生 保 数 理 (問 題)

問題 1. 次の(1)から(10)までの各問について解答用紙の所定の欄に記入せよ。(60 点)

(1) $\bar{s}_{\overline{64}|} = 6\bar{a}_{\overline{32}|}$ のとき、予定利率 i ($i>0$)の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。

(A) 1.5%　(B) 1.6%　(C) 1.7%　(D) 1.8%　(E) 1.9%
(F) 2.0%　(G) 2.1%　(H) 2.2%　(I) 2.3%　(J) 2.4%

(2) $l_x = A - x \quad (0 \leqq x \leqq A)$ の定常社会で、あるときから毎年の出生者数が、定常状態時の C 倍 $(0 \leqq C < 1)$ に減少してしまった。毎年の出生者数が減少してから $(C \times A)$ 年後の、この社会の平均年齢は、定常状態にあったときに比べて、何歳上昇しているか。最も適当な記号を選べ。

(A) $\dfrac{1-2C+3C^2-2C^3}{2(1-2C+3C^2+C^3)} \cdot CA$ 歳　(B) $\dfrac{1+2C-2C^2-C^3}{2(1-2C+3C^2-C^3)} \cdot CA$ 歳

(C) $\dfrac{1-2C+3C^2-2C^3}{3(-1+2C+3C^2-2C^3)} \cdot CA$ 歳　(D) $\dfrac{1+3C-3C^2-C^3}{3(1-2C+3C^2+C^3)} \cdot CA$ 歳

(E) $\dfrac{2(1-C+C^2-C^3)}{3(1-C+2C^2-2C^3)} \cdot CA$ 歳　(F) $\dfrac{2(1-3C+3C^2-C^3)}{3(1-2C+3C^2-C^3)} \cdot CA$ 歳

(G) $\dfrac{1-3C-C^2+3C^3}{4(1+C-3C^2+2C^3)} \cdot CA$ 歳　(H) $\dfrac{1-C+2C^2-2C^3}{4(1-2C+2C^2+2C^3)} \cdot CA$ 歳

(I) $\dfrac{3(1-3C+C^2+C^3)}{4(1-3C+2C^2+2C^3)} \cdot CA$ 歳　(J) $\dfrac{3(1-3C+C^2+C^3)}{4(1-3C+C^2+3C^3)} \cdot CA$ 歳

(3) 死力 μ_x が $\mu_x = B \cdot c^x$ (B、c は定数)と表されるとき、p_{60} の値に最も近いのは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。
ただし、$p_{40} = e^{-0.020}$、$p_{50} = e^{-0.050}$ とする。

(A) $e^{-0.080}$　(B) $e^{-0.085}$　(C) $e^{-0.090}$　(D) $e^{-0.095}$　(E) $e^{-0.100}$
(F) $e^{-0.105}$　(G) $e^{-0.110}$　(H) $e^{-0.115}$　(I) $e^{-0.120}$　(J) $e^{-0.125}$

(4) ある集団が原因 A 、B 、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。ここで各脱退はそれぞれ独立に発生し、一年を通じて一様に発生するものとする。
$l_x = 10{,}000$ 、$l_{x+1} = 8{,}000$ 、$q_x^{A*} = 0.105$ 、$q_x^{C*} = 0.073$
のとき、q_x^B の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。

(A)	0.020	(B)	0.022	(C)	0.024	(D)	0.026	(E)	0.028
(F)	0.030	(G)	0.032	(H)	0.034	(I)	0.036	(J)	0.038

(5) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 10 年の生存保険で、生存すれば満期時に保険金 5 を支払い、死亡すればその年度末に保険金 1 と年度末の責任準備金を加えた額を支払う場合、平準年払保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。ただし、予定利率 i=3.0%であり、$q_{x+t} = 0.002(1+i)^t$ となるような死亡表を使用したとする。

(A)	0.414	(B)	0.418	(C)	0.422	(D)	0.426	(E)	0.430
(F)	0.434	(G)	0.438	(H)	0.442	(I)	0.446	(J)	0.450

(6) 40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険の営業保険料が、以下の予定事業費で計算されている。

予定新契約費	新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.025
予定維持費	毎年始に保険金額 1 に対し 0.0025
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

この契約の責任準備金をチルメル割合 0.020 の 5 年チルメル式で積むとしたとき、第 1 年度のチルメル式による付加保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。必要であれば、予定利率 i=1.5%、$\ddot{a}_{40:\overline{10}|} = 9.277$ 、$\ddot{a}_{40:\overline{5}|} = 4.838$ を用いよ。

(A)	0.004	(B)	0.007	(C)	0.011	(D)	0.014	(E)	0.017
(F)	0.021	(G)	0.024	(H)	0.027	(I)	0.031	(J)	0.034

(7) 40 歳の父親が 10 歳の息子のために、20 年後から、あるいはそれ以前に父親が死亡した場合はその次の契約応当日から保険料の払込を免除して、息子が年額 1 の終身年金を受けられ、また 20 年以内に、父親の生存中に息子が死亡した場合にはその年度末に既払込営業保険料を受け取って保険契約が消滅する、保険料年払、保険期間(年金開始前)・保険料払込期間 20 年の生命保険に加入した。予定事業費を、

年金開始前:保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.10
年金開始後:毎年始に年金額 1 に対し 0.01

とするとき、この保険の年金額1に対する平準年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。必要であれば、以下の数値を用いよ。

$\ddot{a}_{10}=42.303$	$\ddot{a}_{10:\overline{20}\rceil}=17.336$	$\ddot{a}_{10,40:\overline{20}\rceil}=16.752$	$A^{\ 1}_{10,40:\overline{20}\rceil}=0.012$
$\ddot{a}_{40}=29.093$	$\ddot{a}_{40:\overline{20}\rceil}=16.977$	$\ddot{a}_{\overline{10,40}:\overline{20}\rceil}=17.561$	$(IA)^{\ 1}_{10,40:\overline{20}\rceil}=0.166$

(A) 1.719 (B) 1.722 (C) 1.725 (D) 1.728 (E) 1.731
(F) 1.734 (G) 1.737 (H) 1.740 (I) 1.743 (J) 1.746

(8) 死亡・就業不能脱退残存表において、生存者総数に占める就業不能者数の割合が x 歳では 0.035420、x+1 歳では 0.040097 であるとする。x 歳の就業者が 1 年以内に就業不能になる確率が 0.005692、x 歳の絶対死亡率が 0.013626 のとき、x 歳の就業不能者の絶対死亡率 q_x^i の値に最も近いものは次のうちどれか。最も適当な記号を選べ。
ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でないものは就業者であることとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

(A) 0.03425 (B) 0.03494 (C) 0.03563 (D) 0.03632 (E) 0.03701
(F) 0.03770 (G) 0.03839 (H) 0.03908 (I) 0.03977 (J) 0.04046

(9) $(I\ddot{a})_{\overline{n}\rceil}-(I\ddot{a})_{x:\overline{n}\rceil}=\sum_{t=1}^{n-1}\frac{C_{x+t-1}}{D_x}\left(\boxed{\quad ① \quad}+t\times\boxed{\quad ② \quad}\right)$ と表される。($n>0$ とする。)
①および②に当てはまる式はどれか。最も適当な記号をそれぞれ選べ。

