生 保 数 理 （ 問 題 ）

問題 1. 次の(1)から(10)の各問の選択肢の中から正しい答えを 1 つ選んで、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。（60 点）

(1) 定常人口において $l_x = a - x \quad (0 \leqq x \leqq a, a \geqq 70)$ 、${}_{10|}\overset{\circ}{e}_{10} = 40.5$ の場合、この人口の平均年齢に最も近いものは次のうちどれか。

(A)	35	(B)	36	(C)	37	(D)	38	(E)	39
(F)	40	(G)	41	(H)	42	(I)	43	(J)	44

(2) ある集団が原因 A 、B 、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。ここで各脱退はそれぞれ独立に発生し、一年を通じて一様に発生するものとする。この 3 重脱退残存表における残存者数が $l_x = m - n \cdot x \ (0 \leqq x \leqq \dfrac{m}{n}, n \neq 0)$ で表され、かつ各年齢における各脱退率が $q_x^A : q_x^B : q_x^C = 1:4:6$ という関係にあるとすると、原因 A による絶対脱退率 q_x^{A*} は、$q_x^{A*} = 1 - \dfrac{l_x - k_1 \cdot n}{l_x - k_2 \cdot n}$ と表される。k_1 と k_2 に当てはまる数値の組み合わせは次のうちどれか。

(A) $k_1 = \dfrac{1}{11}, k_2 = \dfrac{10}{11}$　(B) $k_1 = \dfrac{2}{11}, k_2 = \dfrac{9}{11}$　(C) $k_1 = \dfrac{3}{11}, k_2 = \dfrac{8}{11}$

(D) $k_1 = \dfrac{4}{11}, k_2 = \dfrac{7}{11}$　(E) $k_1 = \dfrac{5}{11}, k_2 = \dfrac{6}{11}$　(F) $k_1 = \dfrac{6}{11}, k_2 = \dfrac{5}{11}$

(G) $k_1 = \dfrac{7}{11}, k_2 = \dfrac{4}{11}$　(H) $k_1 = \dfrac{8}{11}, k_2 = \dfrac{3}{11}$　(I) $k_1 = \dfrac{9}{11}, k_2 = \dfrac{2}{11}$

(J) $k_1 = \dfrac{10}{11}, k_2 = \dfrac{1}{11}$

(3) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、第 t $(1 \leqq t \leqq n)$ 年度における危険保険料を ${}_tP^r$ とすれば、

$$P_{x:\overline{n|}} - \frac{\sum_{t=1}^{n} {}_tP^r v^t}{\sum_{t=1}^{n} v^t}$$ に等しい式は次のうちどれか。

(A) $\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$　(B) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$　(C) $\dfrac{v^{n+1}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

(D) $\dfrac{1}{a_{x:\overline{n|}}}$　(E) $\dfrac{v^n}{a_{x:\overline{n|}}}$　(F) $\dfrac{v^{n+1}}{a_{x:\overline{n|}}}$

(G) $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$　(H) $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$　(I) $\dfrac{v^{n+1}}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$

(J) いずれにも該当しない

(4) 40 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険がある。予定死亡率が死亡表 q_x に従う契約の 11 年経過時点の平準純保険料式責任準備金 ${}_{11}V_{40}$ と、50 歳における予定死亡率だけを大きくして $q'_{50} = q_{50} + 0.10$ とし、50 歳以外の年齢は死亡表 q_x に従う契約の 11 年経過時点の平準純保険料式責任準備金 ${}_{11}V'_{40}$ があるとする。
このとき、両者の責任準備金の差額 ${}_{11}V_{40} - {}_{11}V'_{40}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
なお、いずれも予定利率は年 2.0% とし、必要であれば、死亡表 q_x に従う現価率 $\ddot{a}_{40} = 30.00$、$\ddot{a}_{51} = 23.00$、$A_{40:\overline{10|}}^{\ \ 1} = 0.80$ を用いよ。

(A) 0.041　(B) 0.042　(C) 0.043　(D) 0.044　(E) 0.045
(F) 0.046　(G) 0.047　(H) 0.048　(I) 0.049　(J) 0.050

(5)　30 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 30 年の生存保険で、満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払い、満期までに死亡すれば、死亡した年度末に既払込平準年払営業保険料の 70% に利息を付けないで支払う保険を考える。
予定利率は年1.5%とし、予定事業費は以下のとおりとする。

予定新契約費	新契約時にのみ生存保険金額 1 に対し 0.03、 第 5 回目までの保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.1
予定維持費	毎年度始に生存保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

このとき、平準年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。必要であれば、$\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 23.7955$、$\ddot{a}_{30:\overline{5}|} = 4.8462$、$A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ 1} = 0.5801$、$(I\ddot{a})_{30:\overline{30}|} = 337.7843$ を用いよ。

(A) 0.02334　(B) 0.02473　(C) 0.02561　(D) 0.02653　(E) 0.02778
(F) 0.02817　(G) 0.02932　(H) 0.03074　(I) 0.03158　(J) 0.03233

(6)　x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、t $(0<t<n)$ 年経過時点で、延長保険に変更する場合について考える。延長保険に変更の時点で貸付金がない場合の延長保険の生存保険金額を S_1 $(S_1>0)$、変更の時点で貸付金がある場合の延長保険の生存保険金額を S_2 $(S_2>0)$ とする。S_1 と S_2 の間に、$S_1 = 2 \cdot S_2$ の関係が成り立つとき、変更の時点での貸付金の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、延長保険に変更時点の解約返戻金を ${}_tW = {}_tV_{x:\overline{n}|} = 0.720$ とし、必要であれば、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 17.235$、$A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ \ \ \ \ \ 1} = 0.915$、予定利率 $i = 1.5\%$ を用いよ。また、延長保険変更後の予定事業費は毎年度始に死亡保険金額1に対し0.001、生存保険金額1に対し0.001とする。

