年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、以下のとおりとする。

- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年 1 回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題 1． 次の（1）～（14）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

（70点）

（1）保険料および給付が年 1 回期末払いである定額制の年金制度において、年度初の積立金が年間給付の 10 倍で、第 t 年度初まで定常状態にあった。第 t 年度の運用利回りがマイナス 5% であったため、翌年度以降、保険料は見直さず、給付を 10% 削減した結果、第（$t+\boxed{a}\boxed{b}$）年度初において積立金が第 t 年度初の水準を上回った。 a、b にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（解答が $(t+10)$ 年度未満となった場合は a に 0 をマークしなさい。）なお、予定利率は 2% とし、第 $(t+1)$ 年度以降の運用利回りは予定利率に等しく、定常人口は維持されているものとする。

（2）ある年金制度は定常人口で、被保険者の総人数 L が 100,000、総給与 B が 10,600,000 であった。毎年期初に x_1 歳と x_2 歳で新規加入があり、それぞれの年齢の毎年の新規加入者の人数比が 2 : 1、x_1 歳での新規加入者の平均給与が 100 のとき、x_2 歳での新規加入者の平均給与は、$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}.\boxed{d}$ となった。a、b、c、d にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（計算結果は小数点以下第 2 位を四捨五入し小数点以下第 1 位まで求めなさい。また、解答が 10.0 未満の場合は a、b に、100.0 未満の場合は a に、0 をマークしなさい。）ただし、x 歳の被保険者数を l_x（定年年齢は r）、給与指数を b_x とし、以下の計算基礎数値を使用すること。

・計算基礎数値

年齢 x	l_x	b_x	$\sum_{y=x}^{r-1} l_y$	$\sum_{y=x}^{r-1} b_y$	$\sum_{y=x}^{r-1} b_y l_y$
x_1	100,000	1.000	482,804	6.375	509,620
x_2	84,486	1.050	290,890	4.350	315,408

（3）ある年金制度は定常状態にあったが、t 年度末において今後は定常状態が崩れることが見込まれたため、財政再計算を実施したところ下表の諸数値のとおりとなった。

1 年後の（$t+1$）年度末における財政状態を確認したところ、責任準備金が 8,700 となり、未積立債務は、年金制度が予定どおり推移した場合には t 年度末の未積立債務の 0.84 倍になることが見込まれたが、実際には利差損およびその他の差損が発生したため、見込まれた額（t 年度末の未積立債務の 0.84 倍）よりも増加した。

（$t+1$）年度の年金資産の実績利回りが予定利率の 80%であったとすると、（$t+1$）年度末の未積立債務が見込まれた額よりも増加した額のうち、利差損以外のその他の差損の額として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

ただし、保険料と給付は年 1 回期初払いとし、財政再計算において予定利率は変更しておらず、財政再計算後の保険料は（$t+1$）年度初から適用されるものとする。また、（$t+1$）年度の給付額は t 年度の給付額と同額であったものとする。

【表】

再計算後 t 年度末責任準備金	8,000
再計算後（$t+1$）年度末責任準備金	8,700
t 年度末積立金残高	6,000
再計算前標準保険料	1,000
再計算後標準保険料	1,500
再計算前特別保険料	拠出なし
再計算後特別保険料	前年度末の未積立債務の 20%を拠出

（A） 75　（B） 80　（C） 85　（D） 90　（E） 95
（F） 100　（G） 105　（H） 110　（I） 115　（J） 120

（4）x 歳の被保険者数が以下のとおり表される定常人口に達した年金制度において、新規加入者は a 歳でのみ加入するものとし、脱退時平均年齢は 55 歳とする。

$$l_x = 4a - x \quad (a \leq x \leq 4a)$$

あるときから新規加入者数が現在の 2/3 になったとする。新規加入者数が減少し始めてから a 年後の平均年齢は何歳上昇したか、最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A） 0　（B） 1　（C） 2　（D） 3　（E） 4
（F） 5　（G） 6　（H） 7　（I） 8　（J） 9

（5）定常人口のもとにある給与比例制の年金制度のt年度末の諸数値は以下のとおりである。

項目		金額（百万円）
S^p	年金受給権者の給付現価	500
S^a_{fs}	在職中の被保険者に対応する給付現価（将来期間対応分）	600
S^a_{ps}	在職中の被保険者に対応する給付現価（過去期間対応分）	700
S^f_0	毎年度の新規の被保険者の加入年度末における給付現価	70
G^a	在職中の被保険者の給与現価	2,800
G^f_0	毎年度の新規の被保険者の加入年度末における給与現価	700
F	積立金残高	600
－	給与総額（年間）	800
i	予定利率	5%
$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}$	10 年償却の年金現価率	8.11

次の 2 つの前提に基づいて保険料を算定した場合、当該年金制度の（$t+2$）年度末の積立金残高の比率（A/B）として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
ただし、2 年間の実績利回りとしては、両前提ともに（$t+1$）年度：4%、（$t+2$）年度：6%とし、（$t+1$）年度に発生した利差損は（$t+2$）年度の特別保険料には反映させないものとする。
なお、新規加入者は年 1 回期央に加入するものとし、保険料と給付金は年 1 回期初払いとする。(保険料率は小数点以下第 3 位を四捨五入して、小数点以下第 2 位までとしたものを用いることとする。)

		A	B
財政方式		加入年齢方式	開放基金方式
特別保険料	算定方法	一定の期間を設けて 元利均等償却を行う方法	一定の償却割合を設けて 定率償却を行う方法
	償却期間	（t年度末から）10 年	－
	償却割合	－	20%

（A） 0.80　（B） 0.85　（C） 0.90　（D） 0.95　（E） 1.00
（F） 1.05　（G） 1.10　（H） 1.15　（I） 1.20　（J） 1.25

（6）ある Trowbridge モデルの年金制度が、下記のような状況で定常人口にある被保険者及び受給権者の集団に対し、予定利率iで総合保険料方式により運営されているものとする。

在職中の被保険者の総数　：$L = \alpha \cdot l_{x_e}$　　制度全体の毎年度の給付額：$B = \frac{1}{3}\alpha \cdot l_{x_e}$

（新規加入者は年 1 回期初に加入するものとし、新規加入年齢：x_e、x_e歳の被保険者数：l_{x_e}とする。）

この制度における$(X-1)$年度末の積立金は、制度全体の毎年度の給付額Bのm倍（$m < \frac{1+i}{i}$）であった。その後、X年度から運用環境が悪化し、t年間、実際の運用利率が継続してj $(j<i)$で推移したため、$(X+t-1)$年度末においても、積立金が制度全体の毎年度の給付額Bのm倍のままであった。このとき、mを表す算式として、最も適切なものを 1 つ選びなさい。

（A）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{i}{1+i}\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（B）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{j}{1+j}\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（C）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{(i-j)\alpha + i\,\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（D）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{(i-j)\alpha + j\,\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（E）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{i-j}{1+i}\alpha + \dfrac{i}{1+i}\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（F）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{i-j}{1+j}\alpha + \dfrac{i}{1+i}\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（G）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{i-j}{1+j}\alpha + \dfrac{j}{1+j}\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（H）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{1+i}{1+j}(i-j)\alpha + i\,\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}}$

（I）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{1+i}{1+j}\left\{(i-j)\alpha + i\,\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}\right\}}$

（J）$\dfrac{\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|} - 3\ {}_{x_r-x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\dfrac{1+i}{1+j}\left\{(i-j)\alpha + j\,\ddot{a}_{x_e:\overline{x_r-x_e}|}\right\}}$

