生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各５点（計４０点）

（１）$\ddot{s}_{\overline{2n|}} = 3.75\,\ddot{a}_{\overline{n|}}$ のとき、予定利率 i（$i>0$）の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、$\ddot{a}_{\overline{2n|}} = 55.0850$ とする。

（Ａ） 0.90%	（Ｂ） 0.92%	（Ｃ） 0.94%	（Ｄ） 0.96%	（Ｅ） 0.98%
（Ｆ） 1.00%	（Ｇ） 1.02%	（Ｈ） 1.04%	（Ｉ） 1.06%	（Ｊ） 1.08%

（２）ある定常社会において、$l_x = a - x \ (0 \leqq x \leqq a,\ a \geqq 80)$、${}_{10|}\mathring{e}_{20} = 30.625$ の場合、この定常社会の平均年齢に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 30	（Ｂ） 31	（Ｃ） 32	（Ｄ） 33	（Ｅ） 34
（Ｆ） 35	（Ｇ） 36	（Ｈ） 37	（Ｉ） 38	（Ｊ） 39

（３）死亡保険金額が初年度 S から毎年 0.02 ずつ逓増し、保険期間満了時に最終年度の死亡保険金額と同額の満期保険金を支払う、x 歳加入、保険料年払全期払込、死亡保険金年度末支払、保険期間 30 年の平準払累加養老保険を考える。いま、下表の情報が与えられており、この平準払累加養老保険の年払純保険料が P_1 に等しいとき、初年度死亡保険金額 S の値に最も近いものは次のうちどれか。

保険種類	平準払養老保険	平準払定期保険	平準払累加定期保険
加入年齢	x	x	x
保険期間	30	30	30
保険料払込期間	30	30	30
死亡保険金額 （年度末支払）	1	1	初年度 1 から 毎年 1 ずつ増加
満期保険金額	1	なし	なし
年払純保険料	P_1	P_2	P_3

ここで、$P_2 / P_1 = 0.1289$、$P_3 / P_1 = 2.3840$ とする。

（Ａ） 0.41	（Ｂ） 0.43	（Ｃ） 0.45	（Ｄ） 0.47	（Ｅ） 0.49
（Ｆ） 0.51	（Ｇ） 0.53	（Ｈ） 0.55	（Ｉ） 0.57	（Ｊ） 0.59

（4）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、${}_1V_{x:\overline{n|}}=0.05$ 、 ${}_{n-1}V_{x:\overline{n|}}=0.9$ のとき、x 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 1 年の生存保険の一時払純保険料 $P_{x:\overset{1}{\overline{1|}}}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 0.80	（B） 0.82	（C） 0.84	（D） 0.86	（E） 0.88
（F） 0.90	（G） 0.92	（H） 0.94	（I） 0.96	（J） 0.98

（5）50 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 10 年の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 S を支払い、死亡すればその年度末に既払込営業保険料を支払うものとする。予定新契約費は新契約時にのみ保険金額 1 に対し 0.025、予定集金費は保険料払込のつど営業保険料 1 に対し 0.03、予定維持費は契約 1 件に対し毎年度始 5,000 円とする。
また、この保険の計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	S_x	C_x	M_x	R_x
50	830,057	12,959,122	162,230,132	2,882	212,956	5,233,877
60	482,007	6,356,169	65,280,013	3,829	179,332	3,247,597

①$S=100$ 万円の場合、営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 80,000 円	（B） 82,000 円	（C） 84,000 円	（D） 86,000 円	（E） 88,000 円
（F） 90,000 円	（G） 92,000 円	（H） 94,000 円	（I） 96,000 円	（J） 98,000 円

②$S=200$ 万円の場合、営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 160,000 円	（B） 164,000 円	（C） 168,000 円	（D） 172,000 円	（E） 176,000 円
（F） 180,000 円	（G） 184,000 円	（H） 188,000 円	（I） 192,000 円	（J） 196,000 円

（6）x+1 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険の第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金が、x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n+1 年の養老保険の第 t+1 保険年度末の全期チルメル式責任準備金に等しいとする。このとき、全期チルメル式責任準備金のチルメル割合αの値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、予定利率 $i=1.00\%$ 、 $q_x=0.00365$ 、 $N_x=1{,}524{,}582$ 、 $N_{x+n+1}=490{,}728$ 、 $D_x=57{,}877$ 、 $1\leqq t\leqq n-1$ とする。

（A） 0.025	（B） 0.035	（C） 0.045	（D） 0.055	（E） 0.065
（F） 0.075	（G） 0.085	（H） 0.095	（I） 0.105	（J） 0.115

（７）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、t（$0<t<n$）年経過時点で、延長保険に変更する場合について考える。延長保険に変更の時点で貸付金がない場合の延長保険の生存保険金額を S_1（$S_1>0$）、変更の時点で貸付金がある場合の延長保険の生存保険金額を S_2（$S_2>0$）とする。このとき、S_2/S_1 の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、延長保険に変更時点の解約返戻金を ${}_tW={}_tV_{x:\overline{n|}}=0.590$（${}_tV_{x:\overline{n|}}$ は平準純保険料式責任準備金）、貸付金を ${}_tL=0.200$ とし、延長保険変更後の予定事業費は毎年度始に死亡保険金額 1 に対し 0.001、生存保険金額 1 に対し 0.001 とする。また、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=9.625$、$A_{x+t:\overline{n-t|}}^{\ \ \ \ \ \ \ \ 1}=0.910$、予定利率 $i=0.25\%$ とする。

なお、変更の時点で貸付金がある場合、延長保険の生存保険金額を計算する際には、変更時点の解約返戻金から貸付金を差し引き、延長保険の死亡保険金額については変更前の死亡保険金額から貸付金を差し引いた額に変更するものとする。また、貸付金についての利息は考慮しないものとする。

（Ａ） 0.60　（Ｂ） 0.61　（Ｃ） 0.62　（Ｄ） 0.63　（Ｅ） 0.64
（Ｆ） 0.65　（Ｇ） 0.66　（Ｈ） 0.67　（Ｉ） 0.68　（Ｊ） 0.69

（８）年 2 回分割払連生年金を考える。(x)、(y)の 2 人の被保険者のうち(x)が死亡した次の年金支払時期から(y)の生存する限り半年ごとに毎回 1/2 の終身年金を支払うものについて、年金現価の値に最も近いものは次のうちどれか。

必要であれば $a_x=18.18688$、$a_y=15.61232$、$a_{xy}=12.26979$、$\mu_x=0.00365$、$\mu_y=0.00838$、予定利率 $i=5.00\%$ を用いなさい。

また、一般に次の近似が成立することを用いなさい。

$$a_{x:\overline{n|}}^{(k)} \fallingdotseq a_{x:\overline{n|}}+\frac{k-1}{2k}\cdot(1-v^n\cdot{}_np_x)-\frac{k^2-1}{12k^2}\cdot\left\{\delta\cdot(1-v^n\cdot{}_np_x)+(\mu_x-v^n\cdot{}_np_x\cdot\mu_{x+n})\right\}$$

（Ａ） 3.3420　（Ｂ） 3.3421　（Ｃ） 3.3422　（Ｄ） 3.3423　（Ｅ） 3.3424
（Ｆ） 3.3425　（Ｇ） 3.3426　（Ｈ） 3.3427　（Ｉ） 3.3428　（Ｊ） 3.3429

問題 2. 次の（1）～（6）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各７点（計４２点）

（1）次の主集団および副集団を考える。主集団は就業者（仕事をしている者）から構成され、仕事を辞めること（以下、A 脱退とする。）および死亡（以下、C1 脱退とする。）により脱退が発生し、A 脱退による脱退者は副集団に移るものとする。また、副集団は就業者以外の者から構成され、仕事に就くこと（以下、B 脱退とする。）および死亡（以下、C2 脱退とする。）により脱退が発生し、B 脱退による脱退者は主集団に移るものとする。そのような主集団および副集団について次のデータが与えられているとき、主集団における 50 歳の A 脱退の絶対発生率の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、各脱退はそれぞれ独立かつ一年を通じて一様に発生するものとする。

