年金数理（問題）

この年金数理の問題における「Trowbridgeモデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年年齢x_r歳時より単位年金額の終身年金を年1回期初に支払う年金制度をいう。

問題1. 次の(1)～(15)について、それぞれ5つの選択肢から、設問の答として正しいものを選んでその記号を解答用紙の所定欄に記入せよ。（60点）

(1)Trowbridgeモデルの年金制度を単位積立方式で運営した場合と平準積立方式（保険料は${}^{L}P$である）で運営した場合での、定常状態における積立金の差を表す算式の記号を選べ。

(A) $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left\{ \frac{x-x_e}{x_r-x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e+1}^{x-1} D_y / D_x \right\}$　(B) $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left\{ \frac{x-x_e}{x_r-x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_{x_e} \right\}$

(C) $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P}{D_{x_e}} \cdot \left\{ \left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e} - 1 \right) \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y + \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \right\}$　(D) $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P}{D_x} \cdot \left\{ \left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e} - 1 \right) \cdot \sum_{y=x_e+1}^{x_r-1} D_y + \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \right\}$

(E) $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left\{ \frac{x-x_e}{x_r-x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_x \right\}$

(2)ある年金制度は、年度初に保険料Cが払込まれ、年度末に給付Bが支払われ、年度末給付支払後の積立金がFで定常状態にある。この制度における保険料を引上げることで、積立金Fを増やし、利息収入で給付が賄えるようになった年度の翌年から保険料の払込を不要とすることを考えた。このため、ある年度（第1年度とする）以降の保険料を2倍とし、予定どおりに制度が推移した結果、最後に保険料払込を行った年度が第t年度であった。tの数値として、正しいものの記号を選べ。ただし、正しいものがない場合は最も近いものの記号を選べ。ここに、割引率υ（以下年金数理の問題において同様とする）の常用対数 $\log_{10} \upsilon = -0.017033$ および$\log_{10}(1+\upsilon) = 0.29257$ を用いてよい。

(A) 16　(B) 17　(C) 18　(D) 19　(E) 20

(3)ある企業が、Trowbridgeモデルの給付を行う年金制度を発足させた。財政方式は加入年齢方式とするが、保険料の支払い回数は年2回期初払いとする。加入年齢をx_e歳とし、死亡を含む脱退は年度を通じて一様に発生するものとした場合、標準保険料を表す算式として、正しいものの記号を選べ。ここに、この企業の脱退残存表によるx歳の残存率はp_xである。

(A) $\displaystyle D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} / \sum_{x=x_e}^{x_r-1} 2 \cdot D_x$　(B) $\displaystyle D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} / \sum_{x=x_e}^{x_r-1} (D_x + \upsilon^{(1/2)} \cdot D_x)$　(C) $\displaystyle D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} / \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot (1 + \upsilon^{(1/2)} \cdot p_x)$

(D) $\displaystyle D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} / \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot \{1 + \upsilon^{(1/2)} \cdot (1+p_x)/2\}$　(E) $\displaystyle D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} / \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot (1+p_x) \cdot \upsilon^{(1/2)}$

(4)給付および保険料が給与比例制の年金制度において、加入年齢方式で財政運営している現時点の諸計数は以下のとおりである。現時点で被保険者の給与を一律1.4倍とし、この一律1.4倍された給与を用いて制度変更後の退職者の給付を算定する制度変更を行うものとした場合の制度変更後の過去勤務債務額として正しいものの記号を選べ。

・年金資産1,000　・年金受給権者給付現価300　・在職中の被保険者の給付現価1,600
・給与現価14,000　・標準保険料率0.05

(A) 200　(B) 280　(C) 560　(D) 680　(E) 840

(5)保険料は期初払込、給付は期末に行われる年金制度において、ある年度の財政は、実際利回りが予定利率を下回ったことの他は予定どおりに推移し以下のとおりであった。このため、過去勤務債務額償却のための特別保険料を払い込むことにより、期末の過去勤務債務額は期初の過去勤務債務額の74.8214%に減少する予定であったにもかかわらず、結果として、期末の過去勤務債務額は期初の過去勤務債務額の1.075倍となってしまった。この年金制度の予定利率として最も近い値の記号を選べ。

