年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。
- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年 1 回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各５点（計３０点）

（1）定常人口に達した年金制度があり、加入年齢は 40 歳、x 歳の被保険者数 l_x は次のとおりとする。この年金制度の被保険者の脱退時平均年齢が 57.0 歳であるとき、$a \quad (0 \le a \le 9)$ の値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

$$l_x = \begin{cases} 140 - x & (40 \le x < 50) \\ 90 - a(x - 50) & (50 \le x \le 60) \\ 0 & (x < 40, x > 60) \end{cases}$$

（A） 0	（B） 1	（C） 2	（D） 3	（E） 4
（F） 5	（G） 6	（H） 7	（I） 8	（J） 9

（２）次の①～④について、正しいものの組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。

① $(D\ddot{a})_{x:\overline{n|}} = \dfrac{nN_x - (S_x - S_{x+n})}{D_x}$

② $\ddot{a}_{xy} + \ddot{a}_{\overline{\overset{[1]}{xy}}} = \ddot{a}_x + \ddot{a}_y$

③ $\ddot{a}_x^{(m)} = \dfrac{1}{D_x}\displaystyle\sum_{t=0}^{m(\omega-x)} D_{x+\frac{t}{m}}$ （ω ：生存最終年齢）

④ $\bar{a}_\infty = \dfrac{1}{\delta}$ （δ ：利力）

（Ａ）①	（Ｂ）②	（Ｃ）③	（Ｄ）④
（Ｅ）①と②	（Ｆ）①と③	（Ｇ）①と④	（Ｈ）②と③
（Ｉ）②と④	（Ｊ）③と④	（Ｋ）①と②と③	（Ｌ）①と②と④
（Ｍ）①と③と④	（Ｎ）②と③と④	（Ｏ）①と②と③と④	（Ｐ）全て正しくない

（３）Trowbridge モデルの年金制度が賦課方式にて運営されており、n 年度末に定常状態であるとする。この年金制度の保険料を賦課方式における定常状態時の保険料の２倍以上とならない範囲内で変更すると同時に予定利率を3.0% で設定し、$n+1$ 年度から $n+t$ 年度まで当該変更後の保険料を払い込むことにする。この際、$n+t$ 年度末に完全積立方式にて運営した場合の定常状態の積立金以上となるような整数 t で最小のものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、$n+1$ 年度からの実績は計算基礎率どおりに推移しているものとし、必要であれば、$\log_{10} 1.02 = 0.00860$ 、$\log_{10} 1.03 = 0.01284$ 、$\log_{10} 2.0 = 0.30103$ 、$\log_{10} 3.0 = 0.47712$ を使用しなさい。

（Ａ）16	（Ｂ）17	（Ｃ）18	（Ｄ）19	（Ｅ）20
（Ｆ）21	（Ｇ）22	（Ｈ）23	（Ｉ）24	（Ｊ）25

（4）Trowbridge モデルの年金制度で定常人口のとき、次の（A）～（E）は、それぞれある財政方式の保険料を表している。選択肢の中から誤っているものを全て選びなさい。なお、誤っているものがない場合は（F）をマークしなさい。また、各記号の意味は次のとおりとする。

x_e ：加入年齢、x_r ：定年年齢、ω ：生存最終年齢、i ：予定利率、$v=\dfrac{1}{1+i}$、

$l_x^{(T)}$ ：脱退残存表における x 歳 $\left(x_e \le x < x_r\right)$ の被保険者数、

l_x ： x 歳 $\left(x_r \le x < \omega\right)$ の受給権者数

（A）　加入年齢方式における定常状態の被保険者 1 人あたりの保険料：

$$\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$

（B）　個人平準保険料方式における年金制度発足時 x 歳の被保険者 1 人あたりの保険料：

$$\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y}$$

（C）　閉鎖型総合保険料方式における年金制度発足時の被保険者 1 人あたりの保険料：

$$\frac{v^{x_e}\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x - D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{v^{x_e}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} - \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$

（D）　到達年齢方式における年金制度発足時の被保険者 1 人あたりの保険料：

$$\frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \dfrac{x_r - x}{x_r - x_e} \times \dfrac{N_{x_r}}{D_x}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(v^{-x}\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)}$$

（E）　開放基金方式における定常状態の被保険者 1 人あたりの保険料：

$$\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{-x}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}}$$

（５）Trowbridge モデルの年金制度が加入時積立方式にて運営されており、定常状態であるとする。この年金制度の財政方式を平準積立方式に変更したとき、平準積立方式で定常状態となるために必要な積立金の値として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば$1.02^{20}=1.48595$を使用しなさい。

＜計算の前提＞

・ 加入年齢は 20 歳、定年年齢は 60 歳
・ 予定利率は 2.0%
・ 被保険者総数は 200 人
・ 加入時積立方式における定常状態時の保険料総額は 101
・ 定常状態時の年間の給付額は 200
・ $\sum_{x=20}^{59} D_x = 123$

（A） 500	（B） 1,000	（C） 1,500	（D） 2,000	（E） 2,500
（F） 3,000	（G） 3,500	（H） 4,000	（I） 4,500	（J） 5,000

（６）ある年金制度は定常人口に達しており、予定利率は 2.0% である。また、毎年度の給付額および標準保険料は一定であり、特別保険料は前年度末の未積立債務の 30% を払い込んでいる。将来の積立金の運用利回りが -1.0% で推移していく場合、年度末時点における責任準備金に対する積立金の割合はある一定値に収束することになるが、その一定値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、運用利回りが予定利率を下回ること以外は計算基礎率どおり推移するものとし、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期初に発生するものとする。

（A） 0.70	（B） 0.75	（C） 0.80	（D） 0.85	（E） 0.90
（F） 0.95	（G） 1.00	（H） 1.05	（I） 1.10	（J） 1.15

余白ページ

問題２． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各６点（計３６点）

（１）次の２種類の年金は、ともに x 歳支給開始、連続払いの年金である。

年金 A ： t 年 $\left(0 \leq t < 20\right)$ 経過時には生死に関わらず年金額 $20-t$ を支払い、20 年経過後は生存を条件に年金額 1 を支払う 20 年保証終身年金

年金 B ： t 年 $\left(0 \leq t < \omega - x\right)$ 経過時に生存を条件に年金額 $K\,\mathring{e}_{x+t}$ を支払う終身年金

なお、$\mathring{e}_x$ は x 歳の平均余命、予定利率 i は 2.0% 、死力は年齢によらず利力の２倍とする。このとき、次の①、②の各問に答えなさい。また、必要であれば $v=\dfrac{1}{1+i}=0.98039$ 、$v^{20}=0.67297$、$v^{40}=0.45289$ 、$v^{60}=0.30478$ 、$\log_e 1.02 = 0.01980$ を使用しなさい。

① 年金 A の x 歳時の年金現価は $\boxed{a}\,\boxed{b}\,\boxed{c}$ である。空欄 a から c のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、年金 A の年金現価は小数点以下第１位を四捨五入して算定し、計算結果が 100 未満となった場合は a に 0 をマーク、10 未満となった場合は a および b に 0 をマークしなさい。

② 年金 B の x 歳時の年金現価が年金 A の x 歳時の年金現価と等しいとき、K は $\boxed{d}\,.\,\boxed{e}\,\boxed{f}\,\boxed{g}$ となる。空欄 d から g のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、K は小数点以下第４位を四捨五入して算定しなさい。