（7） x 歳支給開始で t 年経過時に $\mathring{e}_{x+t}$ を支給する連続払終身年金がある。このとき、x 歳時の年金現価として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
なお、$\mathring{e}_x$ は x 歳の平均余命、$\bar{a}_x$ は x 歳の連続払終身年金現価率、δ は利力を表すものとする。

(A) $\delta\,\mathring{e}_x$　(B) $\delta\,\bar{a}_x$　(C) $\dfrac{\delta}{\mathring{e}_x}$　(D) $\dfrac{\delta}{\bar{a}_x}$　(E) $\mathring{e}_x\,\bar{a}_x$

(F) $\dfrac{\mathring{e}_x}{\delta}$　(G) $\dfrac{\bar{a}_x}{\delta}$　(H) $\dfrac{\mathring{e}_x+\bar{a}_x}{\delta}$　(I) $\dfrac{\mathring{e}_x-\bar{a}_x}{\delta}$　(J) $\mathring{e}_x$

（8） 次の①～⑤について、誤っているものの番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、$\mathring{e}_x$ は x 歳の平均余命とする。

① $\bar{a}_{\overline{\mathring{e}_x}|} \geq \bar{a}_x$

② $\dfrac{1}{\mathring{e}_x} \geq \mu_x \geq q_{x-1}$ （なお、μ_x は x について単調増加とする。）

③ $\ddot{a}_{x|\overline{yz}} = \ddot{a}_y + \ddot{a}_z - \ddot{a}_{xy} - \ddot{a}_{zx} + \ddot{a}_{xyz}$

④ $n\ddot{a}_x = \left(I_{\overline{n}|}\ddot{a}\right)_x - \left(I\ddot{a}\right)_{x:\overline{n}|}$

⑤ $\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x = \left(I\bar{a}\right)_x + \dfrac{1}{12}$

(A) ①と②　(B) ②と③　(C) ③と④　(D) ④と⑤　(E) ①と④
(F) ②と⑤　(G) ①と②と③　(H) ②と③と④　(I) ③と④と⑤　(J) ①と③と⑤
(K) いずれにも該当しない

（9）Trowbridgeモデルの年金制度において、加入年齢方式における被保険者１人あたりの標準保険料（期初払い）を$\ddot{P}_{x_e}$、同じ制度で保険料を期末払いとした場合の被保険者１人あたりの標準保険料をP_{x_e}、予定利率をiとし、それぞれ以下の数値であったとする。

$\ddot{P}_{x_e} = 0.120$

$P_{x_e} = 0.140$

$i = 5.0\%$

このとき、Trowbridge モデルの年金制度の給付に加え、期中の脱退者には期末に１の一時金を支払う制度の加入年齢方式における被保険者１人あたりの標準保険料（期初払い）Pは 0.$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$となる。$a$、$b$、$c$ にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（計算結果は小数点以下第 4 位を四捨五入し小数点以下第 3 位まで求めなさい。）

（１０）次の２種類の年金を考える。なお、年金A、年金Bともに、即時支給開始で連続払とする。

〔年金A〕

・現在x歳の人（x）を年金支給対象者とする。

・（x）の生存中は、（x）に年金額 1 を支払う。

〔年金B〕

・現在x歳の人（x）と現在y歳の人（y）の２人を年金支給対象者とする。

・（x）の生存中は、（x）に年金額1を支払う。

・（x）への支給開始時より$\mathring{e}_x$年間は、（x）の死亡後も（y）が生存している限り、（y）に年金額αを支払う。（$\mathring{e}_x$：x歳の平均余命）

今、利力$\delta/2$による年金Aの年金現価と、利力δによる年金Bの年金現価が同じであるとすると、αは$\boxed{a}.\boxed{b}\boxed{c}$である。

a、b、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（計算結果は小数点以下第 3 位を四捨五入し小数点以下第 2 位まで求めなさい。）

なお、（x）と（y）の死力は、ともに年齢によらず2δであるものとする。

また、計算に当たっては、$\sqrt{e} = 1.649$を使用しなさい。

（１１）定常状態にある年金制度が、加入年齢方式により運営されているとする。この制度では定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金を n 年確定年金として支給するものとする。あるとき定年年齢を x_r 歳から (x_r+m) 歳へ m 年延長することとし、年金支給開始年齢が x_r 歳から (x_r+m) 歳に引き上げられる分、その期間に対して年率 α の利率により利息を付与して年金給付を増額することにした。その結果、被保険者１人あたりの標準保険料は定年延長の前後で同じとなった。このとき、年率 α をあらわすものとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、予定利率を i、新規加入年齢を x_e 歳、定年延長後の x_r 歳から (x_r+m-1) 歳までの各年齢の脱退率は 0 とし、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期初に行われるものとする。

(A) $(1+i)\cdot\left(\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_r}+\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(B) $(1+i)\cdot\left(\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_r}+\sum_{y=x_e}^{x_r+m-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(C) $(1+i)\cdot\left(1+\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(D) $(1+i)\cdot\left(1+\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r+m-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(E) $(1+i)\cdot\left(1+\dfrac{m\cdot D_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(F) $\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_r}+\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(G) $\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_r}+\sum_{y=x_e}^{x_r+m-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(H) $\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(1+\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(I) $\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(1+\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r+m-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

(J) $\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(1+\dfrac{m\cdot D_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$

（１２）ある Trowbridge モデルの年金制度が、単位積立方式により運営され、定常状態に達しているものとする。なお、この制度では、被保険者の脱退残存率が年齢によらず一定率pであった。
この年金制度について、ある年度から、今後の被保険者の脱退残存率を一律に一定割合だけ高く見込んで、より安全性を考慮した財政運営へと変更することとした。（その他の計算基礎率については変更しない。）
ここで、当初の定常状態における責任準備金及び保険料を、次のとおり定義する。

V^a：在職中の被保険者の責任準備金

${}^{U}P_x$：x歳の被保険者１人あたりの保険料

また、より安全性を考慮した財政運営へと変更した直後の責任準備金及び保険料を、次のとおり定義する。

V'^a：在職中の被保険者の責任準備金

${}^{U}P'_x$：x歳の被保険者１人あたりの保険料

より安全性を考慮した財政運営へと変更した結果、下記のとおり、１歳年齢が若くなることによる保険料変化率がα/v倍$(\alpha > v)$になったとする。

$$\frac{{}^{U}P'_x}{{}^{U}P'_{x+1}} = \frac{\alpha}{v} \cdot \frac{{}^{U}P_x}{{}^{U}P_{x+1}} \quad （x_e \leq x \leq x_r - 2、x_e：加入年齢、x_r：定年年齢）$$

この場合に、より安全性を考慮した財政運営への変更前後における「在職中の被保険者の責任準備金」の比V'^a/V^aを表す算式として、最も適切なものを１つ選びなさい。

なお、加入から定年までの年数をn年とする。また、予定利率をiとし、$v = \dfrac{1}{1+i}$とする。

（A）$\dfrac{\alpha^n}{v^n}$　（B）$\dfrac{\alpha^{x_r}}{v^{x_r}}$　（C）$\dfrac{1-\alpha^n}{1-v^n} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$　（D）$\dfrac{\alpha(1-\alpha^n)}{v(1-v^n)} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$

（E）$\dfrac{\alpha^{x_r}(1-\alpha^n)}{v^{x_r}(1-v^n)} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$　（F）$\dfrac{(n-1)\alpha + \alpha^n}{(n-1)v + v^n} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$

