年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、以下のとおりとする。

- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年 1 回期初払いとする。

問題 1．次の(1)～(14)について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。（7 0 点）

（1）l_x が以下の時、$\mathring{e}_{20}$ を求め、選択肢の中から正しいものを1つ選びなさい。

（小数点以下を四捨五入）

$$l_x = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 15x + 265 & (x < 30) \\ 40 & (30 \leqq x < 40) \\ 120 - 2x & (40 \leqq x < 60) \\ 0 & (60 \leqq x) \end{cases}$$

(A) 20	(B) 21	(C) 22	(D) 23	(E) 24
(F) 25	(G) 26	(H) 27	(I) 28	(J) 29

（2）x 歳から $x+n$ 歳までの生命表において、年金制度の予定利率を i とするとき、以下の算式が常に成立しているものとする。（ただし、n は正の整数）

$$ {}_t q_x = \frac{n-(n-t)(1+i)^t}{n} $$ （ただし、t は $t \leq n$ の 0 以上の整数）

このとき、以下の算式を満たす n の値として最も適切なものを次の選択肢の中から 1 つ選びなさい。

$$(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = 46$$

（A） 7　（B） 9　（C） 11　（D） 13　（E） 15
（F） 17　（G） 19　（H） 21　（I） 23　（J） いずれにも該当しない

（3）60 歳支給開始、年 4 回期末払いで、かつ死亡した場合には死亡した日の属する月まで給付が行なわれる終身年金がある。この年金について、60 歳時点の年金原資を変えずに、15 年保証期間付終身年金に変更することとしたい。保証期間中の年金額を変更しなかった場合、保証期間終了後の年金額は保証期間中の年金額の何％となるか。最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、変更後の年金は 60 歳支給開始、年 4 回期末払いで、保証期間中は生死に関わらず給付し、保証期間経過後は死亡した日の属する月まで給付を行なうものとする。計算にあたっては、以下の数値を使用すること。

・予定利率：3.0％
・$\ddot{a}_{\overline{15|}}$ ：12.29607
・$v^{\frac{1}{4}}$ ：0.99264
・D_{60} ：3,469
・D_{75} ：1,914
・N_{60} ：60,494
・$\overline{M}_{60}$ ：1,732
・N_{75} ：19,741
・$\overline{M}_{75}$ ：1,359

（A） 77.0%　（B） 79.0%　（C） 81.0%　（D） 83.0%　（E） 85.0%
（F） 87.0%　（G） 89.0%　（H） 91.0%　（I） 93.0%　（J） 95.0%

（4） (x)、(y)および(z)の 3 人に対し、3 人とも生存する間は毎年度末に 5,000 円を、1 人が死亡し 2 人が生存している間は毎年度末に 4,000 円を、2 人が死亡し 1 人が生存している間は毎年度末に 3,000 円を最終生存者の死亡まで給付する年金の現価を

$\boxed{①} \cdot a_{xyz} + \boxed{②} \cdot (a_{xy} + a_{yz} + a_{zx}) + \boxed{③} \cdot (a_x + a_y + a_z)$ と書き表すとき、①、②、③の値として最も適切なものを以下の選択肢の中からそれぞれ 1 つずつ選びなさい。
なお、解答にあたり同じ記号を重複して選んでも良い。

(A) 1,000　(B) 2,000　(C) 3,000　(D) 4,000　(E) 5,000
(F) −1,000　(G) −2,000　(H) −3,000　(I) −4,000　(J) −5,000

（5）Trowbridge モデルの年金制度において、各種財政方式の定常状態における保険料（C）と給付現価の関係を表す式として正しいものはいくつあるか。選択肢の中から正しいものを 1 つ選びなさい。

なお、記号の意味は次のとおりである。

S^p ：年金受給権者の給付現価

S^a_{FS} ：在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価

S^a_{PS} ：在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価

S^f ：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

S ：全体の給付現価（$S = S^p + S^a_{FS} + S^a_{PS} + S^f$）

i ：予定利率、$v = \dfrac{1}{1+i}$、$d = 1 - v$

また、保険料（C）の左肩添字は財政方式を表し、P ：賦課方式、T ：退職時年金現価積立方式、U ：単位積立方式、In ：加入時積立方式を表すものとする。

① $S = \dfrac{{}^{P}C}{d}$

② $S^f = \dfrac{v \cdot {}^{T}C}{d}$

③ $S^a_{FS} = \dfrac{{}^{U}C - v \cdot {}^{T}C}{d}$

④ $S^a_{PS} = \dfrac{v \cdot {}^{In}C - v \cdot {}^{U}C}{d}$

⑤ $S^p = \dfrac{{}^{P}C - v \cdot {}^{In}C}{d}$

(A) 0 個　(B) 1 個　(C) 2 個　(D) 3 個　(E) 4 個　(F) 5 個

（6）以下の年金制度における単位積立方式による責任準備金に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

○給付内容：定年退職による脱退のみ給付

脱退時加入期間 10 年未満：一時金給付（即時支給）

一時金額＝加入期間 1 年につき 10 万円

脱退時加入期間 10 年以上：年金給付（即時支給開始 10 年確定年金（年 1 回期初払い））

年金額＝加入期間 1 年につき 2 万円

○定年年齢：60 歳（満 60 歳到達時に脱退）

○計算基準日時点計算対象者（3 人）

被保険者 NO	計算基準日時点年齢	計算基準日時点加入期間
1	55 歳 0 月	7 年 0 月
2	57 歳 0 月	6 年 0 月
3	59 歳 0 月	14 年 0 月

年金受給権者はいないものとする。

○ 現価率など

年齢	D_x
55	7,613
56	7,243
57	6,892
58	6,557
59	6,239
60	5,936

$\ddot{a}_{\overline{10|}}=8.97087$

(A) 300 万円 (B) 330 万円 (C) 360 万円 (D) 390 万円 (E) 420 万円
(F) 450 万円 (G) 480 万円 (H) 510 万円 (I) 540 万円 (J) 570 万円

（7）初期過去勤務債務額の償却のため、年 1 回期初払いで 10 年元利均等償却とした額を特別保険料として毎年拠出している年金制度がある。ところが、第 5 年度期末に初期過去勤務債務額の x %に相当する額の差損が発生した。このため、第 6 年度期初より次の A+B に相当する特別保険料に変更することとしたが、この場合、償却が完了するまでに第 6 年度期初より 7 年間かかることとなった。