(A) v^{n-t} (B) $(1+i)^{n-t}$ (C) $\ddot{a}_{\overline{n-t}\rceil}$ (D) $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$ (E) $A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$
(F) $(I\ddot{a})_{\overline{n-t}\rceil}$ (G) $(I\ddot{a})_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$ (H) $(IA)^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$ (I) $\ddot{s}_{\overline{n-t}\rceil}$ (J) $(I\ddot{s})_{\overline{n-t}\rceil}$
(K) v^{n-t+1} (L) $(1+i)^{n-t+1}$ (M) $\ddot{a}_{\overline{n-t+1}\rceil}$ (N) $\ddot{a}_{x+t-1:\overline{n-t+1}\rceil}$ (O) $A^{\ 1}_{x+t-1:\overline{n-t+1}\rceil}$
(P) $(I\ddot{a})_{\overline{n-t+1}\rceil}$ (Q) $(I\ddot{a})_{x+t-1:\overline{n-t+1}\rceil}$ (R) $(IA)^{\ 1}_{x+t-1:\overline{n-t+1}\rceil}$ (S) $\ddot{s}_{\overline{n-t+1}\rceil}$ (T) $(I\ddot{s})_{\overline{n-t+1}\rceil}$

(10) $x+1$ 歳加入、保険期間 n 年、全期払込の養老保険の経過 t 年における平準純保険料式責任準備金が、x 歳加入、保険期間 $n+1$ 年、全期払込の養老保険の経過 $t+1$ 年における全期チルメル式責任準備金と等しいとする。なお、保険料年払、保険金年度末支払、$0 \leqq t \leqq n$ とする。

このとき、全期チルメル式責任準備金のチルメル割合 α は、$\alpha = \left(\boxed{①} - \boxed{②} \right)$ と表される。

①および②に当てはまる式はどれか。最も適当な記号をそれぞれ選べ。

(A) $P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$	(B) $P_{x:\overline{n}\rceil}^{\ \ 1}$	(C) $P_{x:\overline{n}\rceil}$	(D) $P^{1}_{x:\overline{n+1}\rceil}$	(E) $P_{x:\overline{n+1}\rceil}^{\ \ \ 1}$
(F) $P_{x:\overline{n+1}\rceil}$	(G) $P^{1}_{x:\overline{1}\rceil}$	(H) $P_{x:\overline{1}\rceil}^{\ \ 1}$	(I) $P_{x:\overline{1}\rceil}$	(J) P_{x}
(K) $P^{1}_{x+1:\overline{n-1}\rceil}$	(L) $P_{x+1:\overline{n-1}\rceil}^{\ \ \ \ 1}$	(M) $P_{x+1:\overline{n-1}\rceil}$	(N) $P^{1}_{x+1:\overline{n}\rceil}$	(O) $P_{x+1:\overline{n}\rceil}^{\ \ \ 1}$
(P) $P_{x+1:\overline{n}\rceil}$	(Q) $P^{1}_{x+1:\overline{1}\rceil}$	(R) $P_{x+1:\overline{1}\rceil}^{\ \ \ 1}$	(S) $P_{x+1:\overline{1}\rceil}$	(T) P_{x+1}

問題 2. 次の①から④については 1 つの記号、⑤から⑦については適当な言葉を選択して解答用紙の所定の欄に記入せよ。ここで、1 つの記号とは $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$, p_{x+t}, ℓ_x, ΔP などをいい、$\sum_{t=1}^{h} N_{x+t}$ や $\dfrac{\ell_x}{\ell_{x+t}}$ などは不可とする。(7 点)

x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の保険において、死亡率を q から q' に引き下げた $(q>q')$ ときの保険価格に与える影響について考える。ここで、死亡率 q を用いて算定される純保険料を P 、t 年経過時の責任準備金を ${}_tV$ とし、死亡率 q' を用いて算定される記号は右肩に「$'$」をつけて表現するものとする(例えば、P' ${}_tV'$)。

また、予定利率を i、$v=\dfrac{1}{1+i}$、$\Delta q_{x+t}=q_{x+t}-q'_{x+t}$、$\Delta P=P-P'$、$\Delta_t V={}_tV-{}_tV'$ とする。

死亡率を従来のままとした場合のファクラーの再帰式と、死亡率を引き下げた場合のファクラーの再帰式を比較することにより、

$$\boxed{\quad ① \quad}+\Delta P=v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)+vp'_{x+t}\cdot\boxed{\quad ③ \quad} \qquad (※)$$

と表すことができる。

(※)式の両辺に $v^t\,{}_tp'_x$ を乗じて、$t=0$ から $n-1$ まで加えることにより、

$$\Delta P=\frac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\,{}_tp'_x\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)}{\boxed{\quad ④ \quad}}$$

と表すことができる。

ここで、一般的な保険では $\boxed{\quad ② \quad}\leqq 1$ であり、Σ 記号の中は正なので、死亡率を引き下げたとき、純保険料は減少することが分かる。

また、(※)式の両辺に $v^t\,{}_tp'_x$ を乗じて、$t=0$ から $s-1$ まで加えることにより、

$$\Delta_s V=\frac{1}{v^s\,{}_sp'_x}\sum_{t=0}^{s-1} v^t\,{}_tp'_x\cdot\left\{\Delta P-v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)\right\} \qquad (1\leqq s\leqq n)$$

と表すことができる。

ここで、この保険が養老保険として $\boxed{\quad ② \quad}$ が単調増加となる場合、Δq_{x+t} がほぼ同水準であるならば、$v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)$ は単調減少となる。

このとき、$\Delta_n V=\dfrac{1}{v^n\,{}_np'_x}\sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp'_x\cdot\left\{\Delta P-v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)\right\}=0$ であるので、

$\Delta P-v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)$ が⑤{正から負・負から正}へ転じる t がただ1つ存在し、数学的帰納法等を用いることにより、死亡率を引き下げたとき、責任準備金は⑥{増加・減少}することが分かる。

また、この保険が定期保険として $\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)$ がほぼ一定で、Δq_{x+t} が単調増加するような場合、$v\Delta q_{x+t}\cdot\left(1-\boxed{\quad ② \quad}\right)$ は単調増加となる。このとき、責任準備金は⑦{増加・減少}することが分かる。

問題 3. 現在、50 歳、55 歳、60 歳の 3 人の被保険者がいる。このうち、少なくとも 1 人が 60 歳以上で生存していれば期末に年金 1 を支払うが、誰かが 60 歳未満で生存していれば年金を支払わないとする。次の各問について解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

（10 点）

(1) 以下(A)～(C)の場合にわけて、給付の現価を考える。それぞれについて、1 つの記号（例：${}_{10|}\ddot{a}_{50,55:\overline{10|}}$）で表せ。なお、$f$ 年据置の連生等の年金現価も、単生と同様に、${}_{f|}\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}$ 等のように表現できるとする。