なお、変更の時点で貸付金がある場合、延長保険の生存保険金額を計算する際には、変更時点の解約返戻金から貸付金を差し引き、延長保険の死亡保険金額については変更前の死亡保険金額から貸付金を差し引いた額に変更するものとする。また、貸付金についての利息は考慮しないものとする。

(A) 0.307　(B) 0.317　(C) 0.327　(D) 0.337　(E) 0.347
(F) 0.357　(G) 0.367　(H) 0.377　(I) 0.387　(J) 0.397

(7) 次の保険の平準年払純保険料を表す式は次のうちどれか。
ただし、被保険者は X と Y の 2 人とし、X の年齢は x 、Y の年齢は y とする。

- 保険料払込期間は n 年とし、毎年度始に X が生存している場合、保険料を払い込む。
- n 年経過時点で X が生存している場合、それ以降 X の生存を条件に毎年度始に1ずつ年金を支払う。
- 保険料払込期間中に X が死亡した場合、X が死亡した年度末に既払込平準年払純保険料に利息を付けないで支払う。
- X が死亡した翌年度以降、Y の生存を条件に毎年度始に 1 ずつ年金を支払う。

(A) $\dfrac{{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$　(B) $\dfrac{\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$　(C) $\dfrac{\ddot{a}_x + \ddot{a}_y}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

(D) $\dfrac{\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(E) $\dfrac{-{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$　(F) $\dfrac{{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

(G) $\dfrac{{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy} + (IA)^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$　(H) $\dfrac{{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y + \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$　(I) $\dfrac{{}_{n|}\ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

(J) いずれにも該当しない

(8) x 歳の被保険者 X と y 歳の被保険者 Y は同じ生命表に属するものとする。
この生命表の死力が年齢に関係なく定数 $c\,(>0)$ に等しい場合、$\overline{A}^{\,1}_{xy}$ に等しい式は次のうちどれか。

(A) $\dfrac{2c}{2\delta - c}$　(B) $\dfrac{c}{\delta - 2c}$　(C) $\dfrac{2c}{\delta - c}$　(D) $\dfrac{2c}{\delta - 2c}$　(E) $\dfrac{c}{2\delta - c}$

(F) $\dfrac{2c}{2\delta + c}$　(G) $\dfrac{c}{\delta + 2c}$　(H) $\dfrac{2c}{\delta + c}$　(I) $\dfrac{2c}{\delta + 2c}$　(J) $\dfrac{c}{2\delta + c}$

(9) 死亡・就業不能脱退残存表が以下のとおり与えられるとき、${}_3p^{ai}_{50}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、死亡および就業不能はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。

x	l^{aa}_x	d^{aa}_x	i_x	l^{ii}_x	d^{ii}_x
50	94,111	475	133	1,149	25
51	93,503	525	150	1,257	29
52	92,828	578	170	1,378	34

(A) 0.00462　(B) 0.00466　(C) 0.00471　(D) 0.00476　(E) 0.98300
(F) 0.98303　(G) 0.98306　(H) 0.98309　(I) 0.98313　(J) 0.98315

(10) x 歳加入、保険料年払全期払込、給付日額 δ、保険期間 n 年の次の給付を行う災害入院保険の平準年払純保険料を表す式は次のうちどれか。

【給付内容】
・災害により 5 日以上入院した場合、入院日数から 4 日を差し引いた日数と 120 日との短い方の日数に給付日額を乗じて得られる金額を災害入院給付金として支払う。
なお、入院の発生および災害入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、1 年間に 2 回以上の入院は発生しないものとする。

【記号の定義】
・退院までの入院日数が i 日の予定災害入院発生率は、年齢によらず 1 年間あたり
$q_i^{ah}\ (i=1,2,\cdots)$
・$q^{ah}=\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}$

(A) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{120} i\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=121}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{ah}}-4\right)\delta$

(B) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{120} i\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=121}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{ah}}-4\right)\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$

(C) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\left(\dfrac{\sum_{i=5}^{124} i\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}-4\right)\delta$

(D) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\left(\dfrac{\sum_{i=5}^{124} i\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}-4\right)\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$

(E) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{120}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=121}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\delta$

(F) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{120}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=121}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$

(G) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{124}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\delta$

(H) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{124}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$

(I) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{124}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\delta$

(J) $v^{\frac{1}{2}} q^{ah}\cdot\dfrac{\sum_{i=5}^{124}(i-4)\cdot q_i^{ah}+\sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}\cdot\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\delta$

問題 2. 次の①～⑬の空欄に当てはまる数値、記号または言葉はどれか。7 ページの選択肢の中から正しい答えを 1 つ選んで、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。(13 点)

x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年の次の給付を行う保険の平準年払純保険料を考える。

【給付内容】

・満期まで生存すれば、満期時に、「保険金 1」および「払い込んだ平準年払純保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率(年複利)による利息を付けた金額の 80%」の両方を支払う。

・満期までに死亡すれば、死亡した年度末に、「保険金 1」および「払い込んだ平準年払純保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率(年複利)による利息を付けた金額の 80%」の両方を支払う。