（G）$\dfrac{(n-1) - n\alpha + \alpha^n}{(n-1) - nv + v^n} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$　（H）$\dfrac{(n-1)\alpha - n\alpha^2 + \alpha^{n+1}}{(n-1)v - nv^2 + v^{n+1}} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$

（I）$\dfrac{\alpha^{x_r}}{v^{x_r}} \cdot \dfrac{(n-1)\alpha + \alpha^n}{(n-1)v + v^n} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$　（J）$\dfrac{\alpha^{x_r}}{v^{x_r}} \cdot \dfrac{(n-1) - n\alpha + \alpha^n}{(n-1) - nv + v^n} \cdot \dfrac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$

（１３）Trowbridge モデルの年金制度に関する以下の記述①～⑥について、誤っているものの番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。

① 完全積立方式を採用する年金制度の定常状態における積立金の額は年金受給権者、在職中の被保険者の給付現価の合計額であり、考えられる財政方式のうちで積立水準は最も高くなる。
② 開放基金方式を適用した場合、脱退・死亡・新規加入・給付支払が予定どおりであれば、標準保険料は変化しない。
③ 定常人口の集団に年金制度を導入するにあたり、開放型総合保険料方式を採用する場合、発足時点の保険料として「在職中の被保険者から保険料を徴収するものの給付は行わず、給付の対象者を将来の被保険者のみに限る」とすると、この場合の標準保険料は、加入時積立方式の標準保険料に保険料の払込時期の違いによる 1 年分の割引を考慮した金額と一致する。
④ ある年金制度が発足し、到達年齢方式を採用した場合の n 年度の標準保険料は、初年度の保険料から初期過去勤務債務を全て償却した場合の n 年度の積立金と単位積立方式の定常状態における積立金の差額に対応する保険料を差し引いたものとなる。なお、この年金制度は定常人口であり、発足後の年金制度はすべて予定どおり推移するものとする。
⑤ 開放型総合保険料方式を採用する定常状態に達した年金制度に関して、ある年度に利差損が発生したとする。この状況で保険料の見直しを行い、翌年度以降、年金制度が予定どおり推移すると積立金の額は増加する。
⑥ 既に退職した従業員には給付を行わず、かつ在職中の被保険者の過去勤務期間を通算しない場合の制度発足時の開放型総合保険料方式による保険料は、単位積立方式の保険料と一致する。

(A) ①と②と④　**(B)** ①と②と⑤　**(C)** ②と③と⑤　**(D)** ②と③と⑥　**(E)** ③と④と⑤
(F) ③と④と⑥　**(G)** ①と②と③と⑤　**(H)** ①と②と④と⑤　**(I)** ①と③と④と⑥
(J) ①と④と⑤と⑥　**(K)** ②と③と⑤と⑥　**(L)** ③と④と⑤と⑥　**(M)** いずれにも該当しない

（１４）加入期間 t 年で脱退した者に対して α_t を給付する年金制度がある。この制度の給付設計を変更し、制度変更前の加入期間と制度変更後の加入期間に基づいて給付額を計算することとする。ここで、変更前の加入期間 t 年、変更後の加入期間 s 年で脱退した者に対して、給付額を (1) $\alpha_t + 0.2\alpha_s$、(2) $0.9\alpha_t + 0.1\alpha_{t+s}$ とする設計を行ったところ、責任準備金はどちらも変更前の制度の 55%となった。このとき、給付額を $\alpha_t + 0.6\alpha_s$ とした場合の責任準備金は変更前に比べて $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$ %となる。a、b、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。(計算結果は%単位で小数点以下第 1 位を四捨五入しなさい。また、解答が 10%未満の場合は a、b に、100%未満の場合は a に、0 をマークしなさい。) なお、変更前後で計算基礎率の見直しは行わず、財政方式は変更前後ともに加入年齢方式を採用する。また、制度変更後の標準保険料率は、制度変更後の新規加入者に対する保険料率を加入者全員に対して適用するものとし、計算時点で受給権者は存在しないものとする。

問題２． ある定常人口にない被保険者および年金受給権者の集団に対し、Trowbridge モデルの年金制度が、予定利率 5%で開放基金方式により運営されている。

この制度では、毎年度末において今後の新規加入者数の見込みを計算し直している。（年度末時点における被保険者数の集団を定常人口にあるものと仮定し、以降の脱退が計算基礎率どおりに推移すると仮定した場合に、その被保険者数が年度末時点と同じになるように毎年の新規加入者数を見込んでいる。）

なお、新規加入者は年１回期初に加入するものとし、被保険者の死亡による脱退は発生しないものとする。（１５点）

この制度の$(X-1)$年度末の貸借対照表は、次のとおりであった。

$(X-1)$年度末の貸借対照表（実績）

［単位：百万円］

積立金	4,050	年金受給権者の責任準備金	2,520
未積立債務	950	在職中の被保険者の責任準備金	3,300
		将来加入が見込まれる被保険者の責任準備金	△820
	5,000		5,000

また、X 年度において、各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合には、X 年度の運用収益は 200 百万円で、X 年度末の貸借対照表は次のとおりとなる予定であった。

各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合の X 年度末の貸借対照表（予定）

［単位：百万円］

積立金	[?]	（X 年度末における）年金受給権者の責任準備金	[?]
未積立債務	820	（X 年度末における）在職中の被保険者の責任準備金	3,655
		将来加入が見込まれる被保険者の責任準備金（X 年度末において計算し直したもの）	[?]
	[?]		[?]

しかし、実際には、X 年度において、被保険者の脱退については予定どおりであったが、その他の各基礎率が予定どおりに推移せず、X 年度の運用収益は 80 百万円になり、X 年度末の貸借対照表は、次のとおりとなった。

X 年度末の貸借対照表（実績）

［単位：百万円］

積立金	[?]	（X 年度末における）年金受給権者の責任準備金	2,157
未積立債務	905	（X 年度末における）在職中の被保険者の責任準備金	[?]
		将来加入が見込まれる被保険者の責任準備金（X 年度末において計算し直したもの）	△840
	[?]		[?]

なお、この制度には、X 年度に定年退職する被保険者はいないものとし、X 年度の新規加入については、その人数は予定どおりであったが、加入年齢が予定どおりではなかったものとする。

次の（1）～（5）の空欄 a から m にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、解答に当たっては、十万円の位を四捨五入し、百万円単位としなさい。

（1）各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合の X 年度の標準保険料は、$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$ 百万円である。

（2）各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合の X 年度の特別保険料は、$\boxed{d}\boxed{e}\boxed{f}$ 百万円である。

（3）各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合の X 年度の給付は、$\boxed{g}\boxed{h}\boxed{i}$ 百万円である。

（4）X 年度における年金財政上の差損益のうち、年金受給権者の死亡が予定と実績とで異なっていたことにより発生する剰余額は、$\boxed{j}\boxed{k}$ 百万円である。

（5）X 年度において実際に新規加入した被保険者にかかる、新規加入時点（X 年度期初）での責任準備金は、△ $\boxed{l}\boxed{m}$ 百万円である。

問題３． Trowbridge モデルの年金制度に関する、次の（１）～（３）の各問について最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

なお、加入年齢を x_e（被保険者は全員 x_e 歳で加入）、定年年齢を x_r とし、制度からの脱退は年１回期央に発生し、死亡による脱退は発生しないものとする。また、（２）、（３）において、中途脱退後の死亡は考慮しないものとする。なお、予定利率を i とし、$v=\dfrac{1}{1+i}$ とする。（１５点）