（ⅰ）50 歳と 51 歳の間の主集団の人数は、50 歳と 51 歳の間の副集団の人数の 1.5 倍である。
（ⅱ）50 歳の A 脱退の中央発生率は、50 歳の B 脱退の中央発生率の 100 倍である。
（ⅲ）50 歳の中央死亡率は 0.003 である。
（ⅳ）50 歳で C1 脱退により脱退した人数の、50 歳ちょうどの主集団の人数に対する割合は 0.0027 である。
（ⅴ）50 歳の C2 脱退の中央発生率は 0.0033 である。

（Ａ） 0.0684　（Ｂ） 0.0687　（Ｃ） 0.0690　（Ｄ） 0.0693　（Ｅ） 0.0696
（Ｆ） 0.0699　（Ｇ） 0.0702　（Ｈ） 0.0705　（Ｉ） 0.0708　（Ｊ） 0.0711

（2）ある年齢 x 歳において、 $p_x = p_{x+1}$ が成立しているものとする。予定利率 $i = 1.00\%$ とするとき、$A_x = 0.7392$ 、 $\ddot{a}_{x+2} = 25.0361$ であった。このとき p_x の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 0.980　（Ｂ） 0.982　（Ｃ） 0.984　（Ｄ） 0.986　（Ｅ） 0.988
（Ｆ） 0.990　（Ｇ） 0.992　（Ｈ） 0.994　（Ｉ） 0.996　（Ｊ） 0.998

（3）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の生存保険において、予定死亡率 q_{x+t} を

$$q'_{x+t} = 1.005 q_{x+t} - 0.005 \quad (0 \leqq t \leqq 9)$$

へ変更したとき、年払純保険料が変化しないように予定利率も変更することとした。
このとき、x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険の年払純保険料は、変更前後でいくら変化したか。変更後の年払純保険料を変更前の年払純保険料と比べたときの ①変化幅と②変化の方向として最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選びなさい。
ただし、$0 < q_{x+t} < 1$ 、$0 < q'_{x+t} < 1$ とする。また、変更前の予定利率 $i = 1.00\%$ とする。

【①変化幅の選択肢】
（Ａ） 0.0048　（Ｂ） 0.0049　（Ｃ） 0.0050　（Ｄ） 0.0051　（Ｅ） 0.0052
（Ｆ） 0.0053　（Ｇ） 0.0054　（Ｈ） 0.0055　（Ｉ） 0.0056　（Ｊ） 0.0057

【②変化の方向の選択肢】
（Ａ） 増加　（Ｂ） 減少

（4）30 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険がある。この契約（以下、元契約という）の第 5 保険年度末に、次の 2 つの部分からなる新しい養老保険（以下、新契約という）に変更する場合を考える。

【払済養老保険】
元契約の第 5 保険年度末の平準純保険料式責任準備金の 9 割を用いて、35 歳加入、保険料一時払、保険金年度末支払、保険期間 5 年の払済養老保険を購入する。この払済保険の保険金額を S_1 とする。
なお、予定事業費は毎年度始に死亡保険金額 1 に対し、0.001 とする。

【年払養老保険】
35 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 5 年の養老保険を契約する。ただし、この保険の保険金額 S_2 は、年払営業保険料が元契約と同一となるよう設定する。
なお、予定事業費は元契約と同一とし、毎年度始に死亡保険金額 1 に対し、0.002 とする。

予定利率および予定死亡率は元契約と新契約で同一とする。このとき、元契約と新契約の保険金額の差（$1-S_1-S_2$）の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、$\ddot{a}_{30:\overline{10|}}=9.52$、$\ddot{a}_{35:\overline{5|}}=4.89$、予定利率 $i=1.00\%$とする。

（Ａ） 0.0461	（Ｂ） 0.0472	（Ｃ） 0.0483	（Ｄ） 0.0494	（Ｅ） 0.0505
（Ｆ） 0.0516	（Ｇ） 0.0527	（Ｈ） 0.0538	（Ｉ） 0.0549	（Ｊ） 0.0560

（５）被保険者が死亡するか要介護状態になったときにその年度末に保険金 1 を支払い消滅する、x 歳の介護不要者が加入する終身保険の一時払純保険料を P_x^1 とする。また、被保険者が介護不要者である限り期始に 0.5 の年金を終身で支払い、要介護状態になったときにはその年度末に保険金 3 を支払って消滅する x 歳の介護不要者が加入する終身年金付終身保険の一時払純保険料を P_x^2 とする。

いま、すべての年齢 x で $4P_x^1 = P_x^2$ となり、かつ、ある年齢 y で $l_{y+1}^{aa} = \alpha \cdot l_y^{aa}$ $(0 < \alpha < 1)$ の関係が成り立つ場合、y 歳と y+1 歳の間において介護不要者が要介護者となる人数 i_y を表す式は次のうちどれか。

なお、それぞれの保険は共通の計算基礎に基づくものとする。
また、要介護者でない者は介護不要者であることとし、要介護者が回復して介護不要者に復帰することはないものとする。

（Ａ）$\dfrac{4v\cdot(1-\alpha)+1}{2v}\cdot l_y^{aa}$　　（Ｂ）$\dfrac{4v\cdot(1-\alpha)-1}{2v}\cdot l_y^{aa}$

（Ｃ）$\dfrac{5v\cdot(1-\alpha)+1}{3v}\cdot l_y^{aa}$　　（Ｄ）$\dfrac{5v\cdot(1-\alpha)-1}{3v}\cdot l_y^{aa}$

（Ｅ）$\dfrac{6v\cdot(1-\alpha)+1}{4v}\cdot l_y^{aa}$　　（Ｆ）$\dfrac{6v\cdot(1-\alpha)-1}{4v}\cdot l_y^{aa}$

（Ｇ）$\dfrac{7v\cdot(1-\alpha)+1}{5v}\cdot l_y^{aa}$　　（Ｈ）$\dfrac{7v\cdot(1-\alpha)-1}{5v}\cdot l_y^{aa}$

（Ｉ）$\dfrac{8v\cdot(1-\alpha)+1}{6v}\cdot l_y^{aa}$　　（Ｊ）$\dfrac{8v\cdot(1-\alpha)-1}{6v}\cdot l_y^{aa}$

（６）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金即時払、保険期間 20 年の、次の①から③の給付を行う災害割増保険金付養老保険を考える。
①災害による死亡の場合、その死亡時に死亡保険金 1.5 を支払う。
②災害以外による死亡の場合、その死亡時に死亡保険金 1 を支払う。
③満期まで生存した場合、満期保険金 1 を支払う。
この保険の年払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、死力 $\mu_{x+t} = 0.01\,(0 \leqq t \leqq 20)$、災害死力 $\mu_{x+t}^a = 0.001\,(0 \leqq t \leqq 20)$、利力 $\delta = 0.02$ とし、必要であれば、$e^{-0.03} = 0.97045$ を用いなさい。なお、死力の対象は災害による死亡とそれ以外の死亡の両方とし、災害死力の対象は災害による死亡のみとする。

