数学(問題)

[問題1から問題4を通じて、必要であれば(付表)に記載された数値を用いよ。]

問題1. 次の各問の $\boxed{}$ に入る答のみを、所定の解答用紙に記入せよ。(32点)

(1) 区間(0,1)の中で、3つの実数を無作為に選ぶ。このとき、最も小さい数の期待値は $\boxed{}$ である。

(2) 5枚の銅貨 C_k $(k=1,2,3,4,5)$ を同時に投げる。確率変数 X_k $(k=1,2,3,4,5)$ は銅貨 C_k の表が出たら $X_k=1$ 、裏が出たら $X_k=-1$ として定めるものとする。このとき、確率変数 $Y=(X_1+X_2+X_3+X_4+X_5)^2$ の分散は $\boxed{}$ である。

(3) 確率変数 X 、Y が互いに独立で、それぞれの確率密度関数が

$$f_1(x)=xe^{-x} \quad (x>0), \quad f_2(y)=e^{-y} \quad (y>0)$$

であるとき、$U=X+Y$ の確率密度関数は $g(u)=\boxed{}$ $(u>0)$ である。

(4) 確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\dfrac{1}{x}\exp(-\dfrac{(\log x-u)^2}{2\sigma^2}) & (x>0) \\ 0 & (x\leq 0) \end{cases}$$

で表されるとき、X の期待値 $E(X)=\boxed{}$ で、X の分散 $V(X)=\boxed{}$ である。

(5) 確率変数 X 、Y が互いに独立で、それぞれ負の二項分布

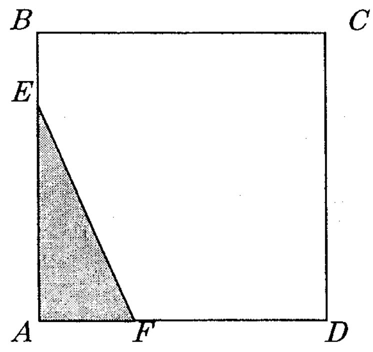
$$P(X=k)=\binom{-\alpha}{k}p^{\alpha}(p-1)^k \quad (k=0,1,2,\cdots;\alpha>0)$$

$$P(Y=k)=\binom{-\beta}{k}p^{\beta}(p-1)^k \quad (k=0,1,2,\cdots;\beta>0)$$

に従うとき、$X+Y$ の積率母関数は $M(t)=\boxed{}$ である。

(6) 1から6までの番号が1つずつ書いてある6枚のカードの中から、1枚ずつ3回抜き出す試行を考える。ただし、抜き出したカードは元に戻さないものとする。この試行において、最後(3回目)に抜き出したカードの番号が1回目および2回目に抜き出したカードの番号より大きければ、最後に抜き出したカードの番号が得点として与えられ、それ以外の場合の得点は0とすると、得点の期待値は $\boxed{}$ である。

(7) 右図のような1辺の長さが1の正方形 $ABCD$ の2辺 AB, AD 上に点 E, F をそれぞれ独立に無作為に選ぶ。このとき、直線 EF によって正方形 $ABCD$ から切り取られる三角形 AEF の面積を確率変数 S とするとき、S の確率密度関数は、$f(s) = \boxed{}$ $(0 < s < \frac{1}{2})$ である。



(8) n 個のサイコロを振ったとき、1の目の出る個数 X と2の目の出る個数 Y との相関係数は、$\rho(X,Y) = \boxed{}$ である。

問題2.　次の各問の $\boxed{}$ に入る答のみを、所定の解答用紙に記入せよ。(32点)

(1) 母平均 μ 、母分散 σ^2 がともに未知である正規母集団から、大きさ30の標本を抽出したとき、標本分散は s^2 であった。母分散 σ^2 について、帰無仮説 $H_0 : \sigma^2 = 0.09$、対立仮説 $H_1 : \sigma^2 \neq 0.09$ を有意水準5%で検定するとき、棄却域は、$\boxed{} > s^2$ または、$\boxed{} < s^2$ である。

(小数点以下第4位を四捨五入して、小数点以下第3位まで求めよ。)

(2) 互いに独立な正規母集団 $N(\mu_1,1)$ 、$N(\mu_2,3)$ からの大きさがそれぞれ n_1 、n_2 なる独立な標本の標本平均 $\overline{X_1}$ 、$\overline{X_2}$ を用いて母平均の差 $\mu_1 - \mu_2$ の信頼区間を作る。$n_1 + n_2 = 50$ とするとき、この信頼区間の幅を最小にするためには、$n_1 = \boxed{}$、$n_2 = \boxed{}$ とすればよい。

(3) 10個の球が入っている袋がある。袋の中の球の構成は、次のいずれかであることが分かっている。

(a) 赤球 3 個と黒球 7 個

(b) 赤球 6 個と黒球 4 個

いま、帰無仮説 H_0 :「袋の中の球の構成は(a)である」、対立仮説 H_1 :「袋の中の球の構成は(b)である」として、この袋から 2 個の球を非復元抽出でとるとき、少なくとも 1 個が黒球であれば H_0 を採択し、それ以外のときは H_0 を棄却する。

この検定において、

第 1 種の誤りのおこる確率 $P_1 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ 、第 2 種の誤りのおこる確率 $P_2 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

である。

(4) 二項母集団 $B(n,p)$ から4個の標本 x_1, x_2, x_3, x_4 を無作為に抽出した。母比率 p の最尤推定値は $\boxed{}$ である。