（１） 財政方式として特定年齢 x_e 歳の加入年齢方式を採用した場合における被保険者１人あたりの標準保険料 ${}^{L}P_{x_e}$ を最大にする脱退残存率 $p_x(x_e \le x \le x_r-1)$ の関係として適切なものを選びなさい。

(A) 単調増加 $p_{x_e} < p_{x_e+1} < \cdots < p_{x_r-2} < p_{x_r-1}$

(B) 単調減少 $p_{x_e} > p_{x_e+1} > \cdots > p_{x_r-2} > p_{x_r-1}$

(C) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} < p_{x_e+1} < \cdots < p_{x_t-1} < p_{x_t} > p_{x_t+1} > \cdots > p_{x_r-2} > p_{x_r-1}$

(D) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} > p_{x_e+1} > \cdots > p_{x_t-1} > p_{x_t} < p_{x_t+1} < \cdots < p_{x_r-2} < p_{x_r-1}$

(E) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} > p_{x_e+1} > \cdots > p_{x_t-1} > p_{x_t} = p_{x_t+1} = \cdots = p_{x_r-2} = p_{x_r-1}$

(F) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} < p_{x_e+1} < \cdots < p_{x_t-1} < p_{x_t} = p_{x_t+1} = \cdots = p_{x_r-2} = p_{x_r-1}$

(G) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} = p_{x_e+1} = \cdots = p_{x_t-1} = p_{x_t} > p_{x_t+1} > \cdots > p_{x_r-2} > p_{x_r-1}$

(H) ある年齢 x_t が存在し、$p_{x_e} = p_{x_e+1} = \cdots = p_{x_t-1} = p_{x_t} < p_{x_t+1} < \cdots < p_{x_r-2} < p_{x_r-1}$

(I) $p_{x_e} = p_{x_e+1} = \cdots = p_{x_r-2} = p_{x_r-1} < 1$

(J) $p_{x_e} = p_{x_e+1} = \cdots = p_{x_r-2} = p_{x_r-1} = 1$

（2） ある年度の期末において中途脱退時にも年金が給付されるように制度変更を行うこととした。このとき、被保険者1人あたりの標準保険料 ${}^{L}P_{x_e}$ を変化させないように中途脱退時の年金額を α 、定年退職時の年金額をその2倍の 2α とし、いずれも定年年齢から支払う n 年確定年金とした。このときの年金額 α の値として適切なものを選びなさい。

(A) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{1}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(B) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{2-{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{2\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(C) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$

(D) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{1}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(E) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{2-{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{2\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(F) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$

(G) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n-1}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{1}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(H) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n-1}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{2-{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{2\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(I) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n-1}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$

(J) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n+\frac{1}{2}}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{1}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(K) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n+\frac{1}{2}}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{2-{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{2\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$　(L) $\dfrac{\ddot{a}_{x_r}}{v^{n+\frac{1}{2}}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$

（3） さらに翌年度の期末において制度変更を考え、中途脱退時には加入期間 t （1年未満の端数期間切捨て）に応じた年金額 α_t を、定年退職時には加入期間 t （1年未満の端数期間切捨て）に応じた年金額 β_t を、いずれも定年年齢から支払う n 年確定年金の制度とした。この制度の被保険者1人あたりの標準保険料を ${}^{L}P_{x_e}$ とした場合、 x_e 歳から（ x_r-1 ）歳の各年齢で脱退による剰余や不足が生じない α_t として適切なものを選びなさい。

(A) $\dfrac{\ddot{s}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t}\cdot a_{\overline{n}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(B) $\dfrac{\ddot{s}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-t}\cdot a_{\overline{n+1}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(C) $\dfrac{\ddot{s}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$

(D) $\dfrac{\ddot{s}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-t}\cdot\ddot{a}_{\overline{n+1}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(E) $\dfrac{a_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t}\cdot\ddot{s}_{\overline{n+1}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(F) $\dfrac{a_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-t}\cdot\ddot{s}_{\overline{n}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$

(G) $\dfrac{\ddot{a}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-2-t}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(H) $\dfrac{\ddot{a}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t}\cdot\ddot{a}_{\overline{n+1}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$　(I) $\dfrac{a_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t}\cdot\ddot{s}_{\overline{n+1}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$

(J) $\dfrac{a_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-t}\cdot\ddot{s}_{\overline{n}|}}\cdot{}^{L}P_{x_e}$

（なお、記号 $\ddot{s}_{\overline{t}|}$ は t 年確定年金の単位年金額に対する終価を表すものとする）

以上

年金数理（解答例）

問題1

（1）第t年度以前における保険料をC、給付をB、年度初の積立金をFとすると、極限方程式は、

$$C+i\cdot F=B$$

となる。$F=10B$、$i=0.02$であるから、$C=0.8B$が成り立つ。

第t年度初の積立金をF_tとすると、題意より、

$$F_t=10B$$

$$F_{t+1}=F_t\cdot(1-0.05)+C-B=9.3B$$

$$F_{t+2}=F_{t+1}\cdot 1.02+C-0.9B=9.3\cdot 1.02B-0.1B$$

$$F_{t+3}=F_{t+2}\cdot 1.02+C-0.9B=9.3\cdot 1.02^2B-0.1\cdot 1.02B-0.1B$$

・・・

$$F_{t+x}=9.3\cdot 1.02^{x-1}B-0.1\cdot 1.02^{x-2}B-0.1\cdot 1.02^{x-3}B-\cdots-0.1B$$

$$=\left(9.3\cdot 1.02^{x-1}-0.1\cdot\frac{1.02^{x-1}-1}{1.02-1}\right)B$$

F_{t+x}が$10B$以上となるのは、

$$\left(9.3\cdot 1.02^{x-1}-0.1\cdot\frac{1.02^{x-1}-1}{1.02-1}\right)B\geq 10B$$

$$1.02^{x-1}\geq\frac{5}{4.3}=1.162\cdots$$

$1.02^7=1.148\cdots$、$1.02^8=1.171\cdots$であるから、$x\geq 9$となる。

・・・解答　$a=0$、$b=9$

（2）題意より、x_1歳とx_2歳での毎年の新規加入者数をA、$0.5A$、その平均給与をs_1、s_2とすると、

$$A\cdot\frac{\sum_{y=x_1}^{r-1}l_y}{l_{x_1}}+0.5A\cdot\frac{\sum_{y=x_2}^{r-1}l_y}{l_{x_2}}=L$$

$$s_1\cdot A\cdot\frac{\sum_{y=x_1}^{r-1}b_yl_y}{b_{x_1}l_{x_1}}+s_2\cdot 0.5A\cdot\frac{\sum_{y=x_2}^{r-1}b_yl_y}{b_{x_2}l_{x_2}}=B$$

与えられた数値を代入すると、

$$A \cdot \frac{482,804}{100,000} + 0.5A \cdot \frac{290,890}{84,486} = 100,000$$

$$100 \cdot A \cdot \frac{509,620}{1.000 \cdot 100,000} + s_2 \cdot 0.5A \cdot \frac{315,408}{1.050 \cdot 84,486} = 10,600,000$$