このときの x を求めなさい。ただし、予定利率は 3.5％とし、他年度において差損益は発生しないものとする。なお、x は％単位で小数点以下を四捨五入して求め、解答にあたっては、a、b にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。 $x = \boxed{a}\ \boxed{b}$ %

A：初期過去勤務債務額の第 5 年度期末時点における未償却過去勤務債務残高を当初の残余償却期間で償却した場合の保険料

B：第 5 年度期末に新たに発生した後発過去勤務債務を第 6 年度期初から年 1 回期初払いで 10 年元利均等償却とした場合の保険料

n	$\ddot{a}_{\overline{n}\vert}$
1	1.00000
2	1.96618
3	2.89969
4	3.80164
5	4.67308
6	5.51505
7	6.32855
8	7.11454
9	7.87396
10	8.60769

（8）ある年金制度が発足するにあたり、次の保険料率を得たとする。なお、発足時に受給権者は存在せず、発足時の被保険者については過去勤務期間を通算して給付を行うものとする。

・閉鎖型総合保険料方式の保険料率　：　${}^{C}P = 0.22$
・到達年齢方式の標準保険料率　：　${}^{A}P = 0.1$
・加入年齢方式の標準保険料率　：　${}^{E}P = 0.07$

このとき、開放基金方式による責任準備金 ${}^{OAN}V$ に対する加入年齢方式による責任準備金 ${}^{E}V$ の比率

$\dfrac{{}^{E}V}{{}^{OAN}V}$ は $\boxed{a}\,.\,\boxed{b}\,\boxed{c}$ となる。（小数点以下第 3 位を四捨五入）

a、b、c　にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

（9）Trowbridge モデルの年金制度における年 1 回期初払いの保険料を $\ddot{P}_A$、Trowbridge モデルと同じ給付を行い保険料の拠出が年 1 回期末払いの場合の保険料を P_A とする。また、Trowbridge モデルの年金制度における給付に加え、定年前の脱退者に対し期末に 1 の一時金を支払う制度の年 1 回期初払いの保険料を $\ddot{P}_B$ とする。いずれの制度も財政方式はすべて加入年齢方式とし、予定利率は共通で i とする。この場合、予定利率 i を $\ddot{P}_A$、P_A、$\ddot{P}_B$ を用いて表したとき、最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

(A) $\dfrac{1}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}-1$　(B) $\dfrac{\ddot{P}_A}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}-1$　(C) $\dfrac{\ddot{P}_A}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}$　(D) $\dfrac{1}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}$

(E) $\dfrac{1}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-P_A\right)}-1$　(F) $\dfrac{1}{\dfrac{P_A}{\ddot{P}_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}-1$　(G) $\dfrac{1}{\dfrac{P_A}{\ddot{P}_A}+\left(\ddot{P}_B-\ddot{P}_A\right)}$

(H) $\dfrac{1}{\dfrac{P_A}{\ddot{P}_A}+\left(\ddot{P}_B-P_A\right)}-1$　(I) $\dfrac{1}{\dfrac{P_A}{\ddot{P}_A}+\left(\ddot{P}_B-P_A\right)}$　(J) $\dfrac{1}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A}+\left(\ddot{P}_B-P_A\right)}$

（10）ある年金制度（加入年齢方式、保険料年 1 回期初払い、給付年 1 回期末払い）が、財政再計算と同時に制度変更を実施する。なお、制度変更実施前（財政再計算による基礎率変更後）の諸数値は以下のとおりである。

年金受給権者の給付現価	:	400 百万円
在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	:	860 百万円
過去の加入期間に対応する給付現価	:	640 百万円
合　計	:	1,500 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	:	700 百万円
在職中の被保険者の給与現価	:	16,000 百万円
将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	:	14,000 百万円
積立金残高	:	1,000 百万円
給与総額	:	1,200 百万円
予定利率	:	4.0%
10 年確定年金現価率	:	8.44

変更内容は、在職中の被保険者の給与を一律 1.2 倍とするもので、今後はこの給与を用いて保険料や給付額を算定する。ただし、変更時点における既存の年金受給権者および在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付分には適用しない。また、この変更に伴う給与指数の見直しは実施し

ない。

このとき、制度変更後の標準保険料および特別保険料（10 年元利均等償却）の合計金額は、制度変更実施前（財政再計算による基礎率変更後）の標準保険料および特別保険料（10 年元利均等償却）の合計金額の $\boxed{a}$. $\boxed{b}$ $\boxed{c}$ 倍（小数点以下第 3 位を四捨五入し小数点以下第 2 位まで求めなさい。）となる。

なお、計算過程において制度変更前後の標準保険料率および特別保険料率は、小数点以下第 5 位を四捨五入し小数点以下第 4 位まで求めた率を使用するものとする。

a、b、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

（１１）各年齢の被保険者数 l_x および給与総額 B が定常状態にある年金制度において、計算基準日以降の脱退および昇給が予定基礎率どおり推移するとした場合に、その被保険者数および給与総額が計算基準日のものと同じになるように毎年の新規加入の被保険者数およびその加入時の給与を見込んでいる。このとき、新規加入の被保険者 1 人あたりの加入時の給与を表す算式として正しいものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、この年金制度の被保険者総数を L、給与指数を b_x、新規加入の被保険者の加入年齢を x_e、定年年齢を x_r とする。

(A) $\dfrac{B}{L}\times\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}$　(B) $\dfrac{B}{L}\times\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$　(C) $\dfrac{B}{L}\times\dfrac{l_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$

(D) $\dfrac{B}{L}\times\dfrac{b_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$　(E) $\dfrac{B}{L}\times\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}{l_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x}$　(F) $\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}$

(G) $\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$　(H) $\dfrac{l_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$　(I) $\dfrac{b_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}$　(J) $\dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}(b_x\cdot l_x)}{l_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1}b_x}$

（１２）ある年金制度は財政再計算時に財政方式を加入年齢方式から開放基金方式に見直すことを検討している。なお、財政再計算前後の諸数値の前提条件は以下のとおりとする。

項目		財政再計算前	財政再計算後（給付改善なし）
S^p	年金受給権者の給付現価	10,000	10,040
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	9,500	9,600
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	6,300	6,840
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	7,000	7,560
G^a	在職中の被保険者の給与現価	70,000	78,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	70,000	72,000
F	積立金残高	20,000	
M	年金制度上の剰余金	1,200	次の(Ⅰ)または(Ⅱ)のとおり

