生 保 数 理 （ 問 題 ）

問題１．次の（１）～（１０）の各問について、（１）は適切なものをすべて、（２）～（１０）は最も適切なものを１つ、それぞれの選択肢の中から選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。（６０点）

（1）次の（A）～（E）のうち、正しい大小関係を表している不等式をすべて選びなさい。
ただし、$k>1,\ i>0$とし、μ_xはxの増加関数とする。
また、x歳におけるp_xは$0<p_x<1$とする。

（A）$i<\delta$　　（B）$\ddot{s}_{\overline{n|}}<\bar{s}_{\overline{n|}}$　　（C）$\mu_x<\dfrac{q_x}{p_x}$

（D）$D_x<\overline{M}_x$　　（E）$P_{x:\overline{n|}}<P^{(k)}_{x:\overline{n|}}$

（2）ある集団が原因A、B、Cによって減少していく 3 重脱退残存表を考える。ここで、各脱退はそれぞれ独立に発生し、一年を通じて一様に発生するものとする。
このような3重脱退残存表が表す定常状態の集団で、x歳と$x+1$歳の間にある者の総数は10,000人であり、ある観察年度におけるx歳と$x+1$歳の間のA脱退者の総数は 100 人、B脱退者の総数は 50 人、C脱退者の総数は 30 人だったという。
このとき、年齢x歳におけるA脱退率に最も近いものは次のうちどれか。

（A）0.00991　（B）0.00992　（C）0.00993　（D）0.00994　（E）0.00995
（F）0.00996　（G）0.00997　（H）0.00998　（I）0.00999　（J）0.01000

（3）$(I\ddot{a})_{x:\overline{n|}}=a$、$(D\ddot{a})_{x:\overline{n|}}=b$、$(IA)_{\stackrel{1}{x}:\overline{n|}}=c$、$\left(I_{\overline{n|}}A\right)_x=d$ および$\left(D_{\overline{n|}}A\right)_x=e$のとき、$P_{\stackrel{1}{x}:\overline{n|}}$を表す式は次のうちどれか。

（A）$\dfrac{c+e+\frac{1}{n}\cdot(d+e)}{a+b}$　（B）$\dfrac{c+e-\frac{1}{n}\cdot(d+e)}{a+b}$　（C）$\dfrac{c+e+\frac{n+1}{n}\cdot(c-d)}{a+b}$

（D）$\dfrac{c+e-\frac{n+1}{n}\cdot(c-d)}{a+b}$　（E）$\dfrac{c+d+\frac{1}{n}\cdot(d+e)}{a+b}$　（F）$\dfrac{c+d-\frac{1}{n}\cdot(d+e)}{a+b}$

（G）$\dfrac{d+e+\frac{n+1}{n}\cdot(c-e)}{a+b}$　（H）$\dfrac{d+e-\frac{n+1}{n}\cdot(c-e)}{a+b}$　（I）$\dfrac{c+e+\frac{1}{n}\cdot(c-d)}{a+b}$

（J）$\dfrac{c+e-\frac{1}{n}\cdot(c-d)}{a+b}$

（4）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、予定利率は i $(i>0)$ とし、死力は年齢によらず一定とする。

このとき、上記の基礎率から、

利力を 0.001 だけ加算した場合の年払平準純保険料を P_A、

死力を 0.001 だけ加算した場合の年払平準純保険料を P_B

とするとき、$P_A - P_B$ を表す式は次のうちどれか。

（A）0　（B）0.001　（C）$(1+i)\cdot\left(e^{0.001}-1\right)$

（D）$(1+i)\cdot\left(e^{-0.001}-1\right)$　（E）$(1+i)\cdot\left(1-e^{0.001}\right)$　（F）$(1+i)\cdot\left(1-e^{-0.001}\right)$

（G）$\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(e^{0.001}-1\right)$　（H）$\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(e^{-0.001}-1\right)$　（I）$\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(1-e^{0.001}\right)$

（J）$\dfrac{1}{1+i}\cdot\left(1-e^{-0.001}\right)$

（5）$P_{x:\overline{n}|}=0.04312$、$P^{1}_{x:\overline{n-1}|}=0.00347$、$P_{x:\overline{n-1}|}^{\ \ 1}=0.04218$ のとき、予定利率 i $(i>0)$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A）1.1%　（B）1.2%　（C）1.3%　（D）1.4%　（E）1.5%
（F）1.6%　（G）1.7%　（H）1.8%　（I）1.9%　（J）2.0%

（6）x 歳加入、保険料一時払、満期保険金額 1、保険期間 n 年の生存保険で、期間途中の死亡に対しては責任準備金の 3 割を即時に支払う保険を考える。この保険の一時払純保険料を *Thiele* の微分方程式を用いて求めた場合、一時払純保険料を表す式は次のうちどれか。

ここで、*Thiele* の微分方程式とは次の算式であり、${}_tV^{(\infty)}$ は責任準備金、S_t は死亡保険金を表している。また、$P_t^{(\infty)}$ は区間 $[t, t+\varepsilon]$ の間に収入される純保険料の総額が $P_t^{(\infty)}\cdot\varepsilon$ であることを意味し、生存保険金を表す E_t も同様である。

$$\frac{d\,{}_tV^{(\infty)}}{dt}=\left(\mu_{x+t}+\delta\right){}_tV^{(\infty)}+P_t^{(\infty)}-E_t-\mu_{x+t}\cdot S_t$$

（A）$\left\{v^n\cdot\left(1-{}_np_x\right)\right\}^{0.7}$　（B）$0.3v^n\cdot\left(1-{}_np_x\right)$　（C）$0.7v^n\cdot\left(1-{}_np_x\right)$　（D）$v^n\cdot\left(1-{}_np_x\right)^{0.3}$

（E）$v^n\cdot\left(1-{}_np_x\right)^{0.7}$　（F）$\left(v^n\cdot{}_np_x\right)^{0.3}$　（G）$0.3v^n\cdot{}_np_x$　（H）$0.7v^n\cdot{}_np_x$

（I）$v^n\cdot\left({}_np_x\right)^{0.3}$　（J）$v^n\cdot\left({}_np_x\right)^{0.7}$

(7) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年の次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

・満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払う。

・満期までに死亡すれば、死亡した年度末に、払い込んだ年払平準営業保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率（年複利）による利息を付けた金額を支払う。

また、予定事業費は、保険料払込のつど営業保険料の 10%と、毎保険年度始に生存保険金額の 0.1%とする。

このとき、この保険の年払平準営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

必要であれば、割引率 $d = 0.02$ 、 $v^n = 0.568$ 、 ${}_nq_x = 0.160$ 、 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 21.0$ を用いなさい。