これを解くと、$A = 15,268.18\cdots$、$s_2 = 103.858\cdots$

・・・解答　$a=1$、$b=0$、$c=3$、$d=9$

（3）

再計算後のt年度末の未積立債務＝PSL_t＝8,000－6,000＝2,000、

予定どおりに推移した場合の（$t+1$）年度末の未積立債務＝PSL_{t+1}とすると、

$PSL_{t+1} = PSL_t \times (1-0.2) \times (1+i)$

$= 0.8 \times PSL_t \times (1+i) = 0.84 PSL_t = 1,680$

$\therefore (1+i) = \dfrac{0.84}{0.8} = 1.05$ より、$i=5\%$となる。

また、当該年金制度は定常状態にあったことから、極限方程式「$B = dF + C$」が成立していた。

$d = \dfrac{0.05}{1.05}$、F =6,000、C_t =（再計算前の）標準保険料+特別保険料＝1,000+0＝1,000 より、

B =1,285.7 となる。

また、（$t+1$）年度の給付額はt年度の給付額と同額なので、（$t+1$）年度の給付額も 1,285.7 となる。

（$t+1$）年度の保険料は再計算後の数値に基づくため、C_{t+1} =1,500＋2,000×0.2＝1,900 となる。

したがって、F_{t+1} ＝（6,000＋1,900－1,285.7）×1.04＝6,878.9 となる。

（$t+1$）年度の実績利回りが予定どおりであった場合の（$t+1$）年度末の積立金残高をF_{t+1}'とすると、F_{t+1}' ＝（6,000＋1,900－1,285.7）×1.05＝6,945.0 となる。

∴利差損＝6,945.0－6,878.9＝66.1

今、（$t+1$）年度末の未積立債務＝$V_{t+1} - F_{t+1}$ =8,700－6,878.9＝1,821.1 となる。

よって、

（$t+1$）年度末の未積立債務が見込まれた額よりも増加した額のうち、利差損以外のその他の差損の額＝1,821.1－1,680－66.1＝75

∴ (A)

（4）

脱退時平均年齢は次のとおりになる。

$$a+\frac{T_a}{l_a}=a+\frac{\int_a^{4a}(4a-x)dx}{3a}=a+\frac{\left[4ax-\frac{x^2}{2}\right]_a^{4a}}{3a}=\frac{5}{2}a=55$$

$\therefore a=22$

そこで、新規加入者数の変更前の平均年齢は次のとおりになる。

$$\frac{\int_a^{4a}(l_x\cdot x)dx}{\int_a^{4a}l_x dx}=\frac{\int_a^{4a}(4ax-x^2)dx}{\int_a^{4a}(4a-x)dx}=\frac{\left[2ax^2-\frac{x^3}{3}\right]_a^{4a}}{\left[4ax-\frac{x^2}{2}\right]_a^{4a}}=2a=44$$

次に、新規加入者数の変更後の平均年齢は次のとおりになる。

$$\frac{\frac{2}{3}\int_a^{2a}(l_x\cdot x)dx+\int_{2a}^{4a}(l_x\cdot x)dx}{\frac{2}{3}\int_a^{2a}l_x dx+\int_{2a}^{4a}l_x dx}=\frac{\frac{2}{3}\int_a^{2a}(4ax-x^2)dx+\int_{2a}^{4a}(4ax-x^2)dx}{\frac{2}{3}\int_a^{2a}(4a-x)dx+\int_{2a}^{4a}(4a-x)dx}$$

$$=\frac{\frac{2}{3}\left[2ax^2-\frac{x^3}{3}\right]_a^{2a}+\left[2ax^2-\frac{x^3}{3}\right]_{2a}^{4a}}{\frac{2}{3}\left[4ax-\frac{x^2}{2}\right]_a^{2a}+\left[4ax-\frac{x^2}{2}\right]_{2a}^{4a}}=\frac{70}{33}a=46.7$$

新規加入者数の変更により、平均年齢は 2.7 歳上昇することになる。

$\therefore \underline{\underline{(D)}}$

（5）

$$S^f=\frac{v}{d}\times 70=1{,}400$$

$$G^f=\frac{v}{d}\times 700=14{,}000$$

$$^{E}P=\frac{1{,}400}{14{,}000}=0.10$$

$$^{E}V_t=500+600+700-2{,}800\times 0.10=1{,}520$$

$F_t=600$ より、$^{E}PSL_t=920$ となる。

∴ 特別保険料率

$$= \frac{920}{800 \times \ddot{a}_{\overline{10|}}} = \frac{920}{800 \times 8.11} = 0.14(0.142\cdots)$$

∴年間の保険料＝800×(0.10＋0.14)＝192

また、定常人口にあるため、年間の給付額＝d×(500＋600＋700＋1,400)＝152.381

∴ ${}^{E}F_{t+2}$＝{(600＋192－152.381)×1.04＋192－152.381}×1.06＝747.1

次に ${}^{OAN}P = \dfrac{600+1400}{2{,}800+14{,}000} = 0.12(0.119\cdots)$

∴年間の標準保険料＝800×0.12＝96

${}^{OAN}V_t$＝500＋600＋700＋1,400－(2,800＋14,000)×0.12＝1,184

F_t＝600 より、${}^{OAN}PSL_t$＝584 となる。

∴（$t+1$）年度の特別保険料＝584×0.2＝116.8

（$t+2$）年度の特別保険料＝(584－116.8)×1.05×0.2＝98.112

したがって、（$t+1$）年度の保険料＝96＋116.8＝212.8、（$t+2$）年度の保険料＝96＋98.112＝194.112 となる。

∴ ${}^{OAN}F_{t+2}$＝{(600＋212.8－152.381)×1.04＋194.112－152.381}×1.06＝772.3

∴求められる比率

$$= \frac{F^{A}_{t+2}}{F^{B}_{t+2}} = \frac{{}^{E}F_{t+2}}{{}^{OAN}F_{t+2}} = \frac{747.1}{772.3} = 0.967$$

∴ (D)

（6）$(X+n)$年度における保険料を ${}^{C}C_{X+n}$、$(X+n)$年度末における積立金を F_{X+n} とすると、$0 \le n \le t-1$ においては、次の関係が成り立つ。

$$\left(F_{X+n-1} + {}^{C}C_{X+n} - B\right)(1+j) = F_{X+n} \quad \cdots ①$$

また、$(X-1)$年度末から$(X+t-1)$年度末まで、各年度末における積立金は同額であり、

$$F_{X-1} = F_X = \cdots = F_{X+t-1} = mB = \frac{m}{3}\alpha \cdot l_{x_e} \quad \cdots ②$$

①及び②より、

$${}^{C}C_{X+n} = B - \frac{j}{1+j}(mB) = \left(1 - \frac{j}{1+j}m\right)\frac{1}{3}\alpha \cdot l_{x_e} \quad \cdots ③$$

一方で、在職中の被保険者の給付現価を S^a、人数現価を G^a、受給権者の給付現価を S^p とすると、${}^{C}C_{X+n}$ は総合保険料方式による保険料であるため、

$$ {}^{C}C_{X+n} = \frac{S^a + S^p - F_{X+n-1}}{G^a} \cdot L = \frac{\left(\frac{B}{d} - \frac{v}{d} l_{x_e} \frac{N_{x_r}}{D_{x_e}}\right) - F_{X+n-1}}{\frac{L}{d} - \frac{v}{d} l_{x_e} \frac{N_{x_e} - N_{x_r}}{D_{x_e}}} \cdot L $$

$$ = \frac{\frac{1}{3}\alpha - v \cdot {}_{x_r - x_e|}\ddot{a}_{x_e} - \frac{dm}{3}\alpha}{\alpha - v \cdot \ddot{a}_{x_e : \overline{x_r - x_e|}}} \cdot \alpha \cdot l_{x_e} \quad \cdots ④ $$

