年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。

- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題１．次の（１）～（１４）について各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各５点（計７０点）

（１）年金Ａおよび年金Ｂは次の連続払の年金であるとする。年金Ａと年金Ｂの年金現価が等しいとき、Kに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

年金Ａ：当初５年間は年金年額２を、その後５年間は年金年額１を支払う 10 年確定年金

年金Ｂ：年金年額Kの 10 年確定年金

ただし、利力は$\delta=0.2$とし、必要があれば$e=2.718$を使用すること。

(A)	1.65	(B)	1.67	(C)	1.69	(D)	1.71	(E)	1.73
(F)	1.75	(G)	1.77	(H)	1.79	(I)	1.81	(J)	1.83

（２）x歳における静態的昇給率R_x、動態的昇給率R'_xがそれぞれ次のとおり定められている。

$$R_x=\frac{(1+k)(x+1)\cdot f_{(x+1)}}{x\cdot f_{(x)}}-1 \quad ただし、f_{(x)}=\begin{cases}25 & (20\le x<35)\\ 35 & (35\le x\le 60)\end{cases}$$

$$R'_x=(1+R_x)(1+r)-1$$

ただし、rはベース・アップ等の要因による昇給率とする。

いま、経済環境の変化によりベース・アップ等の要因による昇給率rが変化し、$r=k$となった。この状況で、給与が 95,000 円である 30 歳の被保険者について 38 歳時点の給与を動態的昇給率に基づいて予測したところ 242,400 円であった。この場合、kに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

(A)	0.0200	(B)	0.0205	(C)	0.0210	(D)	0.0215	(E)	0.0220
(F)	0.0225	(G)	0.0230	(H)	0.0235	(I)	0.0240	(J)	0.0245

（3）生存脱退と死亡脱退を脱退事由とする二重脱退残存表を考える。この二重脱退残存表において、生存脱退率 $q_x^{(w)}$ は全年齢で 0.04、死亡脱退数 $d_x^{(d)}$ は残存者数 $l_x^{(T)}$ を基に $d_x^{(d)} = 0.008 \cdot l_{40}^{(T)}\ (x \geq 40)$ と定められている。このとき、$l_\omega^{(T)} = 0$ となる最小の年齢 ω として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

なお、ω は整数とし、必要があれば $\log_{10} 2 = 0.30103$、$\log_{10} 3 = 0.47712$ を使用しなさい。

(A) 80 以下	(B) 81	(C) 82	(D) 83	(E) 84
(F) 85	(G) 86	(H) 87	(I) 88	(J) 89 以上

（4）Trowbridge モデルの年金制度において、各種財政方式の定常状態における保険料 C と給付現価 S との関係を表す式①～④のうち、正しいものの組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

なお、記号の意味は次の通りである。

S^p ：年金受給権者の給付現価

S_{PS}^a ：在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価

S_{FS}^a ：在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価

$S^a = (S_{PS}^a + S_{FS}^a)$ ：在職中の被保険者の給付現価

S^f ：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

$S = (S^p + S_{PS}^a + S_{FS}^a + S^f)$ ：年金制度全体の給付現価

i ：予定利率、$v = \dfrac{1}{1+i}$、$d = 1 - v$

また、保険料 C の左肩添字は財政方式を表し、P ：賦課方式、T ：退職時年金現価積立方式、U ：単位積立方式、In ：加入時積立方式を表すものとする。

① $S = \dfrac{{}^{P}C}{d}$ ② $S^p = \dfrac{{}^{P}C - {}^{T}C}{d}$ ③ $S^p + S^a = \dfrac{{}^{P}C - v \cdot {}^{In}C}{d}$ ④ $S^p + S_{PS}^a = \dfrac{{}^{P}C - {}^{U}C}{d}$

(A) ①	(B) ②	(C) ③	(D) ④
(E) ①と②	(F) ①と③	(G) ①と④	(H) ②と③
(I) ②と④	(J) ③と④	(K) ①と②と③	(L) ①と②と④
(M) ①と③と④	(N) ②と③と④	(O) ①と②と③と④	(P) 全て正しくない

（5） X 、Y の２人の受給者がおり、それぞれの現在年齢が 60 歳、70 歳とする。X 、Y の２人の受給者が受け取る年金は次のとおりとする。

・２人が共に生存している限りそれぞれ年度初に年金額 100 を受け取る。

・２人のうちのどちらか一方のみ生存している間、生存している者は年度初に年金額 200 を受け取る。

X 、Y は同一の生命表に従うものとする時、60 歳からの Xの受け取る年金の現価に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

ただし、

予定利率 $i = 3.0\%$

$$\text{予定死亡率}\ q_x = \begin{cases} 0.05 & (60 \le x < 70) \\ 0.1 & (70 \le x < 89) \\ 1 & (x = 89) \end{cases}$$

とし、必要があれば次の数値を使用しなさい。

$0.95^{10} = 0.5987$ 、$0.9^{10} = 0.3487$ 、$1.03^{-10} = 0.7441$

（A） 1,500　（B） 1,525　（C） 1,550　（D） 1,575　（E） 1,600

（F） 1,625　（G） 1,650　（H） 1,675　（I） 1,700　（J） 1,725

（6）年金制度における財政方式に関する①～④の説明のうち、正しいものの組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい

①財政方式として加入年齢方式を採用している Trowbridge モデルの年金制度について、ある年度に脱退者数の実績が各年齢一律に予定を下回った場合は、財政上は差損となる。

②財政方式として単位積立方式を採用している Trowbridge モデルの年金制度について、１人あたりの標準保険料を年齢 x の関数として示した場合、人員の減少、利息の両方の効果により、年齢 x に関して単調増加となる。

③財政方式として加入年齢方式を採用している Trowbridge モデルの年金制度について、予定脱退率が全年齢で 0 より大きく、かつ、定常状態に達しているとき、被保険者の保険料の積立終価は、積立段階のどの時点においても、そのときの責任準備金を下回ることはない。

④退職時の給付が年金に代えて全て一時金で支払われる年金制度の場合、賦課方式と退職時年金現価積立方式の保険料は等しくなる。

（A） ①　（B） ②　（C） ③　（D） ④

（E） ①と②　（F） ①と③　（G） ①と④　（H） ②と③

（I） ②と④　（J） ③と④　（K） ①と②と③　（L） ①と②と④

（M） ①と③と④　（N） ②と③と④　（O） ①と②と③と④　（P） 全て正しくない

（7）定年退職者のみに対して定年退職時から退職時の給与に等しい年金額を年 1 回期初に 10 年間支払う最終給与比例制の年金制度がある。加入年齢 x_e から定年年齢 x_r までの予定残存者数 l_x および在職中の 1 人あたりの予定給与 B_x の関係について次の（A）から（I）のパターンを考える。

パターン	予定残存者数にかかる関係	予定給与にかかる関係
（A）	l_x ：一定	B_x ：一定
（B）	l_x ：一定	$B_{x+1}/B_x\ (>1)$ ：一定
（C）	l_x ：一定	$B_{x+1}-B_x(>0)$ ：一定
（D）	$l_{x+1}-l_x(<0)$ ：一定	B_x ：一定
（E）	$l_{x+1}-l_x(<0)$ ：一定	$B_{x+1}/B_x\ (>1)$ ：一定
（F）	$l_{x+1}-l_x(<0)$ ：一定	$B_{x+1}-B_x(>0)$ ：一定
（G）	$l_{x+1}/l_x\ (<1)$ ：一定	B_x ：一定
（H）	$l_{x+1}/l_x\ (<1)$ ：一定	$B_{x+1}/B_x\ (>1)$ ：一定
（I）	$l_{x+1}/l_x\ (<1)$ ：一定	$B_{x+1}-B_x(>0)$ ：一定

