損保数理（問題）

特に断りがないかぎり、消費税については考慮しないこととする。また、免責金額および支払限度額は１事故あたりのものであり、各クレームは独立であるものとする。

以下、余白

問題１． 次のⅠ～Ⅶの各問について、最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。 各７点 （計４９点）

Ⅰ．ある保険商品の直近年度の実績データは以下の表のとおりであった。

計上契約件数	10,000 件
計上保険料	100,000 千円
支払保険金	57,000 千円
実績社費	18,600 千円
発生クレーム件数	855 件
既経過保険料	95,000 千円
既発生保険金（インカードロス）	61,240 千円
経過契約件数	9,700 件
クレーム額の標準偏差	39,250 円

また、この保険商品の現行の予定料率構成割合と営業保険料は以下の表のとおりであり、全契約の営業保険料は同一であるものとする。

予定損害率	60%
予定社費率	20%
予定代理店手数料率	15%
予定利潤率	5%
営業保険料	10,000 円

次の（１）～（３）の各問に答えなさい。なお、各問で計算した結果を後の問題で用いる場合は、各問で選択肢から選んだ数値を用いることとする。

（1）以下の条件のもとで算出した全信頼度に必要なクレーム件数に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。なお、必要があれば、下表（標準正規分布の上側ε点）の数値を使用すること。

※　クレーム件数は、ポアソン分布に従うものとする

※　クレーム件数および各クレーム額は互いに独立であり、クレーム総額をT、その平均と分散をそれぞれ$E(T)$、$V(T)$としたとき、$\dfrac{T-E(T)}{\sqrt{V(T)}}$は標準正規分布$N(0,1)$で近似できる

※　各クレーム額の平均および標準偏差は、直近年度の実績データを使用する

※　クレーム総額が 95%の確率で、真のクレームコストの上下 5%以内に収まれば、クレーム総額に全信頼度を与える

＜表＞　標準正規分布の上側ε点：$u(\varepsilon)$

ε	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010
$u(\varepsilon)$	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326

（A）　600 件（B）　800 件（C）1,000 件（D）1,200 件（E）1,400 件
（F）1,600 件（G）1,800 件（H）2,000 件（I）2,200 件（J）2,400 件

（2）直近年度の実績データを用いて、純保険料法により改定純保険料を求める。算出にあたっては信頼度を勘案するものとし、（1）で求めた全信頼度に必要なクレーム件数を用いると、改定純保険料は $\boxed{\quad ① \quad}$ 円となる。

①に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）6,000　（B）6,025　（C）6,050　（D）6,075　（E）6,100
（F）6,125　（G）6,150　（H）6,175　（I）6,200　（J）6,225

（3）（2）で求めた改定純保険料に基づき、営業保険料を算出することを考える。改定後の社費率、代理店手数料率および利潤率は、それぞれ実績社費率、予定代理店手数料率および予定利潤率と同一とした場合、営業保険料は $\boxed{\quad ② \quad}$ 円となる。

②に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）10,000　（B）10,025　（C）10,050　（D）10,075　（E）10,100
（F）10,125　（G）10,150　（H）10,175　（I）10,200　（J）10,225

Ⅱ．危険標識を年齢（26 歳以上か 26 歳未満か）と用途（自家用か営業用か）の 2 区分で設定している自動車保険があり、その実績クレーム単価のデータが下表のとおりであったとする。

＜クレーム単価＞

	自家用	営業用
26 歳以上	300	400
26 歳未満	400	500

年齢・用途別のクレーム単価 $Y_i\,(i=1,2,3,4)$ を一般化線形モデル、すなわち、Y_i の従う指数型分布族をガンマ分布 $f(y_i;\mu_i,\phi)=\dfrac{y_i^{-1}}{\Gamma(1/\phi)}\left(\dfrac{y_i}{\mu_i\phi}\right)^{1/\phi}\exp\left(-\dfrac{y_i}{\mu_i\phi}\right)$（ここで、$\mu_i=E(Y_i)$、$0<\phi<\infty$ である）、

リンク関数を $g(x)=1/x$ とし、次のとおり定義される説明変数 $x_{ij}\,(i=1,2,3,4,\ j=1,2,3)$ を用いて、

$\mu_i=g^{-1}(\beta_1 x_{i1}+\beta_2 x_{i2}+\beta_3 x_{i3})$ と表されるモデルを用いて分析する。

$$x_{i1}=\begin{cases}1 & (26\text{歳以上の場合})\\ 0 & (26\text{歳未満の場合})\end{cases},\quad x_{i2}=\begin{cases}1 & (26\text{歳未満の場合})\\ 0 & (26\text{歳以上の場合})\end{cases},\quad x_{i3}=\begin{cases}1 & (\text{自家用の場合})\\ 0 & (\text{営業用の場合})\end{cases}$$

ここで、β_1,β_2,β_3 はパラメータであり、最尤法で推定する。このとき、次の（1）、（2）の各問に答えなさい。

（1）パラメータ $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ が満たす連立方程式として、以下の式の①～⑦に当てはまる最も適切なものは、選択肢のうちのどれか。ここで、以下の式の l は対数尤度関数である。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

$$\phi\frac{\partial l}{\partial \beta_1} = \frac{1}{\boxed{①}} + \frac{1}{\boxed{②}} - \boxed{③} = 0$$

$$\phi\frac{\partial l}{\partial \beta_2} = \frac{1}{\boxed{④}} + \frac{1}{\boxed{⑤}} - \boxed{⑥} = 0$$

$$\phi\frac{\partial l}{\partial \beta_3} = \frac{1}{\boxed{①}} + \frac{1}{\boxed{④}} - \boxed{⑦} = 0$$

（A）100　（B）200　（C）300　（D）400　（E）500
（F）600　（G）700　（H）800　（I）900　（J）1000
（K）β_1　（L）β_2　（M）β_3　（N）$\beta_1\beta_2$　（O）$\beta_1\beta_3$
（P）$\beta_2\beta_3$　（Q）$\beta_1\beta_2\beta_3$　（R）$\beta_1+\beta_2$　（S）$\beta_1+\beta_3$　（T）$\beta_2+\beta_3$
（U）$\beta_1+\beta_2+\beta_3$　（V）いずれにも該当しない

（2）一般化線形モデルで計算した場合の、「26 歳以上かつ自家用」のクレーム単価の期待値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）288　（B）291　（C）294　（D）297　（E）300
（F）303　（G）306　（H）309　（I）312　（J）315

Ⅲ．事故が発生した年度（事故年度）から 4 年間で支払が完了する保険商品（2009 年度から販売開始）について、2009 年度から 2013 年度までの各年度の支払保険金および各年度末の個別見積りによる普通支払備金が次のように与えられているとき、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

なお、2013 年度のインフレ率（対前年度）は 10%とし、その他の年度のインフレ率（対前年度）は将来を含めて 0%とする。支払保険金はその支払年度の貨幣価値によるものとし、2012 年度末の普通支払備金は 2013 年度のインフレ率 10%を加味して算出済の値である。

また、計算の途中において、事故年度、経過年数別のロスディベロップメントを作成する際、n 事故年度分の n+k 事業年度の支払保険金および年度末普通支払備金は下表のとおり事故年度からの経過年数 k+1 年目のデータとし、ロスディベロップメントファクターについては小数点以下第４位を四捨五入して小数点以下第３位までの数値を用い、支払保険金・支払備金については小数点以下第１位を四捨五入して整数値を用いるものとする。

事業年度	支払保険金										
		2009 事故年度分		2010 事故年度分		2011 事故年度分		2012 事故年度分		2013 事故年度分	
			経過年数		経過年数		経過年数		経過年数		経過年数
2009	1,523	1,523	１年								
2010	1,950	495	２年	1,455	１年						
2011	2,074	324	３年	477	２年	1,273	１年				
2012	2,208	126	４年	341	３年	402	２年	1,339	１年		
2013	2,663	0	５年	264	４年	423	３年	468	２年	1,508	１年

事業年度	年度末普通支払備金										
		2009 事故年度分		2010 事故年度分		2011 事故年度分		2012 事故年度分		2013 事故年度分	
			経過年数		経過年数		経過年数		経過年数		経過年数
2009	429	429	１年								
2010	803	203	２年	600	１年						
2011	986	50	３年	382	２年	554	１年				
2012	927	0	４年	188	３年	420	２年	319	１年		
2013	1,181	0	５年	0	４年	635	３年	168	２年	378	１年

（1）特殊な大口のＩＢＮＲ損害が発生している事故年度がある。ロスディベロップメントから判断した場合、何事故年度の何事業年度時点で認識されたＩＢＮＲ損害か。最も適切なものは、選択肢のうちのどれか。

（A）2009 事故年度の 2010 事業年度時点　（B）2009 事故年度の 2011 事業年度時点
（C）2009 事故年度の 2012 事業年度時点　（D）2009 事故年度の 2013 事業年度時点
（E）2010 事故年度の 2011 事業年度時点　（F）2010 事故年度の 2012 事業年度時点
（G）2010 事故年度の 2013 事業年度時点　（H）2011 事故年度の 2012 事業年度時点
（I）2011 事故年度の 2013 事業年度時点　（J）2012 事故年度の 2013 事業年度時点

