生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各５点（計４０点）

（１）　$10\ddot{a}_{\infty} = 6_{32|}\ddot{a}_{\overline{32|}} + 11\ddot{a}_{\overline{32|}}$ のとき、予定利率 i $(i>0)$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 2.19%	（Ｂ） 2.90%	（Ｃ） 3.49%	（Ｄ） 3.99%	（Ｅ） 4.43%
（Ｆ） 4.81%	（Ｇ） 5.16%	（Ｈ） 5.47%	（Ｉ） 5.76%	（Ｊ） 6.02%

（２）　ある定常社会で、1 年間の死亡数が 12,000 人、出生率（総人口に対する出生数の比）が 1.6%、45 歳以上の人口が総人口の 36%で、かつ 45 歳未満で死亡する者の死亡時の平均年齢は 5.0 歳である。
このとき、次の①から⑤について、正しいものは「○」に、そうでないものは「×」にマークしなさい。

① 総人口は 80 万人である。
② 毎年 45 歳に達する人口は 10,500 人である。
③ この定常社会の平均寿命は 65 歳以上である。
④ 45 歳の平均余命は 25 年未満である。
⑤ 45 歳以上での観察死亡率は 4.0%未満である。

（３）　x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、${}_tV_{x:\overline{n|}} = 0.39746$（$t<n-1$）、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 25.44765$、$q_{x+t} = 0.00192$とするとき、第$t+1$年度の危険保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 0.00100	（Ｂ） 0.00102	（Ｃ） 0.00104	（Ｄ） 0.00106	（Ｅ） 0.00108
（Ｆ） 0.00110	（Ｇ） 0.00112	（Ｈ） 0.00114	（Ｉ） 0.00116	（Ｊ） 0.00118

（４）　50 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険において、予定死亡率を$\{q_x\}$から$\{q'_x\}$に変更したところ、変更前後の平準純保険料式責任準備金が毎年等しくなった。変更前の年払純保険料が 0.0918、変更後の年払純保険料が 0.0915、$q_{50} = 0.00383$であるとき、q'_{50} の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、予定利率は 2.00%とし、変更前後で変わらないものとする。

（Ａ） 0.00333	（Ｂ） 0.00335	（Ｃ） 0.00337	（Ｄ） 0.00339	（Ｅ） 0.00341
（Ｆ） 0.00343	（Ｇ） 0.00345	（Ｈ） 0.00347	（Ｉ） 0.00349	（Ｊ） 0.00351

（５） x 歳加入、保険料年払 m 年払込、保険期間 n 年 $(n>m)$ 、予定利率 $i=1.00\%$ の次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

・ 満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払う。

・ 満期までに死亡すれば、死亡した年度末に、チルメル割合が $\alpha(=0.03)$ である全期チルメル式責任準備金と同額を支払う（各保険年度末の全期チルメル式責任準備金は常に正である）。

この保険の「①第 m－1 保険年度末の全期チルメル式責任準備金」および「②第 m 保険年度末の全期チルメル式責任準備金」の値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。必要であれば、$\ddot{a}_{\overline{n|}}=14.00370$、$\ddot{a}_{\overline{m|}}=9.56602$、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=13.90217$、$\ddot{a}_{x:\overline{m|}}=9.52553$ を用いなさい。

【①第 m－1 保険年度末の全期チルメル式責任準備金の選択肢】

（Ａ） 0.80	（Ｂ） 0.81	（Ｃ） 0.82	（Ｄ） 0.83	（Ｅ） 0.84
（Ｆ） 0.85	（Ｇ） 0.86	（Ｈ） 0.87	（Ｉ） 0.88	（Ｊ） 0.89

【②第 m 保険年度末の全期チルメル式責任準備金の選択肢】

（Ａ） 0.90	（Ｂ） 0.91	（Ｃ） 0.92	（Ｄ） 0.93	（Ｅ） 0.94
（Ｆ） 0.95	（Ｇ） 0.96	（Ｈ） 0.97	（Ｉ） 0.98	（Ｊ） 0.99

（６） 60 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 20 年の養老保険に加入していた契約者が、契約から 10 年経過時に次の２つの契約内容の変更を検討した。
なお、予定利率および予定死亡率は契約内容の変更前後で同一とする。

① 解約返戻金（全期チルメル式責任準備金に等しい）を原資とした払済養老保険への移行。

② 70 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1 の一時払終身保険への転換。転換の方法は、元の契約の平準純保険料式責任準備金を用いて、転換後契約の一時払営業保険料の一部に充当する方法とする。

契約内容変更後の予定事業費は下表のとおりであるとする。払済養老保険の払済保険金額が 0.472、転換時に追加で払い込む一時払営業保険料が 0.425 であるとき、契約内容変更前の養老保険のチルメル割合（保険金額 1 に対する割合）の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、$\ddot{a}_{60:\overline{20|}}=15.8032$、$\ddot{a}_{70:\overline{10|}}=8.4323$、$A_{70}=0.8653$、$A_{70:\overline{10|}}=0.9157$ とする。

払済養老保険	毎年度始に払済保険金額 1 に対し 0.002
一時払終身保険	新契約時（転換時）にのみ、営業保険料 1 に対し 0.03

（Ａ） 0.050	（Ｂ） 0.052	（Ｃ） 0.054	（Ｄ） 0.056	（Ｅ） 0.058
（Ｆ） 0.060	（Ｇ） 0.062	（Ｈ） 0.064	（Ｉ） 0.066	（Ｊ） 0.068

（7） 死亡・就業不能脱退残存表において、下表のとおり死亡率および就業不能率が与えられるとき、「①41 歳の就業者数：l_{41}^{aa}」および「②40 歳の就業者が 2 年以内に就業不能となり 42 歳まで生存する確率：${}_2 p_{40}^{ai}$」の値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。ただし、$l_{40}^{aa}=97{,}608$、$l_{41}^{ii}=619$とする。
なお、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	$q_x^{(i)}$	q_x^{ii}	q_x^{i}	q_x^{a}
40	0.001045	0.039033	0.035654	0.001668
41	0.001130	0.040388	0.037092	0.001850

$q_x^{(i)}$ ：x 歳の就業者の就業不能率
q_x^{ii} ：x 歳の就業不能者の脱退残存表上の死亡率
q_x^{i} ：x 歳の就業不能者の絶対死亡率
q_x^{a} ：x 歳の就業者が 1 年以内に死亡する確率

【①l_{41}^{aa}の選択肢】

（A） 97,305	（B） 97,310	（C） 97,315	（D） 97,320	（E） 97,325
（F） 97,330	（G） 97,335	（H） 97,340	（I） 97,345	（J） 97,350

【②${}_2 p_{40}^{ai}$の選択肢】

（A） 0.0020	（B） 0.0021	（C） 0.0022	（D） 0.0023	（E） 0.0024
（F） 0.0025	（G） 0.0026	（H） 0.0027	（I） 0.0028	（J） 0.0029

（８）　下表の給付を行う、x 歳加入、保険料年払全期払込、入院日額 δ、保険期間 n 年の災害入院保障保険（以降、原契約と呼ぶ）を考える。

給付種類	給付内容	予定発生率
災害入院給付金	入院日数×入院日額を支払う。 支払は 60 日を限度とする。すなわち、一度の災害入院につき最大で 60×入院日額 δ の災害入院給付金を支払う。	入院日数が i 日の災害入院の発生率 $q^{ahi}=\begin{cases}2h & (1\leqq i\leqq 90)\\ h & (91\leqq i\leqq 180)\\ 0 & (181\leqq i)\end{cases}$ $\sum_{i=1}^{\infty}q^{ahi}=q^{ah}$ ただし、h は $0<h<\dfrac{1}{270}$ なる年齢によらない定数