ここでいう「一定」とはそれぞれ次の式が成り立つことを意味する。

l_x ：一定　$l_{x_e}=l_{x_e+1}=l_{x_e+2}=\cdots=l_{x_r-1}=l_{x_r}$

$l_{x+1}-l_x(<0)$ ：一定　$l_{x_e+1}-l_{x_e}=l_{x_e+2}-l_{x_e+1}=\cdots=l_{x_r-1}-l_{x_r-2}=l_{x_r}-l_{x_r-1}<0$

$l_{x+1}/l_x\ (<1)$ ：一定　$l_{x_e+1}/l_{x_e}=l_{x_e+2}/l_{x_e+1}=\cdots=l_{x_r-1}/l_{x_r-2}=l_{x_r}/l_{x_r-1}<1$

B_x ：一定　$B_{x_e}=B_{x_e+1}=B_{x_e+2}=\cdots=B_{x_r-1}=B_{x_r}$

$B_{x+1}-B_x(>0)$ ：一定　$B_{x_e+1}-B_{x_e}=B_{x_e+2}-B_{x_e+1}=\cdots=B_{x_r-1}-B_{x_r-2}=B_{x_r}-B_{x_r-1}>0$

$B_{x+1}/B_x\ (>1)$ ：一定　$B_{x_e+1}/B_{x_e}=B_{x_e+2}/B_{x_e+1}=\cdots=B_{x_r-1}/B_{x_r-2}=B_{x_r}/B_{x_r-1}>1$

また、x_e、x_r、l_{x_r}、B_{x_r} はそれぞれ（A）～（I）の全てのパターンにおいて同一であり、l_{x_e} はパターン（D）～（I）において、B_{x_e} はパターン（B），（C），（E），（F），（H），（I）においてそれぞれ同一であるものとする。

財政方式として加入年齢方式を採用し、標準保険料を給与に対する一定率で払い込むとき、標準保険料率が最も高くなるパターンは $\boxed{①}$ であり、最も低くなるパターンは $\boxed{②}$ である。①、②に

当てはまるものを(A)～(I)の中からそれぞれ選びなさい。なお、当てはまるパターンが複数存在する場合は全て選択すること。

（8）定常人口に達しているある企業が新たに年金制度を発足させようとしている。年金制度は最終給与比例制とし、採用する財政方式として、加入年齢方式と個人平準保険料方式を検討している。次の条件の場合、第４年度の保険料総額は $\boxed{\text{①}}$ 方式の方が $\boxed{\text{②}}$ 千円だけ大きくなる。①に当てはまるものおよび②に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。

＜条件＞

入社年齢：55 歳（加入年齢方式における加入年齢も 55 歳とする）　定年年齢：60 歳

保険料の払い込みは年１回期初に行う

発足の際、在職中の被保険者の過去勤務期間は通算するが、既に退職した被保険者には給付を行わない

加入年齢方式の場合、未積立債務は５年間の元利均等償却を行い、毎年の償却額は固定額とする

また、解答にあたっては次の数値を使用しなさい。

ただし、

x…年齢
l_x…x 歳の被保険者数
B_x…x 歳の被保険者１人あたりの給与
G_x^a…x 歳の被保険者に対する給与現価
S_x^a…x 歳の被保険者に対する給付現価
$\ddot{a}_{\overline{n|}}$…期初払い n 年確定年金現価率

とする

$\ddot{a}_{\overline{5|}} = 4.546$

x（歳）	l_x（人）	B_x（千円）	G_x^a（千円）	S_x^a（千円）
55	16,807	200	11,666,683	6,092,699
56	14,406	210	9,156,574	6,397,334
57	12,348	220	6,744,446	6,717,201
58	10,584	230	4,421,520	7,053,061
59	9,072	240	2,177,280	7,405,714
合計	63,217	－	34,166,503	33,666,009

[①の選択肢]

（A）加入年齢　（B）個人平準保険料

[②の選択肢]

（A）1,000,000　（B）1,300,000　（C）1,600,000　（D）1,900,000　（E）2,200,000
（F）2,500,000　（G）2,800,000　（H）3,100,000　（I）3,400,000　（J）3,700,000

（9）次の制度内容に基づく年金制度について考える。

《制度内容》

加入時期	年 1 回期初加入（加入年齢 x_e 歳）
給付内容	「加入時から脱退時までの毎期初の給与の累計（※）× α 」で算定される金額に、利率 j で脱退時から年金支給開始年齢まで年複利で付利した額を原資として、利率 i' に基づく年 1 回期初払い n 年確定年金を支給する （※）定年退職時は定年到達時の期初の給与は加算しないものとする
脱退時期	年 1 回期末脱退 定年退職は定年年齢到達時の期初に脱退
定年年齢	x_r 歳
年金支給開始年齢	x_r 歳
予定利率	i

なお、各記号の意味は次のとおりとする。また、この問題において死亡は一切考慮しないものとし、計算基数 C_x は生存脱退のみを考えた場合の期末脱退に対応したものとする。

B_x ： x 歳の 1 人あたりの給与

$\ddot{a}_{\overline{n|}}$ ：利率 i の年 1 回期初払い n 年確定年金現価率

$\ddot{a}'_{\overline{n|}}$ ：利率 i' の年 1 回期初払い n 年確定年金現価率

この年金制度において、期初時点でちょうど x 歳（ x_e 歳加入、 $x_e \leq x \leq x_r - 1$ ）に達した被保険者の期初時点における 1 人あたりの給付現価は、

$$\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y (1+i)^{-(x_r-y-1)} \times \boxed{①} + D_{x_r} \times \boxed{②}}{D_x} \times \alpha \times \boxed{③}$$

となる。

①～③に当てはまるものを選択肢の中からそれぞれ 1 つ選びなさい。

なお、同じ選択肢を複数回選択してもよい。

（A） $\sum_{z=x_e}^{y} B_z$　（B） $\sum_{z=x}^{y} B_z$　（C） $(\sum_{z=x_e}^{y} B_z)(1+j)^{x_r-y-1}$　（D） $(\sum_{z=x}^{y} B_z)(1+j)^{x_r-y-1}$

（E） $\sum_{z=x_e}^{x_r-1} B_z$　（F） $\sum_{z=x}^{x_r-1} B_z$　（G） $(\sum_{z=x_e}^{x_r-1} B_z)(1+j)^{x_r-y-1}$　（H） $(\sum_{z=x}^{x_r-1} B_z)(1+j)^{x_r-y-1}$

（I） $\ddot{a}_{\overline{n|}}$　（J） $\ddot{a}'_{\overline{n|}}$　（K） $\dfrac{\ddot{a}_{\overline{n|}}}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}$　（L） $\dfrac{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$

（M）該当なし

（１０）Trowbridge モデルのある年金制度において、加入年齢方式における被保険者 1 人あたりの標準保険料を $\ddot{P}_{x_e}$ とする。また、この年金制度において保険料の払い込み時期のみを期末払いとした場合の、加入年齢方式における被保険者 1 人あたりの標準保険料を P_{x_e} とすると、$\ddot{P}_{x_e}$ と P_{x_e} との間には $P_{x_e} = 1.05\ddot{P}_{x_e}$ が成立している。なお、予定利率は 2.0%とする。