（2）事故年度、経過年数別の累計発生保険金のロスディベロップメントを作り、それを用いて、チェインラダー法により事故年度別の最終累計発生保険金を推定した場合、2013 事故年度の最終累計発生保険金に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。なお、ロスディベロップメントファクターの予測値としては、既知の対応する事故年度別ロスディベロップメントファクター（<u>ただし、（1）の事故年度のデータは全ての経過時点から除く</u>）の単純平均値を用いること。

（A）2,200　（B）2,225　（C）2,250　（D）2,275　（E）2,300
（F）2,325　（G）2,350　（H）2,375　（I）2,400　（J）2,425

Ⅳ．保険期間 n 年の積特型積立保険の年払契約における補償部分の平準年払営業保険料に関し、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。なお、保険料に関する基礎数値は、保険期間を通じて下表のとおりとする。ただし、新契約社費は保険期間の初年度のみに支出されるものとする。

危険保険料		p
予定社費	新契約社費	α
	維持費	β
予定代理店手数料率		θ
予定利潤率		δ
予定利率		i
現価率		$v=\dfrac{1}{1+i}$

※予定代理店手数料率と予定利潤率は、営業保険料に対する割合である。

（１）平準年払営業保険料について、１年契約の営業保険料（上表と同じ危険保険料、予定社費、予定代理店手数料率、予定利潤率により算出したものとする）に対する割引率は、選択肢のうちのどれか。

（A）$\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\alpha$　（B）$v\dfrac{1-v}{1-v^{n-1}}\cdot\dfrac{\alpha}{p+\alpha+\beta}$　（C）$v\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\alpha(1-\theta-\delta)$

（D）$\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{p+\alpha+\beta}$　（E）$v\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{p+\alpha+\beta}$　（F）$\dfrac{1-v}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{p+\alpha+\beta}$

（G）$v\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\alpha$　（H）$v\dfrac{1-v}{1-v^{n-1}}\cdot\dfrac{\alpha(1-\theta-\delta)}{p+\alpha+\beta}$　（I）$v\dfrac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha(1-\theta-\delta)}{p+\alpha+\beta}$

（J）いずれにも該当しない

（２）第２保険年度末で解約が発生（保険料の請求・返還は行わない）した場合について、回収できなかった新契約社費の第２保険年度末時点の現価は、選択肢のうちのどれか。

（Ａ）$v^2 \dfrac{1-v^{n-2}}{1-v^n}\alpha$

（Ｂ）$\dfrac{\left(1-v^{n-1}\right)\left(1-v^{n-2}\right)}{1-v^n}\alpha$

（Ｃ）$v^2 \dfrac{1-v^{n-2}}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{1-\theta-\delta}$

（Ｄ）$\dfrac{\left(1-v^{n-1}\right)\left(1-v^{n-2}\right)}{1-v^n}\alpha i$

（Ｅ）$\dfrac{1-v^{n-2}}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{1-\theta-\delta}$

（Ｆ）$v\dfrac{\left(1-v^{n-1}\right)\left(1-v^{n-2}\right)}{1-v^n}\alpha$

（Ｇ）$\dfrac{\left(1-v^{n-1}\right)\left(1-v^{n-2}\right)}{1-v^n}\cdot\dfrac{\alpha}{1-\theta-\delta}$

（Ｈ）$\dfrac{1-v^{n-3}}{1-v^{n-1}}\alpha$

（Ｉ）$\dfrac{1-v^{n-2}}{1-v^n}\alpha$

（Ｊ）いずれにも該当しない

Ⅴ．次の（１）～（３）に該当する保険料算出原理は、【選択肢】のうちのどれか。ただし、**（Ａ）**から**（Ｇ）**のうち２つ以上の保険料算出原理が該当する場合は、**（Ｈ）**のみをマークしなさい。

（１）保険金が以下の確率密度関数を持つ確率分布に従うとき、この保険料算出原理による保険料の算出値は存在しない。

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{18\pi}\,x}\exp\left(-\frac{\left(\log x-2\right)^2}{18}\right)\quad\left(x>0\right)$$

（２）保険会社の効用関数が $u(x)=-\exp\left(-hx\right)$（ただし h は正の定数）であると仮定する。保険を販売した場合の期待効用が、保険を販売していないときの効用よりも大きくなるように保険料を設定するべきであるが、その際、保険料の下限として導かれるものが、この保険料算出原理による保険料である。

（３）この保険料算出原理は、保険料算出原理に求められる性質である「リスクプレミアムは非負」「保険料は保険金の上限額以下」「平行移動不変性」「正の同次性」「独立なリスクに対する加法性」のうち、「独立なリスクに対する加法性」は満たさないが他の４つの性質はすべて満たす。

【選択肢】（問題１ Ⅴで共通。同じ選択肢を複数回用いてもよい。）

（Ａ）期待値原理
（Ｂ）分散原理
（Ｃ）標準偏差原理
（Ｄ）指数原理
（Ｅ）パーセンタイル原理
（Ｆ）エッシャー原理
（Ｇ）ワンの保険料算出原理
（Ｈ）（Ａ）から**（Ｇ）**のうち２つ以上の保険料算出原理
（Ｉ）（Ａ）から**（Ｇ）**のいずれの保険料算出原理にも該当しない

VI. 期首サープラスが u_0、複合ポアソン過程のポアソンパラメータが λ、個々のクレーム額の分布の確率密度関数が次のとおり表せる Lundberg モデルを考える。次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

$$f(x)=\frac{3}{\Gamma(1.5)}e^{-3x}(3x)^{0.5} \quad (0\le x<\infty)$$

なお、破産確率 $\varepsilon(u_0)$ と Lundberg の不等式は、調整係数 R、時刻 t 時点のサープラス U_T、破産時刻 T を用いて下式にて表される。

$$\varepsilon(u_0)=\frac{e^{-Ru_0}}{E(e^{-RU_T}|T<\infty)}$$

$$\varepsilon(u_0)<e^{-Ru_0}$$

また、期間 $[0,t]$ で受け取る収入保険料総額は、当該期間でのクレーム累計額の期待値 μ_t に安全割増率 θ を考慮した $P_t=(1+\theta)\mu_t$ にて表されることとする。

（１）クレーム額 X の積率母関数 $M_X(r) \quad (r<3)$ は、選択肢のうちどれか。

（Ａ）$\frac{\sqrt{3}}{(3-r)^{0.5}}$　（Ｂ）$\frac{2\sqrt{3}}{(3-r)^{0.5}}$　（Ｃ）$\frac{3\sqrt{3}}{(3-r)^{0.5}}$

（Ｄ）$\frac{\sqrt{3}}{(3-r)^{1.5}}$　（Ｅ）$\frac{2\sqrt{3}}{(3-r)^{1.5}}$　（Ｆ）$\frac{3\sqrt{3}}{(3-r)^{1.5}}$

（Ｇ）$\frac{\sqrt{3}}{(3-r)^{2.5}}$　（Ｈ）$\frac{2\sqrt{3}}{(3-r)^{2.5}}$　（Ｉ）$\frac{3\sqrt{3}}{(3-r)^{2.5}}$

（Ｊ）いずれにも該当しない

（２）Lundberg の不等式を用いて保険会社にとって最も保守的に評価した破産確率を e^{-2} まで許容することとした場合、必要な安全割増率 θ に最も近いものは、選択肢のうちどれか。ただし、$u_0=4$ および $\lambda=8$ が与えられていることとする。また、必要があれば $e=2.718$ を使用すること。

（Ａ）0.20　（Ｂ）0.22　（Ｃ）0.24　（Ｄ）0.26　（Ｅ）0.28

（Ｆ）0.30　（Ｇ）0.32　（Ｈ）0.34　（Ｉ）0.36　（Ｊ）0.38

Ⅶ. あるポートフォリオについて、個々のクレーム額 X が以下の確率密度関数に従うことが分かっている。

$$f(s)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{s}\right)^{\alpha+1} \quad (s>\beta, 1<\alpha<\infty, 0<\beta<\infty)$$

また、閾値を $u(u>\beta)$ とする。このとき、次の（1）、（2）の各問に答えなさい。

（1）個々のクレーム額 X の超過分布関数 $F_u(x)$ を求めると、以下のとおりとなる。①～③に当てはまる最も適切なものは【選択肢】のうちのどれか。

$$F_u(x)=1-\left(\frac{\boxed{①}}{\boxed{②}}\right)^{\boxed{③}} \quad (x \geq 0)$$

（2）個々のクレーム額 X の平均超過関数 $e(u)$ を求めると、以下のとおりとなる。④、⑤に当てはまる最も適切なものは【選択肢】のうちのどれか。

$$e(u)=\frac{\boxed{④}}{\boxed{⑤}} \qquad (u>\beta)$$

【選択肢】（問題１　Ⅶで共通。同じ選択肢を複数回用いてもよい。）

（A）$\alpha-1$	（B）α	（C）$\alpha+1$	（D）$\beta-1$	（E）β
（F）$\beta+1$	（G）u	（H）x	（I）$u-x$	（J）$x-u$
（K）$x+u$	（L）ux	（M）1	（N）いずれにも該当しない	