③及び④より、

$$ \left(1 - \frac{j}{1+j} m\right)\frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{3}\alpha - v \cdot {}_{x_r - x_e|}\ddot{a}_{x_e} - \frac{dm}{3}\alpha}{\alpha - v \cdot \ddot{a}_{x_e : \overline{x_r - x_e|}}} $$

$$ m = \frac{\ddot{a}_{x_e : \overline{x_r - x_e|}} - 3\ {}_{x_r - x_e|}\ddot{a}_{x_e}}{\frac{i-j}{1+j}\alpha + \frac{j}{1+j}\ddot{a}_{x_e : \overline{x_r - x_e|}}} $$

$\therefore \underline{\underline{(G)}}$

（7）

求める現価は$\int_0^\infty \mathring{e}_{x+t} v^t {}_t p_x dt$で表される。

$$ \frac{d}{dt}\mathring{e}_{x+t\ t}p_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{l_{x+t}}\int_t^\infty l_{x+s} ds \frac{l_{x+t}}{l_x}\right) = -\frac{l_{x+t}}{l_x} = -{}_t p_x \text{ より、} $$

$$ \int_0^\infty \mathring{e}_{x+t} v^t {}_t p_x dt = \left[\frac{v^t}{\log v}\mathring{e}_{x+t\ t}p_x\right]_0^\infty - \int_0^\infty \frac{v^t}{\log v}(-{}_t p_x) dt = -\frac{\mathring{e}_x}{\log v} + \frac{1}{\log v}\int_0^\infty v^t {}_t p_x dt = \frac{1}{\delta}(\mathring{e}_x - \bar{a}_x) $$

$\therefore \underline{\underline{(I)}}$

（8）① $\bar{a}_{\overline{\mathring{e}_x|}} = \int_0^{\mathring{e}_x} v^t dt$

$\mathring{e}_x = \int_0^{\omega - x} {}_t p_x dt$、$t = \int_0^u \frac{l_{x+s}}{l_x} ds$、$dt = \frac{l_{x+u}}{l_x} du$ として置換積分を行うと、

$\bar{a}_{\overline{\mathring{e}_x|}} = \int_0^{\omega - x} \frac{l_{x+u}}{l_x} v^{\int_0^u \frac{l_{x+s}}{l_x} ds} du$ となる。ここで、$\int_0^u \frac{l_{x+s}}{l_x} ds \leq \int_0^u ds = u$、$0 < v \leq 1$ より、

$$\bar{a}_{\overline{\mathring{e}_x}|} \geq \int_0^{\omega-x} \frac{l_{x+u}}{l_x} v^u du = \bar{a}_x$$

したがって、正しい

② $q_{x-1} = \int_0^1 {}_t p_{x-1} \cdot \mu_{x-1+t} dt$

μ_x は x について単調増加、$0 < {}_t p_{x-1} \leq 1$ より、

$q_{x-1} \leq \int_0^1 \mu_x \, dt = \mu_x$ が示された。

同様に、μ_x は x について単調増加。

$$\mu_x \cdot \mathring{e}_x = \mu_x \cdot \int_0^{\omega-x} {}_t p_x dt \leq \int_0^{\omega-x} {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} \, dt = \left[-{}_t p_x\right]_0^{\omega-x} = 1$$

$\mu_x \leq \dfrac{1}{\mathring{e}_x}$ が示された。

したがって、正しい。

③ $\ddot{a}_{x|\overline{yz}} = \ddot{a}_y + \ddot{a}_z - \ddot{a}_{xy} - \ddot{a}_{yz} - \ddot{a}_{zx} + \ddot{a}_{xyz}$ となるため誤り。

④ 教科書 P38 より、正しくは $\left(I_{\overline{n}|}\ddot{a}\right)_x = \dfrac{S_x - S_{x+n} - nN_{x+n}}{D_x} + \dfrac{nN_{x+n}}{D_x} = \left(I\ddot{a}\right)_{x:\overline{n}|} + n_{n|}\ddot{a}_x$ で誤り。

⑤ 教科書 P41（2-39）式より、正しくは $\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x = \left(Ia\right)_x + \dfrac{1}{12}$ で誤り。

③④⑤が誤りであるため、解答は(I)

（9） $\ddot{P}_{x_e} = \dfrac{N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}}$、$P_{x_e} = \dfrac{N_{x_r}}{N_{x_e+1} - N_{x_r+1}}$

$$P = \frac{(M_{x_e} - M_{x_r}) + N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}}$$

$$P_{x_e} = \frac{N_{x_r}}{N_{x_e+1} - N_{x_r+1}}$$

$$= \frac{N_{x_r}}{\left(vN_{x_e} - M_{x_e}\right) - \left(vN_{x_r} - M_{x_r}\right)}$$

$$=\frac{N_{x_r}}{v\left(N_{x_e}-N_{x_r}\right)-\left(M_{x_e}-M_{x_r}\right)}$$

$$=\frac{\dfrac{N_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}}{v-\dfrac{M_{x_e}-M_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}}$$

$$=\frac{\ddot{P}_{x_e}}{v-\left(P-\ddot{P}_{x_e}\right)}$$

したがって、

$$P=v-\frac{\ddot{P}_{x_e}}{P_{x_e}}+\ddot{P}_{x_e}$$

$$=\frac{1}{1.05}-\frac{0.12}{0.14}+0.12$$

$$=\frac{113}{525}\fallingdotseq 0.215$$

解答　$a=2$、$b=1$、$c=5$

（１０）

（x）の死力は年齢によらず2δであるから、$\overset{\circ}{e}_x=\int_0^{\omega-x}{}_tp_x\,dt=\int_0^{\omega-x}e^{-(2\delta)t}\,dt=\frac{1}{2\delta}$

利力$\delta/2$による年金Aの年金現価は、

$$\int_0^{\omega-x}v^t\cdot{}_tp_x\,dt\quad=\quad\int_0^{\omega-x}e^{-\frac{\delta}{2}t}\cdot e^{-2\delta t}\,dt\quad=\quad\frac{1}{\frac{5}{2}\delta}\quad=\quad\frac{2}{5\delta}$$

利力δによる年金Bの年金現価は、

$$\int_0^{\omega-x}v^t\cdot{}_tp_x\,dt\quad+\quad\alpha\cdot\left(\int_0^{\overset{\circ}{e}_x}v^t\cdot{}_tp_y\,dt\quad-\quad\int_0^{\overset{\circ}{e}_x}v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_y\,dt\right)$$

$$=\quad\int_0^{\omega-x}e^{-\delta t}\cdot e^{-2\delta t}\,dt\quad+\quad\alpha\cdot\left(\int_0^{\frac{1}{2\delta}}e^{-\delta t}\cdot e^{-2\delta t}\,dt\quad-\quad\int_0^{\frac{1}{2\delta}}e^{-\delta t}\cdot e^{-2\delta t}\cdot e^{-2\delta t}\,dt\right)$$

$$=\quad\frac{1}{3\delta}\quad+\quad\alpha\cdot\left(\frac{1-e^{-\frac{3}{2}}}{3\delta}\quad-\quad\frac{1-e^{-\frac{5}{2}}}{5\delta}\right)$$

この２つの年金現価が等しいため、

$$\frac{2}{5\delta} = \frac{1}{3\delta} + \alpha\cdot\left(\frac{1-e^{-\frac{3}{2}}}{3\delta} - \frac{1-e^{-\frac{5}{2}}}{5\delta}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2-5e^{-\frac{3}{2}}+3e^{-\frac{5}{2}}} = 0.884\cdots$$