・期初責任準備金：300　・期末責任準備金：321.675　・給付：24
・保険料収入(標準保険料および特別保険料合計)：40　・実際利回り：1.0%

(A) 4.00%　(B) 4.25%　(C) 4.50%　(D) 4.75%　(E) 5.00%

(6)ある年金制度の初期過去勤務債務額が1,000であった。設立初年度に初期過去勤務債務額の50%相当額の償却を期初に行い、その後は前年度末過去勤務債務額の50%相当額を期初払いで償却し、期末の過去勤務債務額が100未満となった翌年度期初に残額を全額償却し、償却完了することとしていた。ところが、設立後第2年度期末に初期過去勤務債務額のX%相当額の差損が発生してしまったため、他の年度は差損益が発生しなかったが、差損益が発生しなかったと仮定した場合に比べ償却完了年度が1年延びてしまった。予定利率は5.0%とし、Xの範囲として最も適正なものの記号を選べ。

(A) 4.36<X<20.77 (B) 4.58<X<21.81 (C) 8.30<X<39.56 (D) 8.72<X<41.54 (E) 15.81<X<75.35

(7)初期過去勤務債務額（PSL_0）償却のため、年1回期初払いで（$PSL_0/\ddot{a}_{\overline{5|}}$）以下（$PSL_0/\ddot{a}_{\overline{8|}}$）以上の何らかの額を特別保険料として毎年拠出時に選んで拠出する運営の年金制度がある。当初の3年間は最大額である（$PSL_0/\ddot{a}_{\overline{5|}}$）を拠出し、第5年度および第6年度は最小額である（$PSL_0/\ddot{a}_{\overline{8|}}$）を拠出し、過去勤務債務額の償却が過不足なく完了するよう計画している。途中の第4年度の特別保険料として支払う額を（PSL_0/X）としたとき、Xの値として最も近いものの記号を選べ。ただし、予定利率は5.0%で、$\ddot{a}_{\overline{5|}}=4.5459505$、$\ddot{a}_{\overline{8|}}=6.7863774$とし、この間、差損益の発生は無いものとする。

(A) 6.786　(B) 6.431　(C) 6.131　(D) 5.954　(E) 4.945

(8)Trowbridgeモデルにおいて将来加入が見込まれる被保険者の給付現価S^fを示した算式として、正しいものの記号を選べ。ただし、記号の意味は次のとおりである。$d=1-\upsilon$、左肩添字は財政方式を表し：P→賦課方式、T→退職時年金現価積立方式、In→加入時積立方式、U→単位積立方式 であり、Cは制度全体の毎年度の保険料総額、とする。

(A) $\dfrac{\upsilon \cdot {}^{T}C-{}^{U}C}{d}$ (B) $\dfrac{{}^{P}C-{}^{U}C}{d}$ (C) $\dfrac{{}^{P}C-\upsilon \cdot {}^{T}C}{d}$ (D) $\dfrac{\upsilon \cdot {}^{T}C-\upsilon \cdot {}^{In}C}{d}$ (E) $\dfrac{\upsilon}{d} \cdot {}^{In}C$

(9)年金額が最終給与×期間別乗率で決まる年金のみを給付する制度において、財政再計算を行ったところ、次の諸計数が得られた。再計算日現在で剰余金、不足金はともに生じていない。財政再計算日の翌日を制度変更日として、制度変更日以降の期間にかかる期間別乗率増加分と標準保険料率を従前の2分の1に引き下げた場合に生じる剰余金の額として最も近いものの記号を選べ。なお、財政方式は加入年齢方式とする。

・将来加入員にかかる給付現価:1,100　・年金受給権者にかかる給付現価:300
・現在加入員にかかる給付現価:1,500　・左のうち、既加入期間にかかる給付現価:760
・将来加入員にかかる給与現価:25,800　・現在加入員にかかる給与現価:12,700