問題２． 次のⅠ～Ⅴの各問について、最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。　各７点　（計３５点）

Ⅰ．ある保険商品の予定料率構成割合は下表のとおりであり、予定社費率に対応する社費のうち半分は契約条件により増減することはなく、残りの半分が保険金支払件数に比例するものとなっている。ただし、代理店手数料と利潤は営業保険料に比例するものとする。

予定損害率	60%
予定社費率	20%
予定代理店手数料率	15%
予定利潤率	5%

また、この保険商品の個々のクレーム額 X が以下の確率密度関数に従うことが分かっている。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}\, x} \exp\left(-\frac{(\log x + 2)^2}{8} \right) \qquad (x > 0)$$

この保険商品に、免責金額を導入することを検討する（個々のクレーム額 X に免責金額を加味した額が保険金となる）。
このとき、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。なお、必要があれば下表（標準正規分布の上側 ε 点）の数値および $e = 2.718$ を使用すること。

＜表＞標準正規分布の上側 ε 点：$u(\varepsilon)$

ε	0.309	0.159	0.067	0.023
$u(\varepsilon)$	0.500	1.000	1.500	2.000

（１）フランチャイズ方式の免責金額 e^{-1} を導入する。この商品内容改定により、営業保険料は
$\boxed{\quad ① \quad}$ %減少する。

①に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）10　（B）12　（C）14　（D）16　（E）18
（F）20　（G）22　（H）24　（I）26　（J）28

（２）エクセス方式の免責金額 e^{-1} を導入する。この商品内容改定により、営業保険料は
$\boxed{\quad ② \quad}$ %減少する。

②に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）20　（B）22　（C）24　（D）26　（E）28
（F）30　（G）32　（H）34　（I）36　（J）38

Ⅱ．クレームが発生した場合に保険金 1,000 を支払う保険契約について、過去のクレーム件数から推定される次年度のクレーム件数に応じた保険料の割増引を検討している。ここで、無作為に抽出した契約者のクレーム件数は期待値 Θ のポアソン分布に従い、さらに Θ は契約者ごとにばらつきがあり、確率密度関数が $f(\theta)=3\theta^{-4}\quad(\theta>1)$ である分布に従う。契約者単位の時系列で観察した場合、同一の契約者の Θ は同一であるとする。このとき、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

（１）過去 1 年間で計 4 件のクレームを起こしたある契約者について、ビュールマン・モデルを用いて、次年度のクレーム件数を予測した場合、ビュールマン・モデルの信頼度は $\boxed{\quad ① \quad}$ 、次年度のクレーム件数は $\boxed{\quad ② \quad}$ 件と計算される。

①に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（Ａ）0.30　（Ｂ）0.31　（Ｃ）0.32　（Ｄ）0.33　（Ｅ）0.34
（Ｆ）0.35　（Ｇ）0.36　（Ｈ）0.37　（Ｉ）0.38　（Ｊ）0.39

②に入る数値に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（Ａ）2.0　（Ｂ）2.3　（Ｃ）2.6　（Ｄ）2.9　（Ｅ）3.2
（Ｆ）3.5　（Ｇ）3.8　（Ｈ）4.1　（Ｉ）4.4　（Ｊ）4.7

（２）次年度に適用する純保険料について、過去 1 年間のクレーム件数では信頼度が不足すると考え、過去 2 年間の合計クレーム件数に応じて、ビュールマン・モデルによって予測した次年度のクレーム件数の予測値を用いて設定することとした。過去 2 年間で計 7 件のクレームを起こした契約者に適用する純保険料、営業保険料は、過去 2 年間で無事故の契約者に適用する純保険料、営業保険料のそれぞれ $\boxed{\quad ③ \quad}$ 倍（純保険料）、$\boxed{\quad ④ \quad}$ 倍（営業保険料）となる。なお、営業保険料は、クレーム件数の予測値を用いて算出した純保険料に、社費は定額で 330、代理店手数料率、利潤率を営業保険料に対する割合でそれぞれ 15%と 5%と織り込むこととし、安全割増率は加味しない。

③、④に入る数値に最も近いものは、【選択肢】のうちのどれか。

【選択肢】（問題２　Ⅱ（２）で共通。同じ選択肢を複数回用いてもよい。）

（Ａ）1.90　（Ｂ）2.25　（Ｃ）2.60　（Ｄ）2.95　（Ｅ）3.30
（Ｆ）3.65　（Ｇ）4.00　（Ｈ）4.35　（Ｉ）4.70　（Ｊ）5.05

Ⅲ．ある契約集団で１年間に発生するクレーム件数 N は、パラメータ Θ の二項分布 $B(\Theta,0.3)$（確率関数 $f(y)=\binom{\Theta}{y}0.3^{y}0.7^{\Theta-y}$）に従い、$\Theta$ は平均 5 のポアソン分布に従うとする。また、この契約集団の個々のクレーム額 $X_i(i=1,2,\cdots,N)$ は、平均 0.5 の指数分布に従うとする。

ここで、クレーム件数 N と各クレーム額 X_i は互いに独立であるとし、年間のクレーム総額を $S=X_1+\cdots+X_N$ と表すこととする。このとき、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

（１）標準偏差原理（$P(S)=\mu_S+h\sigma_S$）で純保険料総額を算出した場合、この契約集団の純保険料総額に最も近いものは、【選択肢】のうちのどれか。なお、$h=1$とする。

（２）エッシャー原理（$P(S)=E(Se^{hS})/E(e^{hS})$）で純保険料総額を算出した場合、この契約集団の純保険料総額に最も近いものは、【選択肢】のうちのどれか。なお、$h=1$とする。

【選択肢】（問題２ Ⅲで共通。同じ選択肢を複数回用いてもよい。）

（Ａ）1.2	（Ｂ）1.4	（Ｃ）1.6	（Ｄ）1.8	（Ｅ）2.0
（Ｆ）2.2	（Ｇ）2.4	（Ｈ）2.6	（Ｉ）2.8	（Ｊ）3.0

Ⅳ. ある保険会社が 1 件のみ元受保険契約を有しており、当該保険契約は 1 年間に必ず 1 件の事故が発生し、1 事故の支払保険金は平均 1 億円の指数分布に従うとする。

この保険会社には 8 億円のリザーブがあり、元受年間収入保険料は 2 億円である。リザーブと正味年間収入保険料の和を正味年間支払保険金と経費の和が超えると破産するものとする。

元受保険契約に関する経費は、固定費が 0.1 億円、変動費が元受支払保険金の 10%掛かるものとする。

今、この保険会社は次の 2 パターンの再保険手配を考えている。なお、元受保険契約に掛かる経費は元受保険会社が全額負担し、再保険契約に掛かる経費は勘案しないこととする。

パターン a：出再割合 20%の比例再保険
（年間再保険料＝元受年間収入保険料×出再割合　にて表されるものとする。）

パターン b：エクセスポイント 1 億円、カバーリミット β 億円の ELC 再保険（β は整数）
（年間再保険料＝年間回収期待値×$(1+\gamma)$　にて表されるものとする。）

このとき、次の（1）、（2）の各問に答えなさい。なお、必要があれば、$e^{-1}=0.368$ を用いること。

（1）$\beta=1$ のとき、パターン b におけるこの保険会社の期待損益がパターン a よりも大きくなる条件は、$\gamma <$ ［　①　］ である。

①に入る数値として最も適切なものは、次のうちどれか。

（A）0.25　（B）0.45　（C）0.65　（D）0.85　（E）1.05
（F）1.25　（G）1.45　（H）1.65　（I）1.85　（J）2.05

（2）$\gamma=0.5$ のとき、パターン b におけるこの保険会社の今後 1 年間の破産確率がパターン a よりも小さくなるような最小の β は ［　②　］ であり、この β を採用した時の期待損益はパターン b の方がパターン a よりも ［　③　］ 億円大きい。

②、③に入る数値に最も近いものは、次のうちどれか。

【②の選択肢】
（A）1　（B）2　（C）3　（D）4　（E）5
（F）6　（G）7　（H）8　（I）9　（J）10

【③の選択肢】
（A）0.005　（B）0.010　（C）0.015　（D）0.020　（E）0.025
（F）0.030　（G）0.035　（H）0.040　（I）0.045　（J）0.050

Ｖ．次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

（１）以下のイからハのうち正しいものの組み合わせとして最も適切なものは、選択肢のうちのどれか。

イ．N 年度の契約年度統計とは、N 年度内に保険契約が開始した全契約からなる統計データのことを指す。当該統計は、保険金と保険料の関係が正確に保たれるため、料率算定を正確に行うことができるという利点を持つが、一方で、全統計データの収集には時間を要するという欠点を持つ。