平準年払純保険料を P とし、各給付現価について、
満期時または死亡した年度末に「保険金 1」を支払う給付現価を $A^{(1)}$、
満期時に、「払い込んだ平準年払純保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率(年複利)による利息を付けた金額の 80%」を支払う給付現価を $A^{(2)}$、
死亡した年度末に、「払い込んだ平準年払純保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率(年複利)による利息を付けた金額の 80%」を支払う給付現価を $A^{(3)}$ とすると、

$$A^{(1)} = A_{x:\overline{n|}}$$

$$A^{(2)} = 0.8P \cdot \boxed{①} \cdot \boxed{②}$$

$$A^{(3)} = 0.8P \sum_{t=0}^{n-1} \frac{\boxed{③}}{D_x} \cdot \boxed{④}$$ である。

ここで、$\boxed{③} = v \cdot \boxed{⑤} - \boxed{⑥}$ および $\boxed{④} = \dfrac{\boxed{⑦} - 1}{\boxed{⑧}}$ より、

$$A^{(3)} = 0.8P \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v \cdot \boxed{⑤} - \boxed{⑥}}{D_x} \cdot \frac{\boxed{⑦} - 1}{\boxed{⑧}}$$

と表すことができる。
次に、Σ を分解して整理することにより、

$$A^{(3)} = \frac{0.8P}{\boxed{⑧}} \cdot (1 - \boxed{⑨} - \boxed{⑩})$$

と表すことができる。
更に、括弧内の式を整理することにより、

$$A^{(3)} = 0.8P \cdot (\boxed{⑪} - \boxed{①} \cdot \boxed{②})$$

と表すことができる。

以上から、各給付現価を足し合わせて整理し、この保険の平準年払純保険料を求めると、保険金 $\boxed{⑫}$ の $\boxed{⑬}$ 保険の平準年払純保険料と一致することが分かる。

【問題 2.の選択肢】

(A)	3	(B)	4	(C)	5	(D)	i	(E)	d
(F)	$(1+i)^t$	(G)	$(1+i)^{t+1}$	(H)	$(1+i)^n$	(I)	${}_n p_x$	(J)	${}_n q_x$
(K)	$s_{\overline{t}\rceil}$	(L)	$s_{\overline{t+1}\rceil}$	(M)	$s_{\overline{n}\rceil}$	(N)	$\ddot{s}_{\overline{t+1}\rceil}$	(O)	$\ddot{s}_{\overline{n}\rceil}$
(P)	D_{x+t}	(Q)	D_{x+t+1}	(R)	C_{x+t}	(S)	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	(T)	$A^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$
(U)	$A_{x:\overset{1}{\overline{n}\rceil}}$	(V)	$A_{x:\overline{n}\rceil}$	(W)	$(IA)^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$	(X)	生存	(Y)	養老

問題 3. x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 n 年の養老保険の平準年払営業保険料について、予定事業費を以下のタイプ別に考える。

タイプ	予定事業費
A タイプ	・新契約時にのみ、保険金額 1 に対し α ・毎年度始に保険金額 1 に対し γ ・保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し β
B タイプ	・新契約時にのみ、保険金額 1 に対し α ・保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 3β
C タイプ	・新契約時にのみ、保険金額 1 に対し α ・毎年度始に 1 件あたり ε 円 ・保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し β

当該契約では、保険金額を 1,000,000 円としたら、どのタイプの予定事業費を用いて計算しても、平準年払営業保険料が一致するとした場合、次の各問の選択肢の中から正しい答えを 1 つ選んで、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。(13 点)
必要であれば、$P_{x:\overline{n}|}=0.0417$ 、$\alpha/\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=0.0012$ 、$\gamma=0.002$ を用いよ。

(1)　β に等しい式は次のうちどれか。

(A) $\dfrac{\gamma}{P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}+2\gamma}$　(B) $\dfrac{\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+\gamma}$　(C) $\dfrac{\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+3\gamma}$

(D) $\dfrac{\gamma}{3(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+2\gamma}$　(E) $\dfrac{3\gamma}{P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}+2\gamma}$　(F) $\dfrac{3\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+\gamma}$

(G) $\dfrac{3\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+3\gamma}$　(H) $\dfrac{3\gamma}{3(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+2\gamma}$　(I) $\dfrac{\gamma}{3(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})-2\gamma}$

(J) $\dfrac{3\gamma}{3(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})-2\gamma}$

(2)　ε の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A)	105	(B)	200	(C)	205	(D)	1,600	(E)	2,000
(F)	2,050	(G)	16,000	(H)	19,500	(I)	20,000	(J)	20,500

(3) 保険金額を 8,000,000 円とすると、A タイプで算出される平準年払営業保険料と C タイプで算出される平準年払営業保険料の差額の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A)	13,400 円	(B)	13,700 円	(C)	14,000 円	(D)	14,300 円	(E)	14,600 円
(F)	14,900 円	(G)	15,200 円	(H)	15,500 円	(I)	15,800 円	(J)	16,100 円

問題 4. x 歳の就業者が次の保険に加入した場合について考える。なお、就業不能者でないものは就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

・ 保険料は年払とし、終身にわたって、毎年度始に被保険者が就業している場合、払い込む。
・ 被保険者が就業のまま死亡した場合、その年度末に 1 を支払う。
・ 被保険者が就業不能になった場合、生死にかかわらず、就業不能になった年度の年度末に 0.5 を支払う。
　また、就業不能になった年度の翌年度以降、被保険者が生存している限り毎年度始に 0.1 を支払う。

次の各問の選択肢の中から正しい答えを 1 つ選んで、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。(14 点)

ここで、第 t 年度末の就業者の責任準備金を ${}_tV_x^{aa}$ 、被保険者が就業不能者の責任準備金を ${}_tV_x^{i}$ また、平準年払純保険料を P とする。