(A) 0 (B) 100 (C) 200 (D) 300 (E) 400

(10)毎年、期初に恒常的に20歳の新規被保険者600人が制度に加入してきて、満60歳に到達して脱退する場合にのみ一時金として100を受給できる制度がある。年齢xの脱退率q_xは$q_x=1/(80-x)$であり、被保険者集団は定常人口になっている。この制度の一時金給付の財源を賦課保険料方式で賄うとした場合の年1回期初払い保険料率として最も近いものの記号を選べ。ただし、被保険者の誕生日は年間に平均的に分布しており、脱退は年間を通じて平均的に発生し、予定利率は3.5%とする。

(A) 1.193 (B) 1.208 (C) 1.214 (D) 1.229 (E) 1.235

(11)x、yを連合生命年金の受給権者として、年金支払期間n年、年1回期初払い、年金額を二人とも生存しているときは1、いずれか一人が生存しているときは0.6とする年金現価を示した算式として、正しいものの記号を選べ。

(A)$0.6\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})-0.2\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ (B) $0.6\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})+0.4\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ (C)$0.4\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})+0.6\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$

(D)$0.4\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})+0.2\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ (E) $0.6\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})+0.2\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$

(12)ある年金制度のある年度に関して次の計数が分かっている。この年度は利差以外の損益は発生しなかったとして、この年度の実際利回りとして最も近いものの記号を選べ。

・年度初の責任準備金:2,500　・この年度の年間標準保険料(期初払い):300

・この年度の年間特別保険料(期初払い):200　・この年度の年間給付額(期末支払):250

・年度初の年金資産:1,500　・年度末過去勤務債務額:900　・予定利率:年5.0%

(A) 1.67%　(B) 1.83%　(C) 2.00%　(D) 2.17%　(E) 2.33%

(13)ある会社が退職一時金の50%相当額を、退職一時金に代えて利率iを前提とした年1回期初払い15年確定年金として支払うこととしていた。この会社は、この利率を現行より低いjに変更することを希望している。利率jを前提とすると退職一時金に代わる年金額が低下するため、減少した額に等しい年金額を、利率変更後の年1回期初払い15年確定年金に上乗せて、当初の10年だけ支払うことができるよう退職一時金から追加移行することとした。上乗せの年金支払のため、追加して移行した退職一時金額は、当初の退職一時金の何%相当となるか、最も近いものの記号を選べ。ただし、10年および15年の年1回期初払い確定年金のそれぞれの利率での現価率は次のとおりである。

$\ddot{a}^{i}_{\overline{10}|}=7.74214$　$\ddot{a}^{i}_{\overline{15}|}=10.30992$　$\ddot{a}^{j}_{\overline{10}|}=8.46089$　$\ddot{a}^{j}_{\overline{15}|}=11.71723$

(A)　4.5%　(B)　5.0%　(C)　5.5%　(D)　6.0%　(E) 6.8%

(14)定常人口を保っているある企業が年金制度を導入することとした。過去勤務債務額の償却方法は、前年度末過去勤務債務額（制度発足時は初期過去勤務債務額）の50%とし、保険料の拠出および給付支払は年1回期初に行われるものとする。予定利率を年5.0%とし、積立金の運用利回りが年1.0%で続いてしまうと仮定すると、期末時点における責任準備金に対する積立金の割合はある一定値に収束していくこととなるが、最も近いものの記号を選べ。

(A)　91.4%　(B)　92.3%　(C)　93.2%　(D)　94.1%　(E)　95.0%

(15) Trowbridgeモデルに基づく年金制度で、財政方式を開放基金方式としたとき、ある年度に剰余金Rが発生した。この剰余金を期初払標準保険料に充当しN年間保険料払込を停止する場合に、Nの算式として正しいものの記号を選べ。なお、過去勤務債務額は0であり、年間標準掛金額をC^{oan}、記号[G]はGを超えない最大の整数を表すものとし、$d=1-\upsilon$である。

(A) $N=\left[\log_{\upsilon}\left\{1-\dfrac{R\cdot d}{C^{oan}}\right\}\right]$　(B) $N=\left[\log_{\upsilon}\left\{1-\dfrac{R}{C^{oan}\cdot d}\right\}\right]$　(C) $N=\left[\log_{\upsilon}\dfrac{R\cdot d}{C^{oan}}\right]$