（２）加入年齢55歳、定年年齢60歳の定常状態にある年金制度において、制度全体の被保険者数は400人、給与総額は9,000万円とし、新規加入および昇給は年１回期初、脱退は年１回期末に発生するものとする。また、予定脱退率（脱退には加入中の死亡を含む）、給与指数は次の表のとおりとする。

年齢	予定脱退率	給与指数
55	0.1	1.0
56	0.1	1.1
57	0.2	1.2
58	0.0	1.3
59	1.0	1.4

① 新規加入の被保険者数の見込みとして最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 80人　（Ｂ） 85人　（Ｃ） 90人　（Ｄ） 95人　（Ｅ） 100人
（Ｆ） 105人　（Ｇ） 110人　（Ｈ） 115人　（Ｉ） 120人　（Ｊ） 125人

② 新規加入の被保険者１人あたりの加入時給与の見込みとして最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 13万円　（Ｂ） 14万円　（Ｃ） 15万円　（Ｄ） 16万円　（Ｅ） 17万円
（Ｆ） 18万円　（Ｇ） 19万円　（Ｈ） 20万円　（Ｉ） 21万円　（Ｊ） 22万円

（３）定年退職時に「定年時給与×加入年数」、中途退職時に「退職時給与×加入年数×0.5」を一時金で支払う給与比例の制度がある。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①、②の各問に答えなさい。また、必要であれば$0.95^{30}=0.21464$、$0.98^{30}=0.54548$、$1.015^{30}=1.56308$、$1.02^{30}=1.81136$、$1.05^{30}=4.32194$を使用しなさい。

＜計算の前提＞

- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 予定利率は1.5%
- 加入年齢は30歳、定年年齢は60歳
- 標準保険料率は72.6%
- 予定脱退率は定年年齢以外の全ての年齢で5.0%（脱退には加入中の死亡を含む）
- 予定昇給率は加入年齢以外の全ての年齢で2.0%
- 定年退職による脱退は年１回期末、中途退職による脱退は年１回期央に発生する
- 期初に59歳の被保険者は、期央の中途退職と期末の定年年齢到達により脱退するものとする
- 昇給、新規加入、保険料の払い込みは年１回期初に発生し、その順は「昇給→新規加入→保険料払い込み」とする。ただし、期初に５９歳の被保険者に限り、期初の昇給に加え、定年退職により脱退する直前にも、昇給が発生するものとする
- 給付の支払いは脱退と同時に発生する
- 中途退職時の給付額の算定において、加入年数は年未満切り捨てとする

① この制度の給付の支払いを定年退職時の給付のみ（中途退職時は給付の支払いをしない）とする制度変更をした場合の標準保険料率は$\boxed{a}\boxed{b}.\boxed{c}$%となる。空欄$a$から$c$のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、標準保険料率は%単位で小数点以下第２位を四捨五入して算定し、計算結果が10%未満となった場合はaに0をマークしなさい。

② この制度の給付額を、退職事由を問わず「退職時給与×加入年数×x」とする制度変更をした場合、標準保険料率を72.6%とするためのxは$\boxed{d}.\boxed{e}\boxed{f}$倍となる。空欄$d$から$f$のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、xは小数点以下第３位を四捨五入して算定しなさい。

（4）定年退職者のみに対して定年年齢 x_r 歳から生存を条件に年金額 1 を支払う年金制度がある。財政方式は加入年齢方式を採用しており、給付は年 1 回期初払い、死亡は年 1 回期末に発生するものとする。また、加入中の死亡は発生しないものとし、年金受給中の予定死亡率は年齢によらず一律 q $(0 < q < 1)$ とする。

① y 歳 $(y > x_r)$ で期初から期末までのある 1 年間に死亡が発生しなかったため、予定と乖離し損益が発生した。このとき、「（期末の予定責任準備金－期末の実績責任準備金）÷期初の受給権者の責任準備金」として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、y 歳で 1 年間死亡が発生しなかったこと以外は計算基礎率どおり推移したものとし、当該年度の期初においては定常人口に達していたものとする。

（A）$(1-q)^{y-x_r}$　（B）$q(1-q)^{y-x_r}$　（C）$q^2(1-q)^{y-x_r}$　（D）$q(1-q)^{y-x_r+1}$

（E）$q^2(1-q)^{y-x_r+1}$　（F）$-(1-q)^{y-x_r}$　（G）$-q(1-q)^{y-x_r}$　（H）$-q^2(1-q)^{y-x_r}$

（I）$-q(1-q)^{y-x_r+1}$　（J）$-q^2(1-q)^{y-x_r+1}$

② 昨今、平均余命が伸びていることをふまえ、あらかじめ予定死亡率を低く見積もることにした。受給権者の予定死亡率を kq $(0 < k < 1)$ に変更するとき、「変更後の標準保険料÷変更前の標準保険料」として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、予定利率を i とし、$v = \dfrac{1}{1+i}$、$d = 1 - v$ とする。

（A）$\dfrac{d+qv}{d+kqv}$　（B）$\dfrac{d-qv}{d+kqv}$　（C）$\dfrac{d+qv}{d-kqv}$　（D）$\dfrac{d-qv}{d-kqv}$

（E）$\dfrac{d+qv}{kqv}$　（F）$\dfrac{d+kqv}{d+qv}$　（G）$\dfrac{d+kqv}{d-qv}$　（H）$\dfrac{d-kqv}{d+qv}$

（I）$\dfrac{d-kqv}{d-qv}$　（J）$\dfrac{kqv}{d-qv}$

（5）中途脱退者に対して脱退時に「加入年数×1.0」の一時金を、定年退職者に対して定年年齢から生存を条件に年金額 1 を支払う年金制度を考える。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①～③の各問に答えなさい。また、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜計算の前提＞
- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 加入年齢は 55 歳、定年年齢は 60 歳
- 予定利率 i は 2.0%
- 各年齢における被保険者の残存数は次の表のとおりであり、当該表を満たすように新規加入および脱退が発生する（加入中の死亡は発生しない）

$l_{55}^{(T)}$	500
$l_{56}^{(T)}$	400
$l_{57}^{(T)}$	300
$l_{58}^{(T)}$	200
$l_{59}^{(T)}$	100

- 定年年齢以降の予定死亡率は年齢によらず一律 0.1 とし、死亡は年 1 回期央に発生する
- 新規加入および保険料の払い込みは年 1 回期初に発生し、その順は「新規加入→保険料払い込み」とする
- 脱退および給付の支払いは年 1 回期末に発生する
- 期初に 59 歳の被保険者は定年年齢到達により脱退するものとし、脱退直後の期末から年金の支払いが開始されるものとする

＜諸数値＞
- $v=\dfrac{1}{1+i}=0.98039$、$v^2=0.96117$、$v^3=0.94232$、$v^4=0.92385$、$v^5=0.90573$
- $\sum_{t=1}^{4} tv^t=9.42508$、$\sum_{t=1}^{5} tv^t=13.95373$、$\sum_{t=1}^{4} tv^{4-t}=9.80584$、$\sum_{t=1}^{5} tv^{5-t}=14.61357$

① 被保険者１人あたりの標準保険料に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 0.2	（Ｂ） 0.4	（Ｃ） 0.6	（Ｄ） 0.8	（Ｅ） 1.0
（Ｆ） 1.2	（Ｇ） 1.4	（Ｈ） 1.6	（Ｉ） 1.8	（Ｊ） 2.0