（Ａ）0.0439　（Ｂ）0.0447　（Ｃ）0.0455　（Ｄ）0.0463　（Ｅ）0.0471
（Ｆ）0.0479　（Ｇ）0.0487　（Ｈ）0.0495　（Ｉ）0.0503　（Ｊ）0.0511

余白ページ

問題 3. 次の（１）、（２）の各問について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各９点（計１８点）

（１）被保険者が死亡した際に、保険期間の残年数（年単位の端数切り上げ）に応じてその保険年度末から毎保険年度末に年金年額 1 を支払う保険について考える。

（年単位の端数切り上げとは、たとえば、保険期間 n 年で第 t 保険年度に死亡した場合、「第 t 保険年度末、第 t+1 保険年度末、・・・、第 n 保険年度末」と、$n-t+1$ 回にわたり年金を支払うことを指す）

(a) 次の①～⑪の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

x 歳加入、保険期間 n 年で、第 t 保険年度に死亡した場合、その保険年度末に $\ddot{a}_{\overline{n-t+1|}}$ を支払う保険を考えると、一時払純保険料 A は、

$$A=\frac{1}{D_x}\sum_{t=1}^{n}\left(\boxed{\quad①\quad}\cdot\boxed{\quad②\quad}\right)$$

と書ける。この式を変形すると、

$$=\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot\left(1-{}_tp_x\right)$$

$$=\boxed{\quad③\quad}-\boxed{\quad④\quad}$$

と変形できる。

この算式はすなわち、その保険年度末時点で死亡していれば年金を支払う保険と解釈できる。

この保険の年金支払期間に保証期間を設けることにした。保証期間とは保険期間満了まで g 年以内の年度に死亡しても g 年間の年金支払が保証されていることを意味する。

x 歳加入、保険期間 n 年、保証期間 g 年とした際の一時払純保険料 $B^g_{x:\overline{n|}}$ を考える。

まず、初年度から第 $n-g$ 保険年度に死亡した場合の給付に関する一時払純保険料を考える。

これは、初年度から第 $n-g$ 保険年度までの各保険年度末までに死亡していれば年金を支払い、加えて第 $n-g$ 保険年度末時点で死亡していれば残りの g 年間の保険年度末に年金を支払うという給付に関する一時払純保険料と同義なので、次のように書ける。

$$\boxed{\quad⑤\quad}-\boxed{\quad⑥\quad}+\boxed{\quad⑦\quad}\cdot v^{n-g+1}\cdot\ddot{a}_{\overline{g|}}\quad\cdots\quad(\mathrm{I})$$

また、第 $n-g+1$ 保険年度から満期までの間に死亡した場合の給付に関する一時払純保険料は、

$$\frac{\boxed{\quad⑧\quad}-\boxed{\quad⑨\quad}}{D_x}\cdot\ddot{a}_{\overline{g|}}\quad\cdots\quad(\mathrm{II})$$

(Ⅰ)と(Ⅱ)の一時払純保険料を合計したものが、$B^g_{x:\overline{n|}}$ なので、

$$B^g_{x:\overline{n|}}=\ddot{a}_{\overline{n+1|}}-\boxed{\quad⑥\quad}+\frac{\boxed{\quad⑧\quad}-\boxed{\quad⑨\quad}-\boxed{\quad⑩\quad}\cdot\boxed{\quad⑪\quad}}{D_x}\cdot\ddot{a}_{\overline{g|}}$$

(b) 一時払純保険料の比 $\dfrac{B^{5}_{30:\overline{30}|}}{B^{2}_{30:\overline{30}|}}$ の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、予定利率は $i = 1.00\%$ とし、計算基数は下記を用いなさい。

【計算基数】

x	D_x	N_x	M_x
30	73,030	2,840,725	44,904
54	54,687	1,297,803	41,838
55	53,863	1,243,116	41,555
56	53,027	1,189,253	41,252
57	52,179	1,136,226	40,929
58	51,318	1,084,047	40,585
59	50,446	1,032,729	40,221
60	49,560	982,283	39,834
61	48,660	932,723	39,425

【(a)の選択肢】

（ア） v　（イ） i　（ウ） $\ddot{a}_{\overline{n-1}|}$　（エ） $\ddot{a}_{\overline{n}|}$　（オ） $\ddot{a}_{\overline{n+1}|}$

（カ） $\ddot{a}_{\overline{n-t-1}|}$　（キ） $\ddot{a}_{\overline{n-t}|}$　（ク） $\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}$　（ケ） $\ddot{a}_{\overline{n-g-1}|}$　（コ） $\ddot{a}_{\overline{n-g}|}$

（サ） $\ddot{a}_{\overline{n-g+1}|}$　（シ） $\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|}$　（ス） $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$　（セ） $\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}$　（ソ） $\ddot{a}_{x:\overline{n-g-1}|}$

（タ） $\ddot{a}_{x:\overline{n-g}|}$　（チ） $\ddot{a}_{x:\overline{n-g+1}|}$　（ツ） C_{x+t}　（テ） C_{x+t-1}　（ト） D_{x+n-1}

（ナ） D_{x+n}　（ニ） $D_{x+n-g-1}$　（ヌ） D_{x+n-g}　（ネ） $D_{x+n-g+1}$　（ノ） M_{x+n-g}

（ハ） M_x　（ヒ） M_{x+n}　（フ） ${}_{n-g-1|}q_x$　（ヘ） ${}_{n-g}q_x$　（ホ） ${}_{n-g-1}q_x$

（マ） ${}_{n-g|}q_x$　（ミ） ${}_{n-1|}q_x$　（ム） ${}_{n|}q_x$　（メ） ${}_{n-1}q_x$　（モ） ${}_{n}q_x$

【(b)の選択肢】

（Ａ） 1.027　（Ｂ） 1.039　（Ｃ） 1.051　（Ｄ） 1.063　（Ｅ） 1.075

（Ｆ） 1.087　（Ｇ） 1.099　（Ｈ） 1.111　（Ｉ） 1.123　（Ｊ） 1.135

（2）x 歳加入、保険期間 n 年、年 k 回全期払込で次の払込と給付を行う保険を考える。

時点 $\dfrac{j}{k}\left(j=0,1,2,\cdots,n\cdot k\right)$ では、保険料 $P_{\frac{j}{k}}$ （ただし、$P_n=0$）が払い込まれ、また同時点で生存しているときには生存給付金 $E_{\frac{j}{k}}$（ただし、$E_0=0$）が支払われ、さらに区間 $\left(\dfrac{j-1}{k},\dfrac{j}{k}\right]\left(j=1,2,\cdots,n\cdot k\right)$ で死亡したときには時点 $\dfrac{j}{k}$ で死亡保険金 $S_{\frac{j}{k}}$ が支払われる。

(a) 次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

時点 $\dfrac{t}{k}$ における将来法の責任準備金 ${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}$ は、

$$ {}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=\frac{1}{\boxed{①}}\cdot\left\{\sum_{j=t+1}^{n\cdot k}S_{\frac{j}{k}}\cdot\left(l_{x+\frac{j-1}{k}}-l_{x+\frac{j}{k}}\right)\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}}+\sum_{j=t}^{n\cdot k}E_{\frac{j}{k}}\cdot l_{x+\frac{j}{k}}\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}}-\sum_{j=t}^{n\cdot k}P_{\frac{j}{k}}\cdot l_{x+\frac{j}{k}}\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}}\right\} $$