上表のとおり、年金制度上の剰余金があるため、財政再計算時に財政方式の変更に合わせ、次のような変更を検討の選択肢として考えている。

（Ⅰ） 年金制度上の剰余金は将来の給付改善に利用するための準備金として温存し、保険料率を設定する。

（Ⅱ） 年金制度上の剰余金は将来の給付改善に利用するための準備金として温存しないで、財政再計算時点で将来および現在の被保険者、年金受給権者全対象者の給付を一律α% 改善する。

このとき、標準保険料率と特別保険料率（存在する場合）の合計率は(Ⅰ)による変更の場合、再計算前の保険料率の 10％増であったのに対し、(Ⅱ)による変更では再計算前の保険料率の 80％増になったとすると、給付改善比率α% の数値（％単位で小数点以下第２位を四捨五入）はいくらか。
次の選択肢の中から最も適切なものを１つ選びなさい。
なお、財政再計算前は特別保険料の設定はなかったものとし、財政再計算後の特別保険料率は(Ⅰ)、(Ⅱ)ともに償却年数の等しい元利均等償却方式によって算定するものとする。また、計算過程において小数点以下の端数が生じた場合には、小数点以下第５位を四捨五入し小数点以下第４位まで求めた数値を使用して計算しなさい。

(A) 13.3 (B) 16.5 (C) 18.4 (D) 21.3 (E) 22.6
(F) 26.7 (G) 31.5 (H) 32.6 (I) 34.8 (J) いずれにも該当しない

（１３）定年退職者に最終給与比例制による年金を支払う制度において、基礎率の変動や給付設計の変更が与える影響について考える。財政方式として加入年齢方式を使用している場合、次の（A）～（E）のうち正しいものをすべてマークしなさい。なお、正しいものが１つもない場合は（F）を、マークしなさい。

（A）予定脱退率の変動状況として、若年齢層では上昇し、高年齢層では低下し、結果として標準保険料率算定に用いる加入年齢から定年年齢までの残存率が不変であった場合、標準保険料率は変動しない。

（B）給与指数の変動状況として、給与指数の傾きが若年齢層で上昇し、高年齢層で低下した。結果として標準保険料率算定に用いる加入年齢時の給与指数に対する定年年齢時の給与指数の比率が同じとなる場合、標準保険料率は変動しない。

（C）給与を一律 2 倍とし、支給率を一律 0.5 倍とした場合、給付額が変わらないことになるため、標準保険料率、責任準備金とも変動しない。

（D）現時点で被保険者が存在していない特定年齢以上の年齢層の予定脱退率が低下しても標準保険料率は変動しない。

（E）給付内容を変更し、一定年齢以上の中途退職者（死亡退職以外）にも給付を行うこととしたが、当該一定年齢以上の年齢の予定脱退率がすべて 0 である場合、標準保険料率・責任準備金とも変動しない。

（１４）ある年金制度（加入年齢方式、保険料年 1 回期初払い、給付年 1 回期末払い）の $n-1$ 年度末、n 年度末の貸借対照表、n 年度の損益計算書、n 年度の利源分析表は以下のとおりである。このとき n 年度の運用利回りは、$\boxed{a}$ ． $\boxed{b}$ ％となる。

a、b にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

なお、n 年度は利差損益以外の差損益は発生しなかったとし、下表の α ～ ζ の値は正の値とする。

（小数点以下第 2 位を四捨五入し小数点以下第 1 位まで求めよ。）

$n-1$ 年度末貸借対照表

積立金	5,300	責任準備金	8,300
不足金	3,000		
	8,300		8,300

n 年度末貸借対照表

積立金	α	責任準備金	8,622
不足金	β		
	8,622		8,622

n 年度の損益計算書

給付金	1,050	標準保険料収入	1,000
不足金減少額	996	特別保険料収入	γ
n 年度末責任準備金	8,622	運用収益	δ
		$n-1$ 年度末責任準備金	8,300
	10,668		10,668

n 年度の利源分析表

利差損益	ε
特別保険料収入	γ
特別保険料収入にかかる予定利息	32
前年度不足金にかかる予定利息	△ζ
不足金減少額	996

問題2．下記の制度内容に基づく年金制度を考える。このとき、次の（1）～（3）の各問に答えなさい。なお、解答にあたっては問題文に記載の諸数値を用いて求め、a～hにそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（１４点）

○制度内容

加入時期	年 1 回期初加入
給付内容	加入期間 15 年以上で脱退した場合、「加入期間 1 年につき 10 千円」の年金額を、脱退時から年 1 回期初払いの 10 年確定年金として支給する。
脱退時期	年 1 回期初脱退（死亡による脱退は発生しない） 定年退職は定年到達時の期初に脱退
保険料の拠出時期	年 1 回期初拠出（期初脱退者の拠出はなし、定年退職時の拠出もなし）
定年年齢	60 歳
財政方式	加入年齢方式（特定年齢 30 歳）

この制度の予定利率（i）は年 3％とし、脱退残存表は以下のとおりである。

年齢	生存者数（l_x）	脱退者数（d_x）
30 歳～39 歳	100,000	0
40 歳	70,000	30,000
41 歳～49 歳	70,000	0
50 歳	60,000	10,000
51 歳～59 歳	60,000	0
60 歳（定年）	0	60,000

予定利率（i）＝3％の諸数値は以下のとおりである。ここで$v=\dfrac{1}{1+i}$ とする。

$v^5=0.86261$	$v^{10}=0.74409$	$v^{15}=0.64186$	$v^{20}=0.55368$	$v^{30}=0.41199$
$\ddot{a}_{\overline{5}\vert}=4.71710$	$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}=8.78611$			

（1） 上記の制度内容に基づく 1 人あたりの標準保険料（P_{nc}）は、$\boxed{a}$ $\boxed{b}$ 千円である。
なお、解答にあたっては百の位を四捨五入して千円単位としなさい。

（2） 今、この制度に加入している被保険者および年金受給権者の状況が以下のとおりであるとき、制度全体の責任準備金は、$\boxed{c}$ $\boxed{d}$ $\boxed{e}$ 百万円である。

なお、解答にあたっては（1）で求めた 1 人あたりの標準保険料を使用し、十万の位を四捨五入し百万円単位としなさい。

- ちょうど 30 歳で期初に加入し、現在、年齢が 45 歳の被保険者：100 名
- ちょうど 30 歳で期初に加入し、現在、年齢が 55 歳の被保険者：200 名
- 年金受給権者は存在しない。