(A) 0.025　(B) 0.026　(C) 0.027　(D) 0.028　(E) 0.029
(F) 0.030　(G) 0.031　(H) 0.032　(I) 0.033　(J) 0.034

(8) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年の次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】

・満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払う。

・満期までに死亡すれば、死亡した年度末に、チルメル割合が α である全期チルメル式責任準備金と同額を支払う（各年度末の全期チルメル式責任準備金は常に正である)。

また、予定事業費は、新契約時にのみ、生存保険金 1 に対し α (チルメル割合と等しい)とする。
このとき、この保険の年払平準営業保険料を表す式は次のうちどれか。

(A) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(B) $\dfrac{v^n+\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(C) $\dfrac{v^n-\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(D) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$

(E) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$　(F) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$　(G) $\dfrac{v^n+\alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$　(H) $\dfrac{v^n-\alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$

(I) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(J) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}-\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

(9) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、経過 1 年後に払済保険へ変更した際の払済保険金額の値に最も近いものは次のうちどれか。

なお、払済保険金額を計算する際に用いる解約返戻金は変更時点の平準純保険料式責任準備金と同額、払済保険の予定事業費は毎保険年度始に払済保険金額の 0.2%とし、必要な場合は、$\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|} = 16.2633$ 、 $v = 0.9852$ 、 $p_x = 0.9985$ を用いなさい。

(A) 0.051　(B) 0.053　(C) 0.055　(D) 0.057　(E) 0.059
(F) 0.061　(G) 0.063　(H) 0.065　(I) 0.067　(J) 0.069

（１０）保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の次の①～③の保険について考える。

① 終身保険
- 被保険者が死亡した年度末に保険金を支払う。
- 保険料は被保険者が生存している限り徴収する。

② 連生終身保険
- 被保険者は 2 人とし、最初の 1 人が死亡した年度末に保険金を支払う。
- 保険料は 2 人とも生存している限り徴収する。

③ 最終生存者連生終身保険
- 被保険者は 2 人とし、最後の 1 人が死亡した年度末に保険金を支払う。
- 保険料は 1 人でも生存している限り徴収する。

それぞれの保険の年払平準純保険料をそれぞれ P_x 、 P_{xx} および $P_{\overline{xx}}$ とする場合、

$$2P_x - P_{xx} - P_{\overline{xx}}$$

を表す式は次のうちどれか。
ただし、各被保険者の各年齢における予定死亡率および予定利率はともに a $(0<a<1)$ とする。

(A) $\dfrac{a\cdot(1-a)}{2-a}$　　(B) $\dfrac{-a\cdot(1-a)}{2-a}$

(C) $\dfrac{a\cdot(2-a^2)^2}{(1+a)\cdot(3-a)}$　　(D) $\dfrac{-a\cdot(2-a^2)^2}{(1+a)\cdot(3-a)}$

(E) $\dfrac{a\cdot(2-a^2)^2}{(1+a)\cdot(3-a)\cdot(5-a)}$　　(F) $\dfrac{-a\cdot(2-a^2)^2}{(1+a)\cdot(3-a)\cdot(5-a)}$

(G) $\dfrac{a\cdot(1-a)^2}{(1+a)\cdot(2-a)}$　　(H) $\dfrac{-a\cdot(1-a)^2}{(1+a)\cdot(2-a)}$

(I) $\dfrac{a\cdot(2-a)^2}{(1+a)\cdot(3-a)}$　　(J) $\dfrac{-a\cdot(2-a)^2}{(1+a)\cdot(3-a)}$

問題2．次の（1）、（2）の各問について答えなさい。（１２点）

（1）一部が空欄となっている死亡・就業不能脱退残存表が以下のとおり与えられている。このとき、空欄①に当てはまる数値に最も近いものは次のうちどれか。最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

ここで、死亡および就業不能はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でないものは就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	l_x	d_x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}	q_x^{i}
40	99,846	154	97,849	①	②	③	④	0.0308
41	99,692	−	96,701	−	−	⑤	−	−

（A） 64　（B） 68　（C） 72　（D） 76　（E） 80
（F） 84　（G） 88　（H） 92　（I） 96　（J） 100

（2）就業者である 40 歳の被保険者が、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金 1、保険期間 5 年の定期保険に加入する。

この保険に、保険期間中に就業不能になればそれ以後の保険料払込を免除する特約を付加する。特約の保険料は年払とし、就業不能にならない限り毎年度始に払い込むものとする。ただし、最終年度に発生する就業不能に対しては免除すべき保険料がないことに留意する。

定期保険の年払保険料を P としたとき、保険料払込免除特約の年払純保険料は計算基数を用いて次の算式で表される。

$$P\cdot\frac{\boxed{\text{①}}_{\boxed{\text{イ}}}-\boxed{\text{①}}_{\boxed{\text{ロ}}}-\boxed{\text{②}}_{\boxed{\text{ハ}}}\cdot\dfrac{\boxed{\text{③}}_{\boxed{\text{イ}}}-\boxed{\text{③}}_{\boxed{\text{ロ}}}}{\boxed{\text{④}}_{\boxed{\text{ハ}}}}}{\boxed{\text{⑤}}_{\boxed{\text{ニ}}}-\boxed{\text{⑤}}_{\boxed{\text{ホ}}}}$$

ただし、上式においては $\boxed{}_{\boxed{}}$ がある年齢における 1 つの計算基数を表すものとする。

このとき、①～⑤のそれぞれの空欄に該当する計算基数の文字を【基数群】から選び、イ～ホのそれぞれの空欄には該当する計算基数の年齢を【年齢群】から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてよい。また、該当する選択肢が複数存在する場合は、そのうちのいずれかが選択されていれば正解とする。

マークの例： $\boxed{\text{①}}_{\boxed{\text{イ}}}$ に該当する計算基数が M_{40}^{aa} であれば、①→（C）、イ→（A）

【基数群】
（A） D^{aa}　（B） N^{aa}　（C） M^{aa}　（D） $M^{(i)}$　（E） D^{ii}
（F） N^{ii}　（G） M^{ii}　（H） D^{i}　（I） N^{i}　（J） M^{i}

【年齢群】
（A） 40　（B） 41　（C） 42　（D） 43　（E） 44　（F） 45

問題３．x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の定期保険において、予定利率を年 1.5%から年 2.0%に引き上げたときの保険価格に与える影響について考える。
ここで、予定利率年 1.5%を用いて算定される年払平準純保険料を P、第 t 保険年度末平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ とし、予定利率年 2.0%を用いて算定されるものを、それぞれ P'、${}_tV'$ とする。
また、$\Delta P = P - P'$、$\Delta_t V = {}_tV - {}_tV'$ とし、予定死亡率は年齢ごとに増加する。
このとき、次の（1）、（2）の各問について答えなさい。（１４点）