(1) 第 $t+1$ 年度始に被保険者が就業者であった場合の責任準備金の再帰式は

$$l_{x+t}^{aa}\cdot {}_tV_x^{aa}+l_{x+t}^{aa}\cdot P=1\cdot v\cdot d_{x+t}^{aa}+0.5\cdot v\cdot i_{x+t}+v\cdot \boxed{①}\cdot {}_{t+1}V_x^{i}+v\cdot l_{x+t+1}^{aa}\cdot {}_{t+1}V_x^{aa}$$

となる。①の空欄に当てはまる数式は次のうちどれか。

(A) l_{x+t+1}^{ii}　　(B) l_{x+t+1}^{i}

(C) $\left(l_{x+t+1}^{ii}-i_{x+t}\right)$　　(D) $\left(l_{x+t+1}^{i}-i_{x+t}\right)$

(E) $\left(l_{x+t+1}^{ii}-l_{x+t+1}^{i}\right)$　　(F) $\left(l_{x+t+1}^{ii}-l_{x+t}^{i}\right)$

(G) $\left(l_{x+t+1}^{i}-l_{x+t}^{i}\cdot\dfrac{l_{x+t+1}^{ii}}{l_{x+t}^{ii}}\right)$　　(H) $\left(l_{x+t+1}^{ii}-l_{x+t}^{ii}\cdot\dfrac{l_{x+t+1}^{i}}{l_{x+t}^{i}}\right)$

(I) $\left(l_{x+t+1}^{ii}+l_{x+t}^{ii}\cdot\dfrac{l_{x+t+1}^{i}}{l_{x+t}^{i}}\right)$　　(J) $\left(l_{x+t+1}^{i}+l_{x+t}^{i}\cdot\dfrac{l_{x+t+1}^{ii}}{l_{x+t}^{ii}}\right)$

(2) 第 $t+1$ 年度始に被保険者が就業不能者であった場合の責任準備金の再帰式は

$$\boxed{②}\cdot {}_tV_x^{i}=0.1\cdot\boxed{③}+v\cdot\boxed{④}\cdot {}_{t+1}V_x^{i}$$

となる。②～④の空欄に当てはまる数式の組み合わせは次のうちどれか。

(A) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},1,l_{x+t+1}^{i}$ }　　(B) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{ii},1,l_{x+t+1}^{ii}$ }

(C) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},l_{x+t}^{i},l_{x+t+1}^{i}$ }　　(D) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{ii},l_{x+t}^{ii},l_{x+t+1}^{ii}$ }

(E) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},l_{x+t}^{i},l_{x+t+1}^{ii}$ }　　(F) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{ii},l_{x+t}^{ii},l_{x+t+1}^{i}$ }

(G) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},d_{x+t}^{i},l_{x+t+1}^{i}$ }　　(H) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{ii},d_{x+t}^{ii},l_{x+t+1}^{ii}$ }

(I) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},l_{x+t}^{i},\left(l_{x+t+1}^{i}+i_{x+t}\right)$ }　　(J) {②,③,④}={ $l_{x+t}^{i},l_{x+t}^{i},\left(l_{x+t+1}^{i}+i_{x+t+1}\right)$ }

(3)　(1)および(2)を利用すると、この保険の平準年払純保険料を表す式は

$$\frac{1}{N_x^{aa}}\cdot\left\{M_x^{aa}+0.5\cdot\boxed{⑤}+0.1\cdot\boxed{⑥}\right\}$$

となる。⑤～⑥の空欄に当てはまる数式の組み合わせは次のうちどれか。

(A)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},N_x^{i}\}$

(B)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},N_x^{ii}\}$

(C)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{ii}+M_x^{i}\right)\}$

(D)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{ii}-N_x^{i}\right)\}$

(E)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{ii}-N_{x+1}^{i}\right)\}$

(F)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{i}-D_x^{i}\cdot\frac{N_x^{ii}}{D_x^{ii}}\right)\}$

(G)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{i}+D_x^{i}\cdot\frac{N_x^{ii}}{D_x^{ii}}\right)\}$

(H)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{ii}-D_x^{ii}\cdot\frac{N_x^{i}}{D_x^{i}}\right)\}$

(I)　$\{⑤,⑥\}=\{M_x^{(i)},\left(N_x^{ii}+D_x^{ii}\cdot\frac{N_x^{i}}{D_x^{i}}\right)\}$

(J)　$\{⑤,⑥\}=\{\left(M_x^{ii}-M_x^{i}\right),\left(N_x^{ii}-D_x^{ii}\cdot\frac{N_x^{i}}{D_x^{i}}\right)\}$

以　上

生 保 数 理 (解 答 例)

問題 1. (60 点:各 6 点)

(1)	(C)	(2)	(F)
(3)	(H)	(4)	(I)
(5)	(G)	(6)	(F)
(7)	(I)	(8)	(G)
(9)	(B)	(10)	(I)

(1) $_{10|}\overset{\circ}{e}_{10} = \dfrac{1}{l_{10}} \cdot \displaystyle\int_{10}^{a-10} l_{10+t}dt$ に

$l_x = a - x$ を代入すると

$$_{10|}\overset{\circ}{e}_{10} = \frac{1}{a-10} \cdot \int_{10}^{a-10} a-(10+t)dt$$

$$= \frac{1}{a-10} \cdot \left[(a-10)t - \frac{t^2}{2} \right]_{10}^{a-10}$$

$$= \frac{a-10}{2} - 10 + \frac{50}{a-10}$$

これが 40.5 であるので、$a = 110$ となる。

一方、求める平均年齢を $\overline{X}$ とすると

$$\overline{X} = \frac{\int_0^a x \cdot l_x dx}{\int_0^a l_x dx} = \frac{\int_0^a x \cdot (a-x)dx}{\int_0^a (a-x)dx} = \frac{\left[\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^a}{\left[ax - \frac{x^2}{2} \right]_0^a}$$

$$= \frac{\frac{a^3}{6}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{3} = \frac{110}{3} = 36.67$$