（3）　上記の制度内容を一部見直し、年金額を一律 30％増加する代わりに、年金受給資格を「加入期間 15 年以上」から「加入期間 20 年以上」に引き上げることとした。この場合に発生する後発過去勤務債務は、$\boxed{f}$ $\boxed{g}$ $\boxed{h}$ 百万円である。
なお、この制度に加入している被保険者および年金受給権者の状況は上記（2）と同様とする。
解答にあたっては十万の位を四捨五入し百万円単位としなさい。（計算過程で制度変更後の 1 人あたりの標準保険料、制度全体の責任準備金を算出する場合、1 人あたりの標準保険料は百の位を四捨五入して千円単位、制度全体の責任準備金は十万の位を四捨五入し百万円単位としなさい。）

問題3．定常状態にある年金制度について考察を行う。

＜制度内容＞

項目	内容
加入時期	年 1 回期初加入
給付内容	「脱退時までの毎期初の給与の α 倍（ただし、$\alpha > 0$ ：定数）に、脱退時までは年利率 j_1、脱退時以後支給開始年齢までは年利率 j_2 で複利で付利した額の合計額」を原資として、年金支給開始年齢以後は終身年金（終身年金額は年金原資を年利率 j_3 の期初払い n 年確定年金として支給する場合の年金額と同額とする）を支給するものとする。
昇給時期	年 1 回期初昇給
脱退時期	年 1 回期末脱退、定年退職は定年年齢到達時に脱退。 なお、在職中（加入中）の死亡者は発生しないものとする。
拠出時期	年 1 回期初拠出（昇給後の給与×保険料率）
財政方式	加入年齢方式（新規加入年齢 x_e 歳）

ここで、

x_e ：新規加入年齢、　x_r ：定年年齢（年金支給開始年齢）、　i ：予定利率（また、$v = \dfrac{1}{1+i}$ とする）

b_x ：給与指数（定年時の給与指数は $b_{x_r} = b_{x_r-1}$ とする）、 B_x ：被保険者 x 歳の 1 人あたり給与

$\ddot{a}'_{\overline{n}|}$ ：年利率 j_3 の期初払い n 年確定年金現価率　　と定義する。

なお、当問題においては、年齢 x_r 歳未満の死亡は一切考慮しないこととし、計算基数（D_x、C_x 等）は、年齢 x_r 歳未満は生存脱退のみを考慮したもの、年齢 x_r 歳以降は死亡のみを考慮したものとすること。また、解答にあたり、既存の被保険者は新規加入年齢（x_e 歳）にて加入したものとし、昇給、脱退はすべて予定どおり行われるものとすること。

次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ 1 つずつ選びなさい。なお、①～⑧については算式群Ⅰから、⑨～⑮については算式群Ⅱから、⑯については語群からそれぞれ選びなさい。なお、解答にあたり同じ記号を算式群から重複して選んでも良い。（１６点）

（1） x_e 歳で加入した x 歳の被保険者が y $(x \le y \le x_r)$ 歳時点で制度から脱退すると仮定する。当該被保険者が y 歳末の時点において、獲得していると予想される年金給付のための原資相当額は

$\alpha(\boxed{①})\cdot(\boxed{②})$ と表すことができる。当該 $(\boxed{②})$ の算式（y の関数）を $F(y)_x^{j_1}$ と定義する。

x 歳の被保険者 1 人あたりの給付現価を S_x、給与現価を G_x とすると、上記 $F(y)_x^{j_1}$ の定義を利用して、

$$S_x = (\boxed{③})\cdot\left[\sum_{y=x}^{x_r-1} F(y)_x^{j_1}\cdot(\boxed{④}) + F(\boxed{⑤})_x^{j_1}\cdot(\boxed{⑥})\right]\cdot(\boxed{⑦})$$

$$G_x = (\boxed{③})\cdot\sum_{y=x}^{x_r-1}(\boxed{⑧})$$ と表すことができる。

よって、当該年金制度の標準保険料率 ${}^EP$ は

$${}^EP = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} F(y)_{x_e}^{j_1}\cdot(\boxed{④}) + F(\boxed{⑤})_{x_e}^{j_1}\cdot(\boxed{⑥})}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}(\boxed{⑧})}\cdot(\boxed{⑦})$$ となる。

算式群Ⅰ（①～⑧用）

（A） x_e （B） x_r-1 （C） x_r （D） D_x （E） D_{x_r} （F） N_x （G） N_{x_r} （H） $N_x - N_{x_r}$

（I） $\alpha\ddot{a}'_{\overline{n}|}$ （J） $\dfrac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$ （K） $\alpha\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$ （L） $\alpha\ddot{a}'_{\overline{n}|}\cdot\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$ （M） $\dfrac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}\cdot\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$ （N） $\dfrac{B_x}{b_x}$

（O） $\dfrac{b_x}{B_x}$ （P） $\dfrac{B_x}{b_xD_x}$ （Q） $\dfrac{b_xD_x}{B_x}$ （R） $\dfrac{D_y}{b_y}$ （S） $\dfrac{b_y}{D_y}$ （T） b_yD_y （U） $\sum_{t=x_e}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t+1}$

（V） $\sum_{t=x_e}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t}$ （W） $\sum_{t=x}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t}$ （X） $(v(1+j_2))^{x_r-y}\cdot C_y$ （Y） $(v(1+j_2))^{x_r-y-1}\cdot C_y$

（Z） $\left(\dfrac{v}{1+j_2}\right)^{x_r-y}\cdot C_y$

（2） ここで、仮に$i = j_1 = j_2$であったとすると、G_xは上記（1）の算式のままであるが、

$$S_x = (\boxed{③}) \cdot \left[\sum_{y=x}^{x_r-1} F(y)_x^i \cdot (\boxed{⑨}) + F(\boxed{⑤})_x^i \cdot (\boxed{⑥}) \right] \cdot (\boxed{⑦})$$

$$^E P = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} F(y)_{x_e}^i \cdot (\boxed{⑨}) + F(\boxed{⑤})_{x_e}^i \cdot (\boxed{⑥})}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (\boxed{⑧})} \cdot (\boxed{⑦})$$ となる。

$(\boxed{⑨}) = v^{y+1} \cdot (\boxed{⑩})$に着目し、$F(y)_x^i$、$F(y)_{x_e}^i$をそれぞれ展開し整理すると、

$$S_x = (\boxed{③}) \cdot [(\boxed{⑪}) \cdot l_x + (\boxed{⑫})] \cdot (\boxed{⑦})$$

$$^E P = \frac{(\boxed{⑬})}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (\boxed{⑧})} \cdot (\boxed{⑦})$$ と変形することができる。