いま、年金額を1から0.7 に変更し、さらに期中の脱退者には期末に $a \times \ddot{P}_{x_e}$ の一時金を新たに支払うよう変更することを考える。この変更後の年金制度において加入年齢方式における被保険者 1 人あたりの標準保険料 $\ddot{P}$（保険料期初払い）が、$\ddot{P}_{x_e}$ と等しくなる場合、a に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A） 10.50	（B） 10.53	（C） 10.56	（D） 10.59	（E） 10.62
（F） 10.65	（G） 10.68	（H） 10.71	（I） 10.74	（J） 10.77

（１１）給付は最終給与比例制、被保険者の過去勤務期間を通算、既に退職済みの被保険者も受給権者として年金給付を行う年金制度を発足させた。年金制度発足時の未積立債務の償却は被保険者の給与に比例した特別保険料（被保険者給与合計×特別保険料率）を年 1 回期初に払い込むことにより行うが、予定どおりに給与が推移すれば未積立債務の利息のみの償却が行われるような特別保険料率を算定した。また、特別保険料率については 5 年経過後まで変更を行わないことにした。

年金制度発足後毎年期末に、被保険者については予定利率と同率で給与改定（ベース・アップ）を、また年金受給者についても予定利率と同率で年金額の増額を行い、5 年経過後に特別保険料率の再計算を行った。当該再計算でも特別保険料率は被保険者の給与に比例し、未積立債務の利息のみを償却する率を算定した。この場合、再計算後の特別保険料の<u>年額</u>に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、被保険者集団は定常人口であり、基礎率どおりに推移しているものとする。また、特別保険料率の算定についてはベース・アップを見込まないこととし、計算の前提となる数値等は次のとおりとする。

予定利率	: 2.00%
発足時未積立債務	: 1,600
財政方式	: 加入年齢方式

（A） 30	（B） 32	（C） 34	（D） 36	（E） 38
（F） 40	（G） 42	（H） 44	（I） 46	（J） 48

（１２）予定利率 4.0%のある年金制度では財政計算時の未積立債務を元利均等償却方式で一定期間特別保険料を払い込むことにより償却を行っているが、その特別保険料（率）に一定の幅をもたせ、その幅の中で特別保険料（率）を決定する弾力償却を採用している。保険料の払い込みは期初月払で特別保険料の算定方法は被保険者の給与に比例する方法（被保険者給与合計×特別保険料率）とし、特別保険料率は下限 15.4%としている。当初の計画では、下限の特別保険料を払い込み続けるものとし、この場合の残余償却年月は第 t 年度末において 6 年であったが、実際には第 t 年度に特別保険料率 30.0%の払い込みを行った。このとき、当初の計画に比べ短い期間で未積立債務を償却できることとなるが、第 t 年度末における新たな残余償却年月として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

なお、新たな残余償却年月とは、特別保険料率の下限を適用して算定した第 t 年度末の特別掛金収入現価が、第 t 年度末の未積立債務を下回らない範囲で最短となる償却年月とする。また、被保険者の給与合計に変動はないものとし、月払の年金現価率（月額に対する乗率）については次の表を使用しなさい。

期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率
6 年 0 カ月	64.26043	5 年 7 カ月	60.22375	5 年 2 カ月	56.18708	4 年 9 カ月	52.05352
5 年 11 カ月	63.45310	5 年 6 カ月	59.41642	5 年 1 カ月	55.37974	4 年 8 カ月	51.21389
5 年 10 カ月	62.64576	5 年 5 カ月	58.60908	5 年 0 カ月	54.57241	・	・
5 年 9 カ月	61.83842	5 年 4 カ月	57.80175	4 年 11 カ月	53.73278	・	・
5 年 8 カ月	61.03109	5 年 3 カ月	56.99441	4 年 10 カ月	52.89315	1 年 0 カ月	11.78696

(A) 4 年 8 カ月以下　(B) 4 年 9 カ月　(C) 4 年 10 カ月　(D) 4 年 11 カ月　(E) 5 年 0 カ月
(F) 5 年 1 カ月　(G) 5 年 2 カ月　(H) 5 年 3 カ月　(I) 5 年 4 カ月　(J) 5 年 5 カ月以上

（１３）被保険者の脱退、保険料の払い込みおよび給付の支払いが連続的に起こる年金制度を考える。勤続期間 t で脱退（定年年齢到達による脱退も含む）した時に t の給付額を一時金として支払うものとし、予定脱退力 $\mu_x^{(T)} = \dfrac{1}{50-x}$ 、利力 $\delta = 0.05$ であった。また、加入年齢 $x_e = 20.0$ 、定年年齢 $x_r = 30.0$ とし、加入年齢以外での年金制度加入はないものとする。

このとき、期初に年齢 25.0 歳である被保険者 50 名について 1 年間の実際の脱退が脱退力 $\mu_x'^{(T)} = \dfrac{1}{75-x}$ で推移したため、期末の被保険者数は予定より $\boxed{①}$ 名多かった。

また、この予定より多く残存した $\boxed{①}$ 名に対する期末の責任準備金は $\boxed{②}$ となった。

①、②に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、財政方式は加入年齢方式であり、被保険者 1 人あたりの単位時間の標準保険料率 $P = 0.79$ とし、責任準備金を算出する際に使用する脱退力は $\mu_x^{(T)} = \dfrac{1}{50-x}$ とする。また、必要があれば $e^{-0.1} = 0.9048$ を使用しなさい。

[①の選択肢]

(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D) 4	(E) 5
(F) 6	(G) 7	(H) 8	(I) 9	(J) 10

[②の選択肢]

(A) 5.0	(B) 5.2	(C) 5.4	(D) 5.6	(E) 5.8
(F) 6.0	(G) 6.2	(H) 6.4	(I) 6.6	(J) 6.8

（１４）Trowbridge モデルの年金制度を加入年齢方式で運営しており、定常状態に達している。ただし、この年金制度の１人１月あたり標準保険料は j であり年 12 回期初払いで年間 $12j$ の標準保険料を払い込んでいる。今回、標準保険料の払込方法を変更することになり、年 12 回期初払いの１人１月あたり標準保険料 k に加えて、年２回期央と期末にも追加で標準保険料 $2k$ ずつ、合計で年間 $16k$ の標準保険料を払い込むことにした。

このとき、変更前後の１人１月あたり標準保険料の比率 k/j を表す近似式は、

$$\frac{k}{j} \fallingdotseq \frac{\boxed{①}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x + \boxed{②}\sum_{x=x_e+1}^{x_r} D_x}{\boxed{③}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x + \boxed{④}\sum_{x=x_e+1}^{x_r} D_x}$$ である。

①～④に当てはまるものを選択肢の中からそれぞれ１つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回選択してもよい。

ただし、１人１月あたり標準保険料の j および k の算定については、加入年齢を x_e 歳、定年年齢を x_r 歳とし、解答を求めるにあたっては年 m 回払いの人数現価に関する Woolhouse の公式による近似式を使用しなさい。

<例示>年 m 回期初払いの場合の近似式

$$\frac{\sum_{t=0}^{m(x_r-x_e)-1} D_{x_e+\frac{t}{m}}}{D_{x_e}} \fallingdotseq \frac{m\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{m-1}{2}(D_{x_e} - D_{x_r})}{D_{x_e}}$$