② この年金制度が定常人口に達したとき、１年間の給付総額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 1,500	（Ｂ） 1,600	（Ｃ） 1,700	（Ｄ） 1,800	（Ｅ） 1,900
（Ｆ） 2,000	（Ｇ） 2,100	（Ｈ） 2,200	（Ｉ） 2,300	（Ｊ） 2,400

③ この年金制度が定常人口に達したとき、新規加入直後かつ保険料の払い込み直前における責任準備金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 8,000	（Ｂ） 8,500	（Ｃ） 9,000	（Ｄ） 9,500	（Ｅ） 10,000
（Ｆ） 10,500	（Ｇ） 11,000	（Ｈ） 11,500	（Ｉ） 12,000	（Ｊ） 12,500

（６）n 年度末において、年金制度 A の諸数値が次の表のとおり得られた。財政方式は加入年齢方式を採用しており、予定利率は 2.0% 、特別保険料率の計算の前提を次のとおりとするとき、次の①～③の各問に答えなさい。

項目		諸数値
S^p	受給権者の給付現価	5,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	7,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	6,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	200
G^a	在職中の被保険者の給与現価	40,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	1,600
F	積立金	10,000
LB	給与総額（月間）	300

＜特別保険料率の計算の前提＞

・ 被保険者の給与に対する一定割合として設定する
・ n 年度末の未積立債務が過不足なく償却されるように設定する
・ 償却期間中の被保険者の給与総額は変動しないものとして設定する
・ 保険料は年12回期初に払い込む

① 年金制度 A の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A） 9,000　（B） 10,000　（C） 11,000　（D） 12,000　（E） 13,000
（F） 14,000　（G） 15,000　（H） 16,000　（I） 17,000　（J） 18,000

② 年金制度 A の未積立債務を５年間で元利均等償却する場合の特別保険料率（月払いの率）は $\boxed{a}\boxed{b}.\boxed{c}$ %となる。空欄 a から c のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、特別保険料率は％単位で小数点以下第２位を四捨五入して算定し、計算結果が10%未満となった場合は a に 0 をマークしなさい。

また、予定利率 2.0% における年12回期初払いの確定年金現価率（年金月額１に対する乗率）については（付表）に記載された数値を使用しなさい。

③　n 年度末において、年金制度 A は年金制度 B と統合することになった。各年金制度は、次の内容となっている。

- A と B の被保険者および受給権者の年齢構成、加入期間構成、年齢別給与構成は互いに等しい（すなわち、A と B は規模が異なるだけで、被保険者および受給権者の構成割合は等しい）
- B の規模（被保険者数、給与総額、受給権者数）は A の 25% である
- B の給付水準は A の２倍であり、これは受給権者の給付水準も同様である
- B の積立金は A の 40% である
- A と B の財政方式および計算基礎率は同一で、統合後も変更しない

統合後の給付水準は、統合前の A の1.3 倍に変更し、A の被保険者は過去の加入期間についても給付を1.3 倍に引き上げ、B の被保険者は過去の加入期間についても給付を 0.65 倍に引き下げるものとする。ただし、A および B の受給権者については従前どおりの給付水準とする。

統合後の特別保険料率について、償却方式は A の方法から変更しないが、統合前の A の特別保険料率の 90% を上回り、かつ償却期間が最長となるよう設定することにしたとき、この条件を満たす償却年月は $\boxed{d}$ $\boxed{e}$ 年 $\boxed{f}$ $\boxed{g}$ ヵ月となる。空欄 d から g のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、年数が10年未満となった場合は d に 0 をマーク、月数が一桁となった場合は f に 0 をマークしなさい。また、統合前の A の特別保険料率は②の解答の特別保険料率（四捨五入後の数値）とし、予定利率 2.0% における年12 回期初払いの確定年金現価率（年金月額１に対する乗率）については（付表）に記載された数値を使用しなさい。

問題３． 定年年齢より生存を条件に加入期間１年あたり $\dfrac{1}{x_r - x_e}$ の年金額を支払う年金制度について考える。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①～㉜に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。　（１７点）

＜計算の前提＞
- 加入年齢は x_e 歳、定年年齢は x_r 歳
- 予定利率は i 、$v = \dfrac{1}{1+i}$
- 新規加入、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期初に発生し、脱退は年１回期末に発生する
- x_r 歳未満の死亡は発生せず、x_r 歳以上の死亡は年１回期末に発生する

x 歳の被保険者１人あたりの給付現価を S_x 、人数現価を G_x とすると、

$$S_x = \frac{\boxed{①}}{\boxed{②}} \times \left[\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ C_y \times \left(\boxed{③} \right) \times \frac{\boxed{④}}{\boxed{⑤}} \right\} + D_{x_r} \right]$$

$$G_x = \frac{\boxed{⑥}}{\boxed{⑦}} \times \sum_{y=x}^{x_r-1} \left(\boxed{⑧} \right)$$

と表すことができる。したがって、財政方式を加入年齢方式とした場合の被保険者１人あたりの標準保険料は、

$${}^{E}P_{x_e} = \frac{\boxed{⑨}}{\boxed{⑩}} \times \left[\sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left\{ C_y \times \left(\boxed{⑪} \right) \times \frac{\boxed{⑫}}{\boxed{⑬}} \right\} + D_{x_r} \right]$$

となる。

次に、財政方式を開放基金方式に変更した場合について考える。まず、S_x を将来期間分 S_x^{FS} と過去期間分 S_x^{PS} に分けると、次のとおりとなる。

$$S_x^{FS} = \frac{\boxed{⑭}}{\boxed{⑮}} \times \left[\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ C_y \times \left(\boxed{⑯} \right) \times \frac{\boxed{⑰}}{\boxed{⑱}} \right\} + \frac{\boxed{⑲}}{\boxed{⑳}} \times D_{x_r} \right]$$

$$S_x^{PS} = \frac{\boxed{㉑}}{\boxed{㉒}} \times \left[\sum_{y=x}^{x_r-1} \left\{ C_y \times \left(\boxed{㉓} \right) \times \frac{\boxed{㉔}}{\boxed{㉕}} \right\} + \frac{\boxed{㉖}}{\boxed{㉗}} \times D_{x_r} \right]$$

ここで、S_x^{PS} を整理すると、$S_x^{PS} = \frac{\boxed{㉘}}{\boxed{㉙}} \times \left(\boxed{㉚} \right) \times \left(\boxed{㉛} \right)$ となる。

これらのことから、この年金制度において財政方式を開放基金方式に変更した場合、 ㉜ ことが分かる。

［①、②、⑦～⑩、⑭、⑮、㉑、㉒、㉛の選択肢］

（A） $\ddot{a}_{x_r}$　（B） a_{x_r}　（C） D_x　（D） D_y　（E） N_x

（F） N_y　（G） $N_{x_e} - N_{x_r}$　（H） $N_{x_e} - N_x$　（I） $N_x - N_{x_r}$　（J） $N_{x_e} - N_y$