となる。これを変形すると

$$ {}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{②}}{\boxed{①}}\cdot S_{\frac{t+1}{k}}+E_{\frac{t}{k}}-P_{\frac{t}{k}}+v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{③}}{\boxed{①}} $$

$$ \times\left[\frac{1}{\boxed{④}}\cdot\left\{\sum_{j=t+2}^{n\cdot k}S_{\frac{j}{k}}\cdot\left(l_{x+\frac{j-1}{k}}-l_{x+\frac{j}{k}}\right)\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}}+\sum_{j=t+1}^{n\cdot k}E_{\frac{j}{k}}\cdot l_{x+\frac{j}{k}}\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}}-\sum_{j=t+1}^{n\cdot k}P_{\frac{j}{k}}\cdot l_{x+\frac{j}{k}}\cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}}\right\}\right] $$

となるが、右辺第 2 項の[　]内は ${}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)}$ であるから、

再帰式

$$ {}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{②}}{\boxed{①}}\cdot S_{\frac{t+1}{k}}+E_{\frac{t}{k}}-P_{\frac{t}{k}}+v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{③}}{\boxed{①}}\cdot{}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)}\qquad\cdots(\mathrm{I}) $$

が示された。

次に (I) 式の t を $t\cdot k$ に変えて、時点 $\dfrac{t\cdot k}{k}(=t)$ での保険料が $P_{\frac{t\cdot k}{k}}=P_t^{(k)}\cdot\dfrac{1}{k}$、生存給付金が $E_{\frac{t\cdot k}{k}}=E_t\cdot\dfrac{1}{k}$ となるとすると、

$$ {}_tV^{(k)}+\frac{1}{k}\cdot\left(\boxed{⑤}-\boxed{⑥}\right)-v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑦}}{\boxed{⑧}}\cdot S_{t+\frac{1}{k}}=v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑨}}{\boxed{⑧}}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}\qquad\cdots(\mathrm{II}) $$

となる。ここで右辺を変形すると、右辺 $=v^{\frac{1}{k}}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-v^{\frac{1}{k}}\cdot\dfrac{\boxed{⑩}}{\boxed{⑧}}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}$ となり、$v^{\frac{1}{k}}=1-\dfrac{\boxed{⑪}}{k}$ であるから、上記 (II) 式は、

$$ {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-{}_tV^{(k)}=\frac{1}{k}\cdot\left(\boxed{⑤}-\boxed{⑥}\right)+\frac{\boxed{⑪}}{k}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}+v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑩}}{\boxed{⑧}}\cdot\left({}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-S_{t+\frac{1}{k}}\right) $$

となる。両辺を k 倍して、$k\to\infty$ とすると、$k\cdot\dfrac{\boxed{⑪}}{k}\to\boxed{⑫}$、$k\cdot v^{\frac{1}{k}}\cdot\dfrac{\boxed{⑩}}{\boxed{⑧}}\to\boxed{⑬}$ となるから、

$$\frac{d}{dt}{}_tV^{(\infty)} = \boxed{⑭} - \boxed{⑮} + \boxed{⑫} \cdot {}_tV^{(\infty)} + \boxed{⑬} \cdot ({}_tV^{(\infty)} - \boxed{⑯})$$

が示された。

(b) (a)で示した算式を用いて、x 歳加入、保険料一時払、保険金額 2、保険期間 n 年の生存保険で、期間途中 $t(0<t<n)$の死亡に対しては責任準備金 ${}_tV^{(\infty)}$ の 0.2 倍を即時に支払う保険の一時払純保険料を求めることとする。この保険の一時払純保険料の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。ただし、$v^n = 0.74192$ 、$\left({}_np_x\right)^{0.2} = 0.99726$ とする。

【(a)の選択肢】

（ア）	$P_t^{(\infty)}$	（イ）	$P_t^{(k)}$	（ウ）	E_t	（エ）	S_t	（オ）	l_{x+t}
（カ）	$l_{x+\frac{1}{k}}$	（キ）	$l_{x+t+\frac{1}{k}}$	（ク）	$l_{x+t} - l_{x+t+\frac{1}{k}}$	（ケ）	$l_{x+t} - l_{x+t+1}$	（コ）	$l_{x+\frac{t}{k}}$
（サ）	$l_{x+\frac{t+1}{k}}$	（シ）	$l_{x+\frac{t}{k}} - l_{x+\frac{t+1}{k}}$	（ス）	i	（セ）	d	（ソ）	$i^{\frac{1}{k}}$
（タ）	$d^{\frac{1}{k}}$	（チ）	$a_{\infty}^{(k)}$	（ツ）	$\ddot{a}_{\infty}^{(k)}$	（テ）	$i^{(k)}$	（ト）	$d^{(k)}$
（ナ）	a_{∞}	（ニ）	$\ddot{a}_{\infty}$	（ヌ）	$\bar{a}_{\infty}$	（ネ）	δ	（ノ）	e_x
（ハ）	e_{x+t}	（ヒ）	$\mathring{e}_x$	（フ）	$\mathring{e}_{x+t}$	（ヘ）	μ_x	（ホ）	μ_{x+t}
（マ）	${}_tp_x$	（ミ）	p_{x+t}						

【(b)の選択肢】

（Ａ）	1.40	（Ｂ）	1.41	（Ｃ）	1.42	（Ｄ）	1.43	（Ｅ）	1.44
（Ｆ）	1.45	（Ｇ）	1.46	（Ｈ）	1.47	（Ｉ）	1.48	（Ｊ）	1.49

以上

生保数理（解答例）

問題１.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（G）**	５点	（５）	①**（D）**②**（C）**	５点
（２）	**（D）**	５点	（６）	**（C）**	５点
（３）	**（C）**	５点	（７）	**（E）**	５点
（４）	**（H）**	５点	（８）	**（I）**	５点

※（５）は完答の場合のみ得点。

（１） $\ddot{s}_{\overline{2n}|}=3.75\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}\Leftrightarrow\dfrac{(1+i)^{2n}-1}{d}=3.75\cdot\dfrac{1-v^n}{d}$

ここで、$(1+i)^n=x$ とおくと、

$$x^2-1=3.75\cdot\frac{x-1}{x}$$

$$4x^2+4x-15=0\quad(\because x>1)$$

よって、$x=1.5,\ -2.5$。$i>0$ より、$x=1.5$。

$$\ddot{a}_{\overline{2n}|}=\frac{1-v^{2n}}{d}=\frac{1-x^{-2}}{d}$$

となるため、

$$d=\frac{1-x^{-2}}{\ddot{a}_{\overline{2n}|}}=0.010085\ldots$$

$$i=\frac{d}{1-d}=0.010188\ldots\fallingdotseq 1.02\%$$

解答：**（G）**

（２）

${}_{10|}\mathring{e}_{20}=\dfrac{1}{l_{20}}\cdot\int_{10}^{a-20}l_{20+t}dt$ に $l_x=a-x$ を代入すると

$$\begin{aligned}{}_{10|}\mathring{e}_{20}&=\frac{1}{a-20}\cdot\int_{10}^{a-20}a-(20+t)dt\\&=\frac{1}{a-20}\cdot\left[(a-20)\cdot t-\frac{t^2}{2}\right]_{10}^{a-20}\\&=\frac{a-20}{2}-10+\frac{50}{a-20}\end{aligned}$$

これが 30.625 であるので、$a=100$ となる。

一方、求める平均年齢を $\overline{\mathrm{X}}$ とすると

$$\overline{\mathrm{X}}=\frac{\int_0^a x\cdot l_x dx}{\int_0^a l_x dx}=\frac{\int_0^a x\cdot(a-x)dx}{\int_0^a(a-x)dx}=\frac{\left[\dfrac{a\cdot x^2}{2}-\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a}{\left[a\cdot x-\dfrac{x^2}{2}\right]_0^a}=\frac{\dfrac{a^3}{6}}{\dfrac{a^2}{2}}=\frac{a}{3}=\frac{100}{3}=33.33$$