(D) $N=\left[\log_{\upsilon}\dfrac{R}{C^{oan}\cdot d}\right]$　(E) $N=\left[\log_{\upsilon}\dfrac{R\cdot \upsilon}{C^{oan}\cdot d}\right]$

問題2. 次の説明文中の空欄に当てはまる算式を解答用紙の所定欄に記入せよ。(10点)

掛金・給付・利息の付与を1年単位で考える離散的な年金制度のモデル給与1あたりの責任準備金を求めてみる。今、モデルとして脱退時に最終給与に比例する給付を支払い、保険料もまた給与比例で積み立てる制度を考える。一定年齢（例えば最小加入年齢）の給与を1とし、年齢yの給与がこの給与のb_y倍になるとした場合、x歳で加入した被保険者がt年経過した群団の責任準備金は

$$b_{x+t}\cdot l_{x+t}\cdot {}_tV_x=\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{①}}\cdot\alpha_{k+1/2}-\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{②}}\cdot P_x$$

である。ここに、b_{x+t} ：給与指数

l_{x+t} ：$(x+t)$歳における被保険者数

${}_tV_x$ ：$(x+t)$歳における給与1に対する責任準備金

d_{x+k} ：$(x+k)$歳における脱退者数

$\alpha_{k+1/2}$:k年後の期央を想定した給与1に対し支払われる給付率

P_x ：給与1に対する期初払い保険料率、とする。これより

$${}_tV_x=\left(\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{①}}\cdot\alpha_{k+1/2}-\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{②}}\cdot P_x\right)/(b_{x+t}\cdot l_{x+t})$$

となるが、この式のtに$t+1$を代入すると

$${}_{t+1}V_x=\left(\sum_{k=t+1}^{x_r-1-x}\boxed{\text{③}}\cdot\alpha_{k+1/2}-\sum_{k=t+1}^{x_r-1-x}\boxed{\text{④}}\cdot P_x\right)/(b_{x+t+1}\cdot l_{x+t+1})$$

であり、この式を、前の式を用いて整理すると、

$${}_{t+1}V_x=\frac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}}\cdot\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\cdot\Bigl(\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{③}}\cdot\alpha_{k+1/2}-\boxed{\text{⑤}}\cdot\alpha_{t+1/2}-\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{④}}\cdot P_x$$
$$+\boxed{\text{⑥}}\cdot P_x\Bigr)/(b_{x+t}\cdot l_{x+t})$$

$$=\frac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}}\cdot\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\cdot\Bigl[\Bigl\{\boxed{\text{⑦}}\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{①}}\cdot\alpha_{k+1/2}-\boxed{\text{⑦}}\sum_{k=t}^{x_r-1-x}\boxed{\text{②}}\cdot P_x\Bigr\}/(b_{x+t}\cdot l_{x+t})$$
$$+\boxed{\text{⑧}}-\boxed{\text{⑨}}\Bigr]$$

$$=\frac{b_{x+t}}{b_{x+t+1}}\cdot\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\cdot\Bigl\{\boxed{\text{⑩}}-\boxed{\text{⑨}}\Bigr\}$$

となり、これがファクラーの公式である。

問題3. 以下の設問の計算結果を指示にしたがった位未満を四捨五入して解答用紙の所定欄に記入せよ。（10点）

(1)ある給与比例制の年金制度において財政再計算を行ったところ、次の諸計数が得られた。

- 将来加入員にかかる給付現価：1,016,683
- 年金受給権者にかかる給付現価：294,945
- 現在加入員にかかる給付現価：1,444,662
- 現在加入員にかかる給付現価のうち、既加入期間にかかる給付現価：756,241
- 将来加入員にかかる給与現価：25,770,798
- 現在加入員にかかる給与現価：12,668,846

①開放基金方式を採用する場合の標準保険料率。(百分率表示で小数第1位)

②加入年齢方式を採用する場合の標準保険料率。(百分率表示で小数第1位)

③開放基金方式を採用する場合、①で求めた標準保険料率に基づく責任準備金。(整数)

④加入年齢方式を採用する場合、②で求めた標準保険料率に基づく責任準備金。(整数)