(5) 母比率が p の二項母集団からとった十分大きい n 個の標本の標本平均 $\overline{X}$ について、

$P\left(\left|\overline{X} - p\right| < 0.01 \right) \geq 0.95$ が $0 < p < 1$ であるすべての p に対して成り立つようにするためには、標本の大きさ n は $\boxed{}$ 以上であればよい。

(6) A工場においてある製品を作るためにかかる時間を計ったところ、標本10個に対して平均32時間、標準偏差は2時間であった。同じ製品を作るためにかかる時間をB工場においても計ったところ、標本5個に対して平均x時間、標準偏差は1時間であった。この製品を作るためにかかる時間は、A工場、B工場ともに、同じ標準偏差の正規分布に従うものとし、その平均時間がA工場とB工場で違いがあるかどうかを有意水準5%で検定を行う。B工場における平均時間xが $\boxed{}$ 時間未満または $\boxed{}$ 時間超であれば、平均時間はA工場とB工場で違いがあるといえる。

（小数点以下第4位を四捨五入して、小数点以下第3位まで求めよ。）

(7) 小数点以下第1位を四捨五入することで、測定値をそれに最も近い整数値に丸めるとき、測定値と四捨五入後の数値の差Xは区間$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$で一様分布に従う確率変数とみなすことができる。いま、n個の測定値をそれぞれそれに最も近い整数値に丸めるとき、これらの差の平均$\overline{X}$の絶対値が$\frac{1}{\sqrt{3n}}$を超えない確率Pは $\boxed{}$ である。ただし、nは十分に大きいものとする。

（小数点以下第4位を四捨五入して、小数点以下第3位まで求めよ。）

(8) 母平均μが既知の正規母集団$N(\mu, \sigma^2)$に対してその標準偏差σを推定するために、大きさnの標本を抽出し、標本$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$によって、統計量

$$T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - \mu\right|$$

を考えた。このときcTがσの不偏推定量であるには、$c = \boxed{}$ であればよい。

問題3. 座標平面上を移動する1匹のアリがいる。このアリは、1秒毎に1ずつ上下左右のいずれかに同じ確率($\frac{1}{4}$)で移動するものとする。このアリが時刻0で原点にいるものとし、原点を出発してから n 秒後のアリの位置を(X_n, Y_n)、原点と(X_n, Y_n)との距離を D_n とする。

このとき、以下の問に答えよ。(18点)

(1) $Z_n = X_n - X_{n-1}$ とするとき、Z_n の平均と分散を求めよ。

(2) Z_n と X_{n-1} が独立であることを利用して、$E({X_n}^2)$ を n で表せ。

(3) $E({D_n}^2)$ を求め、$E(D_n) \leq \sqrt{n}$ を証明せよ。

問題4.　ある機械10，000台について、1年間の故障回数は以下のとおりであった。

1年間の故障回数	0回	1回	2回	3回	4回以上	合計
台数	9,048	905	46	1	0	10,000

これに関して、以下の問に答えよ。（18点）

(1) 故障の発生が母平均λのポアソン分布に従っているとした場合、λの最尤推定値を求めよ。

（小数点以下第4位を四捨五入して、小数点以下第3位まで求めよ。）

(2) 故障の発生が母平均λのポアソン分布に従っているとした場合、信頼係数95％でλの信頼区間を求めよ。

（小数点以下第4位を四捨五入して、小数点以下第3位まで求めよ。）

(3) 故障の発生がポアソン分布に従っているかどうか、有意水準を5％として検定せよ。ただし、検定を行う際には、ポアソン分布の母平均λの推定値として、(1)で求めた最尤推定値を使用せよ。

（$e^{-\lambda}=1-\lambda+\dfrac{\lambda^2}{2}$として計算せよ。）

以上

(付表)

I．標準正規分布表

$u(\varepsilon)$(上側ε点)から上側確率εを求める表　(例：$P(U>1.25)=0.106$)

$u(\varepsilon)\to\varepsilon$	＊＝0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0＊	0.500	0.496	0.492	0.488	0.484	0.480	0.476	0.472	0.468	0.464
0.1＊	0.460	0.456	0.452	0.448	0.444	0.440	0.436	0.433	0.429	0.425
0.2＊	0.421	0.417	0.413	0.409	0.405	0.401	0.397	0.394	0.390	0.386
0.3＊	0.382	0.378	0.374	0.371	0.367	0.363	0.359	0.356	0.352	0.348
0.4＊	0.345	0.341	0.337	0.334	0.330	0.326	0.323	0.319	0.316	0.312
0.5＊	0.309	0.305	0.302	0.298	0.295	0.291	0.288	0.284	0.281	0.278
0.6＊	0.274	0.271	0.268	0.264	0.261	0.258	0.255	0.251	0.248	0.245
0.7＊	0.242	0.239	0.236	0.233	0.230	0.227	0.224	0.221	0.218	0.215
0.8＊	0.212	0.209	0.206	0.203	0.200	0.198	0.195	0.192	0.189	0.187
0.9＊	0.184	0.181	0.179	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161
1.0＊	0.159	0.156	0.154	0.152	0.149	0.147	0.145	0.142	0.140	0.138
1.1＊	0.136	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.123	0.121	0.119	0.117
1.2＊	0.115	0.113	0.111	0.109	0.107	0.106	0.104	0.102	0.100	0.099
1.3＊	0.097	0.095	0.093	0.092	0.090	0.089	0.087	0.085	0.084	0.082
1.4＊	0.081	0.079	0.078	0.076	0.075	0.074	0.072	0.071	0.069	0.068
1.5＊	0.067	0.066	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058	0.057	0.056
1.6＊	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.049	0.048	0.047	0.046	0.046
1.7＊	0.045	0.044	0.043	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.038	0.037
1.8＊	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.031	0.030	0.029
1.9＊	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.025	0.024	0.024	0.023
2.0＊	0.023	0.022	0.022	0.021	0.021	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018
2.1＊	0.018	0.017	0.017	0.017	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014
2.2＊	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011
2.3＊	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.008
2.4＊	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.006
2.5＊	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005