よって、

$a=0$、$b=8$、$c=8$

（１１）定年延長前の標準保険料${}^{E}P^{1}$は、

$${}^{E}P^{1} = \frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}$$ である。

定年延長後におけるx_e歳の被保険者の給付現価は、x_r歳からx_{r+m-1}歳までの脱退率が 0 であることに留意して、

$$S_{x_e} = \frac{D_{x_r+m}\cdot(1+\alpha)^m\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} = \frac{v^{x_r+m}\cdot l_{x_r+m}\cdot(1+\alpha)^m\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} = \frac{\{v\cdot(1+\alpha)\}^m\cdot D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}$$ であり、

人数現価は、

$$G_{x_e} = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r+m-1}D_y}{D_{x_e}} = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + \sum_{y=x_r}^{x_r+m-1}D_y}{D_{x_e}} = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + \sum_{y=x_r}^{x_r+m-1}v^y\cdot l_{x_r}}{D_{x_e}} = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + v^{x_r}\cdot l_{x_r}\cdot(1+v+\cdots v^{m-1})}{D_{x_e}}$$

$$= \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + v^{x_r}\cdot l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{D_{x_e}}$$

となる。（$v=\frac{1}{1+i}$とする）

よって、定年延長後の標準保険料${}^{E}P^{2}$は、以下の通りである。

$${}^{E}P^{2} = \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}} = \frac{\{v\cdot(1+\alpha)\}^m\cdot D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + v^{x_r}\cdot l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}} = \frac{\{v\cdot(1+\alpha)\}^m\cdot D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y + D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}$$

よって、${}^{E}P^{1}={}^{E}P^{2}$となるαは、

$$\frac{\{v\cdot(1+\alpha)\}^m\cdot D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y+D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}=\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}$$ をみたし、

$$\{v\cdot(1+\alpha)\}^m=\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y+D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}=1+\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}$$

$$1+\alpha=\frac{1}{v}\cdot\left(1+\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}=(1+i)\cdot\left(1+\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}$$

よって、$\alpha=(1+i)\cdot\left(1+\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{\overline{m}|}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)^{\frac{1}{m}}-1$ ・・・解答（C）

（１２）

変更後の財政運営では、加入者の脱退残存率を一律に当初のβ倍$(\beta>1)$と見込んだものとすると、

$$l'_x=l_{x_e}(\beta\cdot p)^{x-x_e}=\beta^{x-x_e}l_x$$

$$D'_x=l'_x\cdot v^x=l_{x_e}(\beta\cdot p)^{x-x_e}\cdot v^x=\beta^{x-x_e}D_x$$

$$\frac{{}^U P_x}{{}^U P_{x+1}}=\frac{\frac{1}{x_r-x_e}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_x}}{\frac{1}{x_r-x_e}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_{x+1}}}=\frac{1/D_x}{1/D_{x+1}}$$

$$\frac{{}^U P'_x}{{}^U P'_{x+1}}=\frac{\frac{1}{x_r-x_e}\cdot\frac{N'_{x_r}}{D'_x}}{\frac{1}{x_r-x_e}\cdot\frac{N'_{x_r}}{D'_{x+1}}}=\frac{1/\beta^{x-x_e}D_x}{1/\beta^{x-x_e+1}D_{x+1}}=\beta\cdot\frac{1/D_x}{1/D_{x+1}}=\beta\cdot\frac{{}^U P_x}{{}^U P_{x+1}}$$

すなわち、$\beta=\alpha/v$となる。

また、

$$V^a=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}l_x\cdot\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x}=\frac{l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{x_r-x_e}\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}(x-x_e)v^{(x_r-x)}=\frac{l_{x_e}p^n\cdot\ddot{a}_{x_r}}{n}\left\{\frac{v}{1-v}n-\frac{v(1-v^n)}{(1-v)^2}\right\}$$

$$V'^{a}=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x\cdot\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\cdot\frac{D'_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D'_x}=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x\cdot\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\cdot\frac{\left(\alpha/v\right)^{x_r}D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\left(\alpha/v\right)^{x}D_x}=\frac{l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{x_r-x_e}\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}(x-x_e)\alpha^{(x_r-x)}$$

$$=\frac{l_{x_e}p^n\cdot\ddot{a}_{x_r}}{n}\left\{\frac{\alpha}{1-\alpha}n-\frac{\alpha(1-\alpha^n)}{(1-\alpha)^2}\right\}$$

よって、

$$\frac{V'^{a}}{V^a}=\frac{(n-1)\alpha-n\alpha^2+\alpha^{n+1}}{(n-1)v-nv^2+v^{n+1}}\cdot\frac{(1-v)^2}{(1-\alpha)^2}$$

$\therefore \underline{\underline{(H)}}$

（１３）

① 誤 教科書 P56〜57 および P69 の記述
完全積立方式における積立金の額は年金受給権者、在職中の被保険者および将来加入が見込まれる新規の被保険者の給付現価の合計額である。

② 誤 教科書 P94〜95 の記述
開放基金方式において、標準保険料が変化しない条件として、脱退・死亡・新規加入・給付支払が予定どおりであるだけでなく、年金制度が定常人口にある必要がある。

③ 正 教科書 P93〜94 の記述

④ 正 教科書 P83〜84 の記述

⑤ 誤 教科書 P95〜96 の記述
保険料の洗い替え前後で、未積立債務は減少しない。したがって積立金水準は変動しない。

⑥ 正 教科書 P92〜93 の記述

よって、誤っているものは①②⑤・・解答(**B**)

（１４）

現行　$V_0=S(\alpha_{t+s})-P\cdot G$

変更(1)　$V_1=S(\alpha_t)+0.2S(\alpha_s)-0.2P\cdot G=0.55V_0$

変更(2)　$V_2=0.9S(\alpha_t)+0.1S(\alpha_{t+s})-0.1P\cdot G=0.55V_0$

これらを解いて、$S(\alpha_t)=0.5V_0$、$S(\alpha_s)-P\cdot G=0.25V_0$。

したがって、$V_3=S(\alpha_t)+0.6S(\alpha_s)-0.6P\cdot G=0.65V_0$　　解答 $a=0,b=6,c=5$

問題2

（1）

「各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合」に、X 年度に新規加入する被保険者の新規加入時点の責任準備金をV^{x_e}とする。

$(X-1)$年度末における「将来加入が見込まれる被保険者の責任準備金」は、

$-820 = \frac{1}{d} \cdot V^{x_e} = \frac{1.05}{0.05} \cdot V^{x_e}$ と表すことができる。

よって、$V^{x_e} = \frac{0.05}{1.05} \times (-820)$

X 年度の標準保険料をC^Nとすると、「各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合」における1年間の「在職中の被保険者の責任準備金」の推移は、$(3{,}300 + V^{x_e} + C^N) \times 1.05 = 3{,}655$ と表せる。

よって、$C^N = 220$

すなわち、$a = 2$、$b = 2$、$c = 0$

（2）

「各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合」においても、新規加入者数の見込みの変更により、

$(-840) - (-820) = -20$ だけ責任準備金が変動（減少）し、20の利益が発生する。

特別保険料をC^{PSL}とすると、1年間の未積立債務の推移は、$(950 - C^{PSL}) \times 1.05 - 20 = 820$ と表せる。

よって、$C^{PSL} = 150$

すなわち、$d = 1$、$e = 5$、$f = 0$

（3）

X 年度の給付をBとすると、「各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合」におけるX年度の運用収益は、$200 = (4{,}050 + C^N + C^{PSL} - B) \times 0.05$ と表せる。