（K） $N_y - N_{x_r}$

［③、⑥、⑪、⑯、㉓、㉚の選択肢］

（A） 1　（B） v^x　（C） v^y　（D） v^{x_r-x}　（E） v^{x_r-x-1}

（F） v^{x_r-x+1}　（G） v^{x_r-y}　（H） v^{x_r-y-1}　（I） v^{x_r-y+1}

［④、⑤、⑫、⑬、⑰～⑳、㉔～㉙の選択肢］

（A） x　（B） y　（C） $y-x_e$　（D） $y-1-x_e$　（E） $y+1-x_e$

（F） $y-x$　（G） $y-1-x$　（H） $y+1-x$　（I） $x-x_e$　（J） $x-x_e-1$

（K） $x-x_e+1$　（L） x_r-x_e　（M） x_r-x_e-1　（N） x_r-x_e+1　（O） x_r-x

（P） x_r-x-1　（Q） x_r-x+1　（R） x_r-y　（S） x_r-y-1　（T） x_r-y+1

［㉜の選択肢］

（A） 予定脱退率が上昇すると責任準備金は減少する

（B） 予定脱退率が上昇すると責任準備金は増加する

（C） 予定脱退率が上昇しても責任準備金は変化しない

（D） 予定脱退率が上昇すると責任準備金は増加することも減少することもある

問題４．ある企業は、定年退職者に対し、生存を条件に定年時給与に比例した年金額を支払う年金制度を発足させることにした。このとき、次の（１）～（３）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、問題文に特に記載がない場合は次の＜前提＞を使用しなさい。

（１７点）

＜前提＞

- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 定年年齢は60 歳
- 予定利率は2.0%
- 予定脱退率は定年年齢以外の全ての年齢で5.0%（脱退には加入中の死亡を含む）
- 予定昇給率は定年年齢以外の全ての年齢で2.0%
- 予定新規加入年齢は20 歳
- 保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期初に発生する
- 脱退、昇給、新規加入は年１回期末に発生し、その順は「脱退→昇給→新規加入」とする
- 標準保険料は被保険者の給与に対する一定割合として設定する
- 「１年度末」とは制度発足から１年後の期末（新規加入の発生後）、「２年度末」とは制度発足から２年後の期末（新規加入の発生後）とする
- 制度発足時の積立金は0 円
- 制度発足時に受給権者は存在しない
- 制度発足時の被保険者の諸数値

年齢	20 歳	25 歳
新規加入の被保険者における給与1円あたりの給付現価（円）	3.486	4.505
新規加入の被保険者における給与1円あたりの給与現価（円）	17.43	16.68
給与総額（円）	15,000,000	10,000,000

（１）制度発足時の責任準備金は ① 千円である。また、制度発足時の未積立債務を３年間で元利均等償却する場合、特別保険料率（年払いの率）は ② である。①、②に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたっては次の＜特別保険料率の計算の前提＞を使用しなさい。

＜特別保険料率の計算の前提＞

- 被保険者の給与に対する一定割合として設定する
- 制度発足時の未積立債務が過不足なく償却されるように設定する
- 償却期間中の被保険者の給与総額は変動しないものとして設定する

［①の選択肢］

（A） 0	（B） 2,000	（C） 4,000	（D） 6,000	（E） 8,000
（F） 10,000	（G） 12,000	（H） 14,000	（I） 16,000	（J） 18,000

［②の選択肢］

（A） 0%	（B） 2%	（C） 4%	（D） 6%	（E） 8%
（F） 10%	（G） 12%	（H） 14%	（I） 16%	（J） 18%

（2）制度発足から１年度末にかけて次の<事象 A >が発生した。このとき、１年度末の責任準備金は $\boxed{\quad ① \quad}$ 千円、積立金は $\boxed{\quad ② \quad}$ 千円となる。また、給与総額が変動したことにより特別保険料収入現価が変動し、１年度末の財政決算で $\boxed{\quad ③ \quad}$ 千円の $\boxed{\quad ④ \quad}$ が発生した。①～③に最も近いものおよび④に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、特別保険料率は<u>（１）②の解答の計算過程で算定した率</u>を使用しなさい。

<事象 A >

- １年度末に 20 歳の被保険者が新たに加入し、新たに加入した被保険者の給与総額は 2,000,000 円であった
- 新規加入以外は計算基礎率どおりに推移した

［①の選択肢］

（A） 17,000	（B） 17,100	（C） 17,200	（D） 17,300	（E） 17,400
（F） 17,500	（G） 17,600	（H） 17,700	（I） 17,800	（J） 17,900

［②の選択肢］

（A） 9,050	（B） 9,150	（C） 9,250	（D） 9,350	（E） 9,450
（F） 9,550	（G） 9,650	（H） 9,750	（I） 9,850	（J） 9,950

［③の選択肢］

（A） 100	（B） 200	（C） 300	（D） 400	（E） 500
（F） 600	（G） 700	（H） 800	（I） 900	（J） 1,000

［④の選択肢］

（A） 剰余	（B） 不足

（３）給与総額の変動により特別保険料収入現価が変動し財政決算において損益が発生することがないよう、制度発足時の未積立債務を固定額により３年間で元利均等償却することにした。その結果、１年度末の財政決算では損益が発生しなかったが、１年度末から２年度末にかけて次の＜事象 B ＞が発生したため、２年度末において利差により $\boxed{\text{①}}$ 千円の $\boxed{\text{②}}$ 、昇給差により $\boxed{\text{③}}$ 千円の $\boxed{\text{④}}$ 、新規加入により $\boxed{\text{⑤}}$ 千円の $\boxed{\text{⑥}}$ が発生した。①、③、⑤に最も近いものおよび②、④、⑥に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、制度発足から１年度末にかけては（２）の＜事象 A ＞が発生したものとする。

＜事象 B ＞

- １年間の実際の運用利回りが -1.0% となった
- １年度末の被保険者（１年度末に新たに加入した被保険者を含む）において、２年度末に予定より 3.0% 多く、すなわち、予定の昇給と合わせて 5.06% 昇給した
- ２年度末に 25 歳の被保険者が新たに加入し、新たに加入した被保険者の給与総額は 2,000,000 円であった
- 運用収益、昇給、新規加入以外は計算基礎率どおりに推移した