ロ．古典的な線形モデルでは、誤差項の分布は正規分布に従いその分散は一定といった仮定があり、損害保険で取り扱うリスクを分析するには大きな制約となっていた。これに対し、一般化線形モデルでは、クレーム頻度やクレーム額の分布といった正規分布がなじみにくい目的変数に対してもモデル化が可能となっている。

ハ．期待効用原理とは、不確実性を持つ対象（確率変数）の選択に関して、期待値そのものの大小ではなく、「効用」の期待値の大小によって選好が定まると考えるものである。

（A）全て正しい	（B）イ、ロのみ正しい
（C）イ、ハのみ正しい	（D）ロ、ハのみ正しい
（E）イのみ正しい	（F）ロのみ正しい
（G）ハのみ正しい	（H）全て誤り

（２）以下のニからへのうち正しいものの組み合わせとして最も適切なものは、選択肢のうちのどれか。

ニ．QQ プロットとは、分位点の観測値とモデルによる理論値との関係をプロットしたグラフであり、平均超過プロットとは、平均超過関数 $e(u)$ の観測値と u の関係をプロットしたグラフである。

ホ．リスクを表す確率変数を X 、そのリスク尺度を $\rho(X)$ と表す。$\rho(X)$ がコヒーレント・リスク尺度であるとき、以下の性質を持つ。

・平行移動不変性：任意の実数 c に対し、$\rho(X+c)=\rho(X)+c$

・正の同次性：任意の正の実数 c に対し、$\rho(cX)=c\rho(X)$

また、これらの性質から、$\rho(0)=0$ 、$\rho(c)=c$ を導くことが出来る。

へ．Minimum Bias 法は、伝統的な算定方法においては収支のバランスが保証されず、Bailey-Simon 法では近似的に保証されるに過ぎなかった点を考慮した方法といえる。また、この手法は Bailey-Simon 法と比べて計算が簡単であるという利点を持っている。

（A）全て正しい	（B）ニ、ホのみ正しい
（C）ニ、へのみ正しい	（D）ホ、へのみ正しい
（E）ニのみ正しい	（F）ホのみ正しい
（G）へのみ正しい	（H）全て誤り

問題３． 次のⅠ、Ⅱの各問について、最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。 Ⅰ：７点、Ⅱ：９点 （計１６点）

Ⅰ．ある保険会社において、商品 A の年間支払保険金 X と、商品 B の年間支払保険金 Y は、下表のとおりであることが分かっている。

年間支払保険金 X	0	10	20
発生確率	0.5	0.3	0.2

年間支払保険金 Y	0	5	10
発生確率	0.4	0.3	0.3

また、過去 10 年間の事業年度 i の商品 A の年間支払保険金 x_i と、商品 B の年間支払保険金 y_i は、下表のとおりであった。このとき、次の（１）、（２）の各問に答えなさい。

事業年度 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
商品 A の年間支払保険金 x_i	10	20	0	10	0	0	10	20	0	0
商品 B の年間支払保険金 y_i	5	5	0	10	0	0	5	10	0	10

（１）観測データから確率変数 (X,Y) の経験コピュラ $\tilde{C}(u_x,u_y)$ を求めるとき、$\tilde{C}(0.5,0.5)$ に最も近いものは、選択肢のうちどれか。

なお、経験コピュラは下式により表現される。ここで、T は観測データの数、$x_n^{(t_n)}$ は $\{x_n^t\}$ $(t=1,\cdots,T)$ を昇順に並び替えたなかで t_n 番目のデータを表す。

$$\tilde{C}\left(\frac{t_1}{T},\cdots,\frac{t_N}{T}\right)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}1_{\left[x_1^t\le x_1^{(t_1)},\cdots,x_N^t\le x_N^{(t_N)}\right]}$$

（Ａ）0.05　（Ｂ）0.10　（Ｃ）0.15　（Ｄ）0.20　（Ｅ）0.25
（Ｆ）0.30　（Ｇ）0.35　（Ｈ）0.40　（Ｉ）0.45　（Ｊ）0.50

（2）次のア、イの場合それぞれの $CTE_{60\%}(X+Y)$ を算出したとき、その差分の絶対値に最も近いものは、選択肢のうちどれか。

ア．確率変数 (X,Y) のコピュラが経験コピュラ $\tilde{C}(u_x,u_y)$ である場合

イ．確率変数 (X,Y) のコピュラが共単調コピュラ $C^+(u_x,u_y)=\min(u_x,u_y)$ である場合

（A）1.2　（B）1.7　（C）2.2　（D）2.7　（E）3.2
（F）3.7　（G）4.2　（H）4.7　（I）5.2　（J）5.7

Ⅱ．初期サープラスuの Lundberg モデルにおいて、元受契約に ELC 再保険を付加した場合の破産確率を、調整係数を用いずに離散近似により算出することを考える。なお、元受契約のクレーム総額は、パラメータ 5 および個々のクレーム額が平均 1 の指数分布の複合ポアソン分布に従い、元受保険料の安全割増率は 60%とする。また、ELC 再保険のエクセスポイントは 3、再保険付加率は 100%とする。このとき、次の（1）～（3）の各問に答えなさい。ただし、初期サープラスuのとき、破産が発生し、かつ破産直後の欠損額がy以上である確率$G(u,y)$に関する積分微分方程式から得られる以下の結果を用いてよい。

① 初期サープラス 0 のときの破産確率

$$G(0,0)=\frac{1}{1+\theta}$$

② 初期サープラス 0 で破産が発生したときの欠損額Yの分布関数$F_Y(y)$

$$F_Y(y)=\frac{1}{\mu}\int_0^y\{1-F(x)\}dx$$

ここで、θは正味（再保険考慮後）収入保険料の正味クレーム総額平均値に対する安全割増率、μおよび$F(x)$はそれぞれ個々の正味クレーム額の平均値および分布関数とする。また、必要があれば、$e^{-1}=0.368$を用いること。

（1）正味収入保険料の安全割増率θに最も近いものは、選択肢のうちのどれか。

（A）	56%	（B）	57%	（C）	58%	（D）	59%	（E）	60%
（F）	61%	（G）	62%	（H）	63%	（I）	64%	（J）	65%

（2）下記の①～⑤の空欄に当てはまる最も適切なものは、選択肢のうちのどれか。

L_nを、n回目にサープラスU_tの「最低記録」を更新したときにおける「記録の更新幅」を表すとすると、破産とは$L=L_1+L_2+\cdots$がuを超えることを意味する。「最低記録」の更新が起きる回数Kが成功確率 $\boxed{\quad ① \quad}$ の幾何分布に従うことを用いて、Lの分布関数$F_L(u)$をθおよび$F_Y(y)$のk個の畳み込み$F_Y^{k*}(y)$で表すと、以下のようになる。

$$F_L(u)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\boxed{\quad ② \quad}\right)^k F_Y^{k*}(u)\left(\boxed{\quad ① \quad}\right)$$

上記の分布関数$F_L(u)$を、欠損額Yを離散分布で近似した上で、再帰的に計算することを考える。$f_L(x)$および$P_L(z)$をそれぞれLの確率関数および確率母関数、同様に、$f_Y(y)$および$P_Y(z)$をそれぞれ欠損額Yの確率関数および確率母関数とし、$f_Y(y)$は以下のとおりラウンド法で近似する。

$$f_Y(y)=F_Y(y)-F_Y(y-1) \qquad (y=1,2,3)$$

ここで、確率母関数とは、ある離散型確率変数 N に対して、$P_N(z)=E(z^N)$ で定義される。

次に、$K=k$ となる確率 p_k が $p_k=(\boxed{②})\times p_{k-1}\quad(k=1,2,3,\cdots)$ を満たすことを用いると、$P_L'(z)$ は以下のとおり、$P_L(z)$ および $P_Y(z)$ とそれらの微分を用いて表せる。

$$P_L'(z)=(\boxed{②})\times\{(\boxed{③})\times P_L'(z)+(\boxed{④})\times P_L(z)\}$$

上式の両辺において、L および Y の確率母関数を確率関数で表し、z のべき級数の任意の係数が等しくなければならないことから、以下のとおり、$f_L(x)$ の再帰式を得ることができる。

$$f_L(x)=(\boxed{②})\times\sum_{y=1}^{y=\min(3,x)}\{(\boxed{⑤})\times f_L(x-y)\}\qquad(x=1,2,3\cdots)$$

（A）θ　（B）$1/\theta$　（C）$1/(1+\theta)$　（D）$\theta/(1+\theta)$
（E）$P_L(z)$　（F）$P_L'(z)$　（G）$(1+\theta)P_L(z)$　（H）$P_L'(z)/(1+\theta)$
（I）$P_Y(z)$　（J）$P_Y'(z)$　（K）$(1+\theta)P_Y'(z)$　（L）$P_Y(z)/(1+\theta)$
（M）$f_Y(y)$　（N）$x\cdot f_Y(y)$　（O）$y\cdot f_Y(y)$　（P）$f_Y(x-y)$
（Q）$x\cdot f_Y(x-y)$　（R）$y\cdot f_Y(x-y)$　（S）いずれにも該当しない

（3）$u=7$ のときの破産確率に最も近いものは、選択肢のうちのどれか。ただし、θ は（1）で選択肢から選んだ数値を用いることとし、計算の過程において、$f_Y(y)$ および $f_L(x)$ は全て小数点以下第５位を四捨五入して小数点以下第４位までの数値を用いることとする。

（A）1.5%　（B）2.5%　（C）3.5%　（D）4.5%　（E）5.5%
（F）6.5%　（G）7.5%　（H）8.5%　（I）9.5%　（J）10.5%

以上

損保数理

問題１

Ⅰ.

