　上の計算から10年チルメルに変更した場合の責任準備金の積増額は

7959.6万円 + 0.2万円 ≒ 7960万円 である。

午後の部

1. $P^{(m)}_{x:\overline{n}|}=P_{x:\overline{n}|}+X+Y$

とする。但し，この場合

Xは年の途中で死亡が起きた場合以後の端数期間に支払われない保険料に対応する部分

Yは一年間m回に分割して支払われるための利息の損失に対する部分，とすると，

年の途中で死亡した場合，支払われない保険料は

$$\frac{m-1}{m}\ P^{(m)}_{x:\overline{n|}},\ \frac{m-2}{m}P^{(m)}_{x:\overline{n|}},\ \cdots,\ \frac{1}{m}\ P^{(m)}_{x:\overline{n|}},\ 0$$

の平均値であるから，

$$\frac{m-1}{2m}\ P^{(m)}_{x:\overline{n|}}$$

となり，これに対する保険料は

$$\frac{m-1}{2m}\ P^{(m)}_{x:\overline{n|}}\cdot\ P^{\,1}_{x:\overline{n|}}=X$$

となる。

また遅れて支払われる保険料に対する利息の損失は

$$\left(1-v^{\frac{t}{m}}\right)=\left\{1-(1-d)^{\frac{t}{m}}\right\}\fallingdotseq\frac{t}{m}\ d$$ の近似式を使えば，

第1期間 $$\left(1-v^{\frac{1}{m}}\right)\frac{P^{(m)}_{x:\overline{n|}}}{m}\fallingdotseq\frac{1}{m^2}\ d\cdot P^{(m)}_{x:\overline{n|}}$$

第2期間 $$\left(1-v^{\frac{2}{m}}\right)\frac{P^{(m)}_{x:\overline{n|}}}{m}\fallingdotseq\frac{2}{m^2}\ d\cdot P^{(m)}_{x:\overline{n|}}$$

……………………………………

であるから合計

$$\frac{m-1}{2m}\ d\cdot P^{(m)}_{x:\overline{n|}}=Y$$

となる。従って

$$P^{(m)}_{x:\overline{n|}}=\dot{P}_{x:\overline{n|}}+X+Y$$

$$=P_{x:\overline{n|}}+\frac{m-1}{2m}P^{(m)}_{x:\overline{n|}}\left(P^{\,1}_{x:\overline{n|}}+d\right)$$ となり，右辺第2項の意味は，年の途中死亡に対する部分と，利息の部分との合計であることがわかった。

2. $a_x = vp_x + v^2\,{}_2p_x + v^3\,{}_3p_x + \cdots\cdots$

$$= vp_x + v^2 p_x p_{x+1} + v^3 p_x p_{x+1} p_{x+2} + \cdots\cdots$$

$$\leqq vp_x + (vp_x)^2 + (vp_x)^3 + \cdots\cdots \qquad (p_x \geqq p_{x+t})$$

$$= vp_x \frac{1}{1-vp_x}$$

$$= \frac{p_x}{(1+i)-p_x} = \frac{p_x}{q_x+i}$$

故に

$$a_x \leqq \frac{p_x}{q_x+i}$$ である。

3. 保険金をＳとすると

収入の現価は　　$100 + 5a_{30}$　　（単位万円）

支出の現価は　　$S(A_{30} + .03 + .005\ddot{a}_{30}) + .15a_{30}$

であるから，

$$S = \frac{100+4.85a_{30}}{A_{30}+.03+.005\ddot{a}_{30}}$$

$$= \frac{100+4.85(\ddot{a}_{30}-1)}{(1-d\ddot{a}_{30})+.03+.005\ddot{a}_{30}}$$

$$= \frac{100+4.85(\ddot{a}_{30}-1)}{1.03-(d-.005)\ddot{a}_{30}}$$

$$= \frac{100+4.85\times 18.7765}{1.03-.03346\times 19.7765} \qquad \left(\begin{array}{l}\ddot{a}_{30}=19.7765\\ d=.03846\end{array}\right)$$

$$= \frac{191.066}{.36828} = 519$$

答　519万円