確率εから$u(\varepsilon)$(上側ε点)を求める表　その1　(例：$u(0.25)=0.674$)

$\varepsilon\to u(\varepsilon)$	＊＝0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0＊	∞	2.326	2.054	1.881	1.751	1.645	1.555	1.476	1.405	1.341
0.1＊	1.282	1.227	1.175	1.126	1.080	1.036	0.994	0.954	0.915	0.878
0.2＊	0.842	0.806	0.772	0.739	0.706	0.674	0.643	0.613	0.583	0.553
0.3＊	0.524	0.496	0.468	0.440	0.412	0.385	0.358	0.332	0.305	0.279
0.4＊	0.253	0.228	0.202	0.176	0.151	0.126	0.100	0.075	0.050	0.025

確率εから$u(\varepsilon)$(上側ε点)を求める表　その2　(一部再掲)

ε	0.001	0.0025	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.25
$u(\varepsilon)$	3.090	2.807	2.576	2.326	1.960	1.645	1.282	0.674

Ⅱ. 自由度ϕのχ^2分布の上側ε点: $\chi_\phi^2(\varepsilon)$

$\phi \diagdown \varepsilon$	0.975	0.950	0.100	0.050	0.025
1	0.001	0.004	2.706	3.841	5.024
2	0.051	0.103	4.605	5.991	7.378
3	0.216	0.352	6.251	7.815	9.348
4	0.484	0.711	7.779	9.488	11.143
5	0.831	1.145	9.236	11.070	12.832
6	1.237	1.635	10.645	12.592	14.449
7	1.690	2.167	12.017	14.067	16.013
8	2.180	2.733	13.362	15.507	17.535
9	2.700	3.325	14.684	16.919	19.023
10	3.247	3.940	15.987	18.307	20.483
11	3.816	4.575	17.275	19.675	21.920
12	4.404	5.226	18.549	21.026	23.337
13	5.009	5.892	19.812	22.362	24.736
14	5.629	6.571	21.064	23.685	26.119
15	6.262	7.261	22.307	24.996	27.488
16	6.908	7.962	23.542	26.296	28.845
17	7.564	8.672	24.769	27.587	30.191
18	8.231	9.390	25.989	28.869	31.526
19	8.907	10.117	27.204	30.144	32.852
20	9.591	10.851	28.412	31.410	34.170
21	10.283	11.591	29.615	32.671	35.479
22	10.982	12.338	30.813	33.924	36.781
23	11.689	13.091	32.007	35.172	38.076
24	12.401	13.848	33.196	36.415	39.364
25	13.120	14.611	34.382	37.652	40.646
26	13.844	15.379	35.563	38.885	41.923
27	14.573	16.151	36.741	40.113	43.195
28	15.308	16.928	37.916	41.337	44.461
29	16.047	17.708	39.088	42.557	45.722
30	16.791	18.493	40.256	43.773	46.979
31	17.539	19.281	41.422	44.985	48.232
32	18.291	20.072	42.585	46.194	49.480
33	19.047	20.867	43.745	47.400	50.725
34	19.806	21.664	44.903	48.602	51.966
35	20.569	22.465	46.059	49.802	53.203
36	21.336	23.269	47.212	50.999	54.437
37	22.106	24.075	48.363	52.192	55.668
38	22.879	24.884	49.513	53.384	56.896
39	23.654	25.695	50.660	54.572	58.120
40	24.433	26.509	51.805	55.759	59.342
50	32.357	34.764	63.167	67.505	71.420
60	40.482	43.188	74.397	79.082	83.298
70	48.758	51.739	85.527	90.531	95.023
80	57.153	60.392	96.578	101.879	106.629
90	65.647	69.126	107.565	113.145	118.136
100	74.222	77.930	118.498	124.342	129.561

Ⅲ. 分母の自由度m、分子の自由度nのF分布の上側ε点: $F_m^n(\varepsilon)$

$\varepsilon = 0.100$

$m \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538
9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323

$\varepsilon = 0.050$

$m \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.329	19.353	19.371	19.385	19.396
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.785
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.688	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978

$\varepsilon = 0.025$

$m \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	38.506	39.000	39.166	39.248	39.298	39.331	39.356	39.373	39.387	39.398
3	17.443	16.044	15.439	15.101	14.885	14.735	14.624	14.540	14.473	14.419
4	12.218	10.649	9.979	9.604	9.364	9.197	9.074	8.980	8.905	8.844
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619
6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.695	5.600	5.523	5.461
7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823	4.761
8	7.571	6.059	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295
9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717

$\varepsilon = 0.01$

$m \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	98.503	99.000	99.166	99.249	99.299	99.333	99.356	99.374	99.388	99.399
3	34.116	30.817	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345	27.229
4	21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659	14.546
5	16.258	13.274	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158	10.051
6	13.745	10.925	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874
7	12.246	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620
8	11.259	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814
9	10.561	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257
10	10.044	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849