(A) 経過 1 年目から 5 年目までに支払う給付の現価

(B) 経過 6 年目から 10 年目までに支払う給付の現価

(C) 経過 11 年目以降に支払う給付の現価

(2) (1)の(A)～(C)を合計して、最終生存者連生年金の現価を用いずに整理すると、以下のように表すことができる。①～⑦のいずれも、1 つの記号（例：${}_{10|}a_{50,55:\overline{10|}}$）でそれぞれ表せ。なお、（生命）年金現価の記号を用いるときは、期末払の記号を用いることとする。

(A)～(C)の合計$=\left(\boxed{\text{①}}+\boxed{\text{②}}+\boxed{\text{③}}+\boxed{\text{④}}\right)-\left(\boxed{\text{⑤}}+\boxed{\text{⑥}}+\boxed{\text{⑦}}\right)$

(3) $a_{60}=16.8$ ， $a_{50,60}=15.0$ ， $a_{55,60}=14.1$ ， $a_{50,55,60}=13.0$ ， $A_{50:\overline{5|}}^{\ \ 1}=0.91$ ， $A_{55:\overline{5|}}^{\ \ 1}=0.89$ ， $A_{50,55:\overline{5|}}^{\ \ \ \ 1}=0.87$ とするとき、この給付の現価を求めよ。なお、小数点以下第2位を四捨五入して小数点第1位まで答えよ。

問題 4. 次の空欄に当てはまる 1 つの記号を解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお、1 つの記号とは $\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$, p^{i}_{x+t}, ℓ_x などをいい、$\sum_{t=1}^{h} N_{x+t}$ や $\frac{\ell_x}{\ell_{x+t}}$ などは不可とする。（11 点）

次の給付を行う x 歳加入、保険期間 n 年の年金保険の年金現価を考える。

就業者である x 歳の被保険者が、保険期間中に就業不能となった場合、その保険年度末から満期まで毎年度末（満期時を含む。）に生存している限り、年額1の年金を支払う。

なお、就業不能者でないものは就業者であることとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

まず、就業者である x 歳の被保険者が、$x+t$ 歳と $x+t+1$ 歳の間で就業不能となった場合、その保険年度末から満期まで毎年度末に生存している限り、年額1が支払われる保険の契約時点における現価は、

$$v^{t+1}\cdot\boxed{\quad ① \quad}\cdot\boxed{\quad ② \quad}\cdot\boxed{\quad ③ \quad}$$ である。

これを $t=0$ から $n-1$ まで加えることにより、求める年金現価は、

$$\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\cdot\boxed{\quad ① \quad}\cdot\boxed{\quad ② \quad}\cdot\boxed{\quad ③ \quad}=\frac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\cdot\left(\boxed{\quad ④ \quad}-\boxed{\quad ⑤ \quad}\cdot\boxed{\quad ⑥ \quad}\right)\cdot\boxed{\quad ③ \quad}}{\ell^{aa}_x}\quad\cdots(A)$$

と表すことができる。

ここで、右辺の分子の Σ を分解して整理することにより、

$$(A)=\sum_{t=1}^{n} v^t\cdot\frac{\boxed{\quad ⑤ \quad}-\ell^{ii}_x\cdot\boxed{\quad ⑦ \quad}}{\ell^{aa}_x}$$

となる。

ここで、$\ell^{ii}_x\cdot\boxed{\quad ⑦ \quad}=\boxed{\quad ⑧ \quad}+\boxed{\quad ⑤ \quad}-\ell^{aa}_x\cdot\boxed{\quad ⑨ \quad}$ より、式を変形すると、

$$(A)=\sum_{t=1}^{n} v^t\cdot\frac{\ell^{aa}_x\cdot\boxed{\quad ⑨ \quad}-\boxed{\quad ⑧ \quad}}{\ell^{aa}_x}$$

$$=\boxed{\quad ⑩ \quad}-\boxed{\quad ⑪ \quad}$$

と、求める年金現価は 2 つの年金現価の差額として表すことができる。

問題 5. 契約加入から 10 年経過後に、次の転換を行なう。

（転換前契約）40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、満期保険金額1、死亡保険金額 2、保険期間 20 年の定期付養老保険

（転換後契約）50 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、満期保険金額 2、死亡保険金額 4、保険期間 10 年の定期付養老保険

転換の方法は、転換前契約の責任準備金を用いて新しい契約と同一の保険期間の払済保険を購入し、新契約の保険料は、新保険金額から払済保険金額を差し引いた金額に対して計算する方法とする。転換前契約と転換後契約は同一の計算基礎率（予定死亡率、予定利率および予定事業費率）に従い、払済保険金額の計算には保険料払済後の予定維持費を含めるものとする。次の各問について解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ。（12 点）

		養老保険	定期保険特約
予定新契約費	新契約（転換）時にのみ、保険金額 1 に対し	2α	α
予定維持費	保険料払込中：毎年始に保険金額 1 に対し	$2\gamma_1$	γ_1
	保険料払済後：毎年始に保険金額 1 に対し	$2\gamma_2$	γ_2
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し	β	β

(1) 次の(A)、(B)、(C)の各場合について、転換後契約の年払営業保険料（定期保険特約も含む）を算式で表示する。空欄に当てはまる算式を解答せよ。なお、解答に使用してよい記号は、α 、β 、γ_1 、γ_2 、${}_{10}V_{40:\overline{20|}}$ 、${}_{10}V^{1}_{40:\overline{20|}}$ 、$A_{50:\overline{10|}}$ 、$A^{1}_{50:\overline{10|}}$ および$\ddot{a}_{50:\overline{10|}}$ とする。その他の記号は用いないものとする。

(A) 転換前契約の平準純保険料式責任準備金の全額を養老保険の払済保険の購入価格とした場合

$$\text{年払営業保険料} = \left(2-\boxed{\quad ① \quad}\right)\times\boxed{\quad ② \quad} + 2\times\boxed{\quad ③ \quad}$$

(B) 転換前契約の平準純保険料式責任準備金のうち養老保険部分および定期保険特約部分のそれぞれを、養老保険および定期保険特約の払済保険の購入価格とした場合

$$\text{年払営業保険料} = \left(2-\boxed{\quad ④ \quad}\right)\times\boxed{\quad ② \quad} + \left(2-\boxed{\quad ⑤ \quad}\right)\times\boxed{\quad ③ \quad}$$

(C) 養老保険と定期保険特約の払済保険の保険金額が同額となるように、転換前契約の平準純保険料式責任準備金の全額を2つに分けて、それぞれを養老保険と定期保険特約の払済保険の購入価格とした場合

$$\text{年払営業保険料} = \left(2-\boxed{\quad ⑥ \quad}\right)\times\boxed{\quad ② \quad} + \left(2-\boxed{\quad ⑥ \quad}\right)\times\boxed{\quad ③ \quad}$$

(2) (1)の(A)、(B)、(C)のうち、年払営業保険料が最も低くなる記号を選択し、その営業保険料の値を解答せよ（小数点以下第 5 位を四捨五入して小数点第 4 位まで答えよ）。必要ならば、以下の数値を用いよ。