解答：**（D）**

（３）

この平準払累加養老保険の年払純保険料（$=P_1$ ）を、 P_1 、 P_2 および P_3 を用いて表すと、

$$P_1 = (S+0.02\cdot 29)\cdot P_1 - 0.02\cdot 30P_2 + 0.02P_3$$

であり、これを S について整理すると、

$$(S-0.42)\cdot P_1 = 0.6P_2 - 0.02P_3$$

$$\begin{aligned} S &= 0.6\frac{P_2}{P_1} - 0.02\frac{P_3}{P_1} + 0.42 \\ &= 0.6\cdot 0.1289 - 0.02\cdot 2.3840 + 0.42 \\ &= 0.450 \end{aligned}$$

解答：（Ｃ）

（４）

保険料年払全期払込、保険金年度末支払の養老保険の責任準備金は ${}_tV_{x:\overline{n|}} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$ と変形できる。　（教科書上巻　式（5.3.7）参照）

ここで、$t=n-1$ のとき、$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} = 1$ なので、${}_{n-1}V_{x:\overline{n|}} = 0.9$ から、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 10$ が得られる。

次に、${}_1V_{x:\overline{n|}} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = 1 - \dfrac{\dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - 1}{v\cdot p_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = 1 - \dfrac{9}{10v\cdot p_x} = 0.05$ より、

$$P_{\overset{\,1}{x:\overline{1|}}} = v\cdot p_x = 9/9.5 = 0.94737$$

となる。

解答：（Ｈ）

（５）

営業保険料を P とし、予定新契約費率を α 、予定集金費率を β 、予定維持費額を γ とすると、収支相等の式は以下の通りとなる。

$$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = S\cdot A_{\overset{\,1}{x:\overline{n|}}} + P\cdot(IA)^1_{x:\overline{n|}} + S\cdot\alpha + P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}\cdot\beta + \gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$$

したがって、

$$P = \frac{S\cdot A_{\overset{\,1}{x:\overline{n|}}} + S\cdot\alpha + \gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - (IA)^1_{x:\overline{n|}}}$$

ここで、

$$A_{\overset{\,1}{x:\overline{n|}}} = \frac{D_{60}}{D_{50}} = 0.58069$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \frac{N_{50}-N_{60}}{D_{50}} = 7.95482$$

$$(IA)^1_{x:\overline{n|}} = \frac{R_{50}-R_{60}-n\cdot M_{60}}{D_{50}} = 0.23247$$

より、$S=100$ 万円の場合、保険料は 86,249 円、$S=200$ 万円の場合、保険料は 167,184 円となる

解答：①（Ｄ）②（Ｃ）

（６）

$$ {}_{t}V_{x+1:\overline{n}|} = A_{x+t+1:\overline{n-t}|} - P_{x+1:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|} $$

$$ {}_{t+1}V^{[Z]}_{x:\overline{n+1}|} = A_{x+t+1:\overline{n-t}|} - \left(P_{x:\overline{n+1}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|} $$

となるため、

$$ P_{x+1:\overline{n}|} = P_{x:\overline{n+1}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}} $$

が成立する。

$$ \ddot{a}_{x+1:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}} = \frac{N_x - D_x - N_{x+n+1}}{(1-q_x)\cdot v \cdot D_x} = 17.093973 $$

$$ \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} = \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} = 17.862951 $$

従って、

$$ \alpha = (P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n+1}|}) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} = \left\{ (\frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n}|}} - d) - (\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}} - d) \right\} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} $$

$$ = (\frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n}|}} - \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}}) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} = (\frac{1}{17.093973} - \frac{1}{17.862951}) \cdot 17.862951 = 0.0449853 $$

解答：**（C）**

（７）

延長保険の死亡保険金額１に対する予定事業費率を $\gamma'^{(1)}$ 、生存保険金額１に対する予定事業費率を $\gamma'^{(2)}$ とすると、S_1 、S_2 はそれぞれ、

$$ S_1 = \frac{{}_{t}W - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}, \qquad S_2 = \frac{\left({}_{t}W - {}_{t}L \right) - \left(1 - {}_{t}L \right) \cdot \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}} $$

$$ \therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{\left({}_{t}W - {}_{t}L \right) - \left(1 - {}_{t}L \right) \cdot \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \right)}{{}_{t}W - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \right)} $$

ここで、${}_{t}W = {}_{t}V_{x:\overline{n}|} = 0.590$ 、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 9.625$ 、$A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 0.910$ 、予定利率 $i = 0.25\%$、$\gamma'^{(1)} = 0.001$ より、

$$ \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \cdot \left(1 - {}_{t}V_{x:\overline{n}|} \right) = 9.625 \cdot \left(1 - 0.590 \right) = 3.94625 、$$

$$ A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 1 - \frac{0.0025}{1.0025} \cdot 3.94625 - 0.910 $$

$$ = 0.080159 $$

以上より、

$$ \frac{S_2}{S_1} = \frac{\left(0.590 - 0.200 \right) - \left(1 - 0.200 \right) \cdot \left(0.080159 + 0.001 \cdot 3.94625 \right)}{0.590 - \left(0.080159 + 0.001 \cdot 3.94625 \right)} = 0.63791 $$

解答：**（E）**

（８）

遺族年金の給付を考えると明らかに（あるいは、教科書下巻　式（12.6.6)）のとおり

$$a_{x|y}^{(k)} = a_y^{(k)} - a_{xy}^{(k)}$$

である。

ここで、問題文の近似式で $n \to \infty$ とすると、$a_x^{(k)} = a_x + \frac{k-1}{2k} - \frac{k^2-1}{12k^2} \cdot (\delta + \mu_x)$ となる。

この関係式は、「(x)の死亡」を「(x)または(y)の死亡」と読み替えても同じように成立するので（$\mu_{x,y} = \mu_x + \mu_y$ に注意して）

$$\begin{aligned} a_{x|y}^{(k)} &= a_y + \frac{k-1}{2k} - \frac{k^2-1}{12k^2} \cdot (\delta + \mu_y) - \left\{ a_{xy} + \frac{k-1}{2k} - \frac{k^2-1}{12k^2} \cdot (\delta + \mu_{x,y}) \right\} \\ &= a_y - a_{xy} + \frac{k^2-1}{12k^2} \cdot \mu_x \end{aligned}$$

を得る。

これに与えられた数値を代入して $a_{x|y}^{(2)} = 3.34276$ を得る。

解答：（Ｉ）

問題 2.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（D）**	7 点	（４）	**（C）**	7 点
（２）	**（ I ）**	7 点	（５）	**（J）**	7 点
（３）	①（B）②（B）	7 点	（６）	**（D）**	7 点

※（３）は完答の場合のみ得点。

（１）

x 歳における主集団および副集団の人数をそれぞれ l_x, l'_x とし、

$L_x = (l_x + l_{x+1})/2$、$L'_x = (l'_x + l'_{x+1})/2$ とする。

また、各脱退における脱退者数を d_x^A 等とすると、主集団および副集団の人数異動より、

$$l_{x+1} = l_x - d_x^A + d_x^B - d_x^{C1} \cdots \text{(I)}$$

$$l'_{x+1} = l'_x + d_x^A - d_x^B - d_x^{C2}$$

また、50 歳と 51 歳の間の人口を S とし、（ｉ）から（ｖ）の条件を式で表すと、以下の通り。

（ｉ） $L_{50} = 0.6S$ 、 $L'_{50} = 0.4S$

（ⅱ）中央発生率を m_x^A 等とすると、

$$m_{50}^A = 100 m_{50}^B \Leftrightarrow \frac{d_{50}^A}{L_{50}} = 100 \cdot \frac{d_{50}^B}{L'_{50}} \Leftrightarrow \frac{d_{50}^A}{0.6S} = 100 \cdot \frac{d_{50}^B}{0.4S} \Leftrightarrow d_{50}^B = 0.00667 d_{50}^A$$