解答:(C)

(2) $q_x^A : q_x^B : q_x^C = 1:4:6$ より

$b_x = l_x q_x^B = 4 l_x q_x^A = 4a_x$ 、 $c_x = l_x q_x^C = 6 l_x q_x^A = 6a_x$

となり、$l_{x+1} = l_x - a_x - b_x - c_x = l_x - a_x - 4a_x - 6a_x = l_x - 11a_x$

$l_x - l_{x+1} = n$ より、$a_x = \dfrac{n}{11}$

したがって、絶対脱退率q_x^{A*}は

$$q_x^{A*} = \frac{a_x}{l_x - \frac{1}{2}b_x - \frac{1}{2}c_x} = \frac{a_x}{l_x - 2a_x - 3a_x} = 1 - \frac{l_x - 6a_x}{l_x - 5a_x} = 1 - \frac{l_x - \frac{6}{11}n}{l_x - \frac{5}{11}n}$$

となることから、$k_1 = \dfrac{6}{11}, k_2 = \dfrac{5}{11}$ となる。

解答：**(F)**

(3) $P_{x:\overline{n|}}$を危険保険料${}_tP^r$を用いて表すと

$P_{x:\overline{n|}} = {}_tP^r + v\,{}_tV_{x:\overline{n|}} - {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}$ となる。

両辺にv^tをかけると、

$v^t P_{x:\overline{n|}} = v^t\,{}_tP^r + v^{t+1}\,{}_tV_{x:\overline{n|}} - v^t\,{}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}$

これを$t = 1, 2, \cdots, n$について加えると

$$P_{x:\overline{n|}} \sum_{t=1}^{n} v^t = \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tP^r + v^{n+1}\,{}_nV_{x:\overline{n|}} - v_0 V_{x:\overline{n|}}$$

${}_nV_{x:\overline{n|}} = 1$、${}_0V_{x:\overline{n|}} = 0$ であるから、$P_{x:\overline{n|}} \sum_{t=1}^{n} v^t - \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tP^r = v^{n+1}$

よって、$P_{x:\overline{n|}} - \dfrac{\sum_{t=1}^{n} {}_tP^r v^t}{\sum_{t=1}^{n} v^t} = \dfrac{v^{n+1}}{\sum_{t=1}^{n} v^t} = \dfrac{v^{n+1}}{a_{\overline{n|}}} = \dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$

解答：**(H)**

(4) ${}_{11}V_{40}=1-\dfrac{\ddot{a}_{51}}{\ddot{a}_{40}}$, ${}_{11}V'_{40}=1-\dfrac{\ddot{a}'_{51}}{\ddot{a}'_{40}}=1-\dfrac{\ddot{a}_{51}}{\ddot{a}'_{40}}$ より、

$${}_{11}V_{40}-{}_{11}V'_{40}=(\frac{1}{\ddot{a}'_{40}}-\frac{1}{\ddot{a}_{40}})\cdot\ddot{a}_{51}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\ddot{a}'_{40}&=\ddot{a}_{40:\overline{10}|}+v^{10}{}_{10}p_{40}(1+vp'_{50}\cdot\ddot{a}_{51})\\&=\ddot{a}_{40:\overline{10}|}+A_{40:\overline{10}|}^{\ \ \ \ \ 1}\{1+v(p_{50}-0.10)\cdot\ddot{a}_{51}\}\\&=\ddot{a}_{40}-0.10v\cdot A_{40:\overline{10}|}^{\ \ \ \ \ 1}\cdot\ddot{a}_{51}\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}{}_{11}V_{40}-{}_{11}V'_{40}&=(\frac{1}{\ddot{a}_{40}-0.10v\cdot A_{40:\overline{10}|}^{\ \ \ \ \ 1}\cdot\ddot{a}_{51}}-\frac{1}{\ddot{a}_{40}})\cdot\ddot{a}_{51}\\&=(\frac{1}{30.00-0.10\cdot\frac{1}{1.02}\cdot0.80\cdot23.00}-\frac{1}{30.00})\cdot23.00=0.049\end{aligned}$$

解答:(I)

(5) 求める平準年払営業保険料をP^*とすると、収入現価、支出現価は次のようになる。

収入現価:収入営業保険料の現価　$P^*\times\ddot{a}_{30:\overline{30}|}$ ・・・(a)

支出現価:　生存給付の現価　$A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ \ 1}$ ・・・(b)

死亡給付の現価　$P^*\times0.7(IA)^1_{30:\overline{30}|}$ ・・・(c)

予定事業費の現価　$0.03+0.1P^*\times\ddot{a}_{30:\overline{5}|}+0.001\times\ddot{a}_{30:\overline{30}|}+0.03P^*\times\ddot{a}_{30:\overline{30}|}$

・・・(d)

これらの収支相等により、(a)＝(b)＋(c)＋(d)を解き、

$$P^*=\frac{A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ \ 1}+0.03+0.001\ddot{a}_{30:\overline{30}|}}{0.97\ddot{a}_{30:\overline{30}|}-0.1\ddot{a}_{30:\overline{5}|}-0.7(IA)^1_{30:\overline{30}|}}$$