$\ddot{a}_{40:\overline{20|}} = 16.97815$ 、$\ddot{a}_{50:\overline{10|}} = 9.15632$ 、$A_{40:\overline{20|}}^{\ \ \ 1} = 0.68050$ 、$A_{50:\overline{10|}}^{\ \ \ 1} = 0.80927$ 、$i = 1.5\%$ 、

$\alpha = 0.01$ 、$\gamma_1 = 0.0012$ 、$\gamma_2 = 0.001$ 、$\beta = 0.03$

以　上

生 保 数 理 (解 答 例)

問題 1. (60 点:(1)〜(8)は各 6 点。(9)(10)は①②で各 3 点。)

(1)		(H)	(2)		(F)
(3)		(J)	(4)		(G)
(5)		(D)	(6)		(G)
(7)		(E)	(8)		(C)
(9)	①	(F)	(10)	①	(P)
	②	(C)		②	(G)

(1) $\bar{s}_{\overline{64|}}=\dfrac{(1+i)^{64}-1}{\delta}$, $\bar{a}_{\overline{32|}}=\dfrac{1-(1+i)^{-32}}{\delta}$ より、 $(1+i)^{64}-1=6\cdot\left\{1-\dfrac{1}{(1+i)^{32}}\right\}$ である。

ここで、$(1+i)^{32}=x$ $(i>0$より、$x>1)$とすると、 $x^2-1=6\cdot\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$より、$(x+1)\cdot(x-1)=\dfrac{6}{x}\cdot(x-1)$

$x-1\neq 0$より、両辺を$(x-1)$で割ると、$x+1=\dfrac{6}{x}$ 従って、$x^2+x-6=0$

これより、$(x-2)\cdot(x+3)=0$ ここで、$x>1$より、$x=2$

よって、$(1+i)^{32}=2$ となる。

これから、$1+i=2^{\frac{1}{32}}=2^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\fallingdotseq 1.022$

従って、 $i=2.2\%$

解答:(H)

(2) 定常状態での平均年齢は、

$$\frac{\int_0^A xl_x dx}{\int_0^A l_x dx}=\frac{\int_0^A x(A-x)dx}{\int_0^A (A-x)dx}=\frac{\left[\frac{Ax^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_0^A}{\left[Ax-\frac{x^2}{2}\right]_0^A}=\frac{\frac{1}{6}A^3}{\frac{1}{2}A^2}=\frac{1}{3}A$$

毎年の出生者数が減少してから$(C\times A)$年後の平均年齢は、

$$\frac{C\cdot\int_0^{CA} xl_x dx+\int_{CA}^A xl_x dx}{C\cdot\int_0^{CA} l_x dx+\int_{CA}^A l_x dx}=\frac{C\cdot\int_0^{CA} x(A-x)dx+\int_{CA}^A x(A-x)dx}{C\cdot\int_0^{CA}(A-x)dx+\int_{CA}^A (A-x)dx}=\frac{C\cdot\left[\frac{Ax^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_0^{CA}+\left[\frac{Ax^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{CA}^A}{C\cdot\left[Ax-\frac{x^2}{2}\right]_0^{CA}+\left[Ax-\frac{x^2}{2}\right]_{CA}^A}$$

$$=\frac{\left(\frac{C^3A^3}{2}-\frac{C^4A^3}{3}\right)+\left(\frac{A^3}{2}-\frac{A^3}{3}\right)-\left(\frac{C^2A^3}{2}-\frac{C^3A^3}{3}\right)}{\left(C^2A^2-\frac{C^3A^2}{2}\right)+\left(A^2-\frac{A^2}{2}\right)-\left(CA^2-\frac{C^2A^2}{2}\right)}=\frac{\frac{A^3}{6}+\frac{5C^3A^3}{6}-\frac{C^4A^3}{3}-\frac{C^2A^3}{2}}{\frac{A^2}{2}-CA^2+\frac{3C^2A^2}{2}-\frac{C^3A^2}{2}}$$

$$=\frac{1-3C^2+5C^3-2C^4}{3(1-2C+3C^2-C^3)}\cdot A$$

よって、平均年齢の上昇幅は、

$$\frac{1-3C^2+5C^3-2C^4}{3(1-2C+3C^2-C^3)}\cdot A-\frac{1}{3}A=\frac{(1-3C^2+5C^3-2C^4)-(1-2C+3C^2-C^3)}{3(1-2C+3C^2-C^3)}\cdot A$$

$$=\frac{2C-6C^2+6C^3-2C^4}{3(1-2C+3C^2-C^3)}\cdot A=\frac{2(1-3C+3C^2-C^3)}{3(1-2C+3C^2-C^3)}\cdot CA$$

解答：(F)

(3) $p_x=e^{-\int_0^1 \mu_{x+t}dt}=e^{-\int_0^1 B\cdot c^{x+t}dt}=e^{-B\cdot c^x\int_0^1 c^t dt}=e^{-B\cdot c^x\cdot\frac{c-1}{\log c}}$

ここで$g=e^{-B\cdot\frac{c-1}{\log c}}$とおくと、$p_x=g^{c^x}$と表される。

$p_{40}=e^{-0.020}$、$p_{50}=e^{-0.050}$より、$g^{c^{40}}=e^{-0.020}$、$g^{c^{50}}=e^{-0.050}$であるため、

$c^{40}\cdot\log g=-0.020$、$c^{50}\cdot\log g=-0.050$となり、$c^{10}=\frac{5}{2}$

よって、$p_{60}=g^{c^{60}}=g^{c^{50}\cdot c^{10}}=\left(g^{c^{50}}\right)^{c^{10}}=(e^{-0.050})^{\frac{5}{2}}=e^{-0.125}$

解答：(J)

(4) $p_x^* = \dfrac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - q_x^A - q_x^B - q_x^C$ より、　$1 - q_x^A - q_x^B - q_x^C = 0.8$　・・・①

$q_x^{A*} = \dfrac{q_x^A}{1 - \dfrac{q_x^B}{2} - \dfrac{q_x^C}{2}}$ より、　$\dfrac{q_x^A}{1 - \dfrac{q_x^B}{2} - \dfrac{q_x^C}{2}} = 0.105$　・・・②

$q_x^{C*} = \dfrac{q_x^C}{1 - \dfrac{q_x^A}{2} - \dfrac{q_x^B}{2}}$ より、　$\dfrac{q_x^C}{1 - \dfrac{q_x^A}{2} - \dfrac{q_x^B}{2}} = 0.073$　・・・③

①～③の連立方程式より、$q_x^B = 0.032$

解答：(G)