（1）次の①～⑩の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

予定利率年 1.5%の場合のファクラーの再帰式と予定利率年 2.0%の場合のファクラーの再帰式を比較することにより、

$$1.015 \cdot (\Delta_t V + \Delta P) + \left(\boxed{①}\right) \cdot \left(\boxed{②} + P'\right) = p_{x+t} \cdot \boxed{③} \quad \cdots(※1)$$

と表すことができる。
(※1)式の両辺に $1.015^{-t-1}{}_tp_x$ を乗じて、t に 0 から $n-1$ をそれぞれ代入して加えることにより、

$$\Delta P = \boxed{④} \cdot \left(\frac{1}{N_x - N_{x+n}} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} \boxed{⑤} \cdot D_{x+t} + \boxed{⑥} \right) \quad \cdots(※2)$$

と表すことができる。
予定死亡率が年齢ごとに増加することから、$\boxed{⑤} \geqq 0$ であり、予定利率を年 2.0%に引き上げたとき、年払平準純保険料は減少することが分かる。

次に、責任準備金への影響を考える。
(※1)式の両辺に $1.015^{-t-1}{}_tp_x$ を乗じて、t に 0 から $t-1$ をそれぞれ代入して加えることにより、

$$\Delta_t V = \frac{1}{D_{x+t}} \cdot \sum_{s=0}^{t-1} \left\{ \boxed{⑦} - \boxed{④} \cdot \left(\boxed{⑧} + \boxed{⑥} \right) \right\} \cdot D_{x+s} \quad (t > 0) \cdots(※3)$$

と表すことができる。
ここで、(※3)式の右辺の中括弧｛　｝内について、(※2)式を代入して、式を整理すると、

$$\boxed{⑦} - \boxed{④} \cdot \left(\boxed{⑧} + \boxed{⑥} \right) = \boxed{④} \cdot \left(\frac{1}{N_x - N_{x+n}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \boxed{⑨} \cdot D_{x+k} - \boxed{⑩} \right) \cdots(※4)$$

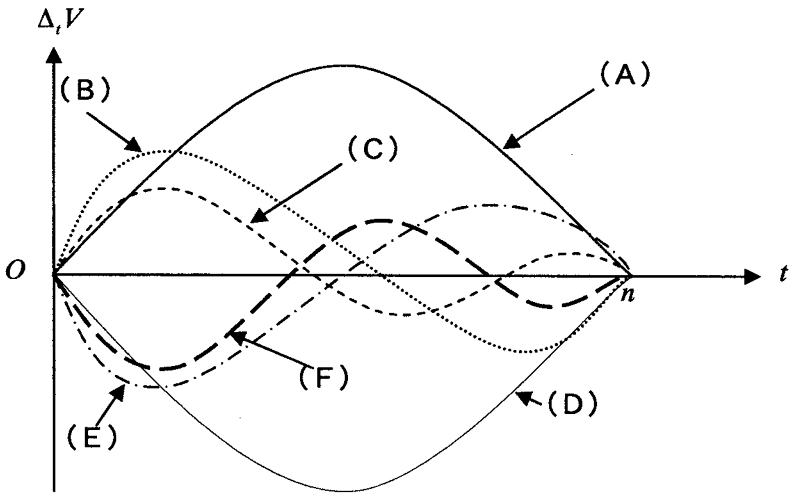
と表すことができる。

(A) $\frac{1}{200}$	(B) $\frac{1}{203}$	(C) $\frac{1}{204}$	(D) $-\frac{1}{200}$	(E) $-\frac{1}{203}$
(F) $-\frac{1}{204}$	(G) P	(H) P'	(I) ΔP	(J) ${}_tV$
(K) ${}_tV'$	(L) $\Delta_t V$	(M) ${}_{t+1}V$	(N) ${}_{t+1}V'$	(O) $\Delta_{t+1}V$
(P) ${}_sV$	(Q) ${}_sV'$	(R) $\Delta_s V$	(S) ${}_{s+1}V$	(T) ${}_{s+1}V'$
(U) ${}_kV$	(V) ${}_kV'$	(W) $\Delta_k V$	(X) ${}_{k+1}V$	(Y) ${}_{k+1}V'$

（2） $\dfrac{1}{N_x - N_{x+n}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \boxed{\text{⑨}} \cdot D_{x+k} > {}_{n-1}V'$ が与えられているとき、$\Delta_t V$ の正負の関係を最も適切に表しているグラフを、次の **(A)** ～ **(F)** のうちから 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

なお、保険期間 n は $n>5$ の整数とする。

また、グラフの $\Delta_t V$ は、整数 t の $\Delta_t V$ を補間して結んだものとする。



ヒント：(※4)式の右辺の括弧内は、$\boxed{\text{⑨}}$ の D_{x+k} による加重平均から $\boxed{\text{⑩}}$ を引いたものであることを踏まえて、(※4)式の正負の動きを考えたうえで、(※3)式の正負の関係を考えるとよい。

問題４． 保険料連続払終身払込、保険期間終身の次の給付を行う連生保険を考える。

【給付内容】

- 夫、妻、子供の 3 人を被保険者とする。
- 夫が妻および子供よりも先に死亡した場合は、保険金 1 を即時に支払うとともに、以後は保険料の払込を免除し、また、年額 0.1 の年金を子供が生存する限り連続して支払う。
- 妻が夫および子供よりも先に死亡した場合は、保険金 0.4 を即時に支払うとともに年額 0.1 の年金を子供が生存する限り連続して支払う。その後、夫が子供よりも先に死亡した場合は、保険金 0.6 を即時に支払い、以後は保険料の払込を免除する。
- 子供が死亡した場合はその時点で契約は消滅する。
- 利力は 0.01、死力は年齢に関係なく男性 0.02、女性 0.01 とする。なお、子供の性別は男性とする。

このとき、次の（1）、（2）の各問について答えなさい。（１４点）

（1）夫を x、妻を y、子供を z とすると、

給付現価は、$\boxed{①} + 0.4 \times \boxed{②} + 0.6 \times \boxed{③} + 0.1 \times \boxed{④} \cdots (a)$ と表すことができる。

一方、連続払純保険料を $\bar{P}$ とすると、収入現価は $\bar{P} \times \boxed{⑤} \cdots (b)$ と表すことができる。