（ⅲ） $\dfrac{d_{50}^{C1} + d_{50}^{C2}}{L_{50} + L'_{50}} = 0.003 \Leftrightarrow d_{50}^{C1} + d_{50}^{C2} = 0.003S$

（ⅳ） $\dfrac{d_{50}^{C1}}{l_{50}} = 0.0027$

（ｖ） $m_{50}^{C2} = 0.0033 \Leftrightarrow \dfrac{d_{50}^{C2}}{L'_{50}} = 0.0033 \Leftrightarrow d_{50}^{C2} = 0.00132S$

（ⅲ）と（ｖ）より、$d_{50}^{C1} = 0.003S - d_{50}^{C2} = 0.003S - 0.00132S = 0.00168S$ となる。

これを（ⅳ）に入れると $l_{50} = 0.00168S / 0.0027 = 0.62222S$ となる。したがって、(I) より、

$$L_{50} = l_{50} - 0.5d_{50}^A + 0.5d_{50}^B - 0.5d_{50}^{C1} \Leftrightarrow 0.6S = 0.62222S - 0.5d_{50}^A + 0.5 \cdot 0.00667 d_{50}^A - 0.5 \cdot 0.00168S$$

したがって、 $d_{50}^A = 0.04305S$

これより 50 歳の A 脱退の絶対発生率 $q_{50}^{A^*}$ は、

$$q_{50}^{A^*} = \frac{2m_{50}^A}{2 + m_{50}^A} = \frac{2d_{50}^A / L_{50}}{2 + d_{50}^A / L_{50}} = \frac{2 \cdot 0.04305S / 0.6S}{2 + 0.04305S / 0.6S} = 0.06927$$

解答：**（D）**

（２）

$$A_x = 1 - d \cdot \ddot{a}_x = 1 - d \cdot (1 + v \cdot p_x + v^2 \cdot p_x \cdot p_{x+1} \cdot \ddot{a}_{x+2})$$

$$= 1 - d \cdot (1 + v \cdot p_x + v^2 \cdot {p_x}^2 \cdot \ddot{a}_{x+2})$$

となるため、これを整理して、

$$(d \cdot v^2 \cdot \ddot{a}_{x+2}) \cdot {p_x}^2 + (d \cdot v) \cdot p_x + (d + A_x - 1) = 0$$

両辺に $(1+i)^2$ をかけて

$$(d \cdot \ddot{a}_{x+2}) \cdot {p_x}^2 + i \cdot p_x + (1+i)^2 \cdot (d + A_x - 1) = 0$$

となるため、二次方程式の解の公式により、

$$p_x = \frac{-i \pm \sqrt{i^2 - 4\cdot(d\cdot\ddot{a}_{x+2})\cdot(1+i)^2\cdot(d+A_x-1)}}{2\cdot(d\cdot\ddot{a}_{x+2})}$$

となり、p_x が正値であることに注意して、

$$p_x = 0.996157$$

解答：（Ｉ）

（３）

$q'_{x+t} = 1.005q_{x+t} - 0.005$ より、

$$p'_{x+t} = 1 - 1.005q_{x+t} + 0.005 = 1.005p_{x+t}$$

$${}_tp'_x = 1.005^t \cdot {}_tp_x$$

$P_{x:\overline{10}|}^{\ \ 1} = P'^{\ \ 1}_{x:\overline{10}|}$ となることから、

$$\frac{A_{x:\overline{10}|}^{\ \ 1}}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}} = \frac{A'^{\ \ 1}_{x:\overline{10}|}}{\ddot{a}'_{x:\overline{10}|}} \Leftrightarrow \frac{v^{10}\cdot{}_{10}p_x}{\sum_{t=0}^{9}v^t\cdot{}_tp_x} = \frac{(v')^{10}\cdot{}_{10}p'_x}{\sum_{t=0}^{9}(v')^t\cdot{}_tp'_x} = \frac{(v')^{10}\cdot 1.005^{10}\cdot{}_{10}p_x}{\sum_{t=0}^{9}(v')^t\cdot 1.005^t\cdot{}_tp_x} = \frac{\left(\frac{1.005}{1+i'}\right)^{10}\cdot{}_{10}p_x}{\sum_{t=0}^{9}\left(\frac{1.005}{1+i'}\right)^t\cdot{}_tp_x}$$

ここで、${}_tp_x > 0$ より、$\dfrac{v^{10}\cdot{}_{10}p_x}{\sum_{t=0}^{9}v^t\cdot{}_tp_x}$ は v について単調増加となるため、

上記等式が成り立つのは $v = \dfrac{1.005}{1+i'}$ のときのみである。したがって、

$$v = \frac{1.005}{1+i'} \Leftrightarrow \frac{1}{1.01} = \frac{1.005}{1+i'} \Leftrightarrow v' = 0.985173 \Leftrightarrow d' = 0.014827$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{10}|} = \ddot{a}'_{x:\overline{10}|}$$

これより、

$$P'_{x:\overline{10}|} - P_{x:\overline{10}|} = \left(\frac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10}|}} - d'\right) - \left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}} - d\right) = d - d' = 0.009901 - 0.014827 = -0.004926$$

解答：①（Ｂ）②（Ｂ）

（４）

元契約の第５保険年度末の平準純保険料式責任準備金は

$${}_5V_{30:\overline{10}|} = 1 - \frac{\ddot{a}_{35:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}}$$

よって、払済養老保険の購入原資は、

$$\left(1 - \frac{\ddot{a}_{35:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}}\right)\cdot 0.9$$

になるので、払済養老保険の保険金額 S_1 は、

$$S_1 = \frac{0.9\cdot{}_5V_{30:\overline{10}|}}{A_{35:\overline{5}|} + 0.001\ddot{a}_{35:\overline{5}|}} = \frac{\left(1 - \frac{\ddot{a}_{35:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}}\right)\cdot 0.9}{1 - (d - 0.001)\ddot{a}_{35:\overline{5}|}} = \frac{\left(1 - \frac{4.89}{9.52}\right)\cdot 0.9}{1 - \left(\frac{0.01}{1+0.01} - 0.001\right)\cdot 4.89} = 0.45763$$

また、元契約の営業保険料 P^* について

$$P^* \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10}|} = A_{30:\overline{10}|} + 0.002\ddot{a}_{30:\overline{10}|} = 1 - (d - 0.002) \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10}|}$$

$$P^* = \frac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}} - d + 0.002$$

新契約の営業保険料が元契約と変わらないので、保険金額 S_2 について

$$S_2 \cdot \left(\frac{1}{\ddot{a}_{35:\overline{5}|}} - d + 0.002 \right) = P^*$$

$$S_2 = \frac{\dfrac{1}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}} - d + 0.002}{\dfrac{1}{\ddot{a}_{35:\overline{5}|}} - d + 0.002} = 0.49411$$