（１）**（Ｈ）**　（２）**（Ｉ）**　（３）**（Ｅ）**　　　［（１）２点、（２）３点、（３）２点］

（１）

テキスト（３．７）式より、クレーム総額が「$100p\%$の確率で真の値の$\pm 100k\%$の範囲内に」入るとき、クレーム総額に全信頼度を与える場合、全信頼度に必要なクレーム件数n_Fは、以下のようになる。

$$n_F = n_0\left\{1+\left(\frac{\sigma}{m}\right)^2\right\}$$

ここで、$n_0 = y^2/k^2$であり、yは$2\int_0^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx = p$なる点である。

本問では、$p = 0.95$、$k = 0.05$、$m = 61{,}240/855 = 71.626$千円、$\sigma = 39.250$千円であるから、これらを上式に代入すると、

$$n_F = 1.96^2/0.05^2 \times (1+39.250^2/71.626^2) = 1536.64 \times 1.3 = 1{,}998$$

（２）

クレーム頻度＝855/9,700

平均クレーム単価＝61,240/855 千円より

実績純保険料は 855/9,700×61,240/855 千円＝6,313 円となる。

また、予定損害率による予定純保険料は 10,000×60%＝6,000 円となる。

信頼度は$\sqrt{\frac{855}{2{,}000}} = 0.6538$となるので、求める純保険料は 0.6538×6313＋(1－0.6538)×6000＝6,205 円となる。

（３）

実績社費率＝18,600÷100,000＝0.186

よって、営業保険料＝6,200/(1－0.186－0.15－0.05)＝10,098 円

Ⅱ．

（１）①（Ｓ）②（Ｋ）③（Ｇ）④（Ｔ）⑤（Ｌ）⑥（Ｉ）⑦（Ｇ）（①～⑦は完答）

（２）（Ｉ）　　　［（１）５点、（２）２点］

（１）

尤度関数は、

$$L=\prod_{i=1}^{4}\frac{y_i^{-1}}{\Gamma(1/\phi)}\left(\frac{y_i}{\mu_i\phi}\right)^{1/\phi}\exp\left(-\frac{y_i}{\mu_i\phi}\right)$$

であることから、対数尤度関数は、

$$l=\log L=\sum_{i=1}^{4}\left\{-\log y_i-\log\Gamma(1/\phi)+\frac{1}{\phi}\left(\log\frac{y_i}{\phi}+\log\frac{1}{\mu_i}-\frac{y_i}{\mu_i}\right)\right\}$$

である。

ここで、$y_1=300$（26 歳以上かつ自家用）、$y_2=400$（26 歳以上かつ営業用）、$y_3=400$（26 歳未満かつ自家用）、$y_4=500$（26 歳未満かつ営業用）とすると、

$$\mu_i=g^{-1}(\beta_1x_{i1}+\beta_2x_{i2}+\beta_3x_{i3})=\frac{1}{\beta_1x_{i1}+\beta_2x_{i2}+\beta_3x_{i3}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}\ (i=1)\\ \dfrac{1}{\beta_1}\ (i=2)\\ \dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}\ (i=3)\\ \dfrac{1}{\beta_2}\ (i=4)\end{cases}$$

より、

$$\begin{aligned}l=&-\log 300-\log\Gamma(1/\phi)+\frac{1}{\phi}\left(\log\frac{300}{\phi}+\log(\beta_1+\beta_3)-300(\beta_1+\beta_3)\right)\\&-\log 400-\log\Gamma(1/\phi)+\frac{1}{\phi}\left(\log\frac{400}{\phi}+\log\beta_1-400\beta_1\right)\\&-\log 400-\log\Gamma(1/\phi)+\frac{1}{\phi}\left(\log\frac{400}{\phi}+\log(\beta_2+\beta_3)-400(\beta_2+\beta_3)\right)\\&-\log 500-\log\Gamma(1/\phi)+\frac{1}{\phi}\left(\log\frac{500}{\phi}+\log\beta_2-500\beta_2\right)\end{aligned}$$

であるから、パラメータ β_1,β_2,β_3 が満たす連立方程式は、

$$
\begin{cases}
\phi\dfrac{\partial l}{\partial\beta_1}=\dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}-300+\dfrac{1}{\beta_1}-400=0 & \Leftrightarrow \quad \dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}+\dfrac{1}{\beta_1}-700=0\\
\phi\dfrac{\partial l}{\partial\beta_2}=\dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}-400+\dfrac{1}{\beta_2}-500=0 & \Leftrightarrow \quad \dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}+\dfrac{1}{\beta_2}-900=0\\
\phi\dfrac{\partial l}{\partial\beta_3}=\dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}-300+\dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}-400=0 & \Leftrightarrow \quad \dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}+\dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}-700=0
\end{cases}
$$

となる。

（２）

β_1,β_2,β_3を求めるために、（１）で導出した連立方程式を解く。

ここで、$\dfrac{1}{\beta_1+\beta_3}-300=C$ とおくと、$\dfrac{1}{\beta_1}-400=-C$ 、$\dfrac{1}{\beta_2+\beta_3}-400=-C$ 、$\dfrac{1}{\beta_2}-500=C$ であるから、

$$
\begin{cases}
\beta_1+\beta_3=\dfrac{1}{300+C}\\
\beta_1=\dfrac{1}{400-C}\\
\beta_2+\beta_3=\dfrac{1}{400-C}\\
\beta_2=\dfrac{1}{500+C}
\end{cases}
$$

と整理でき、Cは、

$$
\frac{1}{300+C}+\frac{1}{500+C}=\frac{2}{400-C}
$$

を満たす。

この方程式は、

$$(800+2C)(400-C)=2(300+C)(500+C)$$

$$160000-C^2=150000+800C+C^2$$

$$2C^2+800C-10000=0$$

となるため、これを解くと、

$$
C=\frac{-400\pm\sqrt{400^2+20000}}{2}=12.132\cdots,\ -412.132\cdots
$$

ここで、クレーム単価の期待値は正の値であるから、「26 歳以上かつ自家用」の期待値は、

$$
\frac{1}{\beta_1+\beta_3}=300+C=312
$$

Ⅲ.

（1）**（Ｉ）**　（2）**（Ｈ）**　　　［（1）３点、（2）４点］

（1）

保険金の水準を 2012 年度ベースにインフレ調整を行うと、以下のとおりとなる。

事業年度	支払保険金					
		2009 事故年度分	2010 事故年度分	2011 事故年度分	2012 事故年度分	2013 事故年度分
2009	1,523	1,523				
2010	1,950	495	1,455			
2011	2,074	324	477	1,273		
2012	2,208	126	341	402	1,339	
2013	2,421	0	240	385	425	1,371

事業年度	年度末普通支払備金					
		2009 事故年度分	2010 事故年度分	2011 事故年度分	2012 事故年度分	2013 事故年度分
2009	429	429				
2010	803	203	600			
2011	986	50	382	554		
2012	843	0	171	382	290	
2013	1,074	0	0	577	153	344

当該データより、累計発生保険金に関する、事故年度、経過年数別のロスディベロップメントを作成すると以下のとおりとなる。

事故年度	経過年数			
	1	2	3	4
2009	1,952	2,221	2,392	2,468
2010	2,055	2,314	2,444	2,513
2011	1,827	2,057	2,637	
2012	1,629	1,917		
2013	1,715			

したがって、ＩＢＮＲ損害、ロスディベロップメントファクターは以下のとおりとなる。

＜ＩＢＮＲ損害＞

事故年度	1→2	2→3	3→4
2009	269	171	76
2010	259	130	69
2011	230	580	
2012	288		

＜ロスディベロップメントファクター＞

事故年度	1→2	2→3	3→4
2009	1.138	1.077	1.032
2010	1.126	1.056	1.028
2011	1.126	1.282	
2012	1.177		

以上より、特殊な大口のＩＢＮＲ損害は、2011 事故年度の 2013 事業年度時点で認識されたものである。

（２）

適用ＬＤＦは題意より、以下のとおりとなる。

＜ロスディベロップメントファクター＞

事故年度	1→2	2→3	3→4	
2009	1.138	1.077	1.032	
2010	1.126	1.056	1.028	
2011	1.126	1.282		除外する
2012	1.177			
	↓	↓	↓	
適用 LDF	1.147	1.067	1.030	2011 事故年度データを除く単純平均値

したがって、2013 事故年度の最終累計発生保険金（2012 年度物価ベース）は、

1,715×1.147×1.067×1.030＝2,162

よって、IBNR 備金（2012 年度物価ベース）は、

2,162－1,715＝447

これを 2013 年度物価ベースの IBNR 備金に換算すると、

447×(1＋10%)＝492

以上より、2013 事故年度の最終累計発生保険金（2013 年度物価ベース）は、

1,508＋378＋492＝2,378

Ⅳ.