原契約に対し、次の①および②の変更を行う。

① 支払限度日数を 60 日から 90 日に拡大する。すなわち、一度の災害入院につき最大で 90×入院日額 δ の災害入院給付金を支払う。

② 20 日以内の災害入院は支払の対象外とし、入院日数から 20 を引いた日数に対し日額 δ を支払う（以降、これを不担保期間と呼ぶ）。すなわち、不担保期間の導入後は、21 日以上の入院に対して「（入院日数－20）×入院日額 δ」の災害入院給付金を支払う。

原契約の年払純保険料が 1 のとき、①および②の変更を行った後の年払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
なお、災害入院の発生および災害入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、災害入院は 1 年間に 2 回以上発生しないものとする。

（Ａ） 1.0000　（Ｂ） 1.0025　（Ｃ） 1.0050　（Ｄ） 1.0075　（Ｅ） 1.0100
（Ｆ） 1.0125　（Ｇ） 1.0150　（Ｈ） 1.0175　（Ｉ） 1.0200　（Ｊ） 1.0225

問題 2. 次の（1）～（6）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各７点（計４２点）

（1）　$l_x = \left(1 - \dfrac{x}{\omega}\right)^{\alpha-1}$ （$0 \leqq x < \omega$，$\alpha > 1$）のとき、${}_{10|}\mathring{e}_{60}$ の値に最も近いのは次のうちどれか。ただし、$\mu_x \cdot \mathring{e}_x = \dfrac{2}{3}$、$\mathring{e}_{60} = 15$とする。

（A） 7.00　（B） 7.01　（C） 7.02　（D） 7.03　（E） 7.04
（F） 7.05　（G） 7.06　（H） 7.07　（I） 7.08　（J） 7.09

（2）　ある集団が原因 A、B、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。各脱退はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。
ここで、x 歳における A 脱退の絶対脱退率 q_x^{A*} は変化せず、B 脱退、C 脱退の絶対脱退率 q_x^{B*}、q_x^{C*} が変化した新たな 3 重脱退残存表を考える。
新たな脱退残存表において、もとの脱退残存表に対し、q_x^{B*} が 1.25 倍、A 脱退率 q_x^A が 0.975 倍、x 歳の 1 年後の残存率 p_x^* が k 倍になることがわかった。
もとの脱退残存表において、$q_x^{B*} = 0.025$、$q_x^{C*} = 0.050$であるとき、k の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 0.80　（B） 0.85　（C） 0.90　（D） 0.95　（E） 1.00
（F） 1.05　（G） 1.10　（H） 1.15　（I） 1.20　（J） 1.25

（3）　x 歳加入、保険期間 10 年で、第 1 年度が 10、第 2 年度が 9、以下毎年 1 ずつ減少し、第 10 年度が 1 となる死亡保険金を死亡した年度末に支払い、満期まで生存すれば満期時に生存保険金 1 を支払う保険の一時払純保険料が 0.8944 であるとする。この保険の純保険料を、第 1 年度が 10P、第 2 年度が 9P、以下毎年 P ずつ減少し、第 10 年度が P となるように、毎年変動させて年始に払い込むとする場合、P の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、$A_{x:\overline{10|}} = 0.6253$、$\ddot{a}_{x:\overline{10|}} = 7.8695$とする。

（A） 0.015　（B） 0.016　（C） 0.017　（D） 0.018　（E） 0.019
（F） 0.020　（G） 0.021　（H） 0.022　（I） 0.023　（J） 0.024

（４）　50 歳加入、保険料年払 10 年払込、60 歳年金開始、年度始支払、年金額 1 の終身年金保険を考える。
なお、年金開始前に死亡した場合には、年金原資に死亡時の経過年数（端数月切上げ）を 10 で除した数値を乗じて得た額を年度末に支払う。

予定事業費は次のとおりとする。

予定新契約費	新契約時にのみ、年金原資 1 に対し 0.04
予定維持費	毎年度始に、年金開始前は年金原資 1 に対し毎年 0.001、年金開始後は年金額 1 に対し毎年 0.005
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.01

年金原資とは年金開始時点における年金現価であり、予定事業費を含まない金額をいう。
このとき、この保険の営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ここで、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	M_x	R_x
50	57,877	1,524,578	42,782	1,273,888
60	49,560	982,283	39,834	857,705

（Ａ） 1.89　（Ｂ） 1.91　（Ｃ） 1.93　（Ｄ） 1.95　（Ｅ） 1.97
（Ｆ） 1.99　（Ｇ） 2.01　（Ｈ） 2.03　（Ｉ） 2.05　（Ｊ） 2.07

（５）　同一の生命表に従う x 歳が 3 人、y 歳が 1 人からなる 4 人の被保険者(x)、(x)、(x)、(y)について、以下のような期始払年金を支払うとき、この年金の現価に等しい式は次のうちどれか。

- 生存者が 3 人以上のときは、生存者各人に年金額 1 を支払う。
- 生存者が 2 人のときは、生存者各人に年金額$\frac{1}{2}$を支払う。
- 生存者が 1 人以下のときは、支払いは行われない。（すなわち、生存者が 1 人以下になった時点で年金支払は終了する。）

（Ａ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}$
（Ｂ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-\ddot{a}_{xxx}-3\ddot{a}_{xxy}$
（Ｃ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}+\ddot{a}_{xxx}+3\ddot{a}_{xxy}$
（Ｄ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}+3\ddot{a}_{xxx}+9\ddot{a}_{xxy}$
（Ｅ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-2\ddot{a}_{xxxy}$
（Ｆ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-4\ddot{a}_{xxxy}$
（Ｇ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}+4\ddot{a}_{xxxy}$
（Ｈ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}+2\ddot{a}_{xxx}+6\ddot{a}_{xxy}-2\ddot{a}_{xxxy}$
（Ｉ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-2\ddot{a}_{xxx}-6\ddot{a}_{xxy}+3\ddot{a}_{xxxy}$
（Ｊ） $3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}+3\ddot{a}_{xxx}+9\ddot{a}_{xxy}+4\ddot{a}_{xxxy}$

（6）　介護不要者である x 歳の被保険者が次の給付を行う保険に加入する場合を考える。

【給付内容】

・ y 歳（$x<y$）までに要介護者になれば、その年度末から毎年度末に年金額 1 の終身年金を支払う。
・ 要介護者にならずに y 歳に到達すれば、その時点から毎年度始に年金額 1 の終身年金を支払う。ただし、y 歳以降に要介護者になればその翌年度始から年金額を 1 増額し、年金額 2 を支払う。
・ 被保険者が死亡した場合、死亡保険金 2 を即時に支払う。

保険料は被保険者が介護不要者である限り、y 歳到達前まで毎年度始に払い込むものとする。
このとき、この保険の年払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ここで、計算基数は下表のとおりとする。
なお、死亡および要介護状態への異動はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、要介護者でない者は介護不要者であることとし、要介護者が回復して介護不要者に復帰することはないものとする。

m	D_m^{ii}	D_m^{i}	N_m^{aa}	N_m	N_m^{i}	$\overline{M}_m$	$\overline{M}_m^{i}$
x	2,726	6,954	788,275	889,187	75,063	54,355	5,508
y	5,116	3,397	248,829	310,129	21,419	34,816	2,999

（A） 0.80　（B） 0.81　（C） 0.82　（D） 0.83　（E） 0.84
（F） 0.85　（G） 0.86　（H） 0.87　（I） 0.88　（J） 0.89

問題 3. 次の（１）、（２）の各問について、最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。　　　　各９点（計１８点）