ここで、$(IA)^1_{30:\overline{30}|}=(IA)_{30:\overline{30}|}-30A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ \ 1}$

$$=\ddot{a}_{30:\overline{30}|}-d(I\ddot{a})_{30:\overline{30}|}-30A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ \ 1}$$

$$= 23.7955 - \frac{0.015}{1.015} \times 337.7843 - 30 \times 0.5801 = 1.4006$$

以上より、$P^* = \dfrac{0.5801 + 0.03 + 0.001 \times 23.7955}{0.97 \times 23.7955 - 0.1 \times 4.8462 - 0.7 \times 1.4006} \fallingdotseq 0.02932$

解答:(G)

(6) 延長保険の死亡保険金額 1 に対する予定事業費をし$\gamma'^{(1)}$、生存保険金額 1 に対する予定事業費を$\gamma'^{(2)}$、延長保険に変更時点の貸付金を${}_tL$とすると、S_1、S_2はそれぞれ、

$$S_1 = \frac{{}_tW - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}、S_2 = \frac{\left({}_tW - {}_tL\right) - \left(1 - {}_tL\right) \cdot \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}$$

と表される。

$S_1 = 2 \cdot S_2$より、

$$\frac{{}_tW - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}} = 2 \cdot \frac{\left({}_tW - {}_tL\right) - \left(1 - {}_tL\right) \cdot \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}$$

$$= 2 \cdot \frac{{}_tW - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right) - {}_tL\left(1 - A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} - \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)}{A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} + \gamma'^{(2)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}$$

となり、 ${}_tW - \left(A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} + \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right) = 2 \cdot {}_tL\left(1 - A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} - \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\right)$

よって、 ${}_tL = \dfrac{{}_tW - A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} - \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{2 \cdot (1 - A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} - \gamma'^{(1)} \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})}$

ここで、

${}_tW = {}_tV_{x:\overline{n}|} = 0.720$、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 17.235$、$A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 0.915$、予定利率$i = 1.5\%$、$\gamma'^{(1)} = 0.001$より、

$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \cdot \left(1 - {}_tV_{x:\overline{n}|}\right) = 17.235 \cdot (1 - 0.720) = 4.8258$、

$$A^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - A_{x+t:\overline{n-t}|}^{\ \ 1} = 1 - \frac{0.015}{1.015} \times 4.8258 - 0.915 = 0.013682\cdots$$

以上より、$_tL=\dfrac{0.720-0.01368-0.001\times4.8258}{2\cdot(1-0.01368-0.001\times4.8258)}=0.35736\cdots$

解答：(F)

(7) 求める平準年払純保険料をPとすると

収入現価は

$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

となる。

支出現価は給付毎に

- $_{n|}\ddot{a}_x$
- $P\cdot(IA)^1_{x:\overline{n}|}$
- $\ddot{a}_y-\ddot{a}_{xy}$

よって、収支相等の原則より

$$P=\frac{_{n|}\ddot{a}_x+\ddot{a}_y-\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$$

解答：(I)

(8) $_np_x=e^{-\int_0^n\mu_{x+t}dt}$ に $\mu_{x+t}=c$を代入すると、

$_np_x=e^{-\int_0^n\mu_{x+t}dt}=e^{-\int_0^n c\,dt}=e^{-[ct]_0^n}=e^{-cn}$ となる。

ここで、

$_np_{xy}={}_np_x\cdot{}_np_y=e^{-cn}\cdot e^{-cn}=e^{-2cn}$

よって、

$$\overline{A}^{\,1}_{xy}=\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_{xy}\cdot\mu_{x+t}dt=\int_0^\infty v^t\cdot e^{-2ct}\cdot c\,dt=c\cdot\int_0^\infty(v\cdot e^{-2c})^t\,dt=c\cdot\left[\frac{(v\cdot e^{-2c})^t}{\log(v\cdot e^{-2c})}\right]_0^\infty=-\frac{c}{\log(v\cdot e^{-2c})}$$

$$=-\frac{c}{\log v-2c}=\frac{c}{\delta+2c}$$

解答：(G)

(9) $q_x^i = \dfrac{d_x^{ii}}{l_x^{ii} + \frac{1}{2} i_x}$ より $q_{50}^i = \dfrac{d_{50}^{ii}}{l_{50}^{ii} + \frac{1}{2} i_{50}} = \dfrac{25}{1149 + \frac{1}{2} \times 133} = 0.02057$、 $q_{51}^i = 0.02177$、 $q_{52}^i = 0.02324$

よって　$p_{50}^i = 0.97943$、 $p_{51}^i = 0.97823$、 $p_{52}^i = 0.97676$

したがって　${}_3p_{50}^i = p_{50}^i \cdot p_{51}^i \cdot p_{52}^i = 0.93584$

$${}_3p_{50}^{ai} = \frac{l_{53}^{ii} - l_{50}^{ii}\,{}_3p_{50}^i}{l_{50}^{aa}} = \frac{l_{52}^{ii} + i_{52} - d_{52}^{ii}}{l_{50}^{aa}} - \frac{l_{50}^{ii}\,{}_3p_{50}^i}{l_{50}^{aa}} = \frac{1378 + 170 - 34 - 1149 \times 0.93584}{94111} = 0.00466$$

解答:(B)