［①の選択肢］

（A） 500	（B） 510	（C） 520	（D） 530	（E） 540
（F） 550	（G） 560	（H） 570	（I） 580	（J） 590

［②、④、⑥の選択肢］

（A） 剰余　　（B） 不足

［③の選択肢］

（A） 600	（B） 610	（C） 620	（D） 630	（E） 640
（F） 650	（G） 660	（H） 670	（I） 680	（J） 690

［⑤の選択肢］

（A） 2,000	（B） 2,100	（C） 2,200	（D） 2,300	（E） 2,400
（F） 2,500	（G） 2,600	（H） 2,700	（I） 2,800	（J） 2,900

（付表）予定利率 2.0% における年 12 回期初払いの確定年金現価率（年金月額 1 に対する乗率）

期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率
13 年 0 ヵ月	137.65131	10 年 6 ヵ月	113.85707	8 年 0 ヵ月	88.85521	5 年 6 ヵ月	62.58444
12 年 11 ヵ月	136.87700	10 年 5 ヵ月	113.04346	7 年 11 ヵ月	88.00031	5 年 5 ヵ月	61.68615
12 年 10 ヵ月	136.10141	10 年 4 ヵ月	112.22851	7 年 10 ヵ月	87.14400	5 年 4 ヵ月	60.78638
12 年 9 ヵ月	135.32454	10 年 3 ヵ月	111.41221	7 年 9 ヵ月	86.28627	5 年 3 ヵ月	59.88512
12 年 8 ヵ月	134.54639	10 年 2 ヵ月	110.59457	7 年 8 ヵ月	85.42713	5 年 2 ヵ月	58.98238
12 年 7 ヵ月	133.76695	10 年 1 ヵ月	109.77557	7 年 7 ヵ月	84.56657	5 年 1 ヵ月	58.07814
12 年 6 ヵ月	132.98623	10 年 0 ヵ月	108.95522	7 年 6 ヵ月	83.70458	5 年 0 ヵ月	57.17241
12 年 5 ヵ月	132.20422	9 年 11 ヵ月	108.13352	7 年 5 ヵ月	82.84118	4 年 11 ヵ月	56.26518
12 年 4 ヵ月	131.42091	9 年 10 ヵ月	107.31046	7 年 4 ヵ月	81.97634	4 年 10 ヵ月	55.35646
12 年 3 ヵ月	130.63631	9 年 9 ヵ月	106.48604	7 年 3 ヵ月	81.11008	4 年 9 ヵ月	54.44623
12 年 2 ヵ月	129.85042	9 年 8 ヵ月	105.66026	7 年 2 ヵ月	80.24239	4 年 8 ヵ月	53.53450
12 年 1 ヵ月	129.06322	9 年 7 ヵ月	104.83311	7 年 1 ヵ月	79.37327	4 年 7 ヵ月	52.62127
12 年 0 ヵ月	128.27473	9 年 6 ヵ月	104.00460	7 年 0 ヵ月	78.50271	4 年 6 ヵ月	51.70652
11 年 11 ヵ月	127.48493	9 年 5 ヵ月	103.17472	6 年 11 ヵ月	77.63071	4 年 5 ヵ月	50.79027
11 年 10 ヵ月	126.69383	9 年 4 ヵ月	102.34347	6 年 10 ヵ月	76.75727	4 年 4 ヵ月	49.87250
11 年 9 ヵ月	125.90143	9 年 3 ヵ月	101.51085	6 年 9 ヵ月	75.88239	4 年 3 ヵ月	48.95322
11 年 8 ヵ月	125.10771	9 年 2 ヵ月	100.67685	6 年 8 ヵ月	75.00606	4 年 2 ヵ月	48.03242
11 年 7 ヵ月	124.31269	9 年 1 ヵ月	99.84148	6 年 7 ヵ月	74.12829	4 年 1 ヵ月	47.11010
11 年 6 ヵ月	123.51635	9 年 0 ヵ月	99.00472	6 年 6 ヵ月	73.24907	4 年 0 ヵ月	46.18625
11 年 5 ヵ月	122.71869	8 年 11 ヵ月	98.16658	6 年 5 ヵ月	72.36839	3 年 11 ヵ月	45.26088
11 年 4 ヵ月	121.91972	8 年 10 ヵ月	97.32706	6 年 4 ヵ月	71.48626	3 年 10 ヵ月	44.33398
11 年 3 ヵ月	121.11943	8 年 9 ヵ月	96.48615	6 年 3 ヵ月	70.60268	3 年 9 ヵ月	43.40555
11 年 2 ヵ月	120.31782	8 年 8 ヵ月	95.64386	6 年 2 ヵ月	69.71763	3 年 8 ヵ月	42.47559
11 年 1 ヵ月	119.51488	8 年 7 ヵ月	94.80017	6 年 1 ヵ月	68.83113	3 年 7 ヵ月	41.54409
11 年 0 ヵ月	118.71062	8 年 6 ヵ月	93.95509	6 年 0 ヵ月	67.94315	3 年 6 ヵ月	40.61105
10 年 11 ヵ月	117.90503	8 年 5 ヵ月	93.10861	5 年 11 ヵ月	67.05372	3 年 5 ヵ月	39.67647
10 年 10 ヵ月	117.09810	8 年 4 ヵ月	92.26074	5 年 10 ヵ月	66.16281	3 年 4 ヵ月	38.74035
10 年 9 ヵ月	116.28985	8 年 3 ヵ月	91.41146	5 年 9 ヵ月	65.27043	3 年 3 ヵ月	37.80268
10 年 8 ヵ月	115.48026	8 年 2 ヵ月	90.56078	5 年 8 ヵ月	64.37658	3 年 2 ヵ月	36.86346
10 年 7 ヵ月	114.66933	8 年 1 ヵ月	89.70870	5 年 7 ヵ月	63.48125	3 年 1 ヵ月	35.92269

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

脱退時の平均年齢57.0

$$= 40 + \frac{\int_0^{20} l_{40+t}\,dt}{l_{40}}$$

$$= 40 + \frac{\int_0^{10}(100-t)dt + \int_0^{10}(90-at)dt}{100}$$

$$= 40 + \frac{1{,}850 - 50a}{100}$$

これを解いて、$a = 3$となる。

よって、解答は（D）

（２）

① 誤 $(D\ddot{a})_{x:\overline{n|}} = \dfrac{nN_x - (S_{x+1} - S_{x+n+1})}{D_x}$ （教科書 P. 39（2-35）式参照）より誤り

② 誤 $\ddot{a}_{\underset{xy}{\overline{[1]}}} = \ddot{a}_x + \ddot{a}_y - 2\ddot{a}_{xy}$ （教科書 P. 45（2-46）式参照）より誤り

③ 誤 $\ddot{a}_x^{(m)} = \dfrac{1}{mD_x}\sum_{t=0}^{m(\omega-x)} D_{x+\frac{t}{m}}$ （教科書 P. 33 参照）より誤り

④ 正 （教科書 P. 29 参照）

よって、解答は（D）

（３）

n年度末の積立金をF_n、賦課方式における制度全体の保険料を${}^{P}C$、給付額をB、保険料の倍率をxとすると、

$$F_n + \left(x\,{}^{P}C - B\right) = vF_{n+1}$$

$$vF_{n+1} + v\left(x\,{}^{P}C - B\right) = v^2 F_{n+2}$$

$$\vdots$$

$$v^{t-1}F_{n+t-1} + v^{t-1}\left(x\,{}^{P}C - B\right) = v^t F_{n+t}$$

それぞれの両辺を加算すると

$$F_n + \frac{1-v^t}{1-v}\left(x^P C - B\right) = v^t F_{n+t}$$

ここで、n 年度末に賦課方式で定常状態であるため $F_n = 0$ 、$^P C = B$ である。また、$n+t$ 年度末に完全積立方式で定常状態になったとすると $F_{n+t} = \dfrac{B}{d}$ となるから、算式を整理すると

$$x = \frac{1}{1-v^t}$$

また、x は２以上とならない範囲の数値、予定利率が 3.0% であるから、

$$t > \frac{\log_{10} 2.0}{\log_{10} 1.03}$$

が成り立つ。

ここで、$\log_{10} 2.0 = 0.30103$ 、$\log_{10} 1.03 = 0.01284$ より、$t > 23.44470\cdots$ であるから、少なくとも 24 年後となる。

よって、解答は（Ｉ）

（4）

（A）　正　教科書 P. 84（4-4）式

（B）　正　教科書 P. 84（4-7）式

（C）　誤　教科書 P. 86（4-11）式、P. 67（3-20）式および（3-21）式より

$$\frac{v^{x_e}\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x - vD_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{v^{x_e}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} - v\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$ が正しい

（D）　正　教科書 P. 89（4-25）式、P. 64（3-11）式および P. 65（3-14）式より

$$^A P_1 = \frac{S_{FS}^a}{G^a} = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \times \frac{N_{x_r}}{D_x}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(v^{-x}\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)}$$

（E）　正　教科書 P. 102（5-9）式および P. 69（3-29）式より

$$^{OAN}P = \frac{^U C}{L} = \frac{\frac{l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{x_r - x}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}} = \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{x_r - x_e} \times \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{-x}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}}$$