ここで、x歳の被保険者 1 人あたりの責任準備金をV_xとすれば、

$$V_x = S_x - {}^E P G_x$$

$$= \frac{(\boxed{③}) \cdot (\boxed{⑦})}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (\boxed{⑧})}$$

$$\times \left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} (\boxed{⑧}) \cdot [(\boxed{⑪}) \cdot l_x + (\boxed{⑫})] - \sum_{y=x}^{x_r-1} (\boxed{⑧}) \cdot (\boxed{⑬}) \right)$$

$$= (\boxed{③}) \cdot (\boxed{⑦}) \cdot (\boxed{⑭})$$

$$= (\boxed{①}) \cdot (\boxed{⑦}) \cdot (\boxed{⑮})$$

これより、V_xは $\boxed{⑯}$ ことがわかる。

算式群Ⅱ（⑨～⑮用）

（A） $l_y - l_{y+1}$ （B） $D_y - D_{y+1}$ （C） $N_y - N_{y+1}$ （D） $\ddot{a}_y - \ddot{a}_{y+1}$ （E） l_y （F） D_y

（G） C_y （H） M_y （I） $\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t$ （J） $\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t$ （K） $\sum_{t=x}^{x_r-1} b_t v^t$ （L） $\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t v^t$ （M） $\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t v^t \cdot l_x$

（N） $\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t \cdot l_x$ （O） $\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t \cdot l_x$ （P） $\dfrac{\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t v^t}{l_x}$ （Q） $\dfrac{\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t}{l_x}$ （R） $\dfrac{\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t}{l_x}$

（S） $\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t D_t$ （T） $\sum_{t=x_e}^{x} b_t D_t$ （U） $\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t$ （V） $\sum_{t=x}^{x_r-1} b_t D_t$ （W） $\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t$ （X） $\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t (1+i)^{x-t}$

（Y） $\sum_{t=x_e}^{x} b_t (1+i)^{x-t}$ （Z） $\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t (1+i)^{x-t}$

語群（⑯用）

（A） 新規加入年齢 x_e に依存しない
（B） 定年年齢 x_r に依存しない
（C） 予定利率 i に依存しない
（D） 利率 j_3 に依存しない
（E） 給与指数 b_x に依存しない
（F） x 歳の被保険者1人あたりの給与 B_x に依存しない
（G） 定年より前の l_x $(x \le x_r - 1)$ に依存しない
（H） 定年以後の l_x $(x \ge x_r)$ に依存しない
（I） 選択肢（A）～（H）のいずれの特徴も有していない

以上

年金数理（解答例）

問題1.

（1）$l_{20}=\frac{1}{4}\cdot 20^2-15\cdot 20+265=65$

$$T_{20}=\int_{20}^{60} l_x\cdot dx$$
$$=\int_{20}^{30}(\frac{1}{4}x^2-15x+265)\cdot dx+\int_{30}^{40}40\cdot dx+\int_{40}^{60}(120-2x)\cdot dx$$
$$=\left[\frac{1}{12}x^3-\frac{15}{2}x^2+265x\right]_{20}^{30}+\left[40x\right]_{30}^{40}+\left[120x-x^2\right]_{40}^{60}$$
$$=1283.333\cdots$$

$\mathring{e}_{20}=T_{20}\div l_{20}=19.74\cdots$解答（A）

（2）${}_tp_x=1-{}_tq_x=\frac{(n-t)(1+i)^t}{n}$

$$(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|}=\sum_{t=0}^{n-1}(n-t)\cdot v^t\cdot{}_tp_x$$
$$=\sum_{t=0}^{n-1}(n-t)\cdot v^t\cdot\frac{(n-t)(1+i)^t}{n}$$
$$=\sum_{t=0}^{n-1}\frac{(n-t)^2}{n}=\sum_{t=0}^{n-1}\left(n-2t+\frac{t^2}{n}\right)$$
$$=n^2-2\cdot\frac{n(n-1)}{2}+\frac{1}{n}\cdot\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$
$$=\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

題意より、$\frac{(n+1)(2n+1)}{6}=46$　　$(2n+25)(n-11)=0$

nは正の整数より、$2n+25>0$　　$\therefore n=11$・・・解答（C）

（3）年金年額を１とすると、変更前年金原資は

$$\frac{N_{60}-\frac{5}{8}D_{60}+\frac{1}{6}\overline{M}_{60}}{D_{60}}=16.89667 \text{ である。}$$

変更後の終身部分の年金年額をxとすると、

$$a^{(4)}_{\overline{15|}}+\frac{N_{75}-\frac{5}{8}D_{75}+\frac{1}{6}\overline{M}_{75}}{D_{60}}\times x=16.89667$$

ここで、$a^{(4)}_{\overline{15|}}=a^{(4)}_{\overline{1|}}\cdot \ddot{a}_{\overline{15|}}=\frac{1}{4}\left\{v^{\frac{1}{4}}+\cdot\cdot\cdot+v^{\frac{4}{4}}\right\}\cdot \ddot{a}_{\overline{15|}}=12.07148$であるから、

$$a^{(4)}_{\overline{15|}}+\frac{N_{75}-\frac{5}{8}D_{75}+\frac{1}{6}\overline{M}_{75}}{D_{60}}\times x=12.07148+5.4111x=16.89667$$

$x=0.8917$・・・解答（G）

（4）$a^{[2]}_{xyz}=(a_{xy}-a_{xyz})+(a_{yz}-a_{xyz})+(a_{zx}-a_{xyz})$および

$a^{[1]}_{xyz}=a_x-(a_{xy}+a_{zx}-a_{xyz})+a_y-(a_{yz}+a_{xy}-a_{xyz})+a_z-(a_{zx}+a_{yz}-a_{xyz})$により、

$$5{,}000\times a_{xyz}+4{,}000\times a^{[2]}_{xyz}+3{,}000\times a^{[1]}_{xyz}$$
$$=(5{,}000-4{,}000\times 3+3{,}000\times 3)\times a_{xyz}+(4{,}000-3{,}000\times 2)\times(a_{xy}+a_{yz}+a_{zx})$$
$$+3{,}000\times(a_x+a_y+a_z)$$
$$=2{,}000a_{xyz}-2{,}000(a_{xy}+a_{yz}+a_{zx})+3{,}000(a_x+a_y+a_z)$$