（１）　n 年かけて目標額 1 を積み立てる定期積金に加入する際、死亡した場合にも目標額が達成されるように、死亡した年度末に目標額 1 と定期積金の元利合計の差額を支払う定期保険（保険金変動）に同時に加入することを考える。なお、定期保険と定期積金の加入年齢は x 歳、定期保険と定期積金の保険料は年 1 回期始払込とし、定期保険の予定利率は定期積金の利率と同じであるとする。

(a)　次の①～⑧の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この定期保険の給付現価を A とすると、

$$A=\sum_{t=1}^{n} v^{t}\cdot {}_{t-1|}q_x\cdot\left(1-\frac{\boxed{\text{①}}}{\boxed{\text{②}}}\right)$$

$$=\boxed{\text{③}}-\sum_{t=1}^{n}\frac{\boxed{\text{①}}\cdot C_{x+t-1}}{\boxed{\text{②}}\cdot D_x}$$

$$=\boxed{\text{③}}-\frac{\sum_{t=1}^{n}\left\{\left(1+\boxed{\text{④}}\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}-\boxed{\text{①}}\cdot\boxed{\text{⑥}}\right\}}{\boxed{\text{②}}\cdot D_x}$$

$$=\boxed{\text{③}}-\frac{\boxed{\text{⑦}}}{\boxed{\text{②}}}+\frac{\boxed{\text{⑧}}}{D_x}$$

【選択肢】

（ア）　D_{x+t-1}	（イ）　D_{x+t}	（ウ）　D_{x+t+1}	（エ）　D_{x+n}	（オ）　C_{x+t}
（カ）　C_{x+t+1}	（キ）　N_{x+t-1}	（ク）　N_{x+t}	（ケ）　N_{x+t+1}	（コ）　N_{x+n}
（サ）　M_{x+t-1}	（シ）　M_{x+t}	（ス）　M_{x+t+1}	（セ）　M_{x+n}	（ソ）　v^{n-t}
（タ）　v^{n}	（チ）　$\ddot{a}_{\overline{t-1|}}$	（ツ）　$\ddot{a}_{\overline{t|}}$	（テ）　$\ddot{a}_{\overline{t+1|}}$	（ト）　$\ddot{a}_{\overline{n-t|}}$
（ナ）　$\ddot{a}_{\overline{n|}}$	（ニ）　$\ddot{s}_{\overline{t-1|}}$	（ヌ）　$\ddot{s}_{\overline{t|}}$	（ネ）　$\ddot{s}_{\overline{t+1|}}$	（ノ）　$\ddot{s}_{\overline{n-t|}}$
（ハ）　$\ddot{s}_{\overline{n|}}$	（ヒ）　$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$	（フ）　$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}$	（ヘ）　$a_{x:\overline{n|}}$	（ホ）　$a_{x+t:\overline{n-t|}}$
（マ）　$A^{1}_{x:\overline{n|}}$	（ミ）　$A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$	（ム）　$A_{x:\overline{n|}}$	（メ）　$(IA)^{1}_{x:\overline{n|}}$	（モ）　$(DA)^{1}_{x:\overline{n|}}$

(b)　$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=8.485544$、$\ddot{a}_{\overline{n|}}=9.162237$ であるとき、この定期保険の年払純保険料の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

【選択肢】

（Ａ）　0.0080	（Ｂ）　0.0081	（Ｃ）　0.0082	（Ｄ）　0.0083	（Ｅ）　0.0084
（Ｆ）　0.0085	（Ｇ）　0.0086	（Ｈ）　0.0087	（Ｉ）　0.0088	（Ｊ）　0.0089

余白ページ

（２）　３人の被保険者 X、Y、Z の年齢をそれぞれ x 歳、y 歳、z 歳とし、３人は同一の生命表に従うとする。
ここで、X、Y の最終生存者の死亡が Z の生存中か、あるいは Z の死亡後 m 年以内である場合にかぎり保険金額１を年度末に支払う連生保険の一時払純保険料を求める。

次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、⑤と⑥、⑦と⑧、⑩～⑫はそれぞれ順不同で、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この連生保険の一時払純保険料は、次の２つの部分 A_1、A_2 に分けることができる。

A_1：最初の m 年以内に X、Y の最終生存者が死亡した場合に保険金額１を支払う死亡保険の一時払純保険料

A_2：m 年経過後かつ Z が生存中あるいは Z の死亡後 m 年以内に X、Y の最終生存者が死亡した場合に保険金額１を支払う死亡保険の一時払純保険料

最初の m 年は Z の生死に関係ないので、$A_1=\sum_{t=0}^{m-1} v^{t+1}\cdot\boxed{\text{①}}$ となる。

これを展開すると、

$$A_1=\sum_{t=0}^{m-1} v^{t+1}\cdot\boxed{\text{①}}=\left(A_x+A_y-A_{xy}\right)-\left(\frac{D_{x+m}}{D_x}\cdot A_{x+m}+\frac{D_{y+m}}{D_y}\cdot A_{y+m}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot A_{x+m,y+m}\right)$$

次に m 年経過後については、X、Y の最終生存者の死亡時点の少なくとも m 年前に Z が生存していなければならないので、

$$A_2=\sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\boxed{\text{②}}\cdot{}_s p_{\overline{xy}}\cdot\mu_{\overline{x+s,y+s}}\,ds$$

$$=\sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\boxed{\text{②}}\cdot\left({}_s q_y\cdot\boxed{\text{③}}\cdot\boxed{\text{④}}+{}_s q_x\cdot\boxed{\text{⑤}}\cdot\boxed{\text{⑥}}\right)ds$$

となる。

$$\text{右辺第1項}=\sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\boxed{\text{②}}\cdot\left(1-{}_s p_y\right)\cdot\boxed{\text{③}}\cdot\boxed{\text{④}}\,ds$$

$$=\sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\left(\boxed{\text{②}}\cdot\boxed{\text{③}}\cdot\boxed{\text{④}}-\boxed{\text{②}}\cdot{}_s p_y\cdot\boxed{\text{③}}\cdot\boxed{\text{④}}\right)ds$$

$$=\sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\left(\boxed{\text{②}}\cdot\boxed{\text{⑦}}\cdot\boxed{\text{⑧}}\cdot\boxed{\text{④}}\right.$$
$$\left.-\boxed{\text{②}}\cdot{}_m p_y\cdot\boxed{\text{⑨}}\cdot\boxed{\text{⑦}}\cdot\boxed{\text{⑧}}\cdot\boxed{\text{④}}\right)ds$$

$$=v^m\cdot{}_m p_x\sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\left(\boxed{\text{⑩}}\cdot\boxed{\text{⑪}}\cdot\boxed{\text{⑫}}\right)ds$$
$$-v^m\cdot{}_m p_y\cdot{}_m p_x\sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1}\int_t^{t+1}\left(\boxed{\text{⑩}}\cdot{}_s p_{y+m}\cdot\boxed{\text{⑪}}\cdot\boxed{\text{⑫}}\right)ds$$

$$=\frac{D_{x+m}}{D_x}\cdot\boxed{\text{⑬}}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot\boxed{\text{⑭}}$$

よって、求める一時払純保険料は、

$$A_1 + A_2 = \left(A_x + A_y - A_{xy}\right) - \left(\frac{D_{x+m}}{D_x} \cdot \left(A_{x+m} - \boxed{⑬}\right) + \frac{D_{y+m}}{D_y} \cdot \left(A_{y+m} - \boxed{⑮}\right) - \frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}} \cdot \left(A_{x+m,y+m} - \boxed{⑭} - \boxed{⑯}\right) \right)$$