(10) 教科書下巻第 14 章 P180 より、災害入院保険の平準年払純保険料は、

$v^{\frac{1}{2}} \sum_{i=5}^{124} (i-4) \cdot q_i^{ah} \cdot \delta + v^{\frac{1}{2}} \sum_{i=125}^{\infty} 120 \cdot q_i^{ah} \cdot \delta$ で与えられる。これより、

$$v^{\frac{1}{2}} \sum_{i=5}^{124} (i-4) \cdot q_i^{ah} \cdot \delta + v^{\frac{1}{2}} \sum_{i=125}^{\infty} 120 \cdot q_i^{ah} \cdot \delta$$

$$= v^{\frac{1}{2}} \sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah} \cdot \frac{\sum_{i=5}^{124} (i-4) \cdot q_i^{ah} + \sum_{i=125}^{\infty} 120 \cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}} \cdot \delta = v^{\frac{1}{2}} q^{ah} \cdot \frac{\sum_{i=5}^{124} (i-4) \cdot q_i^{ah} + \sum_{i=125}^{\infty} 120 \cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}} \cdot \delta$$

解答:(I)

(参考) 予定平均給付日数を T^{ah} とおき、加入年齢、保険期間等を考慮して平準年払純保険料を表すと、

$$\frac{\dfrac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{\frac{1}{2}} \cdot q^{ah} \cdot T^{ah} \cdot D_{x+t}}{D_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta$$

と表される。予定災害入院発生率、予定平均給付日数が年齢によらず一律であることから、

$$\frac{\dfrac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{\frac{1}{2}} \cdot q^{ah} \cdot T^{ah} \cdot D_{x+t}}{D_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta = \frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot q^{ah} \cdot T^{ah} \dfrac{\sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t}}{D_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta = \frac{v^{\frac{1}{2}} \cdot q^{ah} \cdot T^{ah} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \delta = v^{\frac{1}{2}} \cdot q^{ah} \cdot T^{ah} \cdot \delta$$

となる。ここで、上の解答と比較して、予定平均給付日数は

$$T^{ah} = \frac{\sum_{i=5}^{124}(i-4)\cdot q_i^{ah} + \sum_{i=125}^{\infty}120\cdot q_i^{ah}}{\sum_{i=5}^{\infty} q_i^{ah}}$$

で与えられることが分かる。

問題 2. (13 点:各 1 点)(①と②は逆も可。⑨と⑩についても逆も可。)

①	(O)	②	(U)	③	(R)	④	(N)	⑤	(P)
⑥	(Q)	⑦	(G)	⑧	(E)	⑨	(I)	⑩	(T)
⑪	(S)	⑫	(C)	⑬	(Y)				

$$A^{(1)} = A_{x:\overline{n|}}$$

$$A^{(2)} = 0.8P \cdot \ddot{s}_{\overline{n|}} \cdot A_{x:\overline{n|}}^{\;\;1}$$

$$A^{(3)} = 0.8P \sum_{t=0}^{n-1} \frac{C_{x+t}}{D_x} \cdot \ddot{s}_{\overline{t+1|}}$$ である。

ここで、$C_{x+t} = v \cdot D_{x+t} - D_{x+t+1}$ および $\ddot{s}_{\overline{t+1|}} = \dfrac{(1+i)^{t+1}-1}{d}$ より、

$$A^{(3)} = 0.8P \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v \cdot D_{x+t} - D_{x+t+1}}{D_x} \cdot \frac{(1+i)^{t+1}-1}{d}$$

と表すことができる。

次に、Σを分解して整理することにより、

$$\begin{aligned} A^{(3)} &= \frac{0.8P}{dD_x} \cdot [\sum_{t=0}^{n-1} \{(1+i)^t D_{x+t} - (1+i)^{t+1} D_{x+t+1}\} - (M_x - M_{x+n})] \\ &= \frac{0.8P}{dD_x} \cdot \{D_x - (1+i)^n D_{x+n} - (M_x - M_{x+n})\} \\ &= \frac{0.8P}{d} \cdot (1 - {}_np_x - A^1_{x:\overline{n|}}) \end{aligned}$$

と表すことができる。

更に、括弧内の式を整理することにより、

$$\begin{aligned} A^{(3)} &= \frac{0.8P}{d} \cdot \{1 - {}_np_x - (1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - v^n {}_np_x)\} \\ &= 0.8P \cdot \{\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - \frac{(1+i)^n - 1}{d} v^n {}_np_x\} \\ &= 0.8P \cdot (\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - \ddot{s}_{\overline{n|}} \cdot A_{x:\overline{n|}}^{\;\;1}) \end{aligned}$$

と表すことができる。

以上から、各給付現価を足し合わせて整理し、この保険の平準年払純保険料を求めると、

$$
\begin{aligned}
P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= A^{(1)}+A^{(2)}+A^{(3)}\\
&= A_{x:\overline{n}|}+0.8P\cdot\ddot{s}_{\overline{n}|}\cdot A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}+0.8P\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{s}_{\overline{n}|}\cdot A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1})\\
&= A_{x:\overline{n}|}+0.8P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}
\end{aligned}
$$

従って、

$$
P=5\cdot\frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=5P_{x:\overline{n}|}
$$

よって、保険金 5 の養老保険の平準年払純保険料と一致することが分かる。

（参考）

平準年払純保険料の 80%は、満期時または死亡した年度末に「払い込んだ平準年払純保険料に各払込時点から予定利率と同じ利率（年複利）による利息を付けた金額の 80%」を支払うために割り当てられるものと考えることができる。

従って、残りの平準年払純保険料の 20%で、保険金 1 の養老保険を購入すると考えれば、

$0.2P=P_{x:\overline{n}|}$

これによって、問題文の解法によらなくても、$P=5P_{x:\overline{n}|}$ が得られる。

問題 3. (13 点:(1)は 5 点、(2)・(3)は 4 点。)