となるから、①：（B）、②：（G）、③：（C）

(5) ① 正しい。

② 誤り。正しくは、$S^f = \dfrac{v \cdot {}^{In}C}{d}$

③ 誤り。正しくは、$S^a_{FS} = \dfrac{{}^UC - v \cdot {}^{In}C}{d}$

④ 誤り。正しくは、$S^a_{PS} = \dfrac{v \cdot {}^T C - {}^UC}{d}$

⑤ 誤り。正しくは、$S^p = \dfrac{{}^PC - v \cdot {}^T C}{d}$

・・・解答 **(B)**

(6) 被保険者番号nの単位積立方式の責任準備金${}^UV_{(n)}$は、以下の算式となる。

(一時金受給資格者)

$${}^UV_{(n)} = \frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r}}{D_x} \cdot \mathrm{B}(\text{一時金給付額})$$

(年金受給資格者)

$${}^UV_{(n)} = \frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r}}{D_x} \cdot \mathrm{B}(\text{年金給付額}) \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|}$$

$x_r = 60$、$D_{x_r} = 5{,}936$、$\ddot{a}_{\overline{10}|} = 8.97087$

被保険者NO	基準日年齢(x)	加入時年齢(x_e)	定年時加入年数	D_x	受給資格	受給額(B)	責任準備金(${}^UV_{(n)}$)
1	55	48	12	7,613	年金	240,000	979,266
2	57	51	9	6,892	一時金	900,000	516,773
3	59	45	15	6,239	年金	300,000	2,389,855
						合計	3,885,894 円

・・・解答 **(D)**

（7）初期過去勤務債務額を PSL_0 とすると、

第5年度期末時点における未償却過去勤務債務残高：$\dfrac{PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}} \cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}$ …①

第5年度期末に新たに発生した後発過去勤務債務　　　：$x \times PSL_0$ …②

したがって、第5年度期末時点で償却対象となる未償却過去勤務債務残高は①+②

一方、保険料A＝$\dfrac{PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}}$，保険料B＝$\dfrac{x \times PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}}$ なので、

$$\frac{\dfrac{PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}} \cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} + x \times PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{7}|}} = \frac{PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}} + \frac{x \times PSL_0}{\ddot{a}_{\overline{10}|}}$$

を満たす x を求めればよい。

よって、

$$\ddot{a}_{\overline{5}|} + x \times \ddot{a}_{\overline{10}|} = (1+x) \times \ddot{a}_{\overline{7}|}$$

$$\therefore \quad x = \frac{\ddot{a}_{\overline{7}|} - \ddot{a}_{\overline{5}|}}{\ddot{a}_{\overline{10}|} - \ddot{a}_{\overline{7}|}} = \frac{6.32855 - 4.67308}{8.60769 - 6.32855} = 0.7263 \fallingdotseq 73\%$$ ・・・解答　$a=7$、$b=3$

（8）閉鎖型総合保険料方式、到達年齢方式の年金制度発足時の保険料率の関係式より、

$S^p + S^a = 0.22G^a$ ―――――― ①

$S^a_{FS} = 0.1G^a$ ―――――――― ②

なお、問題文の条件より、$S^p = 0$ かつ $S^a_{PS} \neq 0$ である。

したがって、$\dfrac{{}^{E}V}{{}^{OAN}V} = \dfrac{S^P + S^a - {}^{E}P \cdot G^a}{S^p + S^a_{PS}} = \dfrac{①-0.07G^a}{①-②} = 1.25$

・・・解答　$a=1$、$b=2$、$c=5$

（9）新規加入の被保険者の加入年齢をx_e、定年年齢をx_rとすると、

$$\ddot{P}_A = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$

$$P_A = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_{x+1}}$$

$$\ddot{P}_B = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x + D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}$$

である。

また、$D_{x+1} = vD_x - C_x$である。（$v = \dfrac{1}{1+i}$）

これより、

$$P_A = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{v\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x - \sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x} = \frac{\dfrac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}}{v - \dfrac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x}} = \frac{\ddot{P}_A}{v - \left(\ddot{P}_B - \ddot{P}_A\right)}$$

$$v = \frac{\ddot{P}_A}{P_A} + \left(\ddot{P}_B - \ddot{P}_A\right)$$

$$i = \frac{1}{\dfrac{\ddot{P}_A}{P_A} + \left(\ddot{P}_B - \ddot{P}_A\right)} - 1$$ ・・・解答（A）

（１０）制度変更前の標準保険料率＝$\dfrac{700}{14{,}000} = 0.050$

制度変更前の標準保険料＝$0.050 \times 1{,}200 = 60$百万円

制度変更前のＰＳＬ＝$400 + 640 + 860 - 0.050 \times 16{,}000 - 1{,}000 = 100$

制度変更前の特別保険料率＝$\dfrac{100}{1{,}200\times 8.44} \fallingdotseq 0.0099$

制度変更前の特別保険料＝$0.0099\times 1{,}200 = 11.88$ 百万円

よって、制度変更前の合計保険料＝$60+11.88 = 71.88$ 百万円・・・(ア)

制度変更後の標準保険料率＝$\dfrac{700\times 1.2}{14{,}000\times 1.2} = 0.050$

制度変更後の標準保険料＝$0.050\times 1{,}200\times 1.2 = 72$ 百万円

制度変更後のＰＳＬ

＝$400+640+860\times 1.2-0.050\times 16{,}000\times 1.2-1{,}000 = 112$

制度変更後の特別保険料率＝$\dfrac{112}{1{,}200\times 1.2\times 8.44} \fallingdotseq 0.0092$

制度変更後の特別保険料＝$0.0092\times 1{,}200\times 1.2 = 13.248$ 百万円

よって、制度変更後の合計保険料＝$72+13.248 = 85.248$ 百万円・・・(イ)

したがって、(ア)式および(イ)式より、$\dfrac{85.248}{71.88} = 1.1859$・・・解答 $a=1$ 、$b=1$、$c=9$

（１１）教科書Ｐ167 の（2-49）式に被保険者の平均給与 $\dfrac{B}{L}$ を代入したものが求める解である。

・・・解答(D)

（１２）まず、財政再計算前の加入年齢方式の保険料率を求めると、

$$\frac{S^f}{G^f} = \frac{7{,}000}{70{,}000} = 0.1$$

これより、(Ⅰ)の保険料率は 0.1×1.1＝0.11、(Ⅱ)の保険料率は 0.1×1.8＝0.18 であったことがわかる。

・(Ⅰ)の場合

開放基金方式の責任準備金は ${}^{OAN}V = S^p + S^a_{PS} = 10{,}040+9{,}600 = 19{,}640$ であり、剰余金を準備金設定した場合の積立金の額 $F-M = 20{,}000-1{,}200 = 18{,}800$ を上回るため、特別保険料の設定が必要となる。