(A) 11	(B) 12	(C) 13	(D) 14	(E) 15
(F) 16	(G) 17	(H) 18	(I) 19	(J) 該当なし

問題２． 定年退職者のみに給付を支払う年金制度がある。給付内容は定年時一時金給付額の半額を原資とし給付利率 5.5%で 20 年確定年金（月払）を支払い、残りの半額を原資とし給付利率 1.5%で 5 年確定年金（月払）を支払うものである。この年金制度は定常人口であり、加入年齢方式で標準保険料を設定、保険料および給付は期初払いである。このとき、次の（１）～（３）の各問に答えなさい。ただし、期初月払確定年金現価率、計算基数は次のとおりとする。（１５点）

予定利率：1.0%　加入年齢：20 歳　定年年齢：60 歳

計算基数：$D_{60}=576{,}943$、$N_{20}=42{,}385{,}317$、$N_{60}=11{,}678{,}629$

${}^{i\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{n}|}$ ：予定利率 i%の n 年期初月払確定年金現価率

${}^{5.5\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{20}|}=12.30349$、${}^{1.0\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{20}|}=18.14315$、${}^{1.5\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{5}|}=4.82142$

${}^{1.0\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{5}|}=4.87968$、${}^{1.0\%}\ddot{a}^{(12)}_{\overline{10}|}=9.52253$

（１）この年金制度の定年時一時金給付額が 3,000 千円の場合、被保険者１人あたりの標準保険料（期初年払）に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）50 千円　（Ｂ）55 千円　（Ｃ）60 千円　（Ｄ）65 千円　（Ｅ）70 千円
（Ｆ）75 千円　（Ｇ）80 千円　（Ｈ）85 千円　（Ｉ）90 千円　（Ｊ）95 千円

（２）この年金制度では定年退職時に限り、年金に代えて一時金での給付を選択することができる。ある年度において、一部の定年退職者が一時金での給付を選択したことにより、年金財政上の差益が発生した。当該年度の給付発生前の年金を選択した定年退職者の責任準備金と一時金選択者の定年時一時金給付額の合計が、全員が年金を選択するとした場合の責任準備金の 96.1%であった場合、一時金選択した者の定年退職者全体に対する割合は $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$ %となる。

a、b、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（なお、計算結果はパーセント表示における小数点以下第１位を四捨五入した整数で求めることとし、計算結果が 100 未満となった場合は a の欄に 0 をマーク、10 未満となった場合は a および b の欄に 0 をマークしなさい。）

（３）今回、この年金制度で給付内容を見直すことになり、従来２つの年金で給付を行っていたものを一本化し給付を行うことにした。新たな年金制度は年金支給総額（受給者が支給期間に受け取る年金総額）が変更前から変わらないように給付利率 a%で 10 年確定年金（月払）を支払うことにした。このとき、変更前後の標準保険料の比率（「変更後の標準保険料」／「変更前の標準保険料」）に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）1.00　（Ｂ）1.02　（Ｃ）1.04　（Ｄ）1.06　（Ｅ）1.08
（Ｆ）1.10　（Ｇ）1.12　（Ｈ）1.14　（Ｉ）1.16　（Ｊ）1.18

余白ページ

問題3． 開放型総合保険料方式によって財政運営を行っている年金制度の財政決算および財政再計算を考える。この年金制度では、定年退職者に対し定年退職時より「最終給与×加入年数×0.1」で算定される金額を終身年金として支払い、定年前の退職者に対し「最終給与×加入年数×2」で算定される金額を一時金として支払う。また、加入年齢は 25 歳であり、保険料の払い込み（期初に脱退する者を除く）、脱退および給付の支払いは、年 1 回期初に行われるものとする。このとき、次の（1）、（2）の各問に答えなさい。（15点）

（1） この年金制度の貸借対照表および損益計算書について、空欄 a から o のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（なお、計算結果は小数点以下第 1 位を四捨五入した整数で求めることとし、計算結果が 100 未満となった場合は百の位の欄に 0 をマーク、10 未満となった場合は百の位および十の位の欄に 0 をマークしなさい。）

① x 年度末における財政状況は資料Ⅰのとおりであり、財政上の剰余金および不足金はなく、貸借対照表は次のとおりであった。

x 年度末貸借対照表

積立金	$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$	責任準備金	$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$

＜資料Ⅰ＞　財政状況に関する資料

項目		x 年度末
S^p	年金受給権者の給付現価	235
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	407
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	294
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	356
G^a	在職中の被保険者の給与現価	604
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	576
F	積立金	$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$
P	保険料率	0.650
i	予定利率	2.5%

② $(x+1)$ 年度において、資料Ⅱの事象が発生した結果、$\boxed{d}\boxed{e}\boxed{f}$ の剰余金が発生し、$(x+1)$ 年度末の貸借対照表および損益計算書は次のようになった。

$(x+1)$ 年度末貸借対照表

積立金	$\boxed{g}\boxed{h}\boxed{i}$	責任準備金	$\boxed{j}\boxed{k}\boxed{l}$
		剰余金	$\boxed{d}\boxed{e}\boxed{f}$

$(x+1)$年度損益計算書

給付金支払	21	保険料収入	16
$(x+1)$年度末責任準備金	$\boxed{j}\ \boxed{k}\ \boxed{l}$	利息収入	$\boxed{m}\ \boxed{n}\ \boxed{o}$
剰余金	$\boxed{d}\ \boxed{e}\ \boxed{f}$	x年度末責任準備金	$\boxed{a}\ \boxed{b}\ \boxed{c}$

＜資料Ⅱ＞$(x+1)$年度において発生した事象

積立金の運用利回りは 5.0%であり予定利率を上回った。
被保険者の脱退状況は、40 歳（加入年数 15 年）の被保険者３名全員が期初に脱退し、給付 15（40 歳の脱退者全員分）が支払われた。その他の被保険者の脱退は予定通りであった。なお、40 歳の被保険者の予定脱退率は 0.000、責任準備金率（給与 1 に対する責任準備金）は 24.146 である。
利差と脱退差以外の損益は発生していない。なお、利差は積立金の運用利回りが予定利率と異なる場合に発生し、脱退差は被保険者の脱退状況が予定と相違した場合に発生するものとする。

（２） $(x+1)$年度末において財政再計算を行い、$(x+2)$年度から当該財政再計算に基づく保険料率を適用することを考える。財政再計算後の財政状況が資料Ⅲのとおりであった場合に次の２つの方法で算定した保険料に最も近いものを選択肢の中からそれぞれ１つ選びなさい。なお、「$(x+1)$年度末の積立金」および「$(x+1)$年度末の剰余金」は（１）による端数処理後の整数値を使用しなさい。

① 「$(x+1)$年度末の積立金」を用いて保険料を算定する場合
② 剰余金を将来の給付改善等に充当するため、「$(x+1)$年度末の積立金」に代えて「$(x+1)$年度末の積立金から$(x+1)$年度末の剰余金を控除した額」を用いて保険料を算定する場合

＜資料Ⅲ＞ $(x+1)$年度末における財政再計算後の財政状況に関する資料

項目		$(x+1)$年度末
S^p	年金受給権者の給付現価	225
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	350
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	257
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	290
G^a	在職中の被保険者の給与現価	517
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	466
F	積立金	$\boxed{g}\ \boxed{h}\ \boxed{i}$
i	予定利率	2.5%