(5) 平準年払保険料をPとすると、責任準備金の再帰式より、

$${}_{t-1}V + P = vq_{x+t-1}(1 + {}_tV) + v(1 - q_{x+t-1})\,{}_tV$$

$$= vq_{x+t-1} + v\,{}_tV$$

となる。

両辺にv^{t-1}を掛けて、$v^t q_{x+t-1} = v^t \times 0.002(1+i)^{t-1} = 0.002v$を用いると、

$$v^{t-1}\,{}_{t-1}V + v^{t-1}P = 0.002v + v^t\,{}_tV$$

が得られる。これを$t = 1,2,\cdots,10$について加え、両辺に共通する$v^t\,{}_tV$を消すと、

$${}_0V + \ddot{a}_{\overline{10|}}P = 0.02v + v^{10}\,{}_{10}V$$

となるが、ここで${}_0V = 0,\ {}_{10}V = 5$であるから、

$$P = \frac{0.02v + 5v^{10}}{\ddot{a}_{\overline{10|}}} = \frac{0.02 \times 0.9709 + 5 \times 0.7441}{8.7861} = 0.42566\cdots$$

解答：(D)

(6) 平準純保険料をP、第 1 年度のチルメル式による純保険料をP_1、第 2 年度以降第 5 年度までのチルメル式による純保険料をP_2とするとき、以下のとおりである。

$$P = \frac{1}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}} - d = \frac{1}{9.277} - 0.014778 = 0.093015$$

$$P_2 = P + \frac{0.020}{\ddot{a}_{40:\overline{5}|}} = 0.093015 + \frac{0.020}{4.838} = 0.097149$$

$$P_1 = P_2 - 0.020 = 0.077149$$

次に、営業保険料P^*を求める。

$$P^* = \frac{1}{0.97} \times \left(P + \frac{0.025}{\ddot{a}_{40:\overline{10}|}} + 0.0025 \right) = \frac{1}{0.97} \times \left(0.093015 + \frac{0.025}{9.277} + 0.0025 \right) = 0.101247$$

よって、第 1 年度のチルメル式による付加保険料は、$P^* - P_1 = 0.101247 - 0.077149 = 0.024098$

解答：(G)

(7) 求める年払営業保険料をP^*とすると、収入現価、支出現価は次のようになる。

収入現価:	収入営業保険料の現価	$P^* \times \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|}$	･･･(a)
支出現価:	年金給付の現価	$\ddot{a}_{10} - \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|}$	･･･(b)
	死亡給付の現価	$P^* \times (IA)^{1}_{10,40:\overline{20}|}$	･･･(c)
	年金開始前予定事業費の現価	$0.10 \times P^* \times \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|}$	･･･(d)
	年金開始後予定事業費の現価	$0.01 \times \left(\ddot{a}_{10} - \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|}\right)$	･･･(e)

これらの収支相等により、(a)＝(b)＋(c)＋(d)＋(e)を解き、

$$P^* = \frac{1.01 \times \left(\ddot{a}_{10} - \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|}\right)}{0.90 \times \ddot{a}_{10,40:\overline{20}|} - (IA)^{1}_{10,40:\overline{20}|}} = \frac{1.01 \times (42.303 - 16.752)}{0.90 \times 16.752 - 0.166} \fallingdotseq 1.7307 \cdots$$

を得る。

解答：(E)

(8) $d_x^{ii}=l_x^{ii}+i_x-l_{x+1}^{ii}$、$i_x=q_x^{(i)}\cdot l_x^{aa}=q_x^{(i)}(l_x-l_x^{ii})$であることから、

$$q_x^{i}=\frac{d_x^{ii}}{l_x^{ii}+\frac{1}{2}i_x}=\frac{l_x^{ii}+i_x-l_{x+1}^{ii}}{l_x^{ii}+\frac{1}{2}q_x^{(i)}(l_x-l_x^{ii})}=\frac{l_x^{ii}+q_x^{(i)}(l_x-l_x^{ii})-l_{x+1}^{ii}}{l_x^{ii}+\frac{1}{2}q_x^{(i)}(l_x-l_x^{ii})}$$

右辺の分母・分子をl_xで割り、

$$=\frac{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})-\frac{l_{x+1}^{ii}}{l_x}}{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+\frac{1}{2}q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})}=\frac{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})-\frac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}}\cdot\frac{l_{x+1}}{l_x}}{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+\frac{1}{2}q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})}=\frac{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})-\frac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}}(1-q_x)}{\frac{l_x^{ii}}{l_x}+\frac{1}{2}q_x^{(i)}(1-\frac{l_x^{ii}}{l_x})}$$

$$=\frac{0.035420+0.005692\times(1-0.035420)-0.040097\times(1-0.013626)}{0.035420+0.5\times0.005692\times(1-0.035420)}\fallingdotseq 0.035628\cdots$$

解答:（C）

(9) $$(I\ddot{a})_{\overline{n}|}-(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}=\left(1+2v+\cdots+nv^{n-1}\right)-\frac{D_x+2D_{x+1}+\cdots+nD_{x+n-1}}{D_x}$$

$$=2v\left(1-\frac{l_{x+1}}{l_x}\right)+3v^2\left(1-\frac{l_{x+2}}{l_x}\right)+\cdots+nv^{n-1}\left(1-\frac{l_{x+n-1}}{l_x}\right)$$

$$=2v\left(\frac{l_x-l_{x+1}}{l_x}\right)+3v^2\left(\frac{l_x-l_{x+2}}{l_x}\right)+\cdots+nv^{n-1}\left(\frac{l_x-l_{x+n-1}}{l_x}\right)$$

$$=2v\frac{d_x}{l_x}+3v^2\frac{d_x+d_{x+1}}{l_x}+\cdots+nv^{n-1}\frac{d_x+d_{x+1}+\cdots+d_{x+n-2}}{l_x}$$

$$=2\frac{C_x}{D_x}+3\frac{vC_x+C_{x+1}}{D_x}+\cdots+n\frac{v^{n-2}C_x+v^{n-3}C_{x+1}+\cdots+C_{x+n-2}}{D_x}$$

$$=\frac{C_x}{D_x}\left(2+3v+\cdots+nv^{n-2}\right)+\frac{C_{x+1}}{D_x}\left(3+4v+\cdots+nv^{n-3}\right)+\cdots+\frac{C_{x+n-2}}{D_x}\cdot n$$

$$=\frac{C_x}{D_x}\left\{\left(1+2v+\cdots+(n-1)v^{n-2}\right)+\left(1+v+\cdots+v^{n-2}\right)\right\}$$

$$+\frac{C_{x+1}}{D_x}\left\{\left(1+2v+\cdots+(n-2)v^{n-3}\right)+2\left(1+v+\cdots+v^{n-3}\right)\right\}+\cdots+\frac{C_{x+n-2}}{D_x}\left\{1+(n-1)\right\}$$

$$=\sum_{t=1}^{n-1}\frac{C_{x+t-1}}{D_x}\cdot\left\{(I\ddot{a})_{\overline{n-t}|}+t\times\ddot{a}_{\overline{n-t}|}\right\}$$

解答:①・・・（F），②・・・（C）

(10) ${}_{t}V_{x+1:\overline{n}|} = A_{x+t+1:\overline{n-t}|} - P_{x+1:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|}$