このとき、①～⑤の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

(A) $\bar{a}_{xy}$	(B) $\bar{a}_{xz}$	(C) $\bar{a}_{yz}$	(D) $\bar{a}_{xyz}$	(E) $\bar{a}_{xy\mid z}$
(F) $\bar{a}_{xz\mid y}$	(G) $\bar{a}_{yz\mid x}$	(H) $\bar{a}_{x\mid yz}$	(I) $\bar{a}_{y\mid xz}$	(J) $\bar{a}_{z\mid xy}$
(K) $\bar{A}_{\overset{1}{x}yz}$	(L) $\bar{A}_{x\overset{1}{y}z}$	(M) $\bar{A}_{xy\overset{1}{z}}$	(N) $\bar{A}_{\underset{1}{x}\overset{2}{y}z}$	(O) $\bar{A}_{\overset{2}{x}\underset{1}{y}z}$
(P) $\bar{A}_{x\underset{1}{y}\overset{2}{z}}$	(Q) $\bar{A}_{x\overset{2}{y}\underset{1}{z}}$	(R) $\bar{A}_{\underset{1}{x}y\overset{2}{z}}$	(S) $\bar{A}_{\overset{2}{x}y\underset{1}{z}}$	

（2）次の⑥～⑫の空欄に当てはまる整数を、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。ただし、⑥～⑫のそれぞれには 0 から 9 までの整数が 1 つだけ入るものとする。

(a) の給付現価を実際に計算すると、$\dfrac{\boxed{⑥}\boxed{⑦}\boxed{⑧}}{\boxed{⑨}\boxed{⑩}}$ となる。

また、(b) の収入現価は $\bar{P} \times \boxed{⑪}\boxed{⑫}$ となる。

以上から、収入現価=給付現価とすることにより、$\bar{P}$ が求められる。

以　上

生 保 数 理 （ 解 答 例 ）

問題１.

（１）	**(C)・(E)**	（２）	**(A)**
（３）	**(I)**	（４）	**(H)**
（５）	**(G)**	（６）	**(J)**
（７）	**(G)**	（８）	**(G)**
（９）	**(C)**	（１０）	**(H)**

（１）**(A)** $1+i=e^{\delta}=\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{1}{k}\right)^{k\cdot\delta}=\lim_{k\to\infty}\left\{1+k\cdot\delta\cdot\frac{1}{k}+\frac{k\cdot\delta\cdot(k\cdot\delta-1)}{2}\cdot\left(\frac{1}{k}\right)^2+\cdots\right\}>1+\delta$ から、$i>\delta$ より、誤り。

(B) $\bar{s}_{\overline{n}|}=\bar{a}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{s}_{\overline{n}|}<1\cdot\ddot{s}_{\overline{n}|}$ から、$\ddot{s}_{\overline{n}|}>\bar{s}_{\overline{n}|}$ より、誤り。

(C) $q_x=\int_0^1{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt>\int_0^1{}_tp_x\cdot\mu_x dt>\int_0^1 p_x\cdot\mu_x dt=p_x\cdot\mu_x$ から、$\mu_x<\frac{q_x}{p_x}$ より、正しい。

(D) $\overline{M}_x=v^{x+\frac{1}{2}}\cdot d_x+v^{x+1+\frac{1}{2}}\cdot d_{x+1}+\cdots<v^x\cdot(d_x+d_{x+1}+\cdots)=v^x\cdot l_x=D_x$ から、$D_x>\overline{M}_x$ より、誤り。

(E) $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}>\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}$ および $A_{x:\overline{n}|}<A^{(k)}_{x:\overline{n}|}$ から、$P_{x:\overline{n}|}=\frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}<\frac{A^{(k)}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}^{(k)}_{x:\overline{n}|}}=P^{(k)}_{x:\overline{n}|}$ より、正しい。

解答：**(C)・(E)**

（２）まず、中央脱退率を求める。

$$m_x^A=\frac{a_x}{L_x}=\frac{100}{10000}=0.01\text{、同様に }m_x^B=\frac{50}{10000}=0.005\text{、}m_x^C=\frac{30}{10000}=0.003$$

次に絶対死亡率を求める。

$$q_x^{A*}=\frac{2m_x^A}{2+m_x^A}=\frac{2\times0.01}{2+0.01}=0.00995\text{、同様に }q_x^{B*}=\frac{2\times0.005}{2+0.005}=0.00499\text{、}q_x^{C*}=\frac{2\times0.003}{2+0.003}=0.00300$$

よってA脱退率は、

$$q_x^A=q_x^{A*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_x^{B*}+q_x^{C*}\right)+\frac{1}{3}q_x^{B*}\cdot q_x^{C*}\right\}$$

$$=0.00995\times\left\{1-\frac{1}{2}\times(0.00499+0.00300)+\frac{1}{3}\times0.00499\times0.00300\right\}=0.00991$$

解答：**(A)**

（別解）

脱退が一年を通じて一様に発生することから、

$$L_x=\frac{1}{2}\cdot(l_x+l_{x+1})=\frac{1}{2}\cdot\{l_x+l_x-(a_x+b_x+c_x)\}=l_x-\frac{a_x+b_x+c_x}{2}\quad\text{となり、}$$

$$l_x=L_x+\frac{a_x+b_x+c_x}{2}=10000+\frac{100+50+30}{2}=10090$$

よって、A脱退率は　$q_x^A = \frac{a_x}{l_x} = \frac{100}{10090} = 0.00991$

解答：(A)

（3）$(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{D_x}\cdot(S_x - S_{x+n} - n\cdot N_{x+n}) = a$、$(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{D_x}\cdot\{n\cdot N_x - (S_{x+1} - S_{x+n+1})\} = b$ より

$$(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} + (D\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{D_x}\cdot\{n\cdot N_x + (S_x - S_{x+1}) - n\cdot N_{x+n} - (S_{x+n} - S_{x+n+1})\}$$
$$= (n+1)\cdot\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = a + b$$

よって、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{a+b}{n+1}$

また、$(IA)^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{D_x}\cdot(R_x - R_{x+n} - n\cdot M_{x+n}) = c$、

$(I_{\overline{n}|}A)_x = \frac{1}{D_x}\cdot(R_x - R_{x+n}) = d$、$(D_{\overline{n}|}A)_x = \frac{1}{D_x}\cdot\{n\cdot M_x - (R_{x+1} - R_{x+n})\} = e$ より、

$(I_{\overline{n}|}A)_x - (IA)^{1}_{x:\overline{n}|} = n\cdot\frac{M_{x+n}}{D_x} = d - c$ より、$\frac{M_{x+n}}{D_x} = \frac{d-c}{n}$

$(I_{\overline{n}|}A)_x + (D_{\overline{n}|}A)_x = \frac{1}{D_x}\cdot\{n\cdot M_x + (R_x - R_{x+1})\} = (n+1)\cdot\frac{M_x}{D_x} = d + e$ より、$\frac{M_x}{D_x} = \frac{d+e}{n+1}$

よって、$A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} = \frac{d+e}{n+1} - \frac{d-c}{n}$

したがって、$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{\frac{d+e}{n+1} - \frac{d-c}{n}}{\frac{a+b}{n+1}} = \frac{(d+e) - \frac{n+1}{n}\cdot(d-c)}{a+b} = \frac{c+e+\frac{1}{n}\cdot(c-d)}{a+b}$