Ⅲ. 分母の自由度m、分子の自由度nのF分布の上側ε点: $F_m^n(\varepsilon)$ (続き)

$\varepsilon = 0.005$

$m \diagdown n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	198.501	199.000	199.166	199.250	199.300	199.333	199.357	199.375	199.388	199.400
3	55.552	49.799	47.467	46.195	45.392	44.838	44.434	44.126	43.882	43.686
4	31.333	26.284	24.259	23.155	22.456	21.975	21.622	21.352	21.139	20.967
5	22.785	18.314	16.530	15.556	14.940	14.513	14.200	13.961	13.772	13.618
6	18.635	14.544	12.917	12.028	11.464	11.073	10.786	10.566	10.391	10.250
7	16.236	12.404	10.882	10.050	9.522	9.155	8.885	8.678	8.514	8.380
8	14.688	11.042	9.596	8.805	8.302	7.952	7.694	7.496	7.339	7.211
9	13.614	10.107	8.717	7.956	7.471	7.134	6.885	6.693	6.541	6.417
10	12.826	9.427	8.081	7.343	6.872	6.545	6.302	6.116	5.968	5.847

Ⅳ. 自由度ϕのt分布の上側ε点: $t_\phi(\varepsilon)$

$\phi \diagdown \varepsilon$	0.100	0.050	0.025
6	1.440	1.943	2.447
7	1.415	1.896	2.365
8	1.397	1.860	2.306
9	1.383	1.833	2.262
10	1.372	1.812	2.228
11	1.363	1.796	2.201
12	1.356	1.782	2.179
13	1.350	1.771	2.160
14	1.345	1.761	2.145
15	1.341	1.753	2.131
16	1.337	1.746	2.120
17	1.333	1.740	2.110
18	1.330	1.734	2.101
19	1.328	1.729	2.093
20	1.325	1.725	2.086
21	1.323	1.721	2.080
22	1.321	1.717	2.074
23	1.319	1.714	2.069
24	1.318	1.711	2.064
25	1.316	1.708	2.060

数学 解答例

問題１　確率に関する範囲について基礎的と思われる問題を出した。

(1)	$\frac{1}{4}$
(2)	40
(3)	$\frac{1}{2}u^2e^{-u}$
(4)	$E(X)=\exp(u+\frac{\sigma^2}{2})$ $V(X)=\exp(2u+\sigma^2)(\exp(\sigma^2)-1)$
(5)	$p^{\alpha+\beta}\{1-(1-p)e^t\}^{-(\alpha+\beta)}$
(6)	$\frac{7}{4}$
(7)	$-2\log 2s$
(8)	$-\frac{1}{5}$

[解答　問題1(1)]

３つの数をW,X,Y、最も小さい数をＺとすると、

$$P(Z\le z)=1-P(Z>z)=1-P(W>z)P(X>z)P(Y>z)\quad(\because W,X,Y\text{は独立})$$
$$=1-(1-z)^3\quad(0<z<1)$$

よって、Ｚの確率密度関数 $f(z)$ は、$f(z)=3(1-z)^2\quad(0<z<1)$

$$\therefore E(Z)=\int_0^1 zf(z)dz=\int_0^1 3z(1-z)^2dz=3\left[\frac{1}{2}z^2-\frac{2}{3}z^3+\frac{1}{4}z^4\right]_0^1=\frac{1}{4}$$

[解答　問題1(2)]

Y=25 となるのは表または裏が 1 枚も出ない場合なので、

$$P(Y=25)=\frac{2\times{}_5C_0}{2^5}=\frac{1}{16}$$

Y=9 となるのは表または裏が 1 枚の場合なので、

$$P(Y=9)=\frac{2\times {}_5C_1}{2^5}=\frac{5}{16}$$

Y=1 となるのは表または裏が 2 枚の場合なので、

$$P(Y=1)=\frac{2\times {}_5C_2}{2^5}=\frac{5}{8}$$

となる。 Yはそれ以外の値をとらない。

$$E(Y)=25\times\frac{1}{16}+9\times\frac{5}{16}+1\times\frac{5}{8}=5$$

$$E(Y^2)=25^2\times\frac{1}{16}+9^2\times\frac{5}{16}+1^2\times\frac{5}{8}=65$$

であるから、求める分散 V(Y)は、

$V(Y)=E(Y^2)-\{E(Y)\}^2=$ 40 である。

[解答　問題 1(3)]

$\begin{cases} u=x+y \\ v=x \end{cases}$ とおけば、 $\begin{cases} x=v \\ y=u-v \end{cases}$

$$J=\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-1$$

したがって$|J|=1$

X、Yが互いに独立だから、(X、Y) の（同時）確率密度関数は、

$f_1(x)f_2(y)$

よって、(U、V) の（同時）確率密度関数は、

$$f_1(x)f_2(y)|J|=f_1(v)f_2(u-v)$$

求める$g(u)$は、Uの周辺密度関数だから、

$$g(u)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(v)f_2(u-v)dv$$

$x=v>0$かつ$y=u-v>0$より、$0<v<u$

したがって、

$$g(u)=\int_0^u ve^{-v}\cdot e^{-(u-v)}dv=e^{-u}\int_0^u vdv=e^{-u}\left[\frac{1}{2}v^2\right]_0^u=\frac{1}{2}u^2e^{-u}\quad (u>0)$$