（１）**（Ｅ）**　（２）**（Ｉ）**　　　　［（１）４点、（２）３点］

（１）

平準年払営業保険料および１年契約の営業保険料は、それぞれ以下のようになる。

$$P_n=\frac{p+\beta+\alpha\dfrac{1-v}{1-v^n}}{1-\theta-\delta}\text{、}\quad P_1=\frac{p+\beta+\alpha}{1-\theta-\delta}$$

以上より、割引率は

$$1-\frac{P_n}{P_1}=1-\frac{p+\beta+\alpha\dfrac{1-v}{1-v^n}}{p+\beta+\alpha}=\frac{\alpha-\alpha\dfrac{1-v}{1-v^n}}{p+\beta+\alpha}$$

$$=\frac{\alpha}{p+\beta+\alpha}\cdot\frac{v-v^n}{1-v^n}=v\frac{1-v^{n-1}}{1-v^n}\cdot\frac{\alpha}{p+\alpha+\beta}$$

（２）

平準年払営業保険料は次のとおり分解できる。

$$P_n=p+\beta+\alpha\frac{1-v}{1-v^n}+P_n(\theta+\delta)$$

＝危険保険料＋予定社費（維持費）

＋予定社費（新契約社費）＋予定代理店手数料＋予定利潤

よって、回収できなかった新契約社費の第２保険年度末時点の現価は次のとおりとなる。

$$\alpha\frac{1-v}{1-v^n}\times\left(1+v+v^2+\cdots+v^{n-3}\right)=\frac{1-v}{1-v^n}\times\frac{1-v^{n-2}}{1-v}\alpha=\frac{1-v^{n-2}}{1-v^n}\alpha$$

Ⅴ.

<u>（１）**（H）**　（２）**（D）**　（３）**（G）**</u>　　　　［（１）２点、（２）２点、（３）３点］

（１）

対数正規分布には積率母関数、キュムラント母関数が存在しないため、以下の保険料算出原理による保険料の算出値は存在しない。（テキスト７－２、７－３、７－１０）

・指数原理　$P(X) = \dfrac{\log E(e^{hX})}{h} \quad h > 0$

・エッシャー原理　$P(X) = \dfrac{E(Xe^{hX})}{E(e^{hX})} \quad h > 0$

（２）

（テキスト７－２のとおり）

（３）

（テキスト７－６のとおり）

Ⅵ.

（１）**（Ｆ）**　（２）**（Ｄ）**　　　　［（１）２点、（２）５点］

（１）

$$M_X(r) = \int_0^\infty \frac{3}{\Gamma(1.5)} e^{-3x}(3x)^{0.5} e^{rx} dx$$

$$= \frac{3^{1.5}}{\Gamma(1.5)} \int_0^\infty e^{-(3-r)x} \cdot x^{0.5} dx$$

$$= \frac{3^{1.5}}{\Gamma(1.5)} \cdot \frac{\Gamma(1.5)}{(3-r)^{1.5}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{(3-r)^{1.5}}$$

（２）

Lundberg の不等式 $\varepsilon(u_0) < e^{-4R}$ と題意から、$e^{-4R} = e^{-2}$、すなわち調整係数が $R = 0.5$ となるような安全割増率を求めれば良い。

従って、$M_X(r) = 1 + (1+\theta)\mu r$ に $\mu = E(X) = 0.5$、$M_X(r) = \dfrac{3\sqrt{3}}{(3-r)^{1.5}}$、$r = 0.5$ を代入して解き、$\theta = 0.26$ となる。

Ⅶ.

（１）①（G）②（K）③（B）（①～③は完答）

（２）④（G）⑤（A）（④⑤は完答）　　　［（１）３点、（２）４点］

（１）

超過分布関数の定義より、$F_u(x) = P(X - u \le x \mid X > u) = \dfrac{F(x+u) - F(u)}{1 - F(u)}$ である。

ここで、$F(s) = 1 - \left(\dfrac{\beta}{s}\right)^{\alpha}$ より、$F_u(x) = \dfrac{-\left(\dfrac{\beta}{x+u}\right)^{\alpha} + \left(\dfrac{\beta}{u}\right)^{\alpha}}{\left(\dfrac{\beta}{u}\right)^{\alpha}} = 1 - \left(\dfrac{u}{x+u}\right)^{\alpha}$

（２）

平均超過関数の定義より、$e(u) = E(X - u \mid X > u) = \dfrac{\int_u^{\infty} (s-u) f(s) ds}{1 - F(u)}$ である。

ここで、

$$\int_u^{\infty} (s-u) f(s) ds = \int_u^{\infty} s \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{s}\right)^{\alpha+1} ds - u(1 - F(u)) = \left[\frac{-\alpha\beta^{\alpha}}{\alpha-1}\left(\frac{1}{s}\right)^{\alpha-1}\right]_u^{\infty} - u\left(\frac{\beta}{u}\right)^{\alpha}$$

$$= \frac{\alpha\beta^{\alpha}}{\alpha-1}\left(\frac{1}{u}\right)^{\alpha-1} - u\left(\frac{\beta}{u}\right)^{\alpha}$$

より、

$$e(u) = \frac{\dfrac{\alpha\beta^{\alpha}}{\alpha-1}\left(\dfrac{1}{u}\right)^{\alpha-1} - u\left(\dfrac{\beta}{u}\right)^{\alpha}}{\left(\dfrac{\beta}{u}\right)^{\alpha}} = \frac{\alpha u}{\alpha-1} - u = \frac{u}{\alpha-1}$$

問題２
Ⅰ．
（１）**（C）**　（２）**（B）**　　　［（１）４点、（２）３点］

（１）
クレーム額 X は、対数正規分布 $LN(-2,2^2)$ に従い、標準正規分布に従う確率変数 Z を用いて以下のように表すことができる。

$$X = e^{-2+2Z}$$

免責金額の導入により、保険金を支払う割合は、以下の割合に減少し、社費のうちの半分は同様に減少することとなる。

$$P\left[X > e^{-1}\right] = P\left[e^{-2+2Z} > e^{-1}\right] = P\left[Z > 0.5\right] = 0.309$$

クレームが発生した際の支払額の期待値について、商品内容改定前は

$$E\left[X\right] = E\left[e^{-2+2Z}\right] = e^{-2}E\left[e^{2Z}\right] = e^{-2} \cdot e^{\frac{1}{2}\cdot 2^2} = 1$$

であり、商品内容改定後は、

$$\int_{0.5}^{\infty} dz\, e^{-2+2z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} = \int_{0.5}^{\infty} dz \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z-2)^2} = \int_{-1.5}^{\infty} dz \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} = 1 - 0.067 = 0.933$$

となる。
以上により、営業保険料の割引率は、

$$1 - \frac{0.6 \times 0.933 + 0.1 + 0.1 \times 0.309}{1 - 0.15 - 0.05} = 14\%$$

となる。

（２）クレームが発生した際の支払額の期待値について、商品内容改定後は、

$$\int_{0.5}^{\infty} dz \left(e^{-2+2z} - e^{-1}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} = \int_{0.5}^{\infty} dz\, e^{-2+2z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} - e^{-1} \int_{0.5}^{\infty} dz \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} = 0.933 - \frac{0.309}{2.718} = 0.819$$

となる（前問の計算結果を利用している）。
したがって、営業保険料の割引率は、

$$1 - \frac{0.6 \times 0.819 + 0.1 + 0.1 \times 0.309}{1 - 0.15 - 0.05} = 22\%$$

となる。

Ⅱ.

（１）①（**D**）②（**B**）（①②は完答）　　（２）③（**E**）④（**C**）（③④は完答）

［（１） ３点、（２） ４点］

（１）ある契約者のｉ年目のクレーム件数X_iはポアソン分布（$P(X_i = x \mid \Theta) = e^{-\Theta}\dfrac{\Theta^x}{x!}$）に従うことから、

その期待値、分散はそれぞれ、

$$E(X_i \mid \Theta) = \Theta$$

$$V(X_i \mid \Theta) = \Theta$$

となり、その結果、

$$E[V(X_i \mid \Theta)] = E(\Theta) = \int_1^\infty \theta \cdot 3\theta^{-4} d\theta = \left[-1.5\theta^{-2}\right]_1^\infty = 1.5$$

$$V[E(X_i \mid \Theta)] = E(\Theta^2) - \{E(\Theta)\}^2 = \int_1^\infty \theta^2 \cdot 3\theta^{-4} d\theta - 1.5^2 = 0.75$$

となる。ゆえにビュールマン・モデルの信頼度は、

$$Z = \frac{n}{n + \dfrac{E[V(X_i \mid \Theta)]}{V[E(X_i \mid \Theta)]}} = \frac{1}{1 + \dfrac{1.5}{0.75}} = 0.33$$