（A） 0.580　（B） 0.585　（C） 0.590　（D） 0.595　（E） 0.600
（F） 0.605　（G） 0.610　（H） 0.615　（I） 0.620　（J） 0.625

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

年金Ａの現価：$\bar{a}_{\overline{5|}}+\bar{a}_{\overline{10|}}=\dfrac{1-\exp(-5\delta)}{\delta}+\dfrac{1-\exp(-10\delta)}{\delta}=5(2-(e^{-1}+e^{-2}))$

年金Ｂの現価：$K\bar{a}_{\overline{10|}}=K\dfrac{1-\exp(-10\delta)}{\delta}=5K(1-e^{-2})$

この２つの現価が等しいから、

$5K(1-e^{-2})=5(2-(e^{-1}+e^{-2}))$

$K=\dfrac{(2-(e^{-1}+e^{-2}))}{1-e^{-2}}\fallingdotseq 1.731$

よって、解答は（**Ｅ**）

（２）

x歳の給与をB_xとした場合、y歳$(x<y)$の給与は$r=k$であることを考慮すると

$B_y=B_x\times\{(1+R_x)(1+k)\}\times\{(1+R_{x+1})(1+k)\}\times\cdots\times\{(1+R_{y-1})(1+k)\}$

となる。

ここで、

$1+R_x=\dfrac{(1+k)(x+1)\cdot f_{(x+1)}}{x\cdot f_{(x)}}$

であるから

$$
\begin{aligned}
B_y=B_x&\times\frac{(1+k)(x+1)\cdot f_{(x+1)}}{x\cdot f_{(x)}}\cdot(1+k)\\
&\times\frac{(1+k)(x+2)\cdot f_{(x+2)}}{(x+1)\cdot f_{(x+1)}}\cdot(1+k)\\
&\times\cdots\\
&\times\frac{(1+k)\cdot y\cdot f_{(y)}}{(y\text{-}1)\cdot f_{(y\text{-}1)}}\cdot(1+k)\\
=B_x&\times\frac{(1+k)^{2(y-x)}\cdot y\cdot f_{(y)}}{x\cdot f_{(x)}}
\end{aligned}
$$

$(1+k)^{2(y-x)}=\dfrac{B_y\cdot x\cdot f_{(x)}}{B_x\cdot y\cdot f_{(y)}}$

よって

$(1+k)^{16}=\dfrac{242{,}400\cdot 30\cdot 25}{95{,}000\cdot 38\cdot 35}=1.43886$

$(1+k)=1.02300$ となり解答は（G）

（3）

$d_x^{(w)}=l_x^{(T)}\cdot q_x^{(w)}=0.04\cdot l_x^{(T)}$ 、$d_x^{(d)}=d_{40}^{(d)}=0.008\cdot l_{40}^{(T)}\ (x\geq 40)$ 　であり、

$$l_{41}^{(T)}=l_{40}^{(T)}-d_{40}^{(w)}-d_{40}^{(d)}=\{(1-0.04)-0.008\}\cdot l_{40}^{(T)}$$

$$l_{42}^{(T)}=l_{41}^{(T)}-d_{41}^{(w)}-d_{41}^{(d)}=(1-0.04)l_{41}^{(T)}-0.008\cdot l_{40}^{(T)}=(1-0.04)\{(1-0.04)-0.008\}\cdot l_{40}^{(T)}-0.008\cdot l_{40}^{(T)}$$

$$=l_{40}^{(T)}\cdot\left[(1-0.04)^2-0.008\cdot\{1+(1-0.04)\}\right]$$

$(40+m)$ 歳の人数が0名になるとして、同様に計算すると、

$$l_{40+m}^{(T)}=l_{40}^{(T)}\cdot\left[(1-0.04)^m-0.008\cdot\left\{1+(1-0.04)+(1-0.04)^2+\cdots+(1-0.04)^{m-1}\right\}\right]$$

$l_{40+m}^{(T)}=0$ であるから、$l_{40}^{(T)}\cdot\left\{(1-0.04)^m-0.008\cdot\dfrac{1-(1-0.04)^m}{1-(1-0.04)}\right\}=0$ となる。

これを m について解くと、

$$m=\frac{\log_{10}\frac{1}{6}}{\log_{10}0.96}=\frac{\log_{10}2+\log_{10}3}{2-5\cdot\log_{10}2-\log_{10}3}\fallingdotseq 43.889$$

したがって、$40+m=83.889$ より、$\omega=84$ となる。

よって、解答は（E）

（4）

教科書69ページより、①と③と④が正しい。

よって、解答は（M）

（5）

X の受け取る年金の給付現価は

$$100\ddot{a}_{xy}+200(\ddot{a}_x-\ddot{a}_{xy})=200\ddot{a}_x-100\ddot{a}_{xy}$$

また、$\ddot{a}_x=\sum_{t=0}{}_tp_xv^t$ 等であるが、

$${}_tp_{60}=(1-q_{60})(1-q_{61})\cdots(1-q_{60+t-1})=\begin{cases}0.95^t & (0\le t<10)\\ 0.95^{10}\cdot 0.9^{t-10} & (10\le t<30)\\ 0 & (30\le t)\end{cases}$$

$${}_tp_{60,70}={}_tp_{60}\,{}_tp_{70}=(1-q_{60})(1-q_{61})\cdots(1-q_{60+t-1})\times(1-q_{70})(1-q_{71})\cdots(1-q_{70+t-1})$$

$$=\begin{cases}0.95^t\cdot 0.9^t & (0\le t<10)\\ 0.95^{10}\cdot 0.9^{10}\cdot 0.9^{2t-20} & (10\le t<20)\\ 0 & (20\le t)\end{cases}$$

より、

$$\ddot{a}_x=\sum_{t=0}^{9}0.95^t\left(\frac{1}{1.03}\right)^t+\sum_{t=10}^{29}0.95^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}0.9^{t-10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{t-10}$$

$$=\frac{1-0.95^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}}{1-0.95\left(\frac{1}{1.03}\right)}+0.95^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}\times\frac{1-0.9^{20}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{20}}{1-0.9\left(\frac{1}{1.03}\right)}$$

$$=\frac{1-0.5987\cdot 0.7441}{1-0.95/1.03}+0.5987\cdot 0.7441\times\frac{1-0.3487^2\cdot 0.7441^2}{1-0.9/1.03}$$

$$=10.431\cdots$$

$$\ddot{a}_{xy}=\sum_{t=0}^{9}0.95^t\cdot 0.9^t\left(\frac{1}{1.03}\right)^t+\sum_{t=10}^{19}0.95^{10}0.9^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}0.9^{2t-20}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{t-10}$$

$$=\frac{1-0.95^{10}\cdot 0.9^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}}{1-0.95\ \cdot 0.9\left(\frac{1}{1.03}\right)}+0.95^{10}0.9^{10}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}\times\frac{1-0.9^{20}\left(\frac{1}{1.03}\right)^{10}}{1-0.9^2\left(\frac{1}{1.03}\right)}$$

$$=\frac{1-0.5987\cdot 0.3487\cdot 0.7441}{1-0.95\cdot 0.9/1.03}+0.5987\cdot 0.3487\cdot 0.7441\times\frac{1-0.3487^2\cdot 0.7441}{1-0.9^2/1.03}$$

$$=5.633....$$

$$200\ddot{a}_x-100\ddot{a}_{xy}=1{,}524...$$

よって、解答は（B）

（6）

① ○　脱退者数の実績が各年齢一律に予定を下回った場合は人員が予定を上回ることになる。
教科書 P112 より、責任準備金が増加し、財政上の損益は不足の方向に働くので、正しい。