よって元契約と新契約の保険金額の差は、

$$1 - S_1 - S_2 = 0.04826$$

解答：（C）

（５）

x 歳の介護不要者が加入する場合の一時払純保険料はそれぞれ、

$$P_x^1 = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} \frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}} \cdot \left(d_{x+t}^{aa} + i_{x+t} \right)$$

$$P_x^2 = 0.5\ddot{a}_x^{aa} + 3A_x^{(i)}$$

$$= \sum_{t=0}^{\omega-x-1} \frac{v^t}{l_x^{aa}} \cdot \left(0.5 l_{x+t}^{aa} + 3v \cdot i_{x+t} \right)$$

と表される。同様に x+1 歳加入の場合の一時払純保険料はそれぞれ、

$$P_{x+1}^1 = \sum_{t=0}^{\omega-x-2} \frac{v^{t+1}}{l_{x+1}^{aa}} \cdot \left(d_{x+1+t}^{aa} + i_{x+1+t} \right)$$

$$P_{x+1}^2 = \sum_{t=0}^{\omega-x-2} \frac{v^t}{l_{x+1}^{aa}} \cdot \left(0.5 l_{x+1+t}^{aa} + 3v \cdot i_{x+1+t} \right)$$

となる。

ここで、すべての年齢について $4P_x^1 = P_x^2$ の関係が成り立つので、

$$4\sum_{t=0}^{\omega-x-1} \frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}} \cdot \left(d_{x+t}^{aa} + i_{x+t} \right) = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} \frac{v^t}{l_x^{aa}} \cdot \left(0.5 l_{x+t}^{aa} + 3v \cdot i_{x+t} \right)$$

$$4\sum_{t=0}^{\omega-x-2} \frac{v^{t+1}}{l_{x+1}^{aa}} \cdot \left(d_{x+1+t}^{aa} + i_{x+1+t} \right) = \sum_{t=0}^{\omega-x-2} \frac{v^t}{l_{x+1}^{aa}} \cdot \left(0.5 l_{x+1+t}^{aa} + 3v \cdot i_{x+1+t} \right)$$

それぞれ分母をはらい、第２式の両辺に v を乗じて第１式から引き算すると、

$$4v \cdot \left(d_x^{aa} + i_x \right) = 0.5 l_x^{aa} + 3v \cdot i_x$$

を得る。

x に y を代入し、$d_y^{aa} + i_y = l_y^{aa} - l_{y+1}^{aa} = (1-\alpha) \cdot l_y^{aa}$ を踏まえて整理すると、

$$4v \cdot (1-\alpha) \cdot l_y^{aa} = 0.5 l_y^{aa} + 3v \cdot i_y$$

$$3v \cdot i_y = 4v \cdot (1-\alpha) \cdot l_y^{aa} - 0.5 l_y^{aa}$$

$$\therefore i_y = \frac{8v \cdot (1-\alpha) - 1}{6v} \cdot l_y^{aa}$$

解答：（J）

（6）

この保険は保険金額 1 の養老保険に加えて、災害死亡の場合は死亡保険金 0.5 を加算する保険とみなすことができるため、

$$P=\frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}+0.5\cdot\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}^a dt}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$=\frac{\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt+v^{20}\cdot{}_{20}p_x+0.5\cdot\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}^a dt}{\sum_{t=0}^{19}v^t\cdot{}_tp_x}$$

$$=\frac{\int_0^{20}0.01\cdot e^{-0.03t}dt+e^{-0.03\cdot 20}+0.5\cdot\int_0^{20}0.001\cdot e^{-0.03t}dt}{\sum_{t=0}^{19}e^{-0.03t}}$$

$$=\frac{\frac{1-e^{-0.6}}{0.03}\cdot(0.01+0.5\cdot 0.001)+e^{-0.6}}{\frac{1-e^{-0.6}}{1-e^{-0.03}}}$$

$$=\frac{0.70676}{15.26693}$$

$$=0.046294$$

なお、問題文の条件の①～③の順に立式しても同じ結果が得られる。

$$P=\frac{1.5\cdot\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}^a dt+\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot(\mu_{x+t}-\mu_{x+t}^a)dt+v^{20}\cdot{}_{20}p_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$=\frac{\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt+v^{20}\cdot{}_{20}p_x+0.5\cdot\int_0^{20}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}^a dt}{\sum_{t=0}^{19}v^t\cdot{}_tp_x}$$

解答：**（D）**

問題 3.

設問			解答	配点
（１）	(a)	①	**（テ）**	１点（完答のみ）
		②	**（ク）**	
		③	**（オ）**	１点（完答のみ）
		④	**（セ）**	
		⑤	**（サ）**	２点（完答のみ）
		⑥	**（チ）**	
		⑦	**（ヘ）**	
		⑧	**（ノ）**	１点（完答のみ）
		⑨	**（ヒ）**	
		⑩	**（ア）**	１点（完答のみ）
		⑪	**（ヌ）**	
	(b)		**（Ｄ）**	３点

設問			解答	配点
（２）	(a)	①	**（コ）**	１点（完答のみ）
		②	**（シ）**	
		③	**（サ）**	
		④	**（サ）**	
		⑤	**（イ）**	１点（完答のみ）
		⑥	**（ウ）**	
		⑦	**（ク）**	１点（完答のみ）
		⑧	**（オ）**	
		⑨	**（キ）**	
		⑩	**（ク）**	１点（完答のみ）
		⑪	**（ト）**	
		⑫	**（ネ）**	１点（完答のみ）
		⑬	**（ホ）**	
		⑭	**（ア）**	
		⑮	**（ウ）**	
		⑯	**（エ）**	
	(b)		**（Ｈ）**	４点

※（１）(a)の①と②、⑩と⑪はそれぞれ順不同。

（１）

(a) x 歳加入、保険期間 n 年で、第 t 保険年度に死亡した場合、その保険年度末に $\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}$ を支払う保険を考えると、一時払純保険料 A は、

$$A=\frac{1}{D_x}\sum_{t=1}^{n}\left(\boxed{①C_{x+t-1}}\cdot\boxed{②\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}}\right)$$

と書ける。この式を変形すると、

$$=\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot\left(1-{}_tp_x\right)$$

$$=\boxed{③\ddot{a}_{\overline{n+1}|}}-\boxed{④\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}}$$

と変形できる。

この算式はすなわち、その保険年度末時点で死亡していれば年金を支払う保険と解釈できる。

この保険の年金支払期間に保証期間を設けることにした。保証期間とは保険期間満了まで g 年以内の年度に死亡しても g 年間の年金支払が保証されていることを意味する。
x 歳加入、保険期間 n 年、保証期間 g 年とした際の一時払純保険料 $B^g_{x:\overline{n}|}$ を考える。

まず、初年度から第 $n-g$ 保険年度に死亡した場合の給付に関する一時払純保険料を考える。
これは、初年度から第 $n-g$ 保険年度までの各保険年度末までに死亡していれば年金を支払い、加えて第 $n-g$ 保険年度末時点で死亡していれば残りの g 年間の保険年度末に年金を支払うという給付に関する一時払純保険料と同義なので、次のように書ける。

$$\boxed{\text{⑤}\ddot{a}_{\overline{n-g+1|}}} - \boxed{\text{⑥}\ddot{a}_{x:\overline{n-g+1|}}} + \boxed{\text{⑦}\,{}_{n-g}q_x} \cdot v^{n-g+1} \cdot \ddot{a}_{\overline{g|}} \quad \cdots \quad (\mathrm{I})$$

また、第 $n-g+1$ 保険年度から満期までの間に死亡した場合の給付に関する一時払純保険料は、

$$\frac{\boxed{\text{⑧}M_{x+n-g}} - \boxed{\text{⑨}M_{x+n}}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{\overline{g|}} \quad \cdots \quad (\mathrm{II})$$