(2)別紙の基数表および複利現価表に基づき、年1回支払の年金に関する次の⑤～⑩の計算結果を求めよ。

⑤55歳時点での10年据置期末払8年有期年金現価率。(以下⑤～⑨は小数第3位)

⑥60歳時点での5年据置5年保証期間付期初払終身年金現価率。ただし、据置期間中の死亡に対しては、死亡の翌期初から保証期間年金を支給する。

⑦初年度の年金額が10で毎年1ずつ年金額が減少する10年変動年金の60歳時点での即時支給開始期初払10年有期年金現価率。

⑧65歳と60歳の2人のうち、どちらか一方のみ生存している間年金を支払う期初払終身年金現価率。

⑨65歳と60歳の2人のうち、65歳の者の死亡を条件に、60歳の者に支給が開始される期初払終身年金現価率。これは、条件である65歳の者の死亡が発生した年度期初に60歳の者が生存していても支払はなく、翌年期初に60歳の者が生存していた場合初めて支払う年金である。

⑩65歳支給開始期初払終身年金を、60歳から繰上げ支給開始10年保証期間付期初払15年有期年金とする場合、60歳時点の年金現価を同額とするならば、繰上げ年金額は本来の年金額の何パーセントに減額すれば良いか。(百分率表示で小数第1位)

問題4. ある定常人口に達している企業において、最終給与比例制の年金制度導入を考える。この企業の x 歳の社員の給与は $A\cdot(1+\alpha)^x$ で表される(ここに A、α は正の定数)。年金給付は、定年年齢 x_r 歳で退職した者にのみ $A\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B$ の年1回期初払年金を終身にわたって支給する(ここに B は正の定数)。入社後即時に制度に加入する制度(以下「制度①」という)と、入社後 t 年経過した時点から制度に加入させる制度(以下「制度②」という)で、それぞれ加入員である期間中保険料を拠出する制度を考えている(ここに t は正の定数)。それぞれの制度に関して以下の問に答えよ。ただし、この企業には x_e 歳で全員入社してくるものとする。（20点）

(1)財政方式は加入年齢方式を採用し、年1回保険料期初払いで運営するものとして、加入年齢が x_e 歳(ここに、$x_e < x_r - t$ である。(2)でも同じ)の場合の制度①の標準保険料率 ${}^{①}P_{x_e}$ を求めよ。（予定利率は i [ただし $i>0$ とする]とし、計算基数、終身年金現価率を用いて表現してよい。以下、同様）

(2)上記(1)と同様の前提で、加入年齢が x_e+t 歳の場合の制度②の標準保険料率 ${}^{②}P_{x_{e+t}}$ を求めよ。

(3)上記の標準保険料率 ${}^{①}P_{x_e}$ 、${}^{②}P_{x_{e+t}}$ をそれぞれ制度①、制度②で用いるものとして、それぞれの制度における年間の標準保険料総額を求め、大小を比較せよ。ただし、この企業の x 歳の社員の人数は l_x 人である。

(4)この企業が x 歳の社員の給与を $A\cdot(1+\alpha')^x$ に変更した場合(ただし $\alpha<\alpha'$)に、制度①の加入年齢方式の標準保険料率が、給与を変更する前のそれと変わらないように予定利率を i' に変更することとした。変更後の予定利率 i' を求めよ。ただし、この企業の年金給付は、退職金移行であるため、変更後給与を前提として予定利率 i の場合と予定利率 i' の場合での年金原資が変わらないよう、係数 B を B' に調整するものとしている。

以上

別紙[問題3.(2)関係]