[解答　問題 1(4)]

$$E(X)=\int_0^\infty x\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\frac{1}{x}\exp(-\frac{(\log x-u)^2}{2\sigma^2})\quad dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^\infty \exp(t+u)\exp(-\frac{t^2}{2\sigma^2})dt$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp(u)\int_{-\infty}^\infty \exp(-\frac{t^2-2\sigma^2t}{2\sigma^2})dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp(u)\int_{-\infty}^\infty \exp(-\frac{(t-\sigma^2)^2}{2\sigma^2})\exp(\frac{\sigma^2}{2})dt$$

$$=\exp(u+\frac{\sigma^2}{2})$$

$$E(X^2)=\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\frac{1}{x}x^2\exp(-\frac{(\log x-u)^2}{2\sigma^2})\quad dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^\infty \exp 2(t+u)\exp(-\frac{t^2}{2\sigma^2})dt$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp(2u)\int_{-\infty}^\infty \exp(2t)\exp(-\frac{(t-2\sigma^2)^2}{2\sigma^2})\exp(2\sigma^2)dt=\exp(2(u+\sigma^2))$$

$$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=\exp(2u+\sigma^2)(\exp(\sigma^2)-1)$$

[解答　問題 1(5)]

負の二項分布に従う X の積率母関数 $M_X(t)$ は、

$$\begin{aligned}M_X(t)&=\sum_{k=0}^\infty e^{tk}\binom{-\alpha}{k}p^\alpha(p-1)^k\\&=p^\alpha\sum_{k=0}^\infty\binom{-\alpha}{k}\{-(1-p)e^t\}^k\\&=p^\alpha\{1-(1-p)e^t\}^{-\alpha}\end{aligned}$$

同様に、

$M_Y(t)=p^\beta\{1-(1-p)e^t\}^{-\beta}$

X、Yが互いに独立だから、

$$
\begin{aligned}
M(t) &= M_X(t)\cdot M_Y(t)\\
&= p^{\alpha}\{1-(1-p)e^t\}^{-\alpha}p^{\beta}\{1-(1-p)e^t\}^{-\beta}\\
&= p^{\alpha+\beta}\{1-(1-p)e^t\}^{-(\alpha+\beta)}
\end{aligned}
$$

[解答　問題1(6)]

k を整数とし、得点が k となる確率を P(k)とする。

3≦k≦6 を満たすとき、得点が k となるのは、１枚目と２枚目のカードの番号が（k－１）以下であり、３枚目のカードの番号が k のときであるから、

$$P(k)=\frac{(k-1)(k-2)}{6\cdot5\cdot4}$$

となる。

また、その他のときは得点が０となるので、求める期待値は、

$$
\begin{aligned}
\sum_{k=3}^{6}kP(k) &= \frac{1}{6\cdot5\cdot4}\sum_{k=3}^{6}k(k-1)(k-2)\\
&= \frac{3\cdot2\cdot1+4\cdot3\cdot2+5\cdot4\cdot3+6\cdot5\cdot4}{6\cdot5\cdot4}\\
&= \frac{7}{4}
\end{aligned}
$$

である。

[解答　問題1(7)]

AE,AF の長さを表す確率変数をそれぞれ X,Y とおくと、点 E,F は２辺 AB,AD 上に無作為に選ばれるので、X,Y は、ともに$(0,1)$上の一様分布に従う。すなわち、確率密度関数をそれぞれ、$f_1(x), f_2(y)$ とおくと、

$f_1(x)=1\quad(0<x<1),\quad f_2(y)=1\quad(0<y<1)$

三角形 AEF の面積を S とすると、

$$S=\frac{XY}{2}$$

確率変数 S の確率密度関数 $f(s)$ を求める。

$\begin{cases} s = xy/2 \\ t = y \end{cases}$ とおけば、$\begin{cases} x = 2s/t \\ y = t \end{cases}$

$$J=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial s} & \dfrac{\partial x}{\partial t}\\ \dfrac{\partial y}{\partial s} & \dfrac{\partial y}{\partial t}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2/t & -2s/t^2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=\frac{2}{t}$$

したがって$|J|=\left|\dfrac{2}{t}\right|$

X、Yが互いに独立だから、(X、Y) の(同時)確率密度関数は、

$f_1(x)f_2(y)$

よって、(S、T) の(同時)確率密度関数は、

$$f_1(x)f_2(y)|J| = f_1(2s/t)f_2(t)\left|\frac{2}{t}\right|$$

求める $f(s)$ は、Sの周辺密度関数だから、

$$f(s)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(2s/t)f_2(t)\frac{2}{|t|}dt$$

$0<x=2s/t<1$かつ$0<y=t<1$より、$0<2s<t<1$かつ$0<s<\dfrac{1}{2}$

したがって、

$$\begin{aligned} f(s) &= \int_{2s}^{1} 1\cdot 1\cdot \frac{2}{t}dt \\ &= \left[2\log t\right]_{2s}^{1} \\ &= -2\log 2s \quad (0<s<\frac{1}{2}) \end{aligned}$$

[解答　問題1(8)]

$$\rho(X,Y)=\frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

ここで、X, Yは二項分布に従うことから、

$$E(X)=E(Y)=\frac{n}{6}$$

$$\sigma(X)=\sigma(Y)=\sqrt{n\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{5n}}{6}$$