(1)	(C)	(2)	(E)	(3)	(D)

(1)

保険金額を S とすると、A タイプ、B タイプの平準年払営業保険料はそれぞれ以下のとおりとなる。

$$P^{(A)}=S\cdot\frac{A_{x:\overline{n}|}+\alpha+\gamma\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=\frac{S}{1-\beta}(P_{x:\overline{n}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}+\gamma)$$

$$P^{(B)}=S\cdot\frac{A_{x:\overline{n}|}+\alpha}{(1-3\beta)\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=\frac{S}{1-3\beta}(P_{x:\overline{n}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})$$

ここで、$P^{(A)}=P^{(B)}$ より、

$$(1-3\beta)\cdot(P_{x:\overline{n}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}+\gamma)=(1-\beta)\cdot(P_{x:\overline{n}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})$$

よって、$\beta=\dfrac{\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+3\gamma}$

解答:(C)

(2)

保険金額を S とすると、C タイプの平準年払営業保険料は以下のとおりとなる。

$$P^{(C)}=\frac{S\cdot(A_{x:\overline{n}|}+\alpha)+\varepsilon\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=\frac{S}{1-\beta}(P_{x:\overline{n}|}+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+\frac{\varepsilon}{1-\beta}$$

ここで、$S=1{,}000{,}000$ とすれば $P^{(A)}=P^{(C)}$ より、

$\varepsilon=1{,}000{,}000\times\gamma=2{,}000$

解答:(E)

(3)

(1)に与えられた数値を代入すると、

$$\beta=\frac{\gamma}{2(P_{x:\overline{n}|}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}})+3\gamma}=\frac{0.002}{2(0.0417+0.0012)+0.006}=0.0218$$

ここで、$S=8{,}000{,}000$とすれば、$\varepsilon=2{,}000$より、

$$P^{(A)}-P^{(C)}=\frac{S\cdot\gamma}{1-\beta}-\frac{\varepsilon}{1-\beta}=\frac{16{,}000-2{,}000}{1-0.0218}=14{,}312$$

解答: **(D)**

問題 4. （14 点：(1)・(2)は 5 点、(3)は 4 点。）

(1)	(H)	(2)	(C)	(3)	(H)

(1)

第$t+1$年度始に被保険者が就業者であった場合の責任準備金の再帰式は

$$l_{x+t}^{aa} \cdot {}_tV_x^{aa} + l_{x+t}^{aa} \cdot P = 1 \cdot v \cdot d_{x+t}^{aa} + 0.5 \cdot v \cdot i_{x+t} + v \cdot \left(l_{x+t+1}^{ii} - l_{x+t}^{ii} \cdot \frac{l_{x+t+1}^{i}}{l_{x+t}^{i}} \right) \cdot {}_{t+1}V_x^{i} + v \cdot l_{x+t+1}^{aa} \cdot {}_{t+1}V_x^{aa} \quad \cdots ①$$

となる。

解答：(H)

(2)

第$t+1$年度始に被保険者が就業不能者であった場合の責任準備金の再帰式は

$$l_{x+t}^{i} \cdot {}_tV_x^{i} = 0.1 \cdot l_{x+t}^{i} + v \cdot l_{x+t+1}^{i} \cdot {}_{t+1}V_x^{i} \quad \cdots ②$$

となる。

解答：(C)

(3)

②にv^{x+t}を乗じ第$t+1$年度以降最終年齢まで加え整理することにより

$${}_tV_x^{i} = 0.1 \cdot \frac{N_{x+t}^{i}}{D_{x+t}^{i}} \quad \cdots ③$$

を得る。

次に、①にv^{x+t}を乗じ整理すると

$$D_{x+t}^{aa} \cdot {}_tV_x^{aa} + D_{x+t}^{aa} \cdot P = C_{x+t}^{aa} + 0.5 \cdot C_{x+t}^{(i)} + \left(D_{x+t+1}^{ii} - D_{x+t}^{ii} \cdot \frac{D_{x+t+1}^{i}}{D_{x+t}^{i}} \right) \cdot {}_{t+1}V_x^{i} + D_{x+t+1}^{aa} \cdot {}_{t+1}V_x^{aa} \quad \cdots ④$$

④に③を代入し整理することにより、

$$D^{aa}_{x+t}\cdot{}_{t}V^{aa}_{x}+D^{aa}_{x+t}\cdot P=C^{aa}_{x+t}+0.5\cdot C^{(i)}_{x+t}+0.1\cdot\left(D^{ii}_{x+t+1}\cdot\frac{N^{i}_{x+t+1}}{D^{i}_{x+t+1}}-D^{ii}_{x+t}\cdot\frac{N^{i}_{x+t}}{D^{i}_{x+t}}+D^{ii}_{x+t}\right)+D^{aa}_{x+t+1}\cdot{}_{t+1}V^{aa}_{x}$$

・・・⑤

⑤を第 1 年度以降最終年齢まで加えることにより

$$N^{aa}_{x}\cdot P=M^{aa}_{x}+0.5\cdot M^{(i)}_{x}+0.1\cdot\left(N^{ii}_{x}-D^{ii}_{x}\cdot\frac{N^{i}_{x}}{D^{i}_{x}}\right)$$

よって、

$$P=\frac{1}{N^{aa}_{x}}\cdot\left\{M^{aa}_{x}+0.5\cdot M^{(i)}_{x}+0.1\cdot\left(N^{ii}_{x}-D^{ii}_{x}\cdot\frac{N^{i}_{x}}{D^{i}_{x}}\right)\right\}$$

を得る。

解答:(H)