【①～⑫の選択肢】

（ア）	${}_{t\|}q_{\overset{1}{\overline{xy}},z}$	（イ）	${}_{t}q_{xy}$	（ウ）	${}_{t\|}q_{\overline{xy}}$	（エ）	${}_{t\|}q_{xy}$	（オ）	${}_{t\|}q_{xyz}$
（カ）	μ_{x+m}	（キ）	μ_{x+s}	（ク）	μ_{x+m+s}	（ケ）	μ_{y+m}	（コ）	μ_{y+s}
（サ）	μ_{y+m+s}	（シ）	μ_{z+m}	（ス）	μ_{z+s}	（セ）	μ_{z+m+s}	（ソ）	${}_{m}p_{x}$
（タ）	${}_{m}p_{y}$	（チ）	${}_{m}p_{z}$	（ツ）	${}_{s}p_{x}$	（テ）	${}_{s}p_{y}$	（ト）	${}_{s}p_{z}$
（ナ）	${}_{s+m}p_{x}$	（ニ）	${}_{s+m}p_{y}$	（ヌ）	${}_{s+m}p_{z}$	（ネ）	${}_{s-m}p_{x}$	（ノ）	${}_{s-m}p_{y}$
（ハ）	${}_{s-m}p_{z}$	（ヒ）	${}_{s}p_{x+m}$	（フ）	${}_{s}p_{y+m}$	（ヘ）	${}_{s}p_{z+m}$	（ホ）	${}_{s+m}p_{x+m}$
（マ）	${}_{s+m}p_{y+m}$	（ミ）	${}_{s+m}p_{z+m}$	（ム）	${}_{s-m}p_{x+m}$	（メ）	${}_{s-m}p_{y+m}$	（モ）	${}_{s-m}p_{z+m}$

【⑬～⑯の選択肢】

（ア）	$A_{\overset{1}{x}y}$	（イ）	$A_{x\overset{1}{y}}$	（ウ）	$A_{\overset{1}{x}z}$	（エ）	$A_{x\overset{1}{z}}$	（オ）	$A_{\overset{1}{y}z}$
（カ）	$A_{y\overset{1}{z}}$	（キ）	$A_{\overset{1}{x+m},y}$	（ク）	$A_{x+m,\overset{1}{y}}$	（ケ）	$A_{\overset{1}{x+m},z}$	（コ）	$A_{x+m,\overset{1}{z}}$
（サ）	$A_{\overset{1}{y+m},z}$	（シ）	$A_{y+m,\overset{1}{z}}$	（ス）	$A_{\overset{1}{x},y+m,z}$	（セ）	$A_{x,\overset{1}{y+m},z}$	（ソ）	$A_{x,y+m,\overset{1}{z}}$
（タ）	$A_{\overset{1}{x+m},y,z}$	（チ）	$A_{x+m,\overset{1}{y},z}$	（ツ）	$A_{x+m,y,\overset{1}{z}}$	（テ）	$A_{\overset{1}{x+m},y+m,z}$	（ト）	$A_{x+m,\overset{1}{y+m},z}$
（ナ）	$A_{x+m,y+m,\overset{1}{z}}$	（ニ）	$A_{\overset{1}{x+m},y+m,z+m}$	（ヌ）	$A_{x+m,\overset{1}{y+m},z+m}$	（ネ）	$A_{x+m,y+m,\overset{1}{z+m}}$		

以上

生保数理（解答例）

問題１.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（Ｉ）**	５点	（５）	①**（Ｆ）**②**（Ｆ）**	５点
（２）	①　×　②　○ ③　×　④　× ⑤　○	５点	（６）	**（Ａ）**	５点
（３）	**（Ｅ）**	５点	（７）	①**（Ｉ）**②**（Ｂ）**	５点
（４）	**（Ｉ）**	５点	（８）	**（Ｈ）**	５点

※（２）（５）（７）は完答の場合のみ得点

（１）

$\ddot{a}_{\infty}=\dfrac{1}{d}$、${}_{n|}\ddot{a}_{\overline{n}|}=v^n\cdot\dfrac{1-v^n}{d}$、$\ddot{a}_{\overline{n}|}=\dfrac{1-v^n}{d}$

を用い、両辺に d を乗じ、v^{32} を x とすると、

$10=6x\cdot(1-x)+11(1-x)$

$6x^2+5x-1=0$

$(6x-1)\cdot(x+1)=0$

$0<x<1$ より、$x=\dfrac{1}{6}$ を得る。

$v=\left(\dfrac{1}{6}\right)^{\frac{1}{32}}=\left(\dfrac{1}{6}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=0.945546$

より、$i=\dfrac{1}{v}-1=5.7590\%$

解答：**（Ｉ）**

（２）

題意より、$l_0=12{,}000$、$\dfrac{l_0}{T_0}=0.016$、$\dfrac{T_{45}}{T_0}=0.36$、$\dfrac{T_0-T_{45}-45l_{45}}{l_0-l_{45}}=5.0$ が成り立つ。

これを用いて、①～⑤をそれぞれ算定すると以下のとおりとなる。

①　$T_0=\dfrac{12{,}000}{0.016}=750{,}000$

②　$T_{45}=750{,}000\times0.36=270{,}000$ より、$l_{45}=10{,}500$

③　$\dfrac{T_0}{l_0}=\dfrac{750{,}000}{12{,}000}=62.5$

④　$\dfrac{T_{45}}{l_{45}}=\dfrac{270{,}000}{10{,}500}=25.71$

⑤　$\dfrac{l_{45}}{T_{45}}=\dfrac{10{,}500}{270{,}000}=0.03889$

よって、②と⑤が正しい。

解答：①　×　②　○　③　×　④　×　⑤　○

（３）

第 $t+1$ 年度の危険保険料を ${}_{t+1}P^r$ とすると、

$$
\begin{aligned}
{}_{t+1}P^r &= v \cdot q_{x+t} \cdot (1 - {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|}) \\
&= v \cdot q_{x+t} \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \\
&= v \cdot q_{x+t} \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - 1}{v \cdot p_{x+t}} \cdot \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \\
&= q_{x+t} \cdot \frac{(1 - {}_tV_{x:\overline{n}|}) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1}{p_{x+t} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \\
&= 0.00192 \cdot \frac{(1-0.39746) \cdot 25.44765 - 1}{(1-0.00192) \cdot 25.44765} = 0.0010835
\end{aligned}
$$

解答：（**E**）

（４）

予定死亡率変更前の年払純保険料を P 、平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ 、予定死亡率変更後の年払純保険料を P' 、平準純保険料式責任準備金を ${}_tV'$ とすると

$({}_tV + P) \cdot (1+i) = q_{x+t} \cdot (1 - {}_{t+1}V) + {}_{t+1}V$

$({}_tV' + P') \cdot (1+i) = q'_{x+t} \cdot (1 - {}_{t+1}V') + {}_{t+1}V'$

ここで、${}_tV = {}_tV'$ 、${}_{t+1}V = {}_{t+1}V'$ より、辺々引いて、$(P - P') \cdot (1+i) = (q_{x+t} - q'_{x+t}) \cdot (1 - {}_{t+1}V)$

$x = 50$、$t = 0$ とおくと、$(P - P') \cdot (1+i) = (q_{50} - q'_{50}) \cdot (1 - {}_1V)$

また、$({}_0V + P) \cdot (1+i) = q_{50} \cdot (1 - {}_1V) + {}_1V$ より、${}_1V = \dfrac{P \cdot (1+i) - q_{50}}{1 - q_{50}}$

よって、$(P - P') \cdot (1+i) = (q_{50} - q'_{50}) \cdot \left\{ 1 - \dfrac{P \cdot (1+i) - q_{50}}{1 - q_{50}} \right\}$