(Ⅰ)と(Ⅱ)の一時払純保険料を合計したものが、$B^{g}_{x:\overline{n|}}$ なので、

$$B^{g}_{x:\overline{n|}} = \ddot{a}_{\overline{n+1|}} - \boxed{\text{⑥}\ddot{a}_{x:\overline{n-g+1|}}} + \frac{\boxed{\text{⑧}M_{x+n-g}} - \boxed{\text{⑨}M_{x+n}} - \boxed{\text{⑩}v} \cdot \boxed{\text{⑪}D_{x+n-g}}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{\overline{g|}}$$

(b) (a)の結果に代入すると、$B^{5}_{30:\overline{30|}} = 0.729986$、$B^{2}_{30:\overline{30|}} = 0.686687$ より求める値は、

$$\frac{B^{5}_{30:\overline{30|}}}{B^{2}_{30:\overline{30|}}} = 1.063$$ となる。

解答（D）

（２）

(a) 時点 $\frac{t}{k}$ における将来法の責任準備金 ${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}$ は、

$${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)} = \frac{1}{\boxed{\text{①}\ l_{x+\frac{t}{k}}}} \left\{ \sum_{j=t+1}^{n\cdot k} S_{\frac{j}{k}} \cdot \left(l_{x+\frac{j-1}{k}} - l_{x+\frac{j}{k}}\right) \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}} + \sum_{j=t}^{n\cdot k} E_{\frac{j}{k}} \cdot l_{x+\frac{j}{k}} \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}} - \sum_{j=t}^{n\cdot k} P_{\frac{j}{k}} \cdot l_{x+\frac{j}{k}} \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}} \right\}$$

となる。これを変形すると

$${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)} = v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{②}l_{x+\frac{t}{k}} - l_{x+\frac{t+1}{k}}}}{\boxed{\text{①}\ l_{x+\frac{t}{k}}}} \cdot S_{\frac{t+1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}} + v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{③}l_{x+\frac{t+1}{k}}}}{\boxed{\text{①}\ l_{x+\frac{t}{k}}}}$$

$$\times \left[\frac{1}{\boxed{\text{④}l_{x+\frac{t+1}{k}}}} \cdot \left\{ \sum_{j=t+2}^{n\cdot k} S_{\frac{j}{k}} \cdot \left(l_{x+\frac{j-1}{k}} - l_{x+\frac{j}{k}}\right) \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}} + \sum_{j=t+1}^{n\cdot k} E_{\frac{j}{k}} \cdot l_{x+\frac{j}{k}} \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}} - \sum_{j=t+1}^{n\cdot k} P_{\frac{j}{k}} \cdot l_{x+\frac{j}{k}} \cdot v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}} \right\} \right]$$

となるが、右辺第 2 項の[　]内は ${}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)}$ であるから、

再帰式

$${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)} = v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{②}l_{x+\frac{t}{k}} - l_{x+\frac{t+1}{k}}}}{\boxed{\text{①}\ l_{x+\frac{t}{k}}}} \cdot S_{\frac{t+1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}} + v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{③}l_{x+\frac{t+1}{k}}}}{\boxed{\text{①}\ l_{x+\frac{t}{k}}}} \cdot {}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)} \quad \cdots (\mathrm{I})$$

が示された。

次に (I) 式の t を $t\cdot k$ に変えて、時点 $\frac{t\cdot k}{k}(=t)$ での保険料が $P_{\frac{t\cdot k}{k}} = P^{(k)}_t \cdot \frac{1}{k}$、生存給付金が $E_{\frac{t\cdot k}{k}} = E_t \cdot \frac{1}{k}$ となるとすると、

$${}_{t}V^{(k)} + \frac{1}{k} \cdot \left(\boxed{\text{⑤}\ P^{(k)}_t} - \boxed{\text{⑥}\ E_t}\right) - v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{⑦}\ l_{x+t} - l_{x+t+\frac{1}{k}}}}{\boxed{\text{⑧}\ l_{x+t}}} \cdot S_{t+\frac{1}{k}} = v^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\boxed{\text{⑨}\ l_{x+t+\frac{1}{k}}}}{\boxed{\text{⑧}\ l_{x+t}}} \cdot {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)} \quad \cdots (\mathrm{II})$$

となる。ここで右辺を変形すると、右辺$=v^{\frac{1}{k}}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑩\ l_{x+t}-l_{x+t+\frac{1}{k}}}}{\boxed{⑧\ l_{x+t}}}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}$となり、

$v^{\frac{1}{k}}=1-\frac{\boxed{⑪ d^{(k)}}}{k}$であるから、上記(Ⅱ)式は、

$$
{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-{}_{t}V^{(k)}=\frac{1}{k}\cdot\left(\boxed{⑤\ P_t^{(k)}}-\boxed{⑥\ E_t}\right)+\frac{\boxed{⑪ d^{(k)}}}{k}\cdot{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}
$$

$$
+v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑩\ l_{x+t}-l_{x+t+\frac{1}{k}}}}{\boxed{⑧\ l_{x+t}}}\cdot\left({}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}-S_{t+\frac{1}{k}}\right)
$$

となる。両辺をk倍して、$k\rightarrow\infty$とすると、$k\cdot\frac{\boxed{⑪ d^{(k)}}}{k}\rightarrow\boxed{⑫\ \delta}$、

$k\cdot v^{\frac{1}{k}}\cdot\frac{\boxed{⑩\ l_{x+t}-l_{x+t+\frac{1}{k}}}}{\boxed{⑧\ l_{x+t}}}\rightarrow\boxed{⑬\ \mu_{x+t}}$となるから、

$$
\frac{d}{dt}{}_{t}V^{(\infty)}=\boxed{⑭\ P_t^{(\infty)}}-\boxed{⑮\ E_t}+\boxed{⑫\ \delta}\cdot{}_{t}V^{(\infty)}+\boxed{⑬ \mu_{x+t}}\cdot\left({}_{t}V^{(\infty)}-\boxed{⑯\ S_t}\right)
$$

が示された。

(b) 題意より$P_t^{(\infty)}=0\ (t>0)$、$E_t=0$、$S_t=0.2{}_{t}V^{(\infty)}$であるから

$$
\frac{d}{dt}{}_{t}V^{(\infty)}=(\mu_{x+t}+\delta){}_{t}V^{(\infty)}-0.2\mu_{x+t}\cdot{}_{t}V^{(\infty)}
$$

$$
\frac{1}{{}_{t}V^{(\infty)}}\cdot\frac{d}{dt}{}_{t}V^{(\infty)}=\delta+0.8\mu_{x+t}
$$

$$
\left[\log{}_{t}V^{(\infty)}\right]_0^n=\int_0^n(\delta+0.8\mu_{x+t})dt
$$

ここで、${}_{0}V^{(\infty)}$が一時払保険料Aであり、${}_{n}V^{(\infty)}=2$、$\int_0^n\mu_{x+t}dt=-\log{}_{n}p_x$であるので、

$$
\log 2-\log A=\delta\cdot n+0.8\cdot(-\log{}_{n}p_x)=\log e^{\delta n}-\log({}_{n}p_x)^{0.8}
$$

$$
\log A=\log 2-\log e^{\delta n}+\log({}_{n}p_x)^{0.8}=\log\left\{2e^{-\delta n}\cdot({}_{n}p_x)^{0.8}\right\}
$$

$$
A=2\cdot e^{-\delta n}\cdot({}_{n}p_x)^{0.8}=2\cdot v^n\cdot\left\{({}_{n}p_x)^{0.2}\right\}^4=2\cdot 0.74192\cdot 0.99726^4=1.467644
$$

解答：（H）