よって、$B = 420$

すなわち、$g = 4$、$h = 2$、$i = 0$

（4）

「各基礎率が予定どおりに推移すると仮定した場合」における「年金受給権者の責任準備金V^P」は、X 年度に新規の年金受給権者が発生しないため、$V^P = (2{,}520 - B) \times 1.05 = 2{,}205$ と計算できる。

年金受給権者の責任準備金にかかる予定と実績の差$2{,}157 - 2{,}205 = -48$は、全て、年金受給権者の死亡が予定と実績とで異なったことによる影響であり、年金受給権者の死亡差にかかる剰余額は48である。

すなわち、$j = 4$、$k = 8$

（5）

X 年度の運用収益が80百万円であるため、X 年度末の積立金の実績値は、

$(4{,}050 + 220 + 150 - 420) + 80 = 4{,}080$ と計算できる。

X年度末の貸借対照表（実績）の合計欄は$4{,}080+905=4{,}985$となることから、X年度末の「在職中の被保険者の責任準備金」の実績値は$4{,}985-\{2{,}157+(-840)\}=3{,}668$と計算できる。

X年度において実際に新規加入した被保険者の新規加入時点の責任準備金をV'^{x_e}とすると、1年間の「在職中の被保険者の責任準備金」の実際の推移は、

$(3{,}300+V'^{x_e}+C^N)\times 1.05=3{,}668$

よって、$V'^{x_e}=-26.666\cdots$

すなわち、$l=2$、$m=7$

問題3

（1）教科書P164参照

$$\frac{1}{{}^{L}P_{x_e}}=\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}=\frac{1}{\ddot{a}_{x_r}\cdot v^{x_r}}\cdot\left(v^{x_e}\cdot\frac{1}{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}+v^{x_e+1}\cdot\frac{1}{{}_{x_r-x_e-1}p_{x_e+1}}+\cdots+v^{x_r-1}\cdot\frac{1}{p_{x_r-1}}\right)$$

$$=\frac{1}{\ddot{a}_{x_r}\cdot v^{x_r}}\cdot\left(v^{x_e}\cdot\frac{1}{p_{x_e}\cdot p_{x_e+1}\cdots p_{x_r-1}}+v^{x_e+1}\cdot\frac{1}{p_{x_e+1}\cdots p_{x_r-1}}+\cdots+v^{x_r-1}\cdot\frac{1}{p_{x_r-1}}\right)$$

より、${}^{L}P_{x_e}$が最大になるのは、$p_{x_e}=p_{x_e+1}=\cdots=p_{x_r-1}=1$のとき・・・解答（J）

（2）制度変更前のx_e歳の給付現価${}^{1}S_{x_e}$は、

${}^{1}S_{x_e}=\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}$である。

中途脱退時にも給付が行われるとした場合の、x_e歳の給付現価${}^{2}S_{x_e}$は、

$${}^{2}S_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{C_y\cdot v^{x_r-y-1}\cdot\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}+\frac{D_{x_r}\cdot 2\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}$$

$$=\frac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}\cdot\left(v^{x_e+1}\cdot d_{x_e}\cdot v^{x_r-x_e-1}+v^{x_e+2}\cdot d_{x_e+1}\cdot v^{x_r-x_e-2}+\cdots+v^{x_r}\cdot d_{x_r-1}\cdot v^{x_r-x_r}+2\cdot v^{x_r}\cdot l_{x_r}\right)$$

$$=\frac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}\cdot v^{x_r}\cdot\left\{(l_{x_e}-l_{x_e+1})+(l_{x_e+1}-l_{x_e+2})+\cdots+(l_{x_{r-1}}-l_{x_r})+2\cdot l_{x_r}\right\}=\frac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}\cdot v^{x_r}\cdot(l_{x_e}+l_{x_r})$$

このとき標準保険料は一定なので、${}^{1}S_{x_e}={}^{2}S_{x_e}$が成り立つ。

$\dfrac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}\cdot v^{x_r}\cdot(l_{x_e}+l_{x_r})=\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}$を$\alpha$について整理して、

$$\alpha=\frac{v^{x_r}\cdot l_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{v^{x_r}\cdot(l_{x_e}+l_{x_r})\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}}=\frac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\frac{\frac{l_{x_r}}{l_{x_e}}}{1+\frac{l_{x_r}}{l_{x_e}}}=\frac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}\cdot\frac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$$ ・・・解答（C）

（3）加入期間tに応じて、年金額α_tまたはβ_tを定年年齢から支払うn年確定年金制度のx_e歳の給付

現価${}^{3}S_{x_e}$は、

$$ {}^{3}S_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{C_y \cdot v^{x_r-y-1} \cdot \alpha_{y-x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} + \frac{D_{x_r} \cdot \beta_{x_r-x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} $$

である。これを${}_{y-x_e|}q_{x_e}$、${}_{y-x_e}p_{x_e}$等を用いて表すと、

$$ {}^{3}S_{x_e} = \left(v \cdot q_{x_e} \cdot v^{x_r-x_e-1} \cdot \alpha_0 + v^2 \cdot {}_{1|}q_{x_e} \cdot v^{x_r-x_e-2} \cdot \alpha_1 + \cdots + v^{x_r-x_e} \cdot {}_{x_r-x_e-1|}q_{x_e} \cdot v^0 \cdot \alpha_{x_r-x_e-1} \right. $$
$$ \left. + v^{x_r-x_e} \cdot {}_{x_r-x_e}p_{x_e} \cdot \beta_{x_r-x_e}\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} $$

また、G_{x_e}も同様に${}_{y-x_e|}q_{x_e}$、${}_{y-x_e}p_{x_e}$等を用いて表すと、

$G_{x_e} = q_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{1}|} + {}_{1|}q_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{2}|} + \cdots + {}_{x_r-x_e-1|}q_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|} + {}_{x_r-x_e}p_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$ となる。(教科書 P169 参照)

上の二式を用いると、

$$ {}^{3}S_{x_e} - {}^{L}P_{x_e} \cdot G_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(v^{y-x_e+1} \cdot {}_{y-x_e|}q_{x_e} \cdot \alpha_{y-x_e} \cdot v^{x_r-y-1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^{L}P_{x_e} \cdot {}_{y-x_e|}q_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|} \right) $$
$$ + v^{x_r-x_e} \cdot {}_{x_r-x_e}p_{x_e} \cdot \beta_{x_r-x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^{L}P_{x_e} \cdot {}_{x_r-x_e}p_{x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|} $$
$$ = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1} \cdot {}_{y-x_e|}q_{x_e} \cdot \left(\alpha_{y-x_e} \cdot v^{x_r-y-1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^{L}P_{x_e} \cdot \ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|} \right) $$
$$ + v^{x_r-x_e} \cdot {}_{x_r-x_e}p_{x_e} \cdot \left(\beta_{x_r-x_e} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^{L}P_{x_e} \cdot \ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|} \right) $$

上記の各$\alpha_{y-x_e} \cdot v^{x_r-y-1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^{L}P_{x_e} \cdot \ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|} = 0 \quad (x_e \le y \le x_r - 1)$を満たす$\alpha_{y-x_e}$が、$x_e$歳から$x_r-1$歳の各年齢で脱退による剰余や不足を生じさせないものである。

これにより、$\alpha_t = \dfrac{\ddot{s}_{\overline{t+1}|}}{v^{x_r-x_e-1-t} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}} \cdot {}^{L}P_{x_e}$ ・・・解答(C)

以上