したがって、過去１年間で計４件のクレームのあった契約者の次年度のクレーム件数は、

$$Z \cdot \bar{x} + (1 - Z) \cdot \hat{\mu} = 0.33 \cdot 4 + (1 - 0.33) \cdot 1.5 = 2.33$$

と予測される。

（２）過去２年間の合計クレーム件数により次年度のクレーム件数を推定する場合、ビュールマン・モデルの信頼度は、

$$Z = \frac{n}{n + \dfrac{E[V(X_i \mid \Theta)]}{V[E(X_i \mid \Theta)]}} = \frac{2}{2 + \dfrac{1.5}{0.75}} = 0.50$$

したがって、過去２年間で計７件のクレームのあった契約者、無事故の契約者の次年度のクレーム件数予測値および純保険料（1 件あたりの保険金は 1, 000）は以下のとおりとなる。

・計７件のクレームのあった契約者のクレーム件数予測値、純保険料

クレーム件数予測値＝$Z \cdot \bar{x} + (1 - Z) \cdot \hat{\mu} = 0.50 \cdot (7/2) + (1 - 0.50) \cdot 1.5 = 2.50$

純保険料=2, 500

・無事故の契約者のクレーム件数予測値、純保険料

クレーム件数予測値＝$Z \cdot \bar{x} + (1 - Z) \cdot \hat{\mu} = 0.50 \cdot (0/2) + (1 - 0.50) \cdot 1.5 = 0.75$

純保険料=750

よって、純保険料は 2,500／750＝3.33 倍となる。

また、営業保険料は、クレーム件数の予測値を用いて算出した純保険料に、社費は定額で 330、代理店手数料率、利潤率を営業保険料に対する割合でそれぞれ 15%と 5%と織り込むため、以下のとおりとなる。

・計 7 件のクレームのあった契約者の営業保険料

$$\frac{2{,}500+330}{1-15\%-5\%}=3{,}538$$

・無事故の契約者の営業保険料

$$\frac{750+330}{1-15\%-5\%}=1{,}350$$

よって、営業保険料は、3,538／1,350＝2.62 倍となる。

Ⅲ.

（１）**（C）**（２）**（J）**　　　［（１）３点、（２）４点］

（１）

クレーム件数 N の積率母関数は、

$$E(e^{tN})=\sum_{k=0}^{\infty}E(e^{tN}\mid\Theta=k)P(\Theta=k)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(0.3e^{t}+0.7\right)^{k}\cdot e^{-5}\frac{5^{k}}{k!}$$

$$=e^{-5}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(1.5e^{t}+3.5\right)^{k}}{k!}=\exp\left\{1.5\left(e^{t}-1\right)\right\}$$

となることから、クレーム件数 N は、平均 1.5 のポアソン分布に従う。

よって、

$E(S)=E(N)E(X)=1.5\cdot 0.5=0.75$

$V(S)=E(N)V(X)+V(N)E(X)^{2}=1.5\cdot 0.5^{2}+1.5\cdot 0.5^{2}=0.75$

となるので、求める純保険料は、

$$P(S)=0.75+1\cdot\sqrt{0.75}=1.6$$

別解

クレーム件数 N の分布は、積率母関数を用いずに、分布の定義から直接計算することもできる。

$$P(N=x)=\sum_{k=0}^{\infty}P(N=x\mid\Theta=k)P(\Theta=k)=\sum_{k=x}^{\infty}\frac{k!}{(k-x)!x!}0.3^{x}0.7^{k-x}\cdot e^{-5}\frac{5^{k}}{k!}$$

$$=\frac{0.3^{x}e^{-5}}{x!}\sum_{k=x}^{\infty}\frac{0.7^{k-x}5^{k}}{(k-x)!}=\frac{0.3^{x}e^{-5}}{x!}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{0.7^{l}5^{l+x}}{l!}=\frac{1.5^{x}e^{-5}}{x!}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{3.5^{l}}{l!}$$

$$=\frac{1.5^{x}e^{-5}}{x!}\cdot e^{3.5}=\frac{1.5^{x}e^{-1.5}}{x!}$$

となることから、平均 1.5 のポアソン分布に従う。

（２）

$$P(S)=\frac{E(Se^{hS})}{E(e^{hS})}=\frac{M_S'(h)}{M_S(h)}=\left(\log M_S(h)\right)'$$

ここで、$M_S(h)=\exp\left\{1.5\left(M_X(h)-1\right)\right\}$ であり、$M_X(h)=\dfrac{2}{2-h}$ であるから、

$M_S(h)=\exp\left(\dfrac{3}{2-h}-1.5\right)$ となる。

よって、$\log M_S(h)=\dfrac{3}{2-h}-1.5$ より、$\left(\log M_S(h)\right)'=\dfrac{3}{\left(2-h\right)^{2}}$ である。

従って、求める純保険料は、

$$P(S) = \frac{3}{(2-1)^2} = 3$$

Ⅳ.

（１）①（**D**）（２）②（**C**）③（**E**）　　　［（１） ３点、（２）②２点、③２点］

（１）

リザーブをu_0、元受年間収入保険料をP_X、年間再保険料をP_Y、元受支払保険金期待値を$E(X)$、年間回収期待値を$E(Y)$、固定費をC_1、変動費をC_2、変動費率をρとする。

パターン a の場合、期待損益（億円）は次のとおりとなる。

$$\begin{aligned}
&P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - C_2 \\
&= P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - \rho E(X) \\
&= 2 - 2\times 0.2 - 1 + 1\times 0.2 - 0.1 - 0.1\times 1 \\
&= 0.6
\end{aligned}$$

パターン b の場合、期待損益（億円）は次のとおりとなる。

$$\begin{aligned}
&P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - C_2 \\
&= P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - \rho E(X) \\
&= 2 - (1+\gamma)(e^{-1} - e^{-2}) - 1 + (e^{-1} - e^{-2}) - 0.1 - 0.1\times 1 \\
&= 0.8 - \gamma(e^{-1} - e^{-2})
\end{aligned}$$

題意より、

$$\begin{aligned}
&0.8 - \gamma(e^{-1} - e^{-2}) > 0.6 \\
&\Leftrightarrow \frac{0.2}{e^{-1} - e^{-2}} > \gamma \\
&\Leftrightarrow 0.85 > \gamma
\end{aligned}$$

（２）

パターン a の場合、破産確率は下式が 0 未満となる確率で表される。

$$\begin{aligned}
&u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - C_2 \\
&= u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - \rho X \\
&= 8 + 2 - 2\times 0.2 - X(1 - 0.2) - 0.1 - 0.1\times X \\
&= 9.5 - 0.9X
\end{aligned}$$

よって、$X > \dfrac{9.5}{0.9} = 10.55\ldots$ となる（元受保険金が 10.55 億円を超える）場合に、この会社は破産する。

パターン b の場合、破産確率は下式が 0 未満となる確率で表される。

① $X \le 1$のとき

$$u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - C_2$$
$$= u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - \rho X$$
$$= 8 + 2 - (1+\gamma)E(Y) - X - 0.1 - 0.1 \times X$$
$$= 9.9 - 1.5(e^{-1} - e^{-1-\beta}) - 1.1X$$

② $1 < X \le \beta + 1$のとき

$$u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - C_2$$
$$= u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - \rho X$$
$$= 8 + 2 - (1+\gamma)E(Y) - 1 - 0.1 - 0.1 \times X$$
$$= 8.9 - 1.5(e^{-1} - e^{-1-\beta}) - 0.1X$$

③ $X > \beta + 1$のとき

$$u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - C_2$$
$$= u_0 + P_X - P_Y - X + Y - C_1 - \rho X$$
$$= 8 + 2 - (1+\gamma)E(Y) - (X - \beta) - 0.1 - 0.1 \times X$$
$$= 9.9 - 1.5(e^{-1} - e^{-1-\beta}) - 1.1X + \beta$$

上式より、

$\beta = 2$のとき、$X > 10.38\ldots$となる（元受保険金が 10.38 億円を超える）場合に、この会社は破産する。

$\beta = 3$のとき、$X > 11.25\ldots$となる（元受保険金が 11.25 億円を超える）場合に、この会社は破産する。

よって、パターン b におけるこの保険会社の破産確率がパターン a よりも小さくなるような最小のβは 3 となる。

また、パターン a の場合、期待損益（億円）は次のとおりとなる。

$$P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - C_2$$
$$= P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - \rho E(X)$$
$$= 2 - 2 \times 0.2 - 1 + 1 \times 0.2 - 0.1 - 0.1 \times 1$$
$$= 0.6$$

パターン b の場合、期待損益（億円）は次のとおりとなる。

$$P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - C_2$$
$$= P_X - P_Y - E(X) + E(Y) - C_1 - \rho E(X)$$
$$= 2 - (1+\gamma)(e^{-1} - e^{-4}) - 1 + (e^{-1} - e^{-4}) - 0.1 - 0.1 \times 1$$
$$= 0.8 - \gamma(e^{-1} - e^{-4})$$
$$= 0.625$$

期待損益は、パターン b の方がパターン a の場合よりも 0.025 億円大きくなる。

Ｖ．

<u>（１）**（A）**　（２）**（A）**</u>　　　［（１）３点、（２）４点］

（１）

イ　正しい（テキスト 1-13～14)。

ロ　正しい（テキスト 4-18)。

ハ　正しい（テキスト 7-15)。

（２）

ニ　正しい（テキスト 10-10～15)。

ホ　正しい（テキスト 10-48～50)。

ヘ　正しい（テキスト 4-12)。

問題３

Ⅰ.