このときの標準保険料率、特別保険料率を ${}^{OAN}P(n)_1$、${}^{OAN}P(psl)_1$ とすると、それぞれ

$$ {}^{OAN}P(n)_1 = \frac{S_{FS}^a + S^f}{G^a + G^f} = \frac{6{,}840 + 7{,}560}{78{,}000 + 72{,}000} = 0.096 \quad \text{——①} $$

$$ {}^{OAN}P(psl)_1 = \frac{S^p + S_{PS}^a - (F - M)}{B\ddot{a}_{\overline{n|}}} = \frac{10{,}040 + 9{,}600 - (20{,}000 - 1{,}200)}{B\ddot{a}_{\overline{n|}}} = \frac{840}{B\ddot{a}_{\overline{n|}}} \quad \text{——②} $$

①＋②＝0.11 より　$B\ddot{a}_{\overline{n|}} = 60{,}000$ ——③

・(Ⅱ)の場合

同様に、標準保険料率、特別保険料率を ${}^{OAN}P(n)_2$、${}^{OAN}P(psl)_2$ とすると、それぞれ

$$ {}^{OAN}P(n)_2 = \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) \cdot \left(S_{FS}^a + S^f\right)}{G^a + G^f} = 0.096\left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) \quad \text{——④} $$

$$ {}^{OAN}P(psl)_2 = \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) \cdot \left(S^p + S_{PS}^a\right) - F}{B\ddot{a}_{\overline{n|}}} = \frac{19{,}640 \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) - 20{,}000}{B\ddot{a}_{\overline{n|}}} \quad \text{——⑤} $$

③式の結果および ④＋⑤＝0.18 より、

$$ \left(0.096 + \frac{19{,}640}{60{,}000}\right) \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{100}\right) = 0.18 + \frac{20{,}000}{60{,}000} $$

$\therefore \alpha = 21.2598\cdots$　・・・　解答(D)　21.3

（１３）　(A)×　(B)×　(C)×　(D)×　(E)○

(A)加入年齢における給付現価は変わらないものの給与現価が減少するため、標準保険料率は上昇する。

(B)加入年齢における給付現価は変わらないものの給与現価が増加するため、標準保険料率は低下する。

(C)給付現価は変わらないものの、給与現価が２倍となるため、標準保険料率は０．５倍となる。なお、責任準備金は変わらない。

(D)特定年齢以上の脱退率が低下すると、標準保険料率は変動する。

（１４）求める運用利回りをr％とし、予定利率をi％とおく。

まず、n年度は利差損益以外の差損益は発生しなかったことから、

n年度末責任準備金＝

（$n-1$年度末責任準備金＋標準保険料収入）×$(1+i)$　－　給付金

$8{,}622=(8{,}300+1{,}000)\times(1+i)-1{,}050 \qquad \therefore i=4.0\,\%$

したがって、特別保険料収入にかかる予定利息 32 より、

特別保険料収入＝32÷4.0%＝800

一方、n年度末不足金＝$n-1$年度末不足金－不足金減少額より、

n年度末不足金＝3,000－996＝2,004

よって、n年度末貸借対照表から、

n年度末積立金＝8,622－2,004＝6,618

したがって、

n年度末積立金＝

（$n-1$年度末積立金＋標準保険料収入＋特別保険料収入）×$(1+r)$　－　給付金

より、

$6{,}618=(5{,}300+1{,}000+800)\times(1+r)-1{,}050 \qquad \therefore r=8.0\,\%$

よって、

解答　$a=8$、$b=0$

問題２.

（１）　１人あたりの標準保険料（P_{nc}）は題意より、

$$P_{nc}=\frac{\text{給付現価}}{\text{人数現価}}=\frac{(0.1v^{20}\times 200{,}000+0.6v^{30}\times 300{,}000)\ \ddot{a}_{\overline{10}|}}{(1+0.7v^{10}+0.6v^{20})\ddot{a}_{\overline{10}|}}=45{,}995\text{円}=46\text{千円}$$

解答　$a=4$、$b=6$

（2）制度全体の責任準備金（V）は題意より、

$V=$ 総給付現価 $-P_{nc}\times$ 総人数現価

$=100\times(\dfrac{10{,}000}{70{,}000}\times v^5\times 200{,}000+\dfrac{60{,}000}{70{,}000}\times v^{15}\times 300{,}000)\times \ddot{a}_{\overline{10|}}+200\times(v^5\times 300{,}000)\times \ddot{a}_{\overline{10|}}$

$-P_{nc}\times\{100\times(\ddot{a}_{\overline{5|}}+\dfrac{60{,}000}{70{,}000}\times v^5\times \ddot{a}_{\overline{10|}})+200\times \ddot{a}_{\overline{5|}}\}$

$=621{,}407{,}922-46{,}000\times 2064.75740$

$=621{,}407{,}922-94{,}978{,}840$

$=526{,}429{,}082$円 $=526$百万円

解答　$c=5$、$d=2$、$e=6$

（3）年金受給資格を「加入期間 15 年以上」から「加入期間 20 年以上」に引き上げても、

・この制度の特定年齢および現在加入している被保険者の加入年齢が 30 歳

・かつ、加入期間 15 年から 19 年までの脱退率、すなわち 45 歳から 49 歳までの脱退率がゼロ

上記 2 点により、年金受給資格引き上げの影響は給付現価に反映しない。

したがって、当該変更に伴う後発過去勤務債務は一律 30％の年金額増にかかる分のみである。年金額が一律 30％増となるので、1 人あたりの標準保険料及び総給付現価も一律 30％増加する。

制度変更後の一人あたりの標準保険料を P'_{nc} とすると、

$P'_{nc}=P_{nc}\times 1.3=45{,}995\times 1.3=59{,}794\fallingdotseq 60$千円

また、制度変更後の制度全体の責任準備金 V' は（2）より、

$V'=$ 制度変更前の総給付現価 $\times 1.3-P'_{nc}\times$ 総人数現価

$=621{,}407{,}922\times 1.3-60{,}000\times 2064.75740$

$=683{,}944{,}855$円 $=684$百万円

したがって、後発過去勤務債務は、

$U=V'-V=684$百万円 -526百万円 $=158$百万円

解答　$f=1$、$g=5$、$h=8$

問題3.