解答：(I)

（4）利力をδ、死力をμとすると、

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t\cdot {}_tp_x = \sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta\cdot t}\cdot e^{-\mu\cdot t} = \sum_{t=0}^{n-1} e^{-(\delta+\mu)\cdot t} = \frac{1-e^{-(\delta+\mu)\cdot n}}{1-e^{-(\delta+\mu)}}$$

である。
よって、

$$P_A - P_B = \left(\frac{1}{\ddot{a}^A_{x:\overline{n}|}} - d_A\right) - \left(\frac{1}{\ddot{a}^B_{x:\overline{n}|}} - d_B\right)$$
$$= \left(\frac{1-e^{-(\delta+\mu+0.001)}}{1-e^{-(\delta+\mu+0.001)\cdot n}} - d_A\right) - \left(\frac{1-e^{-(\delta+\mu+0.001)}}{1-e^{-(\delta+\mu+0.001)\cdot n}} - d_B\right)$$
$$= d_B - d_A = (1-v_B) - (1-v_A) = v_A - v_B$$
$$= e^{-(\delta+0.001)} - e^{-\delta} = \frac{1}{1+i}\cdot(e^{-0.001} - 1)$$

解答：(H)

（5）ファクラーの再帰式により

$${}_{n-1}V_{x:\overline{n}|} + P_{x:\overline{n}|} = v\cdot q_{x+n-1} + v\cdot p_{x+n-1}\cdot {}_nV_{x:\overline{n}|} = v \qquad \cdots①$$

過去法による責任準備金の式により、

$${}_{n-1}V_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n-1}}{D_{x+n-1}}\cdot P_{x:\overline{n}|} - \frac{M_x - M_{x+n-1}}{D_{x+n-1}}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n-1}}{D_{x+n-1}} \cdot P_{x:\overline{n}|} - \frac{N_x - N_{x+n-1}}{D_{x+n-1}} \cdot \frac{M_x - M_{x+n-1}}{N_x - N_{x+n-1}}$$

$$= \frac{P_{x:\overline{n}|} - P_{\overset{1}{x}:\overline{n-1}|}}{P_{x:\overset{1}{\overline{n-1}|}}} \qquad \cdot\cdot\cdot ②$$

②を①に代入すると

$$v = \frac{P_{x:\overline{n}|} - P_{\overset{1}{x}:\overline{n-1}|}}{P_{x:\overset{1}{\overline{n-1}|}}} + P_{x:\overline{n}|}$$

$$i = \frac{1}{v} - 1 = \frac{1}{\dfrac{P_{x:\overline{n}|} - P_{\overset{1}{x}:\overline{n-1}|}}{P_{x:\overset{1}{\overline{n-1}|}}} + P_{x:\overline{n}|}} - 1$$

$$= \frac{1}{\dfrac{0.04312 - 0.00347}{0.04218} + 0.04312} - 1$$

$$= 0.01715$$

解答：(G)

（6）問題の条件より、$P_t^{(\infty)} = 0(t > 0)$、$E_t = 0$、$S_t = 0.3{}_tV^{(\infty)}$であるから、

$$\frac{d\,{}_tV^{(\infty)}}{dt} = (\mu_{x+t} + \delta){}_tV^{(\infty)} - 0.3\mu_{x+t} \cdot {}_tV^{(\infty)}$$

式変形して、$\dfrac{1}{{}_tV^{(\infty)}} \cdot \dfrac{d\,{}_tV^{(\infty)}}{dt} = \delta + 0.7\mu_{x+t}$

さらに、両辺を t で積分すると、$\left[\log {}_tV^{(\infty)}\right]_0^n = \int_0^n (\delta + 0.7\mu_{x+t})dt$　となる。

ここで、${}_0V^{(\infty)}$が一時払純保険料 A であり、${}_nV^{(\infty)} = 1$、$\int_0^n \mu_{x+t}dt = -\log {}_np_x$ であるので、

$$-\log A = \delta \cdot n + 0.7 \cdot (-\log {}_np_x) = \log e^{\delta \cdot n} - \log({}_np_x)^{0.7}$$

よって、$A = e^{-\delta \cdot n} \cdot ({}_np_x)^{0.7} = v^n \cdot ({}_np_x)^{0.7}$

解答：(J)

（7）純保険料を P、営業保険料を P^* とすると、

$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P^* \cdot \sum_{t=1}^{n} \ddot{s}_{\overline{t}|} \cdot v^t \cdot {}_{t-1|}q_x + A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$であり、$\ddot{s}_{\overline{t}|} = \dfrac{(1+i)^t - 1}{d}$より、

$$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P^* \cdot \frac{1}{d} \cdot \sum_{t=1}^{n} \left({}_{t-1|}q_x - v^t \cdot {}_{t-1|}q_x\right) + A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$$

$$= P^* \cdot \frac{1}{d} \cdot \left({}_nq_x - A^1_{x:\overline{n}|}\right) + A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$$

である。

また、$P^* \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.1P^* \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.001\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$より、$P = 0.9P^* - 0.001$であり、

$$P^* = \frac{A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} + 0.001\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{0.9\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \dfrac{1}{d} \cdot \left({}_nq_x - A^1_{x:\overline{n}|}\right)}$$

ここで、$A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = v^n \cdot (1 - {}_nq_x) = 0.47712$および、$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 - 0.02 \times 21 = 0.58$より、

$A^1_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = 0.58 - 0.47712 = 0.10288$から、

$$P^* = \frac{A^{\ 1}_{x:\overline{n}|} + 0.001\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{0.9\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{1}{d}\cdot\left({}_nq_x - A^1_{x:\overline{n}|}\right)} = \frac{0.47712 + 0.001\times 21}{0.9\times 21 - 50\times(0.16 - 0.10288)} = 0.03105$$

解答：(G)

（8）年払平準純保険料をP、第t年度末の平準純保険料式責任準備金を${}_tV$、第t年度末の全期チルメル式責任準備金を${}_tV^{(z)}$とすると、

${}_{t-1}V + P - v\cdot q_{x+t-1}\cdot{}_tV^{(z)} = v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV$ より、

$v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV - {}_{t-1}V = P - v\cdot q_{x+t-1}\cdot{}_tV^{(z)}$ ・・・①

$t\geqq 2$のときの第$t-1$年度末の全期チルメル式責任準備金は

$${}_{t-1}V^{(z)} = {}_{t-1}V - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\ddot{a}_{x+t-1:\overline{n-t+1}|} = {}_{t-1}V - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\left(1 + v\cdot p_{x+t-1}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)$$

と表わせ、これを

$$v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV^{(z)} = v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV - v\cdot p_{x+t-1}\cdot\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