${}_{t+1}V^{[z]}_{x:\overline{n+1}|} = A_{x+t+1:\overline{n-t}|} - \left(P_{x:\overline{n+1}|} + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x+t+1:\overline{n-t}|}$ より、

$$P_{x+1:\overline{n}|} = P_{x:\overline{n+1}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}}$$

$$\begin{aligned}
\alpha &= \left(P_{x+1:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n+1}|}\right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} \\
&= \left(P_{x+1:\overline{n}|} - \frac{A_{x:\overline{n+1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} \\
&= P_{x+1:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} - A_{x:\overline{n+1}|} \\
&= P_{x+1:\overline{n}|} \cdot (1 + vp_x \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{n}|}) - (vq_x + vp_x \cdot A_{x+1:\overline{n}|}) \\
&= \left(P_{x+1:\overline{n}|} + vp_x \cdot A_{x+1:\overline{n}|}\right) - \left(P^{1}_{x:\overline{1}|} + vp_x \cdot A_{x+1:\overline{n}|}\right) \\
&= P_{x+1:\overline{n}|} - P^{1}_{x:\overline{1}|}
\end{aligned}$$

解答:①・・・(P), ②・・・(G)

問題 2. (7 点:各 1 点)

①	$\Delta_t V$	②	${}_{t+1}V$	③	$\Delta_{t+1} V$
④	$\ddot{a}'_{x:\overline{n}|}$	⑤	負から正	⑥	増加
⑦	減少				

問題 3. (10 点:(1)は(A)~(C)で各 2 点。(2)は全て正解で 2 点。ただし、①~④は順不同、⑤~⑦も順不同。(3)は 2 点。)

(1)	(A)	$a_{\overline{50,55}\vert 60:\overline{5}\vert}$	(B)	${}_{5\vert}a_{50\vert\overline{55,60}:\overline{5}\vert}$	(C)	${}_{10\vert}a_{\overline{50,55,60}}$
(2)	①	a_{60}	②	${}_{5\vert}a_{55}$	③	${}_{10\vert}a_{50}$
	④	$a_{50,55,60}$	⑤	${}_{5\vert}a_{50,55}$	⑥	$a_{50,60}$
	⑦	$a_{55,60}$				
(3)	17.0					

(1) 年齢 50 歳、55 歳、60 歳の 3 人をそれぞれ(50)、(55)、(60)とする。

(A) 経過 1 年目から 5 年目までに支払う給付の現価

経過 1 年目から 5 年目までの期間は、(50)、(55)の最終生存者の死亡を条件に、(60)が生存しているかぎり、5 年間、年金 1 を支払うことから、

$a_{\overline{50,55}|60:\overline{5}|}$ と表すことができる。

(B) 経過 6 年目から 10 年目までに支払う給付の現価

経過 6 年目から 10 年目までの期間は、(50)の死亡を条件に、(55)、(60)の最終生存者が生存しているかぎり、5 年間、年金 1 を支払うことから、

${}_{5|}a_{50|\overline{55,60}:\overline{5}|}$ と表すことができる。

(C) 経過 11 年目以降に支払う給付の現価

経過 11 年目以降は、(50)、(55)、(60)の最終生存者が生存しているかぎり、年金 1 を支払うことから、${}_{10|}a_{\overline{50,55,60}}$ と表すことができる。

解答:①・・・$a_{\overline{50,55}|60:\overline{5}|}$, ②・・・${}_{5|}a_{50|\overline{55,60}:\overline{5}|}$, ③・・・${}_{10|}a_{\overline{50,55,60}}$

(2)

(A) 経過 1 年目から 5 年目までに支払う給付の現価

$$
\begin{aligned}
a_{\overline{50,55}|60:\overline{5}|} &= a_{60:\overline{5}|} - a_{\overline{50,55},60:\overline{5}|} \\
&= a_{60:\overline{5}|} - a_{50,60:\overline{5}|} - a_{55,60:\overline{5}|} + a_{50,55,60:\overline{5}|}
\end{aligned}
$$

(B) 経過 6 年目から 10 年目までに支払う給付の現価

$$
\begin{aligned}
{}_{5|}a_{50|\overline{55,60}:\overline{5}|} &= {}_{5|}a_{\overline{55,60}:\overline{5}|} - {}_{5|}a_{50,\overline{55,60}:\overline{5}|} \\
&= {}_{5|}a_{55:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{60:\overline{5}|} - {}_{5|}a_{55,60:\overline{5}|} - {}_{5|}a_{50,55:\overline{5}|} - {}_{5|}a_{50,60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{50,55,60:\overline{5}|}
\end{aligned}
$$

(C) 経過 11 年目以降に支払う給付の現価

$$
\begin{aligned}
{}_{10|}a_{\overline{50,55,60}} &= \sum_{t=11}^{\infty} v^t \, {}_tp_{\overline{50,55,60}} \\
&= \sum_{t=11}^{\infty} v^t \left(1 - {}_tq_{\overline{50,55,60}}\right) \\
&= \sum_{t=11}^{\infty} v^t \left\{1 - \left(1 - {}_tp_{50}\right)\left(1 - {}_tp_{55}\right)\left(1 - {}_tp_{60}\right)\right\} \\
&= \sum_{t=11}^{\infty} v^t \left({}_tp_{50} + {}_tp_{55} + {}_tp_{60} - {}_tp_{50} \cdot {}_tp_{55} - {}_tp_{50} \cdot {}_tp_{60} - {}_tp_{55} \cdot {}_tp_{60} + {}_tp_{50} \cdot {}_tp_{55} \cdot {}_tp_{60}\right) \\
&= {}_{10|}a_{50} + {}_{10|}a_{55} + {}_{10|}a_{60} - {}_{10|}a_{50,55} - {}_{10|}a_{50,60} - {}_{10|}a_{55,60} + {}_{10|}a_{50,55,60}
\end{aligned}
$$

(A)～(C)を合計すると、

$$
\begin{aligned}
& a_{\overline{50,55}|60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{50|\overline{55,60}:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{\overline{50,55,60}} \\
&= \left(a_{60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{60:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{60}\right) + \left({}_{5|}a_{55:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{55}\right) + {}_{10|}a_{50} + \left(a_{50,55,60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{50,55,60:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{50,55,60}\right) \\
&\quad - \left({}_{5|}a_{50,55:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{50,55}\right) - \left(a_{50,60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{50,60:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{50,60}\right) - \left(a_{55,60:\overline{5}|} + {}_{5|}a_{55,60:\overline{5}|} + {}_{10|}a_{55,60}\right) \\
&= a_{60} + {}_{5|}a_{55} + {}_{10|}a_{50} + a_{50,55,60} - \left({}_{5|}a_{50,55} + a_{50,60} + a_{55,60}\right)
\end{aligned}
$$

解答: ①·②·③·④・・・ a_{60}, ${}_{5|}a_{55}$, ${}_{10|}a_{50}$, $a_{50,55,60}$ (順不同)

⑤·⑥·⑦・・・ ${}_{5|}a_{50,55}$, $a_{50,60}$, $a_{55,60}$ (順不同)