これより、$$q'_{50} = q_{50} - \frac{(P - P') \cdot (1+i)}{1 - \dfrac{P \cdot (1+i) - q_{50}}{1 - q_{50}}} = 0.00383 - \frac{(0.0918 - 0.0915) \cdot 1.02}{1 - \dfrac{0.0918 \cdot 1.02 - 0.00383}{1 - 0.00383}} = 0.0034937$$

解答：（**I**）

（５）

この保険の年払純保険料を P 、第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ 、

第 t 保険年度末の全期チルメル式責任準備金を ${}_tV^{(z)}$ とする。

$2 \leqq t \leqq m$ のとき、第 $t-1$ 保険年度末の平準純保険料式責任準備金と全期チルメル式責任準備金との関係は次の通り。

$${}_{t-1}V^{(z)} = {}_{t-1}V - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t-1:\overline{m-t+1}|} = {}_{t-1}V - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot (1 + v \cdot p_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|})$$

この式の $t-1$ を t に読み替え、両辺に $v \cdot p_{x+t-1}$ を乗じた

$$v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV^{(z)} = v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV - v \cdot p_{x+t-1} \cdot \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$$

から引くと、次式を得る。

$$v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV - {}_{t-1}V = v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV^{(z)} - {}_{t-1}V^{(z)} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \quad \cdots \quad \text{(I)}$$

また、責任準備金の再帰式より次式を得る。

$$v \cdot p_{x+t-1} \cdot {}_tV - {}_{t-1}V = P - v \cdot q_{x+t-1} \cdot {}_tV^{(z)}$$

これに(I)を代入して整理すると、

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} = v \cdot {}_tV^{(z)} - {}_{t-1}V^{(z)} \quad (2 \leqq t \leqq m) \quad \cdots \quad \text{(II)}$$

t=1 のとき、責任準備金の再帰式において ${}_0V = 0$ であることから、

$$\begin{aligned} P &= v \cdot q_x \cdot {}_1V^{(z)} + v \cdot p_x \cdot {}_1V \\ &= v \cdot q_x \cdot {}_1V^{(z)} + v \cdot p_x \cdot \left({}_1V^{(z)} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|} \right) \\ &= v \cdot q_x \cdot {}_1V^{(z)} + v \cdot p_x \cdot \left({}_1V^{(z)} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \frac{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - 1}{v \cdot p_x} \right) \end{aligned}$$

が成立するため、次式を得る。

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} = v \cdot {}_1V^{(z)} + \alpha \quad \cdots \quad \text{(III)}$$

（なお、この関係式は(II)の式において、t=1 のとき ${}_0V^{(z)} = -\alpha$ としても得ることができる。）

$m < t \leqq n$ については、責任準備金の再帰式において ${}_tV^{(z)} = {}_tV$ であることから、

$${}_{t-1}V^{(z)} = v \cdot {}_tV^{(z)} \quad (m < t \leqq n) \quad \cdots \quad \text{(IV)}$$

を得る。

(II)、(III)および(IV)の両辺に v^{t-1} を乗じて $t = 1,2,\ldots,n$ について加えると、

$$P \cdot \ddot{a}_{\overline{m}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \ddot{a}_{\overline{m}|} = v^n + \alpha$$

$$\therefore P = \frac{v^n + \alpha}{\ddot{a}_{\overline{m}|}} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \quad \cdots \quad \text{(V)}$$

(IV)より、第 m 保険年度末の全期チルメル式責任準備金は、次の通り計算できる。

$$\begin{aligned} {}_mV^{(z)} &= v \cdot {}_{m+1}V^{(z)} = v^{n-m} \cdot {}_nV^{(z)} = v^{n-m} \\ &= \frac{v^n}{v^m} = \frac{1 - d \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{1 - d \cdot \ddot{a}_{\overline{m}|}} = \frac{1 - \frac{0.01}{1.01} \cdot 14.00370}{1 - \frac{0.01}{1.01} \cdot 9.56602} = 0.95146 \end{aligned}$$

また、(II)および(V)より、第 $m-1$ 保険年度末の全期チルメル式責任準備金は、次の通り計算できる。

$$ {}_{m-1}V^{(z)} = v \cdot {}_m V^{(z)} - \left(P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m|}}} \right) = v \cdot {}_m V^{(z)} - \frac{v^n + \alpha}{\ddot{a}_{\overline{m|}}} $$

$$ = \frac{1}{1.01} \cdot 0.95146 - \frac{1 - \frac{0.01}{1.01} \cdot 14.00370 + 0.03}{9.56602} = 0.84886 $$

解答：　①（F）　②（F）

（６）

契約から10年経過時の養老保険の平準純保険料式責任準備金を V とすると､転換時に追加で払い込む一時払営業保険料が0.425となることから、

$$ \frac{A_{70}}{1-0.03} - V = 0.425 $$

これより、

$$ V = \frac{0.8653}{1-0.03} - 0.425 $$
$$ = 0.467062 $$

チルメル割合を α とすると、養老保険の10年経過時の全期チルメル式責任準備金は、

$$ V - \alpha \cdot \frac{\ddot{a}_{70:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{60:\overline{20|}}} $$

と表され、払済養老保険の払済保険金額が0.472となることから、

$$ V - \alpha \cdot \frac{\ddot{a}_{70:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{60:\overline{20|}}} = 0.472 \cdot \left(A_{70:\overline{10|}} + 0.002 \cdot \ddot{a}_{70:\overline{10|}} \right) $$

となる。この式を α について解き、値を代入すると、

$$ \alpha = \frac{15.8032}{8.4323} \cdot \{ 0.467062 - 0.472 \cdot (0.9157 + 0.002 \cdot 8.4323) \} $$
$$ = 0.05040 $$

解答：（A）

(別解)

契約から10年経過時の養老保険の平準純保険料式責任準備金 V は、与えられた数値より、

$$ V = 1 - \frac{\ddot{a}_{70:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{60:\overline{20|}}} = 1 - \frac{8.4323}{15.8032} = 0.466418 $$

と求められる。これを用いてチルメル割合 α を計算すると、

$$ \alpha = \frac{15.8032}{8.4323} \cdot \{ 0.466418 - 0.472 \cdot (0.9157 + 0.002 \cdot 8.4323) \} $$
$$ = 0.04919 $$

解答：（A）

（７）

$i_{40}=l_{40}^{aa}\cdot q_{40}^{(i)}=97{,}608\times 0.001045=102$

$d_{40}^{aa}=l_{40}^{aa}\cdot q_{40}^{a}-\frac{1}{2}i_{40}\cdot q_{40}^{i}=97{,}608\times 0.001668-\frac{1}{2}\times 102\times 0.035654=161$

より、

$l_{41}^{aa}=l_{40}^{aa}-i_{40}-d_{40}^{aa}=97{,}608-102-161=97{,}345$

$l_{40}^{ii}=(l_{41}^{ii}-i_{40})/(1-q_{40}^{ii})=(619-102)/(1-0.039033)=538$

$l_{42}^{ii}=l_{41}^{ii}-d_{41}^{ii}+i_{41}=l_{41}^{ii}\cdot(1-q_{41}^{ii})+l_{41}^{aa}\cdot q_{41}^{(i)}$