から引くと

$$v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV^{(z)} - {}_{t-1}V^{(z)} = v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV - {}_{t-1}V + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

これに①を代入して整理すると、

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = v\cdot{}_tV^{(z)} - {}_{t-1}V^{(z)} \quad (2\leqq t\leqq n) \quad ・・・②$$

$t=1$のときについても、${}_0V^{(z)} = -\alpha$とすることによってそのまま成立するので

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = v\cdot{}_1V^{(z)} + \alpha \quad ・・・③$$

②の両辺にv^{t-1}を乗じたものを$t=2,3,\cdots,n$についてまで加え、さらに③も加えて整理すると、

$$P\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|} = v^n\cdot{}_nV^{(z)} + \alpha$$

また、${}_nV^{(z)} = 1$より、年払平準純保険料は

$$P = \frac{v^n + \alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

となる。

よって、年払平準営業保険料をP^*とすると、

$$P^* = P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{v^n + \alpha}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}$$

となる。

解答：(G)

（9）求める払済保険金額をS、払済保険の予定事業費をγとすると、

$$S = \frac{{}_1V_{x:\overline{n}|}}{A_{x+1:\overline{n-1}|} + \gamma\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}} = \frac{1 - \frac{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}{1 - d\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|} + \gamma\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}} = \frac{1 - \frac{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{1 + v\cdot p_x\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}}{1 - (1-v)\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|} + \gamma\cdot\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}$$

$$= \frac{1 - \frac{16.2633}{1 + 0.9852\times 0.9985\times 16.2633}}{1 - (1 - 0.9852)\times 16.2633 + 0.002\times 16.2633} = 0.0546$$

解答：(C)

（１０）まず、①終身保険の保険料 P_x は、

$$P_x = \frac{1}{\ddot{a}_x} - d$$

同様に、②連生終身保険の保険料 P_{xx} は、

$$P_{xx} = \frac{1}{\ddot{a}_{xx}} - d$$

最後に、③最終生存者連生終身保険の保険料 $P_{\overline{xx}}$ は、

$$P_{\overline{xx}} = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{xx}}} - d$$

また、

$$\ddot{a}_x = 1 + \frac{1-a}{1+a} + \left(\frac{1-a}{1+a}\right)^2 + \ldots$$

$$= \frac{1}{1-\left(\frac{1-a}{1+a}\right)} = \frac{1+a}{2a}$$

$$\ddot{a}_{xx} = 1 + \frac{(1-a)^2}{1+a} + \left\{\frac{(1-a)^2}{1+a}\right\}^2 + \ldots$$

$$= \frac{1}{1-\left(\frac{(1-a)^2}{1+a}\right)} = \frac{1+a}{3a-a^2}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xx}} = 2\ddot{a}_x - \ddot{a}_{xx} = \frac{1+a}{a} - \frac{1+a}{3a-a^2}$$

$$= \frac{(1+a)\cdot(2-a)}{a\cdot(3-a)}$$

よって、

$$2P_x - P_{xx} - P_{\overline{xx}} = 2\cdot\left(\frac{1}{\ddot{a}_x} - d\right) - \left(\frac{1}{\ddot{a}_{xx}} - d\right) - \left(\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{xx}}} - d\right)$$

$$= \frac{-a\cdot(1-a)^2}{(1+a)\cdot(2-a)}$$

解答：（H）

問題2.

(1)	(D)									
(2)	①	(F)	②	(E)	③	(I)	④	(H)	⑤	(B)
	イ	(A) または (B)	ロ	(F)	ハ	(A)	ニ	(A)	ホ	(E)

(1) $x=40$とすると、$i_x = l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} + d_x^{ii} = l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} + \left(l_x^{ii}\cdot q_x^i + \frac{1}{2}i_x\cdot q_x^i\right)$より、

$$i_x = \frac{l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii}\cdot(1-q_x^i)}{1-\frac{1}{2}q_x^i} = \frac{(l_{x+1}-l_{x+1}^{aa})-(l_x-l_x^{aa})\cdot(1-q_x^i)}{1-\frac{1}{2}q_x^i}$$

$$= \frac{(99{,}692-96{,}701)-(99{,}846-97{,}849)\cdot(1-0.0308)}{1-\frac{1}{2}\cdot 0.0308} = 1072.0166$$

よって、$d_x^{aa} = l_x^{aa} - l_{x+1}^{aa} - i_x = 97{,}849 - 96{,}701 - 1072.0166 = 75.9834$

解答：(D)

(2) この特約の一時払純保険料は$P\cdot a_{40:\overline{4}|}^{ai}$と表される。

特約の年払純保険料について、最終年度に発生する就業不能に対しては免除すべき保険料がないので、払込回数は最終年度を除く4回とすべきである。よって、年払純保険料は一時払純保険料を$\ddot{a}_{40:\overline{4}|}^{aa}$で除して$P\cdot\dfrac{a_{40:\overline{4}|}^{ai}}{\ddot{a}_{40:\overline{4}|}^{aa}}$となる。（教科書下巻166頁参照）

ここで、就業不能等に関する各年金現価は次の通り計算基数で表される。

$$a_{40:\overline{4}|}^{ai} = a_{40:\overline{4}|}^{a} - a_{40:\overline{4}|}^{aa}$$

$$a_{40:\overline{4}|}^{a} = \sum_{t=1}^{4} v^t\cdot {}_tp_{40}^{a} = \sum_{t=1}^{4} v^t\cdot\frac{l_{40}\cdot{}_tp_{40} - l_{40}^{ii}\cdot{}_tp_{40}^{i}}{l_{40}^{aa}} = \frac{l_{40}}{l_{40}^{aa}}\cdot\sum_{t=1}^{4} v^t\cdot{}_tp_{40} - \frac{l_{40}^{ii}}{l_{40}^{aa}}\cdot\sum_{t=1}^{4} v^t\cdot{}_tp_{40}^{i}$$

$$= \frac{l_{40}}{l_{40}^{aa}}\cdot a_{40:\overline{4}|} - \frac{l_{40}^{ii}}{l_{40}^{aa}}\cdot a_{40:\overline{4}|}^{i} = \frac{D_{40}}{D_{40}^{aa}}\cdot\frac{N_{41}-N_{45}}{D_{40}} - \frac{D_{40}^{ii}}{D_{40}^{aa}}\cdot\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}$$

$$a_{40:\overline{4}|}^{aa} = \frac{N_{41}^{aa}-N_{45}^{aa}}{D_{40}^{aa}}、\quad \ddot{a}_{40:\overline{4}|}^{aa} = \frac{N_{40}^{aa}-N_{44}^{aa}}{D_{40}^{aa}}$$