よって、解答は（C）

（５）

平準保険料方式の積立金を ${}^{L}F$ 、

平準保険料方式における被保険者１人あたりの保険料を ${}^{L}P$ 、

加入時積立方式における制度全体の保険料を ${}^{In}C$ 、

退職時年金現価積立方式における制度全体の保険料を ${}^{T}C$ 、

賦課方式における制度全体の保険料を ${}^{P}C$ 、

受給権者の給付現価を S^{p} 、

被保険者の給付現価を S^{a} 、

将来被保険者の給付現価を S^{f} 、

被保険者の給与現価を G^{a} 、

将来被保険者の給与現価を G^{f} 、

$G = G^{a} + G^{f}$ とすると、

$$\begin{aligned} {}^{L}F &= S^{p} + S^{a} - {}^{L}PG^{a} \\ &= \frac{{}^{P}C - v^{T}C}{d} + \frac{v^{T}C - v^{In}C}{d} - \frac{S^{f}}{G^{f}} \times G^{a} \\ &= \frac{{}^{P}C}{d} - \frac{v^{In}C}{d} \times \frac{G}{G^{f}} \end{aligned}$$

が成り立つ。ここで、${}^{P}C = 200$ 、$G^{f} = \dfrac{v}{d} \times (1+i)^{20} \sum_{x=20}^{59} D_{x} = 9{,}138.5925$ 、$G = \dfrac{L}{d} = 10{,}200$ 、

${}^{In}C = 101$ であるから

${}^{L}F = 4{,}563.46461\cdots$

よって、解答は（Ｉ）

（６）

一定値に収束した後の制度において、年度末責任準備金を V 、年度末積立金を F 、標準保険料を C 、特別保険料を C' 、給付額を B とすると

$(V + C - B) \times 1.02 = V$ 　　　　$\cdots$①

$(V - F) \times 0.3 = C'$ 　　　　　$\cdots$②

$(F + C + C' - B) \times (1 - 0.01) = F$

①、②より、C 、C' 、B を消去すると、

$$\frac{F}{V} = 0.90419\cdots$$

よって、解答は（Ｅ）

問題２.

（１）

①

年金Aのx歳時の年金現価をA_xとし、$n=20$、利力をδとおくと、

$$A_x=\int_0^n (n-t)e^{-\delta t}dt+e^{-\delta n}{}_n p_x\int_0^\infty e^{-\delta t}{}_t p_{x+n}dt$$

と表すことができる。${}_n p_x=e^{-2\delta n}$、${}_t p_{x+n}=e^{-2\delta t}$であるから

$$A_x=\int_0^n (n-t)e^{-\delta t}dt+e^{-3\delta n}\int_0^\infty e^{-3\delta t}dt$$

$$=\frac{n}{\delta}+\frac{e^{-\delta n}-1}{\delta^2}+\frac{e^{-3\delta n}}{3\delta}$$

$n=20$、$\delta=\log_e 1.02$をそれぞれ代入し

$$=\frac{20}{\log_e 1.02}+\frac{v^{20}-1}{(\log_e 1.02)^2}+\frac{v^{60}}{3\log_e 1.02}$$

ここで、$v^{20}=0.67297$、$v^{60}=0.30478$、$\log_e 1.02=0.01980$より

$A_x=181.05690\cdots$

よって、解答は$a=1$、$b=8$、$c=1$

②

年金Bのx歳時の年金現価をB_xとすると、

$$B_x=\int_0^\infty K\,\mathring{e}_{x+t}\,e^{-\delta t}{}_t p_x dt$$

と表される。$\mathring{e}_x=\int_0^\infty {}_t p_x dt=\int_0^\infty e^{-2\delta t}dt=\frac{1}{2\delta}$であるから

$$B_x=\frac{K}{2\delta}\int_0^\infty e^{-3\delta t}dt$$

$$=\frac{K}{6\delta^2}$$

ここで、$A_x=B_x$であるから

$K=0.42588\cdots$

よって、解答は$d=0$、$e=4$、$f=2$、$g=6$

（2）

①

制度全体の被保険者数400人

$$= \sum_{x=55}^{59} l_x^{(T)}$$
$$= l_{55}^{(T)}(1+0.9+0.81+0.648+0.648)$$
$$= 4.006 l_{55}^{(T)}$$

$$l_{55}^{(T)} = \frac{400}{4.006} = 99.85022\cdots$$

よって、解答は（**E**）

②

55歳の被保険者1人あたりの給与をB_{55}円、x歳の給与指数をb_xとすると

制度全体の給与合計9,000万円

$$= \sum_{x=55}^{59} l_x^{(T)} b_x B_{55}$$
$$= l_{55}^{(T)} B_{55}(1\times1.0+0.9\times1.1+0.81\times1.2+0.648\times1.3+0.648\times1.4)$$
$$= \frac{400}{4.006} \times B_{55} \times 4.7116$$

$B_{55} = 191{,}304.44010\cdots$円

よって、解答は（**G**）

（3）

①

定年退職時の給付のみとした場合の標準保険料率P_1は、予定昇給率をb、予定脱退率をqとすると

$$P_1 = \frac{30\times v^{30}\times(1+b)^{30}\times(1-q)^{30}}{\dfrac{1-v^{30}\times(1+b)^{30}\times(1-q)^{30}}{1-v\times(1+b)\times(1-q)}}$$

で表わされる。ここで、$(1+b)^{30} = 1.02^{30} = 1.81136$、$(1-q)^{30} = 0.95^{30} = 0.21464$、

$$v^{30} = \frac{1}{1.015^{30}} = \frac{1}{1.56308}$$ より

$P_1 = 0.45014\cdots$

よって、解答は$a=4$、$b=5$、$c=0$

②

この制度の給付額を変更する前の中途退職時の給付に対応する標準保険料率 P_2 は

$$P_2 = 0.726 - P_1$$

であるから、題意を満たすためには

$$P_2 \times 2x + P_1 \times x = 0.726$$

となる。これらの算式を整理すると

$$x = \frac{0.726}{2 \times 0.726 - P_1}$$

①の結果より

$$x = 0.72465 \cdots$$

よって、解答は $d = 0$ 、 $e = 7$ 、 $f = 2$

（4）

①

x_r 歳支給開始終身年金の x 歳 $(x_r \le x)$ 時の年金現価率 $\ddot{a}_x$ は

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \, {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t (1-q)^t = \frac{1}{1 - v(1-q)}$$

y 歳で１年間死亡が発生しなかった以外は予定どおり推移しているため、求める算式の分子「期末の予定責任準備金－期末の実績責任準備金」は「期初 y 歳の受給権者に係る期末の予定責任準備金－期初 y 歳の受給権者に係る期末の実績責任準備金」となるため、求める算式は

$$\frac{l_{x_r}(1-q)^{y+1-x_r}\ddot{a}_{y+1} - l_{x_r}(1-q)^{y-x_r}\ddot{a}_{y+1}}{\sum_{x=x_r}^{\infty} l_{x_r}(1-q)^{x-x_r}\ddot{a}_x} = -q^2(1-q)^{y-x_r}$$