② ○　教科書 P66 より、正しい。

③ ×　教科書 P86 の問題 3 の証明のとおり、保険料の積立終価はそのときの責任準備金を下回る。

④ ○　教科書 P54 より、正しい。

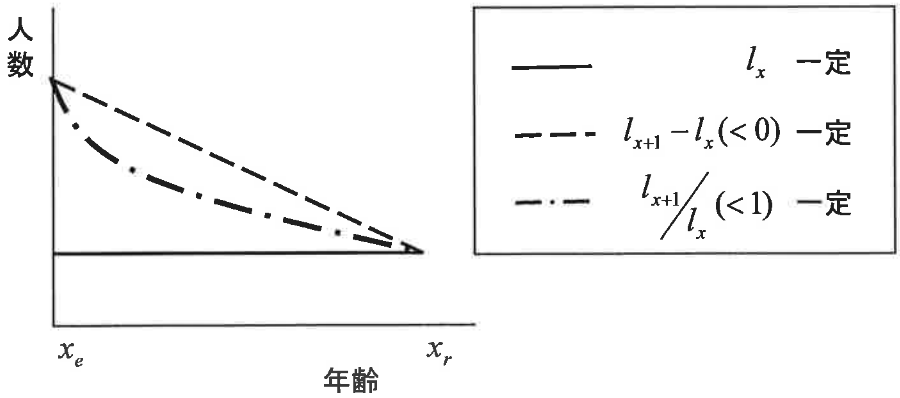
よって、解答は（L）

（7）

年金制度の前提より、給付額はl_{x_r}, B_{x_r}のみに依存し、パターン（A）～（I）のl_{x_r}, B_{x_r}は等しいので、総給付現価は等しい。従って、総給与現価が大きいパターンほど標準保険料率は小さくなる。

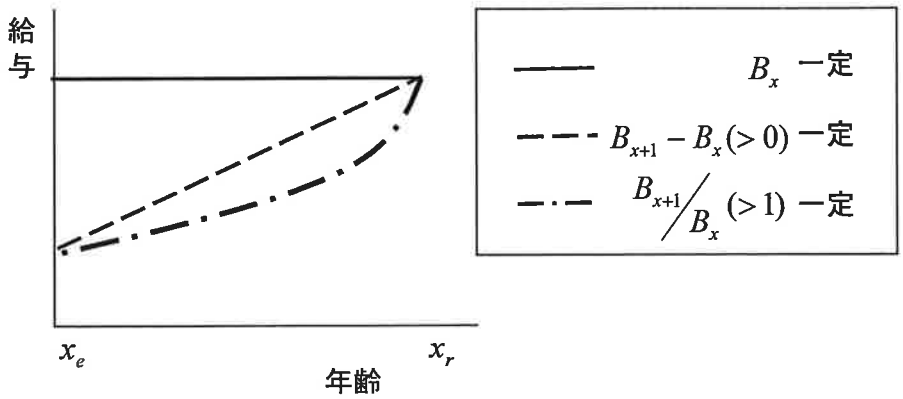
人数については下図により、人数現価は大きい方から

$l_{x+1}-l_x(<0)$：一定　$l_{x+1}/l_x(<1)$：一定　l_x：一定　の順となり、



給与については下図により、給与現価は大きい方から

B_x：一定　$B_{x+1}-B_x$：一定　B_{x+1}/B_x：一定　の順となる



従って、最も総給与現価が大きくなる組み合わせは$l_{x+1}-l_x(<0)$：一定　B_x：一定　であり

最も総給与現価が小さくなる組み合わせはl_x：一定　B_{x+1}/B_x：一定　である。

解答は①（B）　②（D）

（8）

加入年齢方式の場合の標準保険料率は以下の通り。

$${}^{E}P = S_{55}^{a} / G_{55}^{a}$$

在職中の被保険者の過去勤務期間を通算するため、未積立債務は

$$S^a - {}^E PG^a = S^a_{55} + S^a_{56} + S^a_{57} + S^a_{58} + S^a_{59} - {}^E P(G^a_{55} + G^a_{56} + G^a_{57} + G^a_{58} + G^a_{59})$$

$$= S^a - S^a_{55} / G^a_{55} \times G^a$$

これを5年で償却するため、一年あたりの償却額は

$$\frac{S^a - S^a_{55} / G^a_{55} \times G^a}{\ddot{a}_{\overline{5}|}}$$

$$= \frac{33{,}666{,}009 - 6{,}092{,}699 / 11{,}666{,}683 \times 34{,}166{,}503}{4.546} = 3{,}480{,}689.7\ldots$$

一方で、第4年度の個人平準保険料方式による保険料は

$$S^a_{55} / G^a_{55} \times (l_{55}B_{55} + l_{56}B_{56} + l_{57}B_{57} + l_{58}B_{58}) + S^a_{56} / G^a_{56} \times l_{59}B_{59}$$

$$= S^a_{55} / G^a_{55} \times (l_{55}B_{55} + l_{56}B_{56} + l_{57}B_{57} + l_{58}B_{58} + l_{59}B_{59})$$

$$+ (S^a_{56} / G^a_{56} - S^a_{55} / G^a_{55}) \times l_{59}b_{59}$$

ここで、第1項は加入年齢方式の標準保険料と等しいので、第2項の保険料額と加入年齢方式での未積立債務償却額の大小を比べればよい。

$$(S^a_{56} / G^a_{56} - S^a_{55} / G^a_{55}) \times l_{59}B_{59}$$

$$= (6{,}397{,}334 / 9{,}156{,}574 - 6{,}092{,}669 / 11{,}666{,}683) \times 9{,}072 \times 240 = 384{,}142.3\ldots$$

以上より、加入年齢方式の方が3,096,547千円大きい

よって、解答は①（A）　②（H）

（9）

題意より、期初時点でちょうどx歳に達した被保険者（加入年齢：x_e歳）がy歳（$x \le y \le x_r$）時点で脱退した場合の年金額は、

（Ⅰ）$x \le y \le x_r - 1$のとき、　$\alpha\ (\sum_{z=x_e}^{y} B_z)(1+j)^{x_r-y-1} \times \frac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$

（Ⅱ）$y = x_r$のとき、　$\alpha\ (\sum_{z=x_e}^{x_r-1} B_z) \times \frac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$

であるので、

期初時点でちょうどx歳に達した被保険者1人あたりの期初時点における給付現価は、

$$\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y (1+i)^{-(x_r-y-1)} \times (\sum_{z=x_e}^{y} B_z)(1+j)^{x_r-y-1} + D_{x_r} \times \sum_{z=x_e}^{x_r-1} B_z}{D_x} \times \alpha \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

となる。

よって、解答は①（C）②（E）③（K）

（１０）

$$\ddot{P}_{x_e}=\frac{N_{x_r}}{(N_{x_e}-N_{x_r})}$$

$$P_{x_e}=\frac{N_{x_r}}{(N_{x_e+1}-N_{x_r+1})}$$

$$\ddot{P}=\frac{a\cdot\ddot{P}_{x_e}(M_{x_e}-M_{x_r})+0.7N_{x_r}}{(N_{x_e}-N_{x_r})}$$

$$=\frac{a\cdot\ddot{P}_{x_e}\{(v\cdot N_{x_e}-N_{x_e+1})-(v\cdot N_{x_r}-N_{x_r+1})\}+0.7N_{x_r}}{(N_{x_e}-N_{x_r})}$$

$$=\frac{a\cdot\ddot{P}_{x_e}\{v\cdot(N_{x_e}-N_{x_r})-(N_{x_e+1}-N_{x_r+1})\}+0.7N_{x_r}}{(N_{x_e}-N_{x_r})}$$