$=619\times(1-0.040388)+97{,}345\times 0.001130=704$

より、

$${}_2p_{40}^{ai}=\frac{l_{42}^{ii}-l_{40}^{ii}\cdot{}_2p_{40}^{i}}{l_{40}^{aa}}=\frac{l_{42}^{ii}-l_{40}^{ii}\cdot(1-q_{40}^{i})\cdot(1-q_{41}^{i})}{l_{40}^{aa}}$$

$$=\frac{704-538\times(1-0.035654)\times(1-0.037092)}{97{,}608}=0.002094$$

解答：　①（Ｉ）　②（Ｂ）

（８）

原契約の年払純保険料 P は、支払限度日数に注意すると、

$$P=\frac{\frac{1}{D_x}\sum_{t=0}^{n-1}\left\{D_{x+t}\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot q^{ah}\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\left(\min(i,60)\cdot\frac{q^{ahi}}{q^{ah}}\right)\right\}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$$

$$=\frac{v^{\frac{1}{2}}\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\min(i,60)\cdot q^{ahi}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$$

$$=v^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\sum_{i=1}^{60}i\cdot 2h+\sum_{i=61}^{90}60\cdot 2h+\sum_{i=91}^{180}60\cdot h\right)\cdot\delta$$

$$=\left\{2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 60\cdot 61+60\cdot 30\right)+60\cdot 90\right\}\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot h\cdot\delta$$

$$=12{,}660\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot h\cdot\delta=1$$

と表わされる。

次に変更後の年払純保険料を考える。支払限度日数の引上げ後かつ不担保期間導入後の年払純保険料 P' は、

$$P' = \frac{\frac{1}{D_x} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t} \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\sum_{i=21}^{\infty} q^{ahi} \right) \cdot \sum_{i=21}^{\infty} \left(\min(i-20,90) \cdot \frac{q^{ahi}}{\sum_{j=21}^{\infty} q^{ahj}} \right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta$$

$$= \frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{i=21}^{\infty} \min(i-20,90) \cdot q^{ahi} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta$$

$$= v^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \sum_{i=21}^{90} (i-20) \cdot 2h + \sum_{i=91}^{110} (i-20) \cdot h + \sum_{i=111}^{180} 90 \cdot h \right\} \cdot \delta$$

$$= \left\{ 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 71 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (71+90) + 90 \cdot 70 \right\} \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta$$

$$= 12{,}880 \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta$$

$$= 12{,}880 \cdot \frac{P}{12{,}660} = \frac{12{,}880}{12{,}660} \cdot 1 = 1.017378$$

解答：（H）

問題 2.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（Ｇ）**	7 点	（４）	**（Ｇ）**	7 点
（２）	**（Ｄ）**	7 点	（５）	**（Ｅ）**	7 点
（３）	**（Ｅ）**	7 点	（６）	**（Ｅ）**	7 点

（１）

$\mu_x = -\dfrac{d\log l_x}{dx}$ より、

$$\mu_x = -\frac{d\log\left(1-\dfrac{x}{\omega}\right)^{\alpha-1}}{dx} = \frac{\alpha-1}{\omega-x}$$

$$\mathring{e}_x = \int_0^{\omega-x} {}_t p_x\,dt = \int_0^{\omega-x} \frac{\left(1-\dfrac{x+t}{\omega}\right)^{\alpha-1}}{\left(1-\dfrac{x}{\omega}\right)^{\alpha-1}}dt = \frac{1}{(\omega-x)^{\alpha-1}}\int_0^{\omega-x}(\omega-x-t)^{\alpha-1}dt$$

$$= \frac{1}{(\omega-x)^{\alpha-1}}\left[\frac{-(\omega-x-t)^{\alpha}}{\alpha}\right]_0^{\omega-x} = \frac{\omega-x}{\alpha}$$

よって、 $\mu_x\cdot\mathring{e}_x = \dfrac{\alpha-1}{\alpha} = \dfrac{2}{3}$ より、 $\alpha=3$

また、 $\mathring{e}_{60} = \dfrac{\omega-60}{3} = 15$ より、 $\omega=105$

したがって、

$${}_{10|}\mathring{e}_{60} = {}_{10}p_{60}\cdot\mathring{e}_{70} = \left(\frac{1-\dfrac{70}{105}}{1-\dfrac{60}{105}}\right)^2\cdot\frac{105-70}{3} = \left(\frac{105-70}{105-60}\right)^2\cdot\frac{35}{3} = 7.0576$$

解答：**（Ｇ）**

（２）

A 脱退率 q_x^A は、A 脱退、B 脱退、C 脱退の絶対脱退率 q_x^{A*} 、 q_x^{B*} 、 q_x^{C*} を用いて、次の式で計算される。

$$q_x^A = q_x^{A*} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{2}\left(q_x^{B*} + q_x^{C*}\right) + \frac{1}{3} q_x^{B*} \cdot q_x^{C*} \right\}$$

したがって、 q_x^{B*} が 1.25 倍になったとき、A 脱退率 q_x^A が 0.975 倍になることから、新たな 3 重脱退残存表の C 脱退の絶対脱退率を q_x^{C**} とすると、次の式が成り立つ。

$$0.975 = \left\{ 1 - \frac{1}{2}\left(1.25 q_x^{B*} + q_x^{C**}\right) + \frac{1}{3} \cdot 1.25 q_x^{B*} \cdot q_x^{C**} \right\} \div \left\{ 1 - \frac{1}{2}\left(q_x^{B*} + q_x^{C*}\right) + \frac{1}{3} q_x^{B*} \cdot q_x^{C*} \right\}$$

これに、 $q_x^{B*} = 0.025$、 $q_x^{C*} = 0.050$を代入すると、 $q_x^{C**} = 0.09300$

また、x 歳の 1 年後の残存率 p_x^* は、A 脱退、B 脱退、C 脱退の絶対脱退率 q_x^{A*} 、 q_x^{B*} 、 q_x^{C*} を用いて、次の式で計算される。

$$p_x^* = \left(1 - q_x^{A*}\right) \cdot \left(1 - q_x^{B*}\right) \cdot \left(1 - q_x^{C*}\right)$$

したがって、 p_x^* の変化 k 倍は、次の式で計算される。

$$k = \frac{\left(1 - 1.25 q_x^{B*}\right) \cdot \left(1 - q_x^{C**}\right)}{\left(1 - q_x^{B*}\right) \cdot \left(1 - q_x^{C*}\right)}$$

これに、 $q_x^{B*} = 0.025$、 $q_x^{C*} = 0.050$、 $q_x^{C**} = 0.09300$を代入すると、

$k = 0.9486$

解答：（D）

（３）

問題の保険は、累減定期保険と生存保険の和で表せるので、 $(DA)^1_{x:\overline{10}|} + A_{x:\overline{10}|}^{\ \ 1} = 0.8944$となる。

ここで、 $C_x = v \cdot D_x - D_{x+1}$ より 、 $M_x = v \cdot N_x - N_{x+1} = (1-d) \cdot N_x - N_{x+1} = D_x - d \cdot N_x$

および、 $R_x = vS_x - S_{x+1} = (1-d)S_x - S_{x+1} = N_x - dS_x$ となるので、

$$\begin{aligned}
(DA)^1_{x:\overline{10}|} + A_{x:\overline{10}|}^{\ \ 1} &= \frac{1}{D_x}\left\{10M_x - (R_{x+1} - R_{x+11})\right\} + \frac{D_{x+10}}{D_x} \\
&= \frac{1}{D_x}\left\{10D_x - 10d \cdot N_x - N_{x+1} + d \cdot S_{x+1} + N_{x+11} - d \cdot S_{x+11}\right\} + \frac{D_{x+10}}{D_x} \\
&= \frac{10D_x}{D_x} - \frac{d \cdot \left\{10N_x - (S_{x+1} - S_{x+11})\right\}}{D_x} - \frac{N_{x+1} - N_{x+11}}{D_x} + \frac{D_{x+10}}{D_x} \\
&= \frac{10D_x}{D_x} - \frac{d \cdot \left\{10N_x - (S_{x+1} - S_{x+11})\right\}}{D_x} - \frac{(N_x - D_x) - (N_{x+10} - D_{x+10})}{D_x} + \frac{D_{x+10}}{D_x} \\
&= \frac{11D_x}{D_x} - \frac{d \cdot \left\{10N_x - (S_{x+1} - S_{x+11})\right\}}{D_x} - \frac{N_x - N_{x+10}}{D_x} \\
&= 11 - d \cdot (D\ddot{a})_{x:\overline{10}|} - \ddot{a}_{x:\overline{10}|}
\end{aligned}$$