以下、$E(XY)$ を求める。

$$P(X=i,Y=j)=\frac{n!}{i!\,j!(n-i-j)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{i}\left(\frac{1}{6}\right)^{j}\left(\frac{4}{6}\right)^{n-i-j} \quad (0\le i,j\le n)$$

とおけるので、

$$E(XY)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} ijP(X=i,Y=j)$$

$$=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} ij\frac{n!}{i!\,j!(n-i-j)!}\left(\frac{1}{6}\right)^{i}\left(\frac{1}{6}\right)^{j}\left(\frac{4}{6}\right)^{n-i-j}$$

$$=n(n-1)\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n-2}\sum_{j=1}^{n-2-(i-1)}\frac{(n-2)!}{(i-1)!(j-1)!\{n-2-(i-1)-(j-1)!\}}\left(\frac{1}{6}\right)^{i-1}\left(\frac{1}{6}\right)^{j-1}\left(\frac{4}{6}\right)^{n-2-(i-1)-(j-1)}$$

$$=\frac{n(n-1)}{36}\quad\left(\because\sum_{i=1}^{n-2}\sum_{j=1}^{n-2-(i-1)}=1\right)$$

よって、$\rho(X,Y)=\dfrac{\dfrac{n(n-1)}{36}-\dfrac{n}{6}\cdot\dfrac{n}{6}}{\dfrac{\sqrt{5n}}{6}\cdot\dfrac{\sqrt{5n}}{6}}=-\dfrac{1}{5}$

（別解）

$$X_i=\begin{cases}1 & (i\text{番目のサイコロの目が}1)\\ 0 & (\text{その他})\end{cases}$$

$$Y_i=\begin{cases}1 & (i\text{番目のサイコロの目が}2)\\ 0 & (\text{その他})\end{cases}$$

とおくと、

$X=X_1+X_2+\cdots+X_n$

$Y=Y_1+Y_2+\cdots+Y_n$

と表せる。

ここで、$X_iY_i\equiv 0$ より、$cov(X_i,Y_i)=E(X_iY_i)-E(X_i)E(Y_i)=-\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{6}=-\dfrac{1}{36}$

また、$i\neq j$ のとき X_i と Y_j は独立であるから、$cov(X_i,Y_j)=0$

したがって、$cov(X,Y)=\displaystyle\sum_{i,j}cov(X_i,Y_j)=\sum_{i}cov(X_i,Y_i)=-\frac{n}{36}$

また、$V(X_i)=E(X_i^2)-E(X_i)^2=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{36}=\dfrac{5}{36}$ より、

$V(X)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots+V(X_n)=\dfrac{5}{36}n$ （X_i は互いに独立）

同様に、

$$V(Y) = \frac{5}{36}n$$

よって、

$$\rho(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}} = \frac{-\frac{n}{36}}{\frac{\sqrt{5n}}{6}\cdot\frac{\sqrt{5n}}{6}} = -\frac{1}{5}$$

問題２　統計に関する範囲について基礎的と思われる問題を出した。

（１）	０．０４８＞ｓ２ または、０．１３７＜ｓ２
（２）	$n_1 = 18$、$n_2 = 32$
（３）	$P_1 =$ １／15 $P_2 =$ ２／３
（４）	$(x_1+x_2+x_3+x_4)/4n$
（５）	9,604
（６）	29.799 時間未満または 34.201 時間超
（７）	0.954
（８）	$\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$

[解答　問題 2(1)]

$\dfrac{n \cdot s^2}{\sigma^2} > \chi^2_{n-1}(0.025)$ または $\dfrac{n \cdot s^2}{\sigma^2} < \chi^2_{n-1}(0.975)$ のとき H_0 を棄却する。

⇔　棄却域は、$\dfrac{\chi^2_{n-1}(0.975) \cdot \sigma^2}{n} > s^2$ または $\dfrac{\chi^2_{n-1}(0.025) \cdot \sigma^2}{n} < s^2$

⇔　１６．０４７　・　０．０９／３０＝０．０４８＞ｓ２ または、
４５．７２２　・　０．０９／３０＝０．１３７＜ｓ２ である。

[解答　問題 2(2)]

$\overline{X_1} - \overline{X_2}$ は正規分布 $N(\mu_1 - \mu_2, 1/n_1 + 3/n_2)$ に従う。よって、信頼区間は、

$$P\left(\left|\frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{1/n_1 + 3/n_2}}\right| \le u\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\right) = 1 - \varepsilon \text{ より}$$

$$\overline{X_1} - \overline{X_2} - u\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sqrt{1/n_1 + 3/n_2} \le \mu_1 - \mu_2 \le \overline{X_1} - \overline{X_2} + u\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sqrt{1/n_1 + 3/n_2}$$

したがって、この信頼区間の幅を最小にするには、 $1/n_1 + 3/n_2$ を最小にすればよい。

$n_1 + n_2 = 50$ より、 $n_1 = 18$、 $n_2 = 32$ となる。

[解答　問題 2(3)]

取り出した 2 個の球のうち、黒球の数を X とする。

第 1 種の誤りは H_0 が真のときこれを棄却する誤りであるから、その確率は

$P_1 = P$ （H_0 を棄却 | H_0 が真） $= P$ （$X = 0$ | 赤球 3 個、黒球 7 個）

$$= \frac{{}_3C_2 \cdot {}_7C_0}{{}_{10}C_2} = \frac{3}{45} = \boxed{1} / \boxed{15}$$