(3) $a_{60} + {}_{5|}a_{55} + {}_{10|}a_{50} + a_{50,55,60} - \left({}_{5|}a_{50,55} + a_{50,60} + a_{55,60}\right)$

$$
\begin{aligned}
&= a_{60} + A_{55:\overline{5}|}^{\ \ 1} \cdot a_{60} + A_{50:\overline{5}|}^{\ \ 1} \cdot A_{55:\overline{5}|}^{\ \ 1} \cdot a_{60} + a_{50,55,60} - \left(A_{50,55:\overline{5}|}^{\ \ \ \ 1} \cdot a_{55,60} + a_{50,60} + a_{55,60}\right) \\
&= a_{60} \cdot \left\{1 + A_{55:\overline{5}|}^{\ \ 1} \cdot \left(1 + A_{50:\overline{5}|}^{\ \ 1}\right)\right\} + a_{50,55,60} - \left\{a_{50,60} + a_{55,60} \cdot \left(1 + A_{50,55:\overline{5}|}^{\ \ \ \ 1}\right)\right\} \\
&= 16.8 \cdot \left\{1 + 0.89 \cdot (1 + 0.91)\right\} + 13.0 - \left\{15.0 + 14.1 \cdot (1 + 0.87)\right\} \\
&= 16.99132 \\
&\fallingdotseq 17.0
\end{aligned}
$$

解答:17.0

問題 4. （11 点：各 1 点。ただし、①・②は順不同。）

①	${}_{t}p_{x}^{aa}$	②	p_{x+t}^{ai}	③	$\ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}\rceil}$
④	ℓ^{ii}_{x+t+1}	⑤	ℓ^{ii}_{x+t}	⑥	p^{i}_{x+t}
⑦	${}_{t}p^{i}_{x}$	⑧	ℓ^{aa}_{x+t}	⑨	${}_{t}p^{a}_{x}$
⑩	$a^{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	⑪	$a^{aa}_{x:\overline{n}\rceil}$		

なお、⑩・⑪については以下も正解とした。

⑩	$\ddot{a}^{a}_{x:\overline{n+1}\rceil}$	⑪	$\ddot{a}^{aa}_{x:\overline{n+1}\rceil}$

まず、就業者であるx歳の被保険者が、$x+t$歳と$x+t+1$歳の間で就業不能となった場合、その保険年度末から満期まで毎年度末に生存している限り、年額1が支払われる保険の契約時点における現価は、

$$v^{t+1}\cdot\boxed{①{}_{t}p_{x}^{aa}}\cdot\boxed{②p_{x+t}^{ai}}\cdot\boxed{③\ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}\rceil}}$$

である。（※ ①・②は逆も可。）

これを$t=0$から$n-1$まで加えることにより、求める年金現価は、

$$\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\boxed{①{}_{t}p_{x}^{aa}}\cdot\boxed{②p_{x+t}^{ai}}\cdot\boxed{③\ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}\rceil}}$$

$$=\frac{\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\left(\boxed{④\ell^{ii}_{x+t+1}}-\boxed{⑤\ell^{ii}_{x+t}}\cdot\boxed{⑥p^{i}_{x+t}}\right)\cdot\boxed{③\ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}\rceil}}}{\ell^{aa}_{x}}\quad\cdots(A)$$

と表すことができる。

ここで、右辺の分子の$\sum$を分解して整理することにより、

$$
\left[
\begin{aligned}
(\text{分子}) &= v^n \ell^{ii}_{x+n} + \sum_{t=0}^{n-2} v^{t+1} \cdot \ell^{ii}_{x+t+1} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}|} - \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+1} \cdot \ell^{ii}_{x+t} \cdot p^{i}_{x+t} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}|} - v \cdot \ell^{ii}_{x} \cdot p^{i}_{x} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+1:\overline{n}|} \\
&= v^n \ell^{ii}_{x+n} + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t} \cdot \ell^{ii}_{x+t} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+t:\overline{n-t+1}|} - \sum_{t=1}^{n-1} v^{t+1} \cdot \ell^{ii}_{x+t} \cdot p^{i}_{x+t} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}|} - v \cdot \ell^{ii}_{x} \cdot p^{i}_{x} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+1:\overline{n}|} \\
&= v^n \ell^{ii}_{x+n} + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t} \cdot \ell^{ii}_{x+t} \left(\ddot{a}^{i}_{x+t:\overline{n-t+1}|} - v p^{i}_{x+t} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+t+1:\overline{n-t}|} \right) - v \cdot \ell^{ii}_{x} \cdot p^{i}_{x} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+1:\overline{n}|} \\
&= v^n \ell^{ii}_{x+n} + \sum_{t=1}^{n-1} v^{t} \cdot \ell^{ii}_{x+t} - v \cdot \ell^{ii}_{x} \cdot p^{i}_{x} \cdot \ddot{a}^{i}_{x+1:\overline{n}|} \\
&= \sum_{t=1}^{n} v^{t} \cdot \ell^{ii}_{x+t} - v \cdot \ell^{ii}_{x} \cdot p^{i}_{x} \cdot \left(\sum_{t=1}^{n} v^{t-1} {}_{t-1}p^{i}_{x+1} \right)
\end{aligned}
\right]
$$

$$
(A) = \sum_{t=1}^{n} v^{t} \cdot \frac{\boxed{\text{⑤}\ell^{ii}_{x+t}} - \ell^{ii}_{x} \cdot \boxed{\text{⑦}{}_{t}p^{i}_{x}}}{\ell^{aa}_{x}}
$$

となる。

ここで、$\ell^{ii}_{x} \cdot \boxed{\text{⑦}{}_{t}p^{i}_{x}} = \boxed{\text{⑧}\ell^{aa}_{x+t}} + \boxed{\text{⑤}\ell^{ii}_{x+t}} - \ell^{aa}_{x} \cdot \boxed{\text{⑨}{}_{t}p^{a}_{x}}$ より、式を変形すると、

$$
(A) = \sum_{t=1}^{n} v^{t} \cdot \frac{\ell^{aa}_{x} \cdot \boxed{\text{⑨}{}_{t}p^{a}_{x}} - \boxed{\text{⑧}\ell^{aa}_{x+t}}}{\ell^{aa}_{x}}
$$

$$
= \boxed{\text{⑩}a^{a}_{x:\overline{n}|}} - \boxed{\text{⑪}a^{aa}_{x:\overline{n}|}} \left(\text{もしくは} = \boxed{\text{⑩}\ddot{a}^{a}_{x:\overline{n+1}|}} - \boxed{\text{⑪}\ddot{a}^{aa}_{x:\overline{n+1}|}} \right)
$$

と、求める年金現価は 2 つの年金現価の差額として表すことができる。

問題 5. （12 点：(1)は①④⑤⑥が各 2 点、②③が各 1 点。(2)は各 1 点。）

(1)	①	$\dfrac{{}_{10}V_{40:\overline{20}\rvert}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}\rvert}}{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$	②	$\dfrac{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\alpha+2\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$
	③	$\dfrac{A^{\ 1}_{50:\overline{10}\rvert}+\alpha+\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$	④	$\dfrac{{}_{10}V_{40:\overline{20}\rvert}}{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$
	⑤	$\dfrac{{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}\rvert}}{A^{1}_{50:\overline{10}\rvert}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$	⑥	$\dfrac{{}_{10}V_{40:\overline{20}\rvert}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}\rvert}}{A_{50:\overline{10}\rvert}+A^{1}_{50:\overline{10}\rvert}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$
(2)	記号	(C)	値	0.1654