よって、

$$P\cdot\frac{a_{40:\overline{4}|}^{ai}}{\ddot{a}_{40:\overline{4}|}^{aa}} = P\cdot\frac{a_{40:\overline{4}|}^{a} - a_{40:\overline{4}|}^{aa}}{\ddot{a}_{40:\overline{4}|}^{aa}} = P\cdot\frac{\frac{D_{40}}{D_{40}^{aa}}\cdot\frac{N_{41}-N_{45}}{D_{40}} - \frac{D_{40}^{ii}}{D_{40}^{aa}}\cdot\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}} - \frac{N_{41}^{aa}-N_{45}^{aa}}{D_{40}^{aa}}}{\frac{N_{40}^{aa}-N_{44}^{aa}}{D_{40}^{aa}}}$$

$$= P\cdot\frac{N_{41}-N_{45}-D_{40}^{ii}\cdot\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}} - (N_{41}^{aa}-N_{45}^{aa})}{N_{40}^{aa}-N_{44}^{aa}} = P\cdot\frac{N_{41}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}}{N_{40}^{aa}-N_{44}^{aa}}$$

を得る。

なお、上式の分子は

$$N_{41}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}} = D_{40}^{ii}+N_{41}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\left(1+\frac{N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}\right)$$

$$= D_{40}^{ii}+N_{41}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\left(\frac{D_{40}^{i}+N_{41}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}\right) = N_{40}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\left(\frac{N_{40}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}\right)$$

と変形できるので、$P\cdot\dfrac{N_{40}^{ii}-N_{45}^{ii}-D_{40}^{ii}\cdot\dfrac{N_{40}^{i}-N_{45}^{i}}{D_{40}^{i}}}{N_{40}^{aa}-N_{44}^{aa}}$ も正解である。

解答：① (**F**)、② (**E**)、③ (**I**)、④ (**H**)、⑤ (**B**)、
イ (**A**) または (**B**)、ロ (**F**)、ハ (**A**)、ニ (**A**)、ホ (**E**)

問題３.

（1）	①	(D)	②	(K)	③	(O)	④	(B)	⑤	(K)
	⑥	(H)	⑦	(I)	⑧	(Q)	⑨	(V)	⑩	(Q)
（2）	(B)									

（1）予定利率年 1.5％の場合のファクラーの再帰式

$$1.015\cdot({}_tV+P)-q_{x+t}=p_{x+t}\cdot{}_{t+1}V$$

と予定利率年 2.0％の場合のファクラーの再帰式

$$1.020\cdot({}_tV'+P')-q_{x+t}=p_{x+t}\cdot{}_{t+1}V'$$

を比較する（引く）ことにより、

$1.015\cdot({}_tV+P)-1.015\cdot({}_tV'+P')-0.005\cdot({}_tV'+P')=p_{x+t}\cdot({}_{t+1}V-{}_{t+1}V')$ であり、

$$1.015\cdot(\Delta_tV+\Delta P)+\left(\boxed{①-\frac{1}{200}(=-0.005)}\right)\cdot\left(\boxed{②\ {}_tV'}+P'\right)=p_{x+t}\cdot\boxed{③\ \Delta_{t+1}V}\quad\cdots(※1)$$

と表すことができる。

(※1)式の両辺に $1.015^{-t-1}{}_tp_x$ を乗じると、

$$D_{x+t}\cdot(\Delta_tV+\Delta P)-\frac{1}{203}\cdot({}_tV'+P')\cdot D_{x+t}=D_{x+t+1}\cdot\Delta_{t+1}V$$

であり、t に 0 から $n-1$ をそれぞれ代入して加えることにより、

$D_x\cdot\Delta_0V+\Delta P\cdot(N_x-N_{x+n})-\frac{1}{203}\cdot\sum_{t=0}^{n-1}({}_tV'+P')\cdot D_{x+t}=D_{x+n}\cdot\Delta_nV$ であり、

また、$\Delta_0V=\Delta_nV=0$ より、

$$\begin{aligned}\Delta P&=\frac{1}{203}\cdot\frac{1}{N_x-N_{x+n}}\cdot\sum_{t=0}^{n-1}({}_tV'+P')\cdot D_{x+t}\\&=\boxed{④\ \frac{1}{203}}\cdot\left(\frac{1}{N_x-N_{x+n}}\cdot\sum_{t=0}^{n-1}\boxed{⑤\ {}_tV'}\cdot D_{x+t}+\boxed{⑥\ P'}\right)\quad\cdots(※2)\end{aligned}$$

と表すことができる。

予定死亡率が年齢ごとに増加することから、$\boxed{⑤\ {}_tV'}\geqq 0$ であり、予定利率を年 2.0％に引き上げたとき、年払平準純保険料は減少することが分かる。

次に、責任準備金への影響を考える。

(※1)式の両辺に $1.015^{-t-1}{}_tp_x$ を乗じて、t に 0 から $t-1$ をそれぞれ代入して加えることにより、

$D_x\cdot\Delta_0V+\Delta P\cdot(N_x-N_{x+t})-\frac{1}{203}\cdot\sum_{s=0}^{t-1}({}_sV'+P')\cdot D_{x+s}=D_{x+t}\cdot\Delta_tV\quad(t>0)$ であり、

$$\Delta_tV=\frac{1}{D_{x+t}}\cdot\sum_{s=0}^{t-1}\left\{\boxed{⑦\ \Delta P}-\boxed{④\ \frac{1}{203}}\cdot\left(\boxed{⑧\ {}_sV'}+\boxed{⑥\ P'}\right)\right\}\cdot D_{x+s}\quad(t>0)\quad\cdots(※3)$$

と表すことができる。

ここで、　(※3)式の右辺の中括弧｛　｝内について、(※2)式を代入して、式を整理すると、

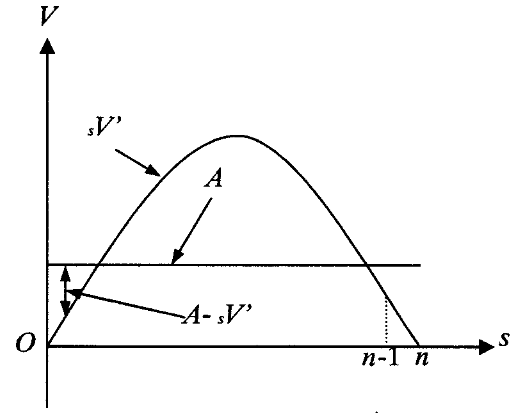
$$\begin{aligned}\boxed{⑦\ \Delta P}-\boxed{④\ \frac{1}{203}}\cdot\left(\boxed{⑧\ {}_sV'}+\boxed{⑥\ P'}\right)&=\frac{1}{203}\cdot\left(\frac{1}{N_x-N_{x+n}}\cdot\sum_{k=0}^{n-1}{}_kV'\cdot D_{x+k}+P'\right)-\frac{1}{203}\cdot({}_sV'+P')\\&=\boxed{④\ \frac{1}{203}}\cdot\left(\frac{1}{N_x-N_{x+n}}\cdot\sum_{k=0}^{n-1}\boxed{⑨\ {}_kV'}\cdot D_{x+k}-\boxed{⑩\ {}_sV'}\right)\quad\cdots(※4)\end{aligned}$$