これと、 $d = \dfrac{1 - A_{x:\overline{10}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}} = \dfrac{1 - 0.6253}{7.8695} = 0.047614$より 、

$$(D\ddot{a})_{x:\overline{10|}} = \frac{11 - \ddot{a}_{x:\overline{10|}} - \left\{ (DA)^{1}_{x:\overline{10|}} + A_{x:\overline{10|}}^{\;\;1} \right\}}{d}$$

$$= \frac{11 - 7.8695 - 0.8944}{0.047614}$$

$$= 46.963078$$

収支相等の原則より、$(DA)^{1}_{x:\overline{10|}} + A_{x:\overline{10|}}^{\;\;1} = P \cdot (D\ddot{a})_{x:\overline{10|}}$ となるので、

$$P = \frac{(DA)^{1}_{x:\overline{10|}} + A_{x:\overline{10|}}^{\;\;1}}{(D\ddot{a})_{x:\overline{10|}}} = \frac{0.8944}{46.963078} = 0.01904$$

解答：（**E**）

（4）

営業保険料を P^* とすると、収支相等の原則により次の式が成り立つ。

$$P^* \cdot \ddot{a}_{50:\overline{10|}} = \frac{N_{60}}{D_{50}} + \frac{N_{60}}{D_{60}} \cdot \frac{R_{50} - R_{60} - 10M_{60}}{10D_{50}} + 0.04 \cdot \frac{N_{60}}{D_{60}} + 0.001 \cdot \frac{N_{60}}{D_{60}} \cdot \ddot{a}_{50:\overline{10|}} + 0.005 \cdot \frac{N_{60}}{D_{50}} + 0.01P^* \cdot \ddot{a}_{50:\overline{10|}}$$

これを整理すると、

$$P^* = \frac{D_{50}}{0.99 \cdot (N_{50} - N_{60})} \left(1.005 \cdot \frac{N_{60}}{D_{50}} + \frac{N_{60}}{D_{60}} \cdot \frac{R_{50} - R_{60} - 10M_{60}}{10D_{50}} + 0.04 \cdot \frac{N_{60}}{D_{60}} + 0.001 \cdot \frac{N_{60}}{D_{60}} \cdot \frac{N_{50} - N_{60}}{D_{50}} \right)$$

$$= \frac{N_{60}}{0.99 \cdot (N_{50} - N_{60})} \left\{ 1.005 + \frac{R_{50} - R_{60} - 10M_{60} + 0.4D_{50} + 0.01 \cdot (N_{50} - N_{60})}{10D_{60}} \right\}$$

$$= 2.0101$$

解答：（**G**）

（５）

（1）生存者が 4 人の場合の年金現価は、

$4\ddot{a}_{xxxy}$

（2）生存者が 3 人の場合の年金現価は、(x)の 3 人が生存者の場合と、(x)のうち 2 人と(y)の 3 人が生存者の場合とを分けて考えることにより、

$$3\cdot\left\{{}_3C_3\cdot(\ddot{a}_{xxx}-\ddot{a}_{xxxy})+{}_3C_2\cdot(\ddot{a}_{xxy}-\ddot{a}_{xxxy})\right\}=3\ddot{a}_{xxx}+9\ddot{a}_{xxy}-12\ddot{a}_{xxxy}$$

（3）生存者が 2 人の場合の年金現価は、(x)のうち 2 人が生存者の場合と、(x)のうち 1 人と(y) の 2 人が生存者の場合とを分けて考えることにより、

$$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\left\{{}_3C_2\cdot(\ddot{a}_{xx}-\ddot{a}_{xxx}-\ddot{a}_{xxy}+\ddot{a}_{xxxy})+{}_3C_1\cdot(\ddot{a}_{xy}-2\ddot{a}_{xxy}+\ddot{a}_{xxxy})\right\}$$
$$=3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-3\ddot{a}_{xxx}-9\ddot{a}_{xxy}+6\ddot{a}_{xxxy}$$

求める年金現価は上記（1）、（2）、（3）の合計であるので、

$3\ddot{a}_{xx}+3\ddot{a}_{xy}-2\ddot{a}_{xxxy}$ となる。

解答：（Ｅ）

（６）

題意より、この保険の年払純保険料 P は、

$$P=\left(a_x^{a(i:\overline{y-x|})}+\frac{D_y^{aa}}{D_x^{aa}}\cdot(\ddot{a}_y^{a}+a_y^{ai})+2\bar{A}_x^{a}\right)\Big/\ddot{a}_{x:\overline{y-x|}}^{aa}$$
$$=\left(a_x^{ai}+\frac{D_y^{aa}}{D_x^{aa}}\cdot\ddot{a}_y^{a}+2\bar{A}_x^{a}\right)\Big/\ddot{a}_{x:\overline{y-x|}}^{aa}$$

と表される。これを計算基数を用いて表すと、

$$P=\left\{\frac{N_x}{D_x^{aa}}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\frac{N_x^{i}}{D_x^{i}}-\frac{N_x^{aa}}{D_x^{aa}}+\frac{D_y^{aa}}{D_x^{aa}}\left(\frac{N_y}{D_y^{aa}}-\frac{D_y^{ii}}{D_y^{aa}}\cdot\frac{N_y^{i}}{D_y^{i}}\right)+2\cdot\left(\frac{\bar{M}_x}{D_x^{aa}}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\frac{\bar{M}_x^{i}}{D_x^{i}}\right)\right\}\Big/\frac{N_x^{aa}-N_y^{aa}}{D_x^{aa}}$$
$$=\left\{\frac{N_x}{D_x^{aa}}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\frac{N_x^{i}}{D_x^{i}}-\frac{N_x^{aa}}{D_x^{aa}}+\frac{N_y}{D_x^{aa}}-\frac{D_y^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\frac{N_y^{i}}{D_y^{i}}+2\cdot\left(\frac{\bar{M}_x}{D_x^{aa}}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}}\cdot\frac{\bar{M}_x^{i}}{D_x^{i}}\right)\right\}\Big/\frac{N_x^{aa}-N_y^{aa}}{D_x^{aa}}$$
$$=\frac{N_x-N_x^{aa}+N_y+2\bar{M}_x-D_y^{ii}\cdot\dfrac{N_y^{i}}{D_y^{i}}-D_x^{ii}\cdot\dfrac{N_x^{i}+2\bar{M}_x^{i}}{D_x^{i}}}{N_x^{aa}-N_y^{aa}}$$

となる。これに計算基数の値を代入すると、

$$P=\frac{453{,}749.88}{539{,}446}=0.8411$$

解答：（Ｅ）

問題 3.