解答

① (N) $\dfrac{B_x}{b_x}$	② (U) $\sum_{t=x_e}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t+1}$	③ (P) $\dfrac{B_x}{b_x D_x}$
④ (Y) $(v(1+j_2))^{x_r-y-1}\cdot C_y$	⑤ (B) x_r-1	⑥ (E) D_{x_r}
⑦ (M) $\dfrac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n}\vert}}\cdot\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$	⑧ (T) $b_y D_y$	⑨ (G) C_y
⑩ (A) $l_y - l_{y+1}$	⑪ (J) $\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t$	⑫ (W) $\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t$
⑬ (U) $\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t$	⑭ (M) $\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t v^t\cdot l_x$	⑮ (X) $\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t(1+i)^{x-t}$
⑯ (G) 定年より前のl_x $(x \le x_r-1)$に依存しない		

（補足解説）

●②の導出

x_e歳で加入したx歳の被保険者の$x-1$歳時点までに獲得した年金原資を$F(y)^{j_1}_{\sim x-1}$、

x_e歳で加入したx歳の被保険者のx歳時点以降に獲得した年金原資を$F(y)^{j_1}_{x\sim}$と定義すると、

$$F(y)^{j_1}_{\sim x-1} = \alpha\cdot\frac{B_x}{b_x}\cdot\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t(1+j_1)^{x-t}\cdot(1+j_1)^{y-x+1} = \alpha\cdot\frac{B_x}{b_x}\cdot\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t(1+j_1)^{y-t+1}$$

$$F(y)^{j_1}_{x\sim} = \alpha\cdot\frac{B_x}{b_x}\cdot\sum_{t=x}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t+1}$$

したがって、$F(y)^{j_1}_{x} = F(y)^{j_1}_{\sim x-1} + F(y)^{j_1}_{x\sim} = \alpha\cdot\dfrac{B_x}{b_x}\cdot\sum_{t=x_e}^{y} b_t(1+j_1)^{y-t+1}$

●⑪、⑫の導出

(2) の 1 行目のS_xの[　]内の算式、$\left[\sum_{y=x}^{x_r-1} F(y)^{i}_{x}\cdot C_y + F(x_r-1)^{i}_{x}\cdot D_{x_r}\right]$について、

$C_y = v^{y+1} \cdot \left(l_y - l_{y+1}\right)$を利用して展開する。

$$\sum_{y=x}^{x_r-1} F(y)_x^i \cdot C_y + F(x_r - 1)_x^i \cdot D_{x_r}$$

$$= \sum_{y=x}^{x_r-1} \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t+1} \cdot v^{y+1} \cdot \left(l_y - l_{y+1}\right) + \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t (1+i)^{x_r - t} \cdot v^{x_r} \cdot l_{x_r}$$

$$= \sum_{y=x}^{x_r-1} \sum_{t=x_e}^{y} b_t v^t \cdot \left(l_y - l_{y+1}\right) + \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t \cdot l_{x_r}$$

$$= \sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t \cdot l_x - \sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t \cdot l_{x+1}$$

$$+ \sum_{t=x_e}^{x+1} b_t v^t \cdot l_{x+1} - \sum_{t=x_e}^{x+1} b_t v^t \cdot l_{x+2}$$

$$\cdots$$

$$+ \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t \cdot l_{x_r-1} - \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t \cdot l_{x_r}$$

$$+ \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t v^t \cdot l_{x_r}$$

$$= \sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t \cdot l_x + b_{x+1} v^{x+1} l_{x+1} + b_{x+2} v^{x+2} l_{x+2} + \quad \cdots\cdots \quad + b_{x_r-1} v^{x_r-1} l_{x_r-1}$$

$$= \sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t \cdot l_x + \sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t$$

●⑬の導出

⑪、⑫の導出同様、(2) の3行目の^{E}Pの分子の算式、

$\left[\sum_{y=x_e}^{x_r-1} F(y)_{x_e}^i \cdot C_y + F(x_r - 1)_{x_e}^i \cdot D_{x_r}\right]$について、$C_y = v^{y+1} \cdot \left(l_y - l_{y+1}\right)$を利用して展開する。

$$\sum_{y=x_e}^{x_r-1} F(y)_{x_e}^{i}\cdot C_y + F(x_r-1)_{x_e}^{i}\cdot D_{x_r}$$

$$=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\sum_{t=x_e}^{y} b_t(1+i)^{y-t+1}\cdot v^{y+1}\cdot\left(l_y-l_{y+1}\right)+\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t(1+i)^{x_r-t}\cdot v^{x_r}\cdot l_{x_r}$$

上式は上記⑪、⑫の導出に用いたS_xの[　]内の算式の第１項の和の始点がx_e歳になったのみである。したがって、

$$\sum_{y=x_e}^{x_r-1} F(y)_{x_e}^{i}\cdot C_y + F(x_r-1)_{x_e}^{i}\cdot D_{x_r}=\left.\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t\cdot l_x\right|_{x=x_e}+\left.\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t\right|_{x=x_e}=\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t$$

●⑭、⑮の導出

（2）のV_xの算式変形は以下のとおり。

$$=\frac{\dfrac{B_x}{b_x D_x}\cdot\dfrac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}\cdot\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}}{\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y D_y}\times\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y D_y\cdot\left[\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t\cdot l_x+\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t\right]-\sum_{y=x}^{x_r-1} b_y D_y\cdot\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t\right)$$

添字整理$y\rightarrow t$を行い整理すると、

$$=\frac{\dfrac{B_x}{b_x D_x}\cdot\dfrac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}\cdot\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}}{\cancel{\displaystyle\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t}}\cdot\cancel{\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t}\cdot\left(\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t\cdot l_x+\sum_{t=x+1}^{x_r-1} b_t D_t-\sum_{t=x}^{x_r-1} b_t D_t\right)$$

$$=\frac{B_x}{b_x D_x}\cdot\frac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}\cdot\left(\sum_{t=x_e}^{x} b_t v^t\cdot l_x-b_x D_x\right)$$

$$=\frac{B_x}{b_x D_x}\cdot\frac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}\cdot\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t v^t\cdot l_x$$

$D_x=v^x\cdot l_x$より

$$=\frac{B_x}{b_x}\cdot\frac{\alpha}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}\cdot\sum_{t=x_e}^{x-1} b_t(1+i)^{x-t}$$

上式はそれぞれ、x_e、x_r、i、$\ddot{a}'_{\overline{n}|}$（利率 j_3 に対応）、b_x、B_x、N_{x_r}（定年以後の l_x $(x \geq x_r)$ に対応）を算式中に含んでいるが、定年より前の l_x $(x \leq x_r - 1)$ に関連する算式は含んでいないことがわかる。

以上