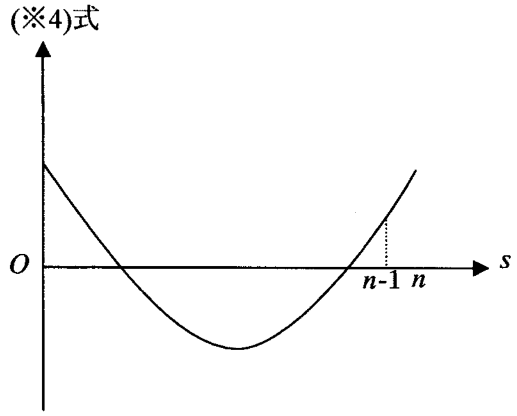
と表すことができる。

解答：① (D)、② (K)、③ (O)、④ (B)、⑤ (K)、

⑥（H）、⑦（I）、⑧（Q）、⑨（V）、⑩（Q）

（2）$A=\dfrac{1}{N_x-N_{x+n}}\cdot\sum_{k=0}^{n-1}{}_kV'\cdot D_{x+k}$ とすると、A は ${}_kV'$ の D_{x+k} $(0\leqq k\leqq n-1)$ による加重平均であり、A と ${}_sV'$ は下の左図のようなグラフの関係にある。従って、(※4)式の右辺が $\dfrac{1}{203}\cdot\left(A-{}_sV'\right)$ であることを踏まえて、(※4)式の動きを考えると、下の右図のようなグラフになる。





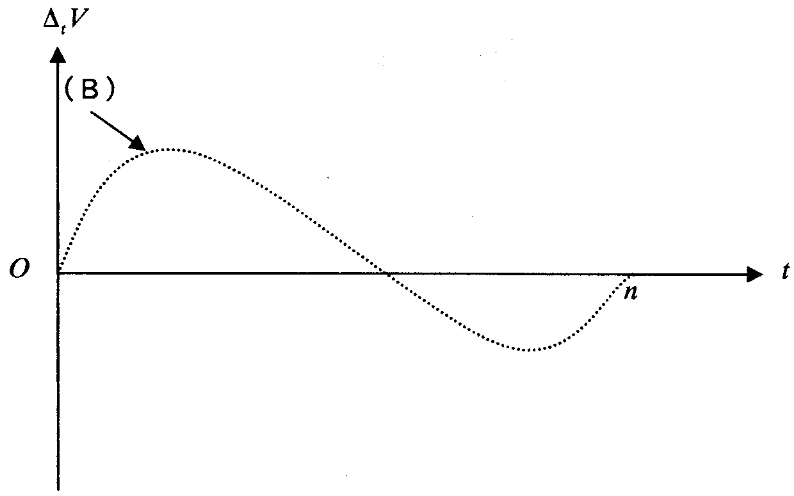
(※3)式は、(※4)式の D_{x+s} $(0\leqq s\leqq t-1)$ により加重された合計値を D_{x+t} で除したものであり、$\Delta_t V$ の正負の判定は、(※4)式の D_{x+s} $(0\leqq s\leqq t-1)$ により加重された合計値で判定される。

$\Delta_t V$ は $\Delta_0 V=0$ から始まり、当初は(※4)式が正であることから $\Delta_t V$ も正になり、増加関数であるが、(※4)式が負になると、$\Delta_t V$ も減少関数になる。

一方、条件 $A>{}_{n-1}V'$ より、(※4)式は $s\leqq n-1$ で再度正になることから、$\Delta_t V$ は増加関数になり $t=n$ になる。また、$\Delta_n V=0$ であることから、それ以前は $\Delta_t V$ は負からの増加関数といえる。

従って、$\Delta_t V$ は下図のようなグラフになり（B）が正解である。

なお、$A<{}_{n-1}V'$ であれば、$\Delta_t V$ は負にならず、常に正である。



解答：（B）

問題４.

(1)	①	(K)	②	(L)	③	(O)	④	(E)	⑤	(B)
(2)	⑥	1	⑦	5	⑧	8	⑨	7	⑩	5
	⑪	2	⑫	0						

（１）給付現価は、$\boxed{①\bar{A}_{\overset{1}{x}yz}}+0.4\times\boxed{②\bar{A}_{x\overset{1}{y}z}}+0.6\times\boxed{③\bar{A}_{\overset{2}{x}\underset{1}{y}z}}+0.1\times\boxed{④\bar{a}_{xy|z}}\cdots(a)$

収入現価は$\bar{P}\times\boxed{⑤\bar{a}_{xz}}\cdots(b)$

解答：①（K）、②（L）、③（O）、④（E）、⑤（B）

（２）

$$(a)=\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_y\cdot{}_tp_z\cdot\mu_{x+t}dt+0.4\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_y\cdot{}_tp_z\cdot\mu_{y+t}dt+0.6\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot(1-{}_tp_y)_tp_z\cdot\mu_{x+t}dt$$
$$+0.1\int_0^\infty v^t\cdot(1-{}_tp_x\cdot{}_tp_y)_tp_z dt\cdots(c)$$

ここで、${}_tp_x=e^{-\int_0^t\mu_{x+s}ds}=e^{-0.02t}$、${}_tp_y=e^{-0.01t}$、${}_tp_z=e^{-0.02t}$、$v^t=e^{-\delta\cdot t}=e^{-0.01t}$を用いると、

$$(c)=0.02\int_0^\infty e^{-0.06t}dt+0.004\int_0^\infty e^{-0.06t}dt+0.012\int_0^\infty(e^{-0.05t}-e^{-0.06t})dt+0.1\int_0^\infty(e^{-0.03t}-e^{-0.06t})dt$$
$$=-0.088\int_0^\infty e^{-0.06t}dt+0.012\int_0^\infty e^{-0.05t}dt+0.1\int_0^\infty e^{-0.03t}dt$$
$$=-\frac{88}{60}+\frac{12}{50}+\frac{10}{3}$$
$$=\frac{158}{75}$$

一方、$(b)=\bar{P}\times\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_z dt=\bar{P}\times\int_0^\infty e^{-0.05t}dt=\bar{P}\times 20$

以上から、収入現価=給付現価とすることにより、$\bar{P}=\dfrac{158}{75\times 20}=\dfrac{79}{750}$が求められる。

解答：⑥ 1、⑦ 5、⑧ 8、⑨ 7、⑩ 5、⑪ 2、⑫ 0