設問			解答	配点
（１）	(a)	①	**（ヌ）**	1 点（完答のみ）
		②	**（ハ）**	
		③	**（マ）**	1 点
		④	**（ニ）**	1 点
		⑤	**（ア）**	1 点（完答のみ）
		⑥	**（イ）**	
		⑦	**（ヒ）**	1 点
		⑧	**（エ）**	1 点
	(b)		**（H）**	3 点

設問		解答	配点
（２）	①	**（ウ）**	1 点
	②	**（ハ）**	1 点
	③	**（ツ）**	1 点（完答のみ）
	④	**（キ）**	
	⑤	**（テ）**	
	⑥	**（コ）**	
	⑦	**（ソ）**	1 点（完答のみ）
	⑧	**（ム）**	
	⑨	**（メ）**	1 点
	⑩	**（ト）**	1 点（完答のみ）
	⑪	**（ヒ）**	
	⑫	**（ク）**	
	⑬	**（ケ）**	1 点
	⑭	**（テ）**	1 点
	⑮	**（サ）**	1 点（完答のみ）
	⑯	**（ト）**	

※（２）の⑤と⑥、⑦と⑧、⑩～⑫はそれぞれ順不同

（１）

(a) この定期保険の給付現価を A とすると、

$$A=\sum_{t=1}^{n} v^{t}\cdot{}_{t-1|}q_x\cdot\left(1-\frac{\boxed{\text{①}\ddot{s}_{\overline{t|}}}}{\boxed{\text{②}\ddot{s}_{\overline{n|}}}}\right)$$

$$=\boxed{\text{③}A^{1}_{x:\overline{n|}}}-\sum_{t=1}^{n}\frac{\boxed{\text{①}\ddot{s}_{\overline{t|}}}\cdot C_{x+t-1}}{\boxed{\text{②}\ddot{s}_{\overline{n|}}}\cdot D_x}$$

$$=\boxed{\text{③}A^{1}_{x:\overline{n|}}}-\frac{\sum_{t=1}^{n}\left\{\left(1+\boxed{\text{④}\ddot{s}_{\overline{t-1|}}}\right)\cdot\boxed{\text{⑤}D_{x+t-1}}-\boxed{\text{①}\ddot{s}_{\overline{t|}}}\cdot\boxed{\text{⑥}D_{x+t}}\right\}}{\boxed{\text{②}\ddot{s}_{\overline{n|}}}\cdot D_x}$$

$$=\boxed{\text{③}A^{1}_{x:\overline{n|}}}-\frac{\boxed{\text{⑦}\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}}{\boxed{\text{②}\ddot{s}_{\overline{n|}}}}+\frac{\boxed{\text{⑧}D_{x+n}}}{D_x}$$

(b) この定期保険の年払純保険料を P とすると、

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{A}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \\
&= P_{x:\overline{n}|} - \frac{1}{\ddot{s}_{\overline{n}|}} \\
&= \left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d\right) - \left(\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n}|}} - d\right) \\
&= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n}|}} \\
&= \frac{1}{8.485544} - \frac{1}{9.162237} \\
&= 0.008704
\end{aligned}
$$

解答：（H）

（２）

最初の m 年は Z の生死に関係ないので、

$$
\begin{aligned}
A_1 &= \sum_{t=0}^{m-1} v^{t+1} \cdot \boxed{\text{①}\ {}_{t|}q_{\overline{xy}}} = \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \cdot \left({}_{t|}q_x + {}_{t|}q_y - {}_{t|}q_{xy}\right) - \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \cdot \left({}_{t|}q_x + {}_{t|}q_y - {}_{t|}q_{xy}\right) \\
&= \left(A_x + A_y - A_{xy}\right) - \left(\frac{D_{x+m}}{D_x} \cdot A_{x+m} + \frac{D_{y+m}}{D_y} \cdot A_{y+m} - \frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}} \cdot A_{x+m,y+m}\right)
\end{aligned}
$$

次に m 年経過後については、X、Y の最終生存者の死亡時点の少なくとも m 年前に Z が生存していなければならないので、

$$
\begin{aligned}
A_2 &= \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot {}_s p_{\overline{xy}} \cdot \mu_{\overline{x+s,y+s}}\, ds \\
&= \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot \left({}_s q_y \cdot \boxed{\text{③}\ {}_s p_x} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}} + {}_s q_x \cdot \boxed{\text{⑤}\ {}_s p_y} \cdot \boxed{\text{⑥}\ \mu_{y+s}}\right) ds
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{右辺第1項} &= \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot \left(1 - {}_s p_y\right) \cdot \boxed{\text{③}\ {}_s p_x} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}}\, ds \\
&= \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \left(\boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot \boxed{\text{③}\ {}_s p_x} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}} - \boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot {}_s p_y \cdot \boxed{\text{③}\ {}_s p_x} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}}\right) ds \\
&= \sum_{t=m}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \Big(\boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot \boxed{\text{⑦}\ {}_m p_x} \cdot \boxed{\text{⑧}\ {}_{s-m}p_{x+m}} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}} \\
&\qquad - \boxed{\text{②}\ {}_{s-m}p_z} \cdot {}_m p_y \cdot \boxed{\text{⑨}\ {}_{s-m}p_{y+m}} \cdot \boxed{\text{⑦}\ {}_m p_x} \cdot \boxed{\text{⑧}\ {}_{s-m}p_{x+m}} \cdot \boxed{\text{④}\ \mu_{x+s}}\Big) ds \\
&= v^m \cdot {}_m p_x \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \left(\boxed{\text{⑩}\ {}_s p_z} \cdot \boxed{\text{⑪}\ {}_s p_{x+m}} \cdot \boxed{\text{⑫}\ \mu_{x+m+s}}\right) ds \\
&\qquad - v^m \cdot {}_m p_y \cdot {}_m p_x \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \int_t^{t+1} \left(\boxed{\text{⑩}\ {}_s p_z} \cdot {}_s p_{y+m} \cdot \boxed{\text{⑪}\ {}_s p_{x+m}} \cdot \boxed{\text{⑫}\ \mu_{x+m+s}}\right) ds \\
&= \frac{D_{x+m}}{D_x} \cdot \boxed{\text{⑬}\ A^{\ 1}_{x+m,z}} - \frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}} \cdot \boxed{\text{⑭}\ A^{\ 1}_{x+m,y+m,z}}
\end{aligned}
$$

同様にして、

$$右辺第2項=\frac{D_{y+m}}{D_y}\cdot A^{1}_{y+m,z}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot A^{1}_{x+m,y+m,z}$$

よって、

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{D_{x+m}}{D_x}\cdot\boxed{\text{⑬}A^{1}_{x+m,z}}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot\boxed{\text{⑭}A^{1}_{x+m,y+m,z}}+\frac{D_{y+m}}{D_y}\cdot\boxed{\text{⑮}A^{1}_{y+m,z}}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot\boxed{\text{⑯}A^{1}_{x+m,y+m,z}}\\
&= \frac{D_{x+m}}{D_x}\cdot\boxed{\text{⑬}A^{1}_{x+m,z}}+\frac{D_{y+m}}{D_y}\cdot\boxed{\text{⑮}A^{1}_{y+m,z}}-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot\left(\boxed{\text{⑭}A^{1}_{x+m,y+m,z}}+\boxed{\text{⑯}A^{1}_{x+m,y+m,z}}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1+A_2 &= \left(A_x+A_y-A_{xy}\right)-\left(\frac{D_{x+m}}{D_x}\cdot\left(A_{x+m}-\boxed{\text{⑬}A^{1}_{x+m,z}}\right)\right.\\
&\qquad\left.+\frac{D_{y+m}}{D_y}\cdot\left(A_{y+m}-\boxed{\text{⑮}A^{1}_{y+m,z}}\right)-\frac{D_{x+m,y+m}}{D_{xy}}\cdot\left(A_{x+m,y+m}-\boxed{\text{⑭}A^{1}_{x+m,y+m,z}}-\boxed{\text{⑯}A^{1}_{x+m,y+m,z}}\right)\right)
\end{aligned}$$