一方、第 2 種の誤りは H_1 が真のとき H_0 を採択する誤りであるから、その確率は $P_2 =$
P （H_0 を採択 | H_1 が真） $= P$ （$X \neq 0$ | 赤球 6 個、黒球 4 個）
$= 1 - P$ （$X = 0$ | 赤球 6 個、黒球 4 個）

$$= 1 - \frac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_0}{{}_{10}C_2} = \boxed{2} / \boxed{3}$$

[解答　問題 2(4)]

尤度関数 $L(p) = {}_nC_{x1} \cdot {}_nC_{x2} \cdot {}_nC_{x3} \cdot {}_nC_{x4} \cdot p^{x1+x2+x3+x4} \cdot (1-p)^{4n-x1-x2-x3-x4}$

$$\frac{\partial L}{\partial p} = {}_nC_{x1} \cdot {}_nC_{x2} \cdot {}_nC_{x3} \cdot {}_nC_{x4} \cdot (x_1+x_2+x_3+x_4) \cdot p^{x1+x2+x3+x4-1} \cdot (1-p)^{4n-x1-x2-x3-x4}$$

$$- {}_nC_{x1} \cdot {}_nC_{x2} \cdot {}_nC_{x3} \cdot {}_nC_{x4} \cdot p^{x1+x2+x3+x4} \cdot (4n-x_1-x_2-x_3-x_4) \cdot (1-p)^{4n-x1-x2-x3-x4-1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow (x_1+x_2+x_3+x_4) \cdot (1-p) - p \cdot (4n-x_1-x_2-x_3-x_4) = 0$$

$$\Leftrightarrow p = (x_1+x_2+x_3+x_4)/4n$$

したがって、求める最尤推定値は　$(x_1+x_2+x_3+x_4)/4n$　である。

[解答　問題 2(5)]

$\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X} - p)}{\sqrt{p(1-p)}}$ は正規分布 $N(0,1)$ に従うので、

$P(|\overline{X} - p| < 0.01) = P\left(\dfrac{\sqrt{n}|\overline{X} - p|}{\sqrt{p(1-p)}} < \dfrac{0.01\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}} \right) \geq 0.95$　より　$\dfrac{0.01\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}} \geq 1.960$ と

なる。

よって、$0<p<1$であるすべてのpに対して$n \geq 196^2 p(1-p)$が成り立つようにする必要がある。

ここで、$0<p<1$であるすべてのpに対して$\sqrt{p(1-p)} \leq \frac{\{p+(1-p)\}}{2} = \frac{1}{2}$ である

から、nは$196^2 \times \frac{1}{4} = 9{,}604$以上であればよい。

[解答　問題2(6)]

A工場の標本数n_1＝１０、標本平均μ_1＝３２、標準偏差s_1＝２．０、B工場のn_2＝５、平均μ_2、標準偏差s_2＝１．０である。

帰無仮説H_0：$\mu_1=\mu_2$、対立仮説H_1：$\mu_1 \neq \mu_2$として、有意水準５％で検定を行う。

自由度n_1+n_2-2＝１３のｔ分布の２．５％点はｔ（０．０２５）＝２．１６０であり、

$$t_0 = \frac{\mu_1-\mu_2}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot s_1^2 + n_2 \cdot s_2^2}{n_1+n_2-2} \cdot \left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \sqrt{\frac{26}{27}} \cdot (32-\mu_2)$$

$|t_0|$＞２．１６０であればH_0は棄却される。

⇔μ_2＜２９．７９９もしくは３４．２０１＜μ_2であればH_0は棄却される。

⇔B工場の平均時間が$\boxed{29.799}$時間未満もしくは$\boxed{34.201}$時間超であればA工場とB工場のある製品をつくるのにかかる時間は違うといえる。

[解答　問題2(7)]

一様分布の平均と分散の公式から$\mu=0$、$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2}{12} = \frac{1}{12}$。よって、

$E(\overline{X}) = \mu = 0$、$V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{12n}$。

中心極限定理より、$\overline{X} \sim N\left(0, \frac{1}{12n}\right)$である。

したがって、

$$P\left(|\overline{X}| < \frac{1}{\sqrt{3n}}\right) = P\left(-\frac{1}{\sqrt{3n}} < \overline{X} < \frac{1}{\sqrt{3n}}\right) = P\left(\frac{-\frac{1}{\sqrt{3n}}-0}{\frac{1}{\sqrt{12n}}} < Z < \frac{\frac{1}{\sqrt{3n}}-0}{\frac{1}{\sqrt{12n}}}\right)$$

$$= P(-2<Z<2) = (0.5-0.023) \times 2 = \quad 0.954$$

[解答　問題2(8)]

確率変数Xが正規分布$N(\mu,\sigma^2)$に従うとき、

$$E(|X-\mu|)=\int_{-\infty}^{\mu}-(x-\mu)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx+\int_{\mu}^{\infty}(x-\mu)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx$$

$$=\int_{-\infty}^{0}-y\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}dy+\int_{0}^{\infty}y\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}dy$$ （y=x-μとして変数変換）

$$=2\cdot\int_{0}^{\infty}y\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}dy \quad = \quad 2\cdot\left[-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}\right]_0^{\infty} \quad = \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\sigma$$

$$\therefore\quad E(T)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(|X_i-\mu|)=\frac{1}{n}\cdot n\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma$$

したがって$E\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}T\right)=\sigma$.　　よって$c=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