よって、解答は（H）

②

予定死亡率変更後の x_r 歳支給開始終身年金の x 歳 $(x_r \le x)$ 時の年金現価率 $\ddot{a}'_x$ は

$$\ddot{a}'_x = \frac{1}{1 - v(1-kq)}$$

「変更後の標準保険料÷変更前の標準保険料」は $\dfrac{\ddot{a}'_x}{\ddot{a}_x}$ と等しくなるため

$$\frac{\ddot{a}'_x}{\ddot{a}_x} = \frac{\dfrac{1}{1 - v(1-kq)}}{\dfrac{1}{1 - v(1-q)}} = \frac{d + qv}{d + kqv}$$

よって、解答は（A）

（5）

①

新規加入の被保険者１人あたりの給付現価をS_{x_e}、新規加入の被保険者１人あたりの給与現価をG_{x_e}とすると、加入年齢方式であることから被保険者１人あたりの標準保険料は$\dfrac{S_{x_e}}{G_{x_e}}$となる。

$$S_{x_e}=\frac{1}{5}\left(v+2v^2+3v^3+4v^4\right)+\frac{v^5}{5}\left(1+0.9v+0.9^2v^2+\cdots\right)$$

$$=\frac{1}{5}\left(\sum_{t=1}^{4}tv^t+\frac{v^5}{1-0.9v}\right)$$

$$G_{x_e}=1+\frac{4}{5}v+\frac{3}{5}v^2+\frac{2}{5}v^3+\frac{1}{5}v^4$$

$$=\frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}tv^{5-t}$$

ここで、$v=0.98039$、$v^5=0.90573$、$\sum_{t=1}^{4}tv^t=9.42508$、$\sum_{t=1}^{5}tv^{5-t}=14.61357$より

$$\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}=\frac{\sum_{t=1}^{4}tv^t+\dfrac{v^5}{1-0.9v}}{\sum_{t=1}^{5}tv^{5-t}}=1.17176\cdots$$

よって、解答は（F）

②

$$\left(l_{55}^{(T)}-l_{56}^{(T)}\right)\times1+\left(l_{56}^{(T)}-l_{57}^{(T)}\right)\times2+\left(l_{57}^{(T)}-l_{58}^{(T)}\right)\times3+\left(l_{58}^{(T)}-l_{59}^{(T)}\right)\times4+l_{59}^{(T)}\left(1+0.9+0.9^2+\cdots\right)\times1$$

$$=100+200+300+400+\frac{100}{1-0.9}$$

$$=2{,}000$$

よって、解答は（F）

③

定常人口の責任準備金は定常状態の積立金と等しくなるため、定常状態に達したと仮定した場合における新規加入直後かつ保険料の払い込み直前の積立金を求める。

定常状態においては毎年度の給付額、保険料および積立金は一定となるから、給付額、保険料および期初の保険料の払い込み直前の積立金をそれぞれB、C、Fとすると、

$$F=(F+C)\times(1+i)-B$$

が成り立つ。①で求めた被保険者１人あたりの標準保険料をPとすると$C=\sum_{x=55}^{59} l_x^{(T)} P = 1{,}500P$となり、②より$B=2{,}000$であるから

$F = 10{,}360.03967\cdots$

よって、解答は（**F**）

（別解）

新規加入直後かつ保険料払い込み直前の責任準備金を考える。また、①で求めた被保険者１人あたりの標準保険料をPとする。

55歳の被保険者に係る責任準備金は0

56歳の被保険者に係る責任準備金は

$$\frac{l_{56}^{(T)}}{4}\left(2v+3v^2+4v^3+\frac{v^4}{1-0.9v}\right)-P\times\frac{l_{56}^{(T)}}{4}\left(4+3v+2v^2+v^3\right)=497.60332\cdots$$

57歳の被保険者に係る責任準備金は

$$\frac{l_{57}^{(T)}}{3}\left(3v+4v^2+\frac{v^3}{1-0.9v}\right)-P\times\frac{l_{57}^{(T)}}{3}\left(3+2v+v^2\right)=785.63089\cdots$$

58歳の被保険者に係る責任準備金は

$$\frac{l_{58}^{(T)}}{2}\left(4v+\frac{v^2}{1-0.9v}\right)-P\times\frac{l_{58}^{(T)}}{2}\left(2+v\right)=859.90559\cdots$$

59歳の被保険者に係る責任準備金は

$$l_{59}^{(T)}\times\frac{v}{1-0.9v}-P\times l_{59}^{(T)}=716.14133\cdots$$

よって、被保険者の責任準備金は$2{,}859.28114\cdots$となる。

60歳の受給権者に係る責任準備金は

$$l_{59}^{(T)}\times\left(0.9v+0.9^2v^2+0.9^3v^3+\cdots\right)=100\times\frac{0.9v}{1-0.9v}$$

61歳の受給権者に係る責任準備金は

$$0.9l_{59}^{(T)}\times\left(0.9v+0.9^2v^2+0.9^3v^3+\cdots\right)=0.9\times100\times\frac{0.9v}{1-0.9v}$$

以下同様にして各年齢の受給権者に係る責任準備金を合計すると

$$\left(1+0.9+0.9^2+\cdots\right)\times100\times\frac{0.9v}{1-0.9v}$$

$$=\frac{1}{1-0.9}\times100\times\frac{0.9}{1.02-0.9}$$

$$=7{,}500$$

以上より、求める責任準備金は$2{,}859.28114\cdots+7{,}500=10{,}359.28114\cdots$となる。

（6）

①

年金制度Aの責任準備金をV_Aとすると

$$V_A = S^p + S^a_{FS} + S^a_{PS} - \frac{S^f}{G^f} \times G^a = 13{,}000$$

よって、解答は（E）

②

年金制度Aの未積立債務は、$V_A - F = 3{,}000$となる。よって、未積立債務を５年間で元利均等償却する場合の特別保険料率は

$$\frac{3{,}000}{LB \times 57.17241} = 0.17490\cdots$$

よって、解答は$a=1$、$b=7$、$c=5$

③

統合後の未積立債務は

$$(1+0.25\times 2)S^p + 1.3\times(1+0.25)\times\left\{S^a_{FS} + S^a_{PS} - \frac{S^f}{(1+0.25)G^f}\times(1+0.25)G^a\right\} - (1+0.4)F = 6{,}500$$

この未積立債務を元利均等償却する場合の特別保険料率は、統合前の年金制度Aの特別保険料率の90%を上回るようにするため、年金現価率をxとすると、

$$\frac{6{,}500}{(1+0.25)LB\times x} > 0.175\times 0.90$$

となる。算式を整理すると

$x < 110.05291\cdots$

題意をみたす償却年月は、10年1ヵ月(109.77557)である。

よって、解答は$d=1$、$e=0$、$f=0$、$g=1$

問題３.