(1)

(A) 転換前契約の平準純保険料式責任準備金の全額を養老保険の払済保険の購入価格とした場合の転換後契約の年払営業保険料（定期保険特約も含む）を$P^{(A)}$とすると、

払済保険の保険金額が$\dfrac{{}_{10}V_{40:\overline{20}\rvert}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}\rvert}}{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$となり、

$$P^{(A)}=\left(2-\frac{{}_{10}V_{40:\overline{20}\rvert}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}\rvert}}{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}\right)\cdot\frac{A_{50:\overline{10}\rvert}+2\alpha+2\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}+2\cdot\frac{A^{\ 1}_{50:\overline{10}\rvert}+\alpha+\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}\rvert}}$$

(B) 転換前契約の平準純保険料式責任準備金のうち養老保険部分および定期保険特約部分のそれぞれを、養老保険および定期保険特約の払済保険の購入価格とした場合の転換後契約の年払営業保険料(定期保険特約も含む)を$P^{(B)}$とすると、

養老保険の払済保険の保険金額が$\dfrac{{}_{10}V_{40:\overline{20}|}}{A_{50:\overline{10}|}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$、定期保険特約の払済保険の保険金額が$\dfrac{{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}}{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$となり、

$$P^{(B)}=\left(2-\frac{{}_{10}V_{40:\overline{20}|}}{A_{50:\overline{10}|}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}\right)\cdot\frac{A_{50:\overline{10}|}+2\alpha+2\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$$
$$+\left(2-\frac{{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}}{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}\right)\cdot\frac{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\alpha+\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$$

(C) 養老保険の払済保険の購入価格をV_1、定期保険特約の払済保険の購入価格をV_2とした場合、払済保険の保険金額が同額であるから、

$$\frac{V_1}{A_{50:\overline{10}|}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}=\frac{V_2}{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$$

購入価格の合計は転換前契約の平準純保険料式責任準備金の全額に等しいことから、

$$V_1+V_2={}_{10}V_{40:\overline{20}|}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}$$

これら2つの等式をV_1とV_2に関する連立方程式とみて、これを解くと、

$$V_1=\frac{A_{50:\overline{10}|}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}{A_{50:\overline{10}|}+A^{1}_{50:\overline{10}|}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}\cdot\left({}_{10}V_{40:\overline{20}|}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}\right)$$
$$V_2=\frac{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}{A_{50:\overline{10}|}+A^{1}_{50:\overline{10}|}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}\cdot\left({}_{10}V_{40:\overline{20}|}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}\right)$$

となる。

したがって、払済保険の保険金額は、

$$\frac{V_1}{A_{50:\overline{10}|}+2\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}=\frac{V_2}{A^{1}_{50:\overline{10}|}+\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}=\frac{{}_{10}V_{40:\overline{20}|}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}}{A_{50:\overline{10}|}+A^{1}_{50:\overline{10}|}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$$

となる。以上から、求める転換後契約の年払営業保険料(定期保険特約も含む)を$P^{(C)}$とすると、

$$P^{(C)}=\left(2-\frac{{}_{10}V_{40:\overline{20|}}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20|}}}{A_{50:\overline{10|}}+A^{1}_{50:\overline{10|}}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}\right)\cdot\frac{A_{50:\overline{10|}}+2\alpha+2\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}$$
$$+\left(2-\frac{{}_{10}V_{40:\overline{20|}}+{}_{10}V^{1}_{40:\overline{20|}}}{A_{50:\overline{10|}}+A^{1}_{50:\overline{10|}}+3\gamma_2\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}\right)\cdot\frac{A^{1}_{50:\overline{10|}}+\alpha+\gamma_1\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}{(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}$$

(2)

まず、転換前契約の経過10年目の平準純保険料式責任準備金を求める。

$${}_{10}V_{40:\overline{20|}}=1-\frac{\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}}=1-\frac{9.15632}{16.97815}=0.460699\cdots$$

$${}_{10}V^{1}_{40:\overline{20|}}={}_{10}V_{40:\overline{20|}}-{}_{10}V_{40:\overset{1}{\overline{20|}}}=1-\frac{\ddot{a}_{50:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}}-\left(A_{50:\overset{1}{\overline{10|}}}-\frac{A_{40:\overset{1}{\overline{20|}}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}}\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}\right)$$
$$=1-\frac{9.15632}{16.97815}-\left(0.80927-\frac{0.68050}{16.97815}\cdot 9.15632\right)=0.018423\cdots$$

また、$A_{50:\overline{10|}}$、$A^{1}_{50:\overline{10|}}$は前提より

$$A_{50:\overline{10|}}=1-d\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}=1-\frac{0.015}{1.015}\times 9.15632=0.864684\cdots$$

$$A^{1}_{50:\overline{10|}}=A_{50:\overline{10|}}-A_{50:\overset{1}{\overline{10|}}}=1-d\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10|}}-A_{50:\overset{1}{\overline{10|}}}=1-\frac{0.015}{1.015}\times 9.15632-0.80927=0.055414\cdots$$

よって、それぞれの営業保険料は、

$$P^{(A)}=\left(2-\frac{0.46070+0.01842}{0.86468+2\times 0.001\times 9.15632}\right)\cdot\frac{0.86468+2\times 0.01+2\times 0.0012\times 9.15632}{(1-0.03)\cdot 9.15632}$$
$$+2\cdot\frac{0.05541+0.01+0.0012\times 9.15632}{(1-0.03)\cdot 9.15632}=0.16597\cdots$$

$$P^{(B)}=\left(2-\frac{0.46070}{0.86468+2\times 0.001\times 9.15632}\right)\cdot\frac{0.86468+2\times 0.01+2\times 0.0012\times 9.15632}{(1-0.03)\cdot 9.15632}$$
$$+\left(2-\frac{0.01842}{0.05541+0.001\times 9.15632}\right)\cdot\frac{0.05541+0.01+0.0012\times 9.15632}{(1-0.03)\cdot 9.15632}=0.16565\cdots$$

$$P^{(C)}=\left(2-\frac{0.46070+0.01842}{0.86468+0.05541+3\times0.001\times9.15632}\right)\cdot\frac{0.86468+0.05541+3\times0.01+3\times0.0012\times9.15632}{(1-0.03)\cdot9.15632}$$

$$=0.16540\cdots$$

となる。

営業保険料が最も低くなる方式は(C)で営業保険料は 0.1654

解答:記号:(C)　値:0.1654

今回の試験の各問において、誤字脱字によるミスが目立った。原則として、誤字脱字の解答は不正解とした。例をとると、問題 5(1)では、「${}_{10}V^{1}_{40:\overline{20}|}$」と異なる、「$V^{1}_{40:\overline{20}|}$ （経過が抜けている)」、「${}_{10}V^{1}_{40\ \overline{20}|}$ （「:」が抜けている)」、「${}_{10}V^{1}_{40:20}$ （$\overline{}|$が抜けている)」などを解答に用いていた。