右辺の分母・分子を N_{x_r} で除して整理すると

$$=\frac{a\cdot\ddot{P}_{x_e}\cdot v/\ddot{P}_{x_e}-a\cdot\ddot{P}_{x_e}/P_{x_e}+0.7}{1/\ddot{P}_{x_e}}$$

$$=\frac{a\cdot\ddot{P}_{x_e}\cdot v/\ddot{P}_{x_e}-a\cdot\ddot{P}_{x_e}/(1.05\cdot\ddot{P}_{x_e})+0.7}{1/\ddot{P}_{x_e}}=\ddot{P}_{x_e}$$

$a\cdot v-a/1.05+0.7=1$
$a=0.3\cdot1.02\cdot1.05/(1.05-1.02)$
$=10.71$
であるから、解答は(**H**)

（１１）

変更前後の特別保険料率は同率になる（テキスト実務編第３章練習問題４．）ものの、給与のベース・アップにより払い込み特別保険料額は増加する。発足時給与総額を G_0 とすると、

変更後特別保険料総額＝d×発足時未積立債務/発足時給与総額×再計算時給与総額

＝0.02/1.02×1,600/ G_0 ×1.02^5× G_0

＝34.637829….

であるから、解答は(**C**)

（１２）

給与総額 B 、新たな償却年数に基づく年金現価率 A とすると、以下が成り立つ。

$$B\times 15.4\%\times A + B\times(30.0\% - 15.4\%)\times 11.78696\times 1.04 > B\times 15.4\%\times 64.26043$$

よって、$A > 52.63879.....$

これを満たす最短の残余償却年月は4年10カ月(52.89315)となり、解答は(**C**)

（１３）

$p_{25} = e^{-\int_5^6 \mu_{20+t}dt} = e^{[\log(30-x)]_5^6} = e^{\log(24/25)} = \dfrac{24}{25}$ であるので、25.0歳である50名の被保険者は1年後には48名となる。$x_e = 20.0$ の被保険者一人あたりの t 年度末の責任準備金を ${}_tV_{20}$ とすると、この時の責任準備金は

$$48\,{}_6V_{20} = 48\left(\int_6^{10} {}_{t-6}p_{26}\mu_{20+t}te^{-\delta(t-6)}dt + 10\,{}_4p_{26}e^{-4\delta} - P\int_6^{10} {}_{t-6}p_{20}e^{-\delta(t-6)}dt\right)$$

$$= 48\frac{1}{{}_6p_{20}e^{-6\delta}}\left(\int_6^{10} {}_6p_{20}e^{-6\delta}\,{}_{t-6}p_{26}\mu_{20+t}te^{-\delta(t-6)}dt + {}_6p_{20}e^{-6\delta}\cdot 10\,{}_4p_{26}e^{-4\delta} - P\int_6^{10} {}_6p_{20}e^{-6\delta}\,{}_{t-6}p_{26}e^{-\delta(t-6)}dt\right)$$

$$= 48\frac{1}{{}_6p_{20}e^{-6\delta}}\left(\int_6^{10} {}_tp_{20}\mu_{20+t}te^{-\delta t}dt + 10\,{}_{10}p_{20}e^{-10\delta} - P\int_6^{10} {}_tp_{20}e^{-\delta t}dt\right)$$

である。今般 $\mu_x = \dfrac{1}{75-x}$ で推移したため、$p_{25} = \dfrac{49}{50}$ となり、予定より1名多くなった。増加した責任準備金は

$$(49-48)\,{}_6V_{20} = \frac{1}{{}_6p_{20}e^{-6\delta}}\left(\int_6^{10} {}_tp_{20}\mu_{20+t}te^{-\delta t}dt + 10\,{}_{10}p_{20}e^{-10\delta} - P\int_6^{10} {}_tp_{20}e^{-\delta t}dt\right)$$

$$= \frac{30}{24}e^{0.3}\left(\int_6^{10}\frac{30-t}{30}\times\frac{1}{30-t}te^{-0.05t}dt + 10\cdot\frac{20}{30}e^{-0.5} - 0.79\int_6^{10}\frac{30-t}{30}e^{-0.05t}dt\right)$$

$$= \frac{30}{24}e^{0.3}\left(\frac{1}{30}\int_6^{10} te^{-0.05t}dt - 0.79\int_6^{10} e^{-0.05t}dt + \frac{0.79}{30}\int_6^{10} te^{-0.05t}dt + \frac{20}{3}e^{-0.5}\right)$$

$$= \frac{30}{24}e^{0.3}\left(\frac{1.79}{30}\int_6^{10} te^{-0.05t}dt - 0.79\int_6^{10} e^{-0.05t}dt + \frac{20}{3}e^{-0.5}\right)$$

ここで

$e^{0.3} = 1.350026...$

$e^{-0.5} = 0.606405...$

$$\int_6^{10} te^{-0.05t}dt = -\left[\frac{1}{0.05}te^{-0.05t}\right]_6^{10} + \frac{1}{0.05}\int_6^{10} e^{-0.05t}dt$$

$$= -(200e^{-0.5} - 120e^{-0.3}) - \frac{1}{0.05}\left[\frac{1}{0.05}e^{-0.05t}\right]_6^{10}$$

$$= -(200e^{-0.5} - 120e^{-0.3}) - (400e^{-0.5} - 400e^{-0.3})$$

$$= -600e^{-0.5} + 520e^{-0.3} = 21.3345...$$

$\displaystyle\int_6^{10} e^{-0.05t}dt = -\left[\frac{1}{0.05}e^{-0.05t}\right]_6^{10} = -20e^{-0.5} + 20e^{-0.3} = 2.6864...$ より

$$ {}_6V_{20} = \frac{30}{24} \cdot 1.350026 \cdot \left(\frac{1.79}{30} \times 21.3345 - 0.79 \times 2.6864 + \frac{20}{3} \times 0.606405 \right) = 5.389... $$

よって、解答は①…（A）　②…（C）

（１４）

年m回期初払いの人数現価は、$\dfrac{\sum_{t=0}^{m(x_r-x_e)-1} D_{x_e+\frac{t}{m}}}{D_{x_e}}$であり、Woolhouseの公式を使用して近似すると、

$$ \frac{\sum_{t=0}^{m(x_r-x_e)-1} D_{x_e+\frac{t}{m}}}{D_{x_e}} \fallingdotseq \frac{m\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{m-1}{2}(D_{x_e} - D_{x_r})}{D_{x_e}} $$
となる。これをG^mとする。

払込方法変更前の１人１月あたり標準保険料をjとすると、

標準保険料収入現価は、$j \cdot G^{12} = j \cdot \dfrac{12\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{11}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)}{D_{x_e}}$

一方、期末払いの人数現価をG'^mとすると、$\dfrac{m\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{m+1}{2}(D_{x_e} - D_{x_r})}{D_{x_e}}$　である。

ここで、払込方法変更後の１人１月あたり標準保険料をkとすると、

標準保険料収入現価は、$k \cdot \left(G^{12} + 2G'^2\right) = k \cdot \dfrac{16\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{17}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)}{D_{x_e}}$

払込方法変更前後で標準保険料収入現価が等しくなるから、

$$ j \cdot \frac{12\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{11}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)}{D_{x_e}} = k \cdot \frac{16\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{17}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)}{D_{x_e}} $$

したがって、

$$ k / j = \frac{12\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{11}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)}{16\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \frac{17}{2}\left(D_{x_e} - D_{x_r}\right)} $$

$$=\frac{24\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x-11\left(D_{x_e}-D_{x_r}\right)}{32\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x-17\left(D_{x_e}-D_{x_r}\right)}=\frac{13\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x+11\sum_{x=x_e+1}^{x_r}D_x}{15\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x+17\sum_{x=x_e+1}^{x_r}D_x}$$

よって、解答は、① **(C)**、② **(A)**、③ **(E)**、④ **(G)**

問題２.