$$S_x = \frac{1}{D_x}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \frac{y+1-x_e}{x_r-x_e} v^{x_r-y-1}\ddot{a}_{x_r} + D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}\right)$$

$$= \frac{\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y v^{x_r-y-1} \frac{y+1-x_e}{x_r-x_e} + D_{x_r}\right)$$

$$G_x = \frac{1}{D_x}\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y$$

$${}^{E}P_{x_e} = \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}} = \frac{\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} C_y v^{x_r-y-1}\frac{y+1-x_e}{x_r-x_e} + D_{x_r}\right)$$

$$S_x^{FS} = \frac{\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y v^{x_r-y-1}\frac{y+1-x}{x_r-x_e} + \frac{x_r-x}{x_r-x_e}D_{x_r}\right)$$

$$S_x^{PS} = \frac{\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y v^{x_r-y-1}\frac{x-x_e}{x_r-x_e} + \frac{x-x_e}{x_r-x_e}D_{x_r}\right)$$

$$= \frac{x-x_e}{x_r-x_e}\times\frac{\ddot{a}_{x_r}}{v^x l_x}\left\{\sum_{y=x}^{x_r-1} v^{y+1}\left(l_y - l_{y+1}\right)v^{x_r-y-1} + v^{x_r} l_{x_r}\right\}$$

$$= \frac{x-x_e}{x_r-x_e}v^{x_r-x}\ddot{a}_{x_r}\times\frac{1}{l_x}\left\{\sum_{y=x}^{x_r-1}\left(l_y - l_{y+1}\right) + l_{x_r}\right\}$$

$$= \frac{x-x_e}{x_r-x_e}v^{x_r-x}\ddot{a}_{x_r}$$

したがって、S_x^{PS} は予定脱退率の影響を受けない。また、S^p は受給権者の給付現価であり予定脱退率の影響を受けないことから、開放基金方式を採用した場合の責任準備金 $S^p + S_x^{PS}$ は予定脱退率が上昇しても変化しない。

よって、解答は①（A）、②（C）、③（H）、④（E）、⑤（L）、⑥（A）、⑦（C）、⑧（D）、⑨（A）、⑩（G）、⑪（H）、⑫（E）、⑬（L）、⑭（A）、⑮（C）、⑯（H）、⑰（H）、⑱（L）、⑲（O）、⑳（L）、㉑（A）、㉒（C）、㉓（H）、㉔（I）、㉕（L）、㉖（I）、㉗（L）、㉘（I）、㉙（L）、㉚（D）、㉛（A）、㉜（C）

問題４.

（１）

①

標準保険料率は$P=\dfrac{S^f}{G^f}=\dfrac{3.486}{17.43}=0.2$より、制度発足時の責任準備金は

$V=$（25歳の給与１円あたりの責任準備金）$\times 10{,}000{,}000$

$=(4.505-0.2\times 16.68)\times 10{,}000{,}000$

$=11{,}690{,}000$円（20歳の責任準備金は0円）

よって、解答は(**G**)

②

制度発足時の積立金は0円、給与総額は25,000,000円より、特別保険料率は

$$\frac{11{,}690{,}000}{\left(1+\dfrac{1}{1.02}+\dfrac{1}{1.02^2}\right)\times 25{,}000{,}000}=0.15896\cdots$$

よって、解答は(**I**)

（２）

①

１年度の標準保険料総額は$25{,}000{,}000\times 0.2=5{,}000{,}000$円であり、新たに加入した被保険者の責任準備金は0円であるから、１年度末の責任準備金は

$(11{,}690{,}000+5{,}000{,}000)\times 1.02=17{,}023{,}800$円

よって、解答は(**A**)

②

１年度の特別保険料総額は$25{,}000{,}000\times\dfrac{11{,}690{,}000}{\left(1+\dfrac{1}{1.02}+\dfrac{1}{1.02^2}\right)\times 25{,}000{,}000}\fallingdotseq 3{,}974{,}081$円であるから、１年度末の積立金は

$(5{,}000{,}000+3{,}974{,}081)\times 1.02\fallingdotseq 9{,}153{,}563$円

よって、解答は(**B**)

③、④

１年度末の給与総額は$25{,}000{,}000\times(1-0.05)\times 1.02+2{,}000{,}000=26{,}225{,}000$円であるから、１年度末の損益は

$$\left(26{,}225{,}000-25{,}000{,}000\right)\times\frac{11{,}690{,}000}{\left(1+\frac{1}{1.02}+\frac{1}{1.02^2}\right)\times 25{,}000{,}000}\times\left(1+\frac{1}{1.02}\right)\fallingdotseq 385{,}642\text{ 円（剰余）}$$

よって、解答は③（D）、④（A）

（３）

①、②

年間の特別保険料総額は $\dfrac{11{,}690{,}000}{1+\frac{1}{1.02}+\frac{1}{1.02^2}}\fallingdotseq 3{,}974{,}081$ 円より、利差による損益は

$$\left(9{,}153{,}563+26{,}225{,}000\times 0.2+3{,}974{,}081\right)\times\left(0.99-1.02\right)\fallingdotseq -551{,}179\text{ 円（不足）}$$

よって、解答は①（F）、②（B）

③、④

給付および標準保険料が給与に比例した方式で行われていることから、昇給により２年度末の責任準備金（２年度末の新規加入の被保険者に係る責任準備金を除く）が 3.0% 増加する。

したがって、昇給差による損益は

$$\left(17{,}023{,}800+26{,}225{,}000\times 0.2\right)\times 1.02\times\left(-0.03\right)\fallingdotseq -681{,}425\text{ 円（不足）}$$

よって、解答は③（I）、④（B）

⑤、⑥

新規加入による損益は

$$0-\left(4.505-0.2\times 16.68\right)\times 2{,}000{,}000=-2{,}338{,}000\text{ 円（不足）}$$

よって、解答は⑤（D）、⑥（B）

以上

問題番号			正答	配点
問題１．（３０点）	（１）		（Ｄ）	５点
	（２）		（Ｄ）	５点
	（３）		（Ｉ）	５点
	（４）		（Ｃ）	５点
	（５）		（Ｉ）	５点
	（６）		（Ｅ）	５点
問題２．（３６点）	（１）	① abc	181	完答で３点
		② $defg$	0426	完答で３点
	（２）	①	（Ｅ）	３点
		②	（Ｇ）	３点
	（３）	① abc	450	完答で３点
		② def	072	完答で３点
	（４）	①	（Ｈ）	３点
		②	（Ａ）	３点
	（５）	①	（Ｆ）	２点
		②	（Ｆ）	２点
		③	（Ｆ）	２点
	（６）	①	（Ｅ）	１点
		② abc	175	完答で２点
		③ $defg$	1001	完答で３点
問題３．（１７点）		①	（Ａ）	完答で２点
		②	（Ｃ）	
		③	（Ｈ）	
		④	（Ｅ）	
		⑤	（Ｌ）	
		⑥	（Ａ）	完答で２点
		⑦	（Ｃ）	
		⑧	（Ｄ）	
		⑨	（Ａ）	完答で２点
		⑩	（Ｇ）	
		⑪	（Ｈ）	
		⑫	（Ｅ）	
		⑬	（Ｌ）	

		⑭	（Ａ）	完答で３点
		⑮	（Ｃ）	
		⑯	（Ｈ）	
		⑰	（Ｈ）	
		⑱	（Ｌ）	
		⑲	（Ｏ）	
		⑳	（Ｌ）	
		㉑	（Ａ）	完答で３点
		㉒	（Ｃ）	
		㉓	（Ｈ）	
		㉔	（Ｉ）	
		㉕	（Ｌ）	
		㉖	（Ｉ）	
		㉗	（Ｌ）	
		㉘	（Ｉ）	完答で３点
		㉙	（Ｌ）	
		㉚	（Ｄ）	
		㉛	（Ａ）	
		㉜	（Ｃ）	２点
問題４．（１７点）	（１）	①	（Ｇ）	２点
		②	（Ｉ）	２点
	（２）	①	（Ａ）	２点
		②	（Ｂ）	２点
		③	（Ｄ）	完答で３点
		④	（Ａ）	
	（３）	①	（Ｆ）	完答で２点
		②	（Ｂ）	
		③	（Ｉ）	完答で２点
		④	（Ｂ）	
		⑤	（Ｄ）	完答で２点
		⑥	（Ｂ）	