（別解）

確率変数Xが正規分布$N(\mu,\sigma^2)$に従うとき、$Y=\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2$は自由度１の$\chi^2$分布に従う。$Y$の密度関数は

$$f(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Gamma(1/2)}e^{-\frac{y}{2}}\left(\dfrac{y}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} & (y>0)\\ 0 & (y\le 0)\end{cases}$$

である。ゆえに$|X-\mu|=\sigma\sqrt{Y}$より

$$E(|X-\mu|)=\frac{\sigma}{2\Gamma(1/2)}\int_0^{\infty}\sqrt{y}e^{-\frac{y}{2}}\left(\frac{y}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}dy=\frac{\sigma}{\sqrt{2}\Gamma(1/2)}\int_0^{\infty}e^{-\frac{y}{2}}dy=\frac{\sigma}{\sqrt{2}\Gamma(1/2)}\cdot 2$$

$$=\frac{\sqrt{2}\sigma}{\Gamma(1/2)}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\sigma$$

$$\therefore\quad E(T)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(|X_i-\mu|)=\frac{1}{n}\cdot n\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma$$

したがって$E\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}T\right)=\sigma$.　　よって$c=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

[解答　問題3]

(1) Z_nは、確率$\frac{1}{4}$で+1、確率$\frac{1}{2}$で±0、$\frac{1}{4}$で−1の各数値をとる確率変数なので

$$E(Z_n)=(\frac{1}{4}\times 1)+(\frac{1}{2}\times 0)+(\frac{1}{4}\times(-1))=0$$

$$V(Z_n)=E(Z_n{}^2)-E(Z_n)^2=(\frac{1}{4}\times 1^2)+(\frac{1}{2}\times 0^2)+(\frac{1}{4}\times(-1)^2)-0^2=\frac{1}{2}$$

(2) $E(X_n{}^2)=E((Z_n+X_{n-1})^2)=E(Z_n{}^2)+2E(Z_nX_{n-1})+E(X_{n-1}{}^2)$と展開できる。

Z_nとX_{n-1}が独立であることと(1)より、$2E(Z_nX_{n-1})=2E(Z_n)E(X_{n-1})=0$となる

ため$E(X_n{}^2)=E(Z_n{}^2)+E(X_{n-1}{}^2)=\frac{1}{2}+E(X_{n-1}{}^2)$となり、この漸化式より

$$E(X_n{}^2)=\frac{n}{2}$$

(3) $E(Y_n{}^2)=\frac{n}{2}$についても (2) と同様に導けるので、

$E(D_n{}^2)=E(X_n{}^2+Y_n{}^2)=\frac{n}{2}\times 2=n$となる。

$E(D_n{}^2)-E(D_n)^2=V(D_n)\geq 0$により$E(D_n)^2\leq E(D_n{}^2)=n$

よって$E(D_n)\leq\sqrt{n}$

[解答　問題4]

(1) 尤度関数L(λ)　$=\left(e^{-\lambda}\cdot\frac{\lambda^0}{0!}\right)^{9048}\cdot\left(e^{-\lambda}\cdot\frac{\lambda^1}{1!}\right)^{905}\cdot\left(e^{-\lambda}\cdot\frac{\lambda^2}{2!}\right)^{46}\cdot\left(e^{-\lambda}\cdot\frac{\lambda^3}{3!}\right)^{1}$

$=$定数・$e^{-10000\cdot\lambda}\cdot\lambda^{1000}$

ln(L(λ))　＝　−10000・λ＋1000・ln(λ)

$\frac{\partial\ln(L)}{\partial\lambda}=0 \Leftrightarrow \lambda=0.100$

$\boxed{\therefore \lambda\text{の最尤推定値は}0.100}$

（２）ｋ≧５であるから、ポアソン分布は正規分布で近似されるため、λの９５％の信頼区間は、$\left(\bar{x}-u(\frac{\varepsilon}{2})\cdot\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}, \bar{x}+u(\frac{\varepsilon}{2})\cdot\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}\right)=\left(0.1-1.960\cdot\sqrt{\frac{0.1}{10000}}, 0.1+1.960\cdot\sqrt{\frac{0.1}{10000}}\right)=$

（０．０９４，　０．１０６）

（３）ポアソン分布に従っているとみなせるかどうか適合度の検定を行う。

帰無仮説H_0：　故障の発生が平均λ＝０．１のポアソン分布に従っている。

今、$e^{-\lambda}=e^{-0.1}$＝１－０．１＋０．００５＝０．９０５を用いて、下表の値を計算する。

１年間の故障回数	０回	１回	２回＋３回	合計
①理論的期待値	10000×0.905 = 9,050	10000×0.905 ×0.1 = 905	10000×0.905 ×0.01÷2 +10000×0.905 ×0.001÷6 = 46.7583	－
②実際の台数	9048	905	47	－
$\frac{(①-②)^2}{①}$	0.000442	0	0.001249	0.001691

（故障回数２回と３回の値は、理論的期待値≧５とするためプールする。）

自由度 3-1-1（平均値が推定値であるため）=1 のχ^2分布は$\chi_1^2(0.05)=3.841$であるから、0.001691<3.841 となって、帰無仮説H_0は採択される。つまり、故障回数はポアソン分布にしたがっているといえる。

（近似式を使って理論値を算出させている関係で、理論値の合計が１０００台を超える。これを考慮して理論値を修正したものはすべて正解とした。）