（１）標準保険料 Pnc

$$=D_{60}\times(1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)})／(N_{20}-N_{60})$$

≒70 千円

よって、解答は **(E)**

（２）定年時一時金給付額を 3,000 千円としても一般性を失わないので、定年時一時金給付額を 3,000 千円とし、x を一時金選択した割合とすると

$$(1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)})\times(1-x)+3{,}000\text{千円}\times x$$

$$=(1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)})\times0.961$$

$x=0.199....$

≒20%

よって、解答は $a=0$、$b=2$、$c=0$

（３）上記と同様、定年時一時金給付額を 3,000 千円とし、変更前標準保険料を Pnc、変更後標準保険料を Pnc' とすると

$$Pnc'／Pnc=(3{,}000\text{千円}／{}^{a\%}\ddot{a}_{\overline{10|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{10|}}^{(12)})$$

$$／(1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)})$$

ここで、変更前後の年金給付総額が同額とすると

$3{,}000\text{千円}／{}^{a\%}\ddot{a}_{\overline{10|}}^{(12)}\times10=1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times20+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times5$ であるから

$$Pnc'／Pnc=(1{,}500\text{千円}／{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20|}}^{(12)}\times20+1{,}500\text{千円}／{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5|}}^{(12)}\times5)／10\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{10|}}^{(12)}$$

$$\diagup\left(1{,}500\text{ 千円}\diagup{}^{5.5\%}\ddot{a}_{\overline{20}|}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{20}|}^{(12)}+1{,}500\text{ 千円}\diagup{}^{1.5\%}\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(12)}\times{}^{1.0\%}\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(12)}\right)$$

$=1.0196\ldots$

$\fallingdotseq 1.02$ 倍

よって、解答は（**B**）

問題３.

（１）①x 年度末の責任準備金は、

$$\left(S^{p}+S_{FS}^{a}+S_{PS}^{a}+S^{f}\right)-P\cdot\left(G^{a}+G^{f}\right)=(235+407+294+356)-0.650\cdot(604+576)$$
$$=525$$

題意より財政上過不足ないため、x 年度末の貸借対照表は以下の通り。

x 年度末貸借対照表

積立金	$\boxed{525}$	責任準備金	$\boxed{525}$

②$(x+1)$年度の状況は以下の通りである。

・利息収入

積立金 525 に対して 5.0%の運用利回りであり、給付金支払が 21、保険料収入が 16 であるから、利息収入は、$(525-21+16)\times 5.0\%=26$ となる。

・積立金

$525-21+16+26=546$

・脱退差

40 歳（加入年数 15 年）の脱退者に対して総額 15 の給付が支払われたことから、

（脱退者の給与総額）$\times 15\times 2=15$ より、脱退者の給与総額は 0.5 であることがわかる。

脱退者の責任準備金減少額は、

（脱退者の給与総額）×（責任準備金率）$=0.5\times 24.146=12.073$

脱退により、積立金が 15 減少し、責任準備金が 12.073 減少しているため、脱退により期初時点で 2.927 の差損が発生していることになる。期末時点では $2.927\times 1.025=3.000175\fallingdotseq 3$ である。

・責任準備金

脱退差損が 3、予定利率が 2.5%であることから、$(525-21+16)\times(1+2.5\%)+3=536$

・剰余金

積立金と責任準備金の差額であるから、$546-536=10$

ここで、剰余金が利差益と脱退差損の合計と一致していることを確認する。

・利差

予定利率2.5%と実際の運用利回り5.0%の差より生じるから、

$(525-21+16)\times(5.0\%-2.5\%)=13$

よって、剰余金は、利差益と脱退差益の合計（$13-3=10$）と一致している。

以上より、$(x+1)$年度の年度末貸借対照表と損益計算書は、以下のとおりとなる。

$(x+1)$年度末貸借対照表

積立金	546	責任準備金	536
		剰余金	10

$(x+1)$年度損益計算書

給付金支払	21	保険料収入	16
$(x+1)$年度末責任準備金	536	利息収入	26
剰余金	10	x年度末責任準備金	525

よって、解答は、 $abc=525$、$def=010$、$ghi=546$、$jkl=536$、$mno=026$

（2）

①「（1）②の積立金」を用いて算定する保険料 P^i は、以下の収支相等を満たす。

$$F_{x+1}=\left(S^p+S^a_{PS}+S^a_{FS}+S^f\right)-P^i\cdot\left(G^a+G^f\right)$$

$(x+1)$年度末の財政再計算後の数値を代入すると以下のようになる。

$546=(225+350+257+290)-P^i\cdot(517+466)$

$P^i\fallingdotseq 0.5860$、よって、解答は（B）

②将来の給付改善等に充当するため、「（1）②の積立金」に代えて「（1）②の積立金から（1）②で発生した剰余金相当額を控除した額」を用いて算定する保険料 P^{ii} は、以下の収支相等を満たす。

$$F_{x+1}-M_{x+1}=\left(S^p+S^a_{PS}+S^a_{FS}+S^f\right)-P^{ii}\cdot\left(G^a+G^f\right)$$

$(x+1)$年度末の財政再計算後の数値を代入すると以下のようになる。

$546-10=(225+350+257+290)-P^{ii}\cdot(517+466)$

$P^{ii}\fallingdotseq 0.5961$、よって、解答は（D）

以上

問題番号			正答	配点
問題１．（７０点）	（１）		（Ｅ）	５点
	（２）		（Ｇ）	５点
	（３）		（Ｅ）	５点
	（４）		（Ｍ）	５点
	（５）		（Ｂ）	５点
	（６）		（Ｌ）	５点
	（７）	①	（Ｂ）	完答で５点 ①のみ正答で３点　②のみ正答で２点
		②	（Ｄ）	
	（８）	①	（Ａ）	完答で５点
		②	（Ｈ）	
	（９）	①	（Ｃ）	完答で５点
		②	（Ｅ）	
		③	（Ｋ）	
	（１０）		（Ｈ）	５点
	（１１）		（Ｃ）	５点
	（１２）		（Ｃ）	５点
	（１３）	①	（Ａ）	完答で５点 ①のみ正答で１点
		②	（Ｃ）	
	（１４）	①	（Ｃ）	完答で５点
		②	（Ａ）	
		③	（Ｅ）	
		④	（Ｇ）	
問題２．（１５点）	（１）		（Ｅ）	５点
	（２）	*abc*	020	完答で５点
	（３）		（Ｂ）	５点
問題３．（１５点）	（１）	*abc*	525	完答で２点
		def	010	完答で２点
		ghi	546	完答で２点
		jkl	536	完答で２点
		mno	026	完答で２点
	（２）	①	（Ｂ）	２点
		②	（Ｄ）	３点