（１）①（H）（２）（B）　　　［（１）３点、（２）４点］

（１）

x_i を昇順に並べた場合の５番目のデータは０であり、y_i を昇順に並べた場合の５番目のデータは５である。x_i が０以下でかつ y_i が５以下である事故年度は４回なので、

題意より、$\tilde{C}(0.5,0.5)=0.4$

（２）

（ア）の場合、発生確率は下表のとおりとなる。

	$Y=0$	$Y=5$	$Y=10$
$X=0$	$P(X=0,Y=0)=0.4$	$P(X=0,Y=5)=0.0$	$P(X=0,Y=10)=0.1$
$X=10$	$P(X=10,Y=0)=0.0$	$P(X=10,Y=5)=0.2$	$P(X=10,Y=10)=0.1$
$X=20$	$P(X=20,Y=0)=0.0$	$P(X=20,Y=5)=0.1$	$P(X=20,Y=10)=0.1$

このとき、下表のとおりとなるため、

$X+Y$	$P(X+Y)$
0	0.4
5	0
10	0.1
15	0.2
20	0.1
25	0.1
30	0.1

$$CTE_{60\%}(X+Y)=\frac{20\cdot 0.1+25\cdot 0.1+30\cdot 0.1}{0.3}=25$$

（イ）の場合、発生確率は下表のとおりとなる。

	$Y=0$	$Y=5$	$Y=10$
$X=0$	$P(X=0,Y=0)=0.4$	$P(X=0,Y=5)=0.1$	$P(X=0,Y=10)=0.0$
$X=10$	$P(X=10,Y=0)=0.0$	$P(X=10,Y=5)=0.2$	$P(X=10,Y=10)=0.1$
$X=20$	$P(X=20,Y=0)=0.0$	$P(X=20,Y=5)=0.0$	$P(X=20,Y=10)=0.2$

このとき、下表のとおりとなるため、

$X+Y$	$P(X+Y)$
0	0.4
5	0.1
10	0
15	0.2
20	0.1
25	0
30	0.2

$$CTE_{60\%}(X+Y)=\frac{20\cdot 0.1+30\cdot 0.2}{0.3}=\frac{80}{3}$$

よって、

$$CTE^{イ}{}_{60\%}(X+Y)-CTE^{ア}{}_{60\%}(X+Y)=\frac{80}{3}-25=\frac{5}{3}=1.7$$

Ⅱ.

（１）**（C）**

（２）①**（D）**②**（C）**③**（Ｉ）**④**（Ｊ）**⑤**（M）**

（３）**（G）**　　　［（１）２点、（２）①１点、②１点、③・④１点（完答）、⑤１点、（２）３点］

（１）

まず、単位期間の正味保険料は

$$c = 5\times 1\times(1+0.6) - 5\times E(\max\{X-3,0\})\times(1+1.0)$$
$$= 5\times\left\{1.6 - 2\int_3^\infty (x-3)e^{-x}dx\right\} = 5\times\left\{1.6 - 2\int_0^\infty ye^{-y-3}dx\right\} = 5\times\left\{1.6 - 2e^{-3}\right\} = 5\times 1.500$$

一方、正味のクレーム総額の期待値は、

$$5\times E(\min\{X,3\}) = 5\times\left\{\int_0^3 xe^{-x}dx + \int_3^\infty 3e^{-x}dx\right\} = 5\times\left\{-xe^{-x}\Big|_0^3 + .\int_0^3 e^{-x}dx - 3e^{-x}\Big|_3^\infty\right\}$$
$$= 5\times\left\{1-e^{-3}\right\} = 5\times 0.950$$

よって、

正味保険料の安全割増率$\theta = 1.500/0.950 - 1 = 0.58$

（２）

①、②はテキスト８．７．５参照

③～⑤は以下のとおり。(テキスト２．２．４（１）で$a = 1/(1+\theta)$、$b = 0$と置けばよい)

$p_k = \dfrac{1}{(1+\theta)}\cdot p_{k-1}\quad (k=1,2,3\cdots)$を$rp_r = \dfrac{1}{(1+\theta)}\cdot(r-1)p_{r-1} + \dfrac{1}{(1+\theta)}\cdot p_{r-1}$と書き下し、この両辺に

$[P_Y(z)]^{r-1}P_Y'(z)$を乗じてrについて総和を取ると、

$$\sum_{r=1}^\infty rp_r[P_Y(z)]^{r-1}P_Y'(z)$$
$$= \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{r=1}^\infty (r-1)p_{r-1}[P_Y(z)]^{r-1}P_Y'(z) + \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{r=1}^\infty p_{r-1}[P_Y(z)]^{r-1}P_Y'(z)\quad\cdots(\mathrm{A})$$
$$= \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{r=0}^\infty rp_r[P_Y(z)]^{r}P_Y'(z) + \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{r=0}^\infty p_r[P_Y(z)]^{r}P_Y'(z)$$

となる。

一方、Lの確率母関数は$P_L(z) = \sum_{r=0}^\infty p_r[P_Y(z)]^r$であり、$P_L'(z) = \sum_{r=1}^\infty rp_r[P_Y(z)]^{r-1}P_Y'(z)$となることから、

これらを式(A)に代入すると、$P_L'(z) = \dfrac{1}{(1+\theta)}P_Y(z)\cdot P_L'(z) + \dfrac{1}{(1+\theta)}P_Y'(z)\cdot P_L(z)$・・・(B)と表せる。

次に、確率母関数を以下のとおり確率関数を用いて表す。

$$P_L(z)=\sum_{l=0}^{\infty} z^l f_L(l)、P_L{}'(z)=\sum_{l=1}^{\infty} l\cdot z^{l-1} f_L(l)、P_Y(z)=\sum_{y=0}^{\infty} z^y f_Y(y)、P_Y'(z)=\sum_{y=1}^{\infty} y\cdot z^{y-1} f_Y(y)$$

これら４式を式(B)に代入し、両辺の z^{x-1} の係数が等しくなければならないことから、以下のとおり再帰式が得られる。

$$\begin{aligned}
xf_L(x) &= \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{y=0}^{\min(x,3)}(x-y)f_L(x-y)\cdot f_Y(y)+\frac{1}{(1+\theta)}\sum_{y=0}^{\min(x,3)} f_L(x-y)\cdot yf_Y(y)\\
&= \frac{1}{(1+\theta)}\sum_{y=0}^{\min(x,3)} xf_L(x-y)\cdot f_Y(y)\\
&= \frac{1}{(1+\theta)}x\sum_{y=1}^{\min(x,3)} f_L(x-y)\cdot f_Y(y) \qquad (\because\ f_Y(0)=0)
\end{aligned}$$

（３）

$f_Y(y)=F_Y(y)-F_Y(y-1) \qquad (y=1,2,3)$ を計算すると以下のとおり。

$$\begin{aligned}
f_Y(y) &= 0.6651 \quad (y=1)\\
&= 0.2448 \quad (y=2)\\
&= 0.0901 \quad (y=3)
\end{aligned}$$

これと $f_L(x)$ の再帰式から、$L>7$ となる確率を計算すればよい。

結果は以下のようになる。

$$f_L(0)=\frac{\theta}{1+\theta}=0.3671$$

$f_L(1)=(0.6651\times 0.3671)/(1+\theta)=0.1545,\quad F_L(1)=0.3671+0.1545=0.5216$

$f_L(2)=(0.6651\times 0.1545+0.2448\times 0.3671)/(1+\theta)=0.1219,\quad F_L(2)=0.5216+0.1219=0.6435$

$f_L(3)=(0.6651\times 0.1219+0.2448\times 0.1545+0.0901\times 0.3671)/(1+\theta)=0.0962,$

$F_L(3)=0.6435+0.0962=0.7397$

$f_L(4)=(0.6651\times 0.0962+0.2448\times 0.1219+0.0901\times 0.1545)/(1+\theta)=0.0682,$

$F_L(4)=0.7397+0.0682=0.8079$

$f_L(5)=(0.6651\times 0.0682+0.2448\times 0.0962+0.0901\times 0.1219)/(1+\theta)=0.0506,$

$F_L(5)=0.8079+0.0506=0.8585$

$f_L(6)=(0.6651\times 0.0506+0.2448\times 0.0682+0.0901\times 0.0962)/(1+\theta)=0.0374,$

$F_L(6)=0.8585+0.0374=0.8959$

$f_L(7)=(0.6651\times 0.0374+0.2448\times 0.0506+0.0901\times 0.0682)/(1+\theta)=0.0275,$

$F_L(7)=0.8959+0.0275=0.9234$

よって、破産確率 $\varepsilon(7)=1-F_L(7)=0.077$