基数表および複利現価表

x	y	Dx	Nx	Sx	Cx	Mx	Rx	Dxy	Nxy
55	50	1,090	17,521	214,384	6	434	9,671	11,618,125	169,760,995
56	51	1,043	16,431	196,863	6	428	9,237	11,070,612	158,142,870
57	52	996	15,388	180,432	7	422	8,809	10,560,902	147,072,258
58	53	952	14,392	165,044	7	415	8,387	10,063,192	136,511,356
59	54	909	13,440	150,652	7	408	7,972	9,538,230	126,448,164
60	55	866	12,531	137,212	8	401	7,564	9,049,768	116,909,934
61	56	826	11,665	124,681	8	393	7,163	8,571,376	107,860,166
62	57	786	10,839	113,016	9	385	6,770	8,126,712	99,288,790
63	58	748	10,053	102,177	9	376	6,385	7,709,130	91,162,078
64	59	710	9,305	92,124	9	367	6,009	7,248,810	83,452,948
65	60	674	8,595	82,819	9	358	5,642	6,846,944	76,204,138
66	61	639	7,921	74,224	10	349	5,284	6,424,236	69,357,194
67	62	605	7,282	66,303	10	339	4,935	6,036,212	62,932,958
68	63	572	6,677	59,021	10	329	4,596	5,670,656	56,896,746
69	64	541	6,105	52,344	10	319	4,267	5,274,725	51,226,090
70	65	510	5,564	46,239	11	309	3,948	4,926,068	45,951,365
71	66	480	5,054	40,675	11	298	3,639	4,566,990	41,025,297
72	67	451	4,574	35,621	12	287	3,341	4,250,340	36,458,307
73	68	422	4,123	31,047	12	275	3,054	3,920,973	32,207,967
74	69	394	3,701	26,924	13	263	2,779	3,587,254	28,286,994
75	70	367	3,307	23,223	13	250	2,516	3,287,544	24,699,740

n	v^n
0	1.00000
1	0.96154
2	0.92456
3	0.88900
4	0.85480
5	0.82193
6	0.79031
7	0.75992
8	0.73069
9	0.70259
10	0.67556
11	0.64958
12	0.62460
13	0.60057
14	0.57748
15	0.55526
16	0.53391
17	0.51337
18	0.49363
19	0.47464
20	0.45639

（予定利率：4.0%）

年金数理（解答例）

問題1．

番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
記号	(E)	(C)	(D)	(C)	(D)	(D)	(B)	(E)	(B)	(C)

番号	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
記号	(A)	(C)	(B)	(B)	(A)

問題1.正解の選択肢は以上であるが、各問の解説は以下のとおり。

(1) 教科書P62の(3－30)式と、P64の(3－36)式より、(E)が正しい。

(2) 増やされた保険料($=C$)のt年間の終価から生じる利息の翌年期初の評価額が増加前の保険料額Cを超えれば、その後の保険料払込が不要になる。t年間の増やされた保険料の終価は$C\cdot(1+i)\cdot\{(1+i)^t-1\}/i$である。したがって、この資産から生じる翌年の利息の期初評価額は

$[C\cdot(1+i)\cdot\{(1+i)^t-1\}/i]\cdot i\cdot v$となる。これが増加前の保険料額$C$を超えればよいから、

$[C\cdot(1+i)\cdot\{(1+i)^t-1\}/i]\cdot i\cdot v>C$となり、求める$t$は$(1+i)^t-1>1$を満たせばよい。したがって

$t\cdot\log_{10}(1+i)>\log_{10}2$となるので、与えられた対数を使って解くと、

$t>(\log_{10}2)\div0.017033=0.30103\div0.017033=17.673$だから18年となり(C)が正解である。

(3) Trowbridgeモデルの年金制度の給付現価は$D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}$である。給与現価は期初の給与分である$D_x$と期央分であるが、題意より期央分は$D_x\cdot(\dfrac{1+p_x}{2}\cdot v^{1/2})$となるので(D)が正解である。

(4)在職中の被保険者の給付現価、給与現価を1.4倍して責任準備金を求めると、300+1.4×1,600－1.4×14,000×0.05＝1,560。年金資産は1,000なので過去勤務債務額は560であり、(C)が正解である。

(5)期初のPSLに着目して方程式(300-PSL)×1.01－24＝321.675－1.075×PSLを解くとPSL=35となる。標準保険料をPとすると特別保険料は40－Pとなるので、予定利率iを含めた責任準備金の漸化式と、題意によるPSLの予定推移の式を表し、連立方程式を解く。(300+P)×(1+i)－24=321.675、(35－40+P)×(1+i)＝0.748214×35 を解くと P=30、i＝0.0475となるから(D)が正解である。

(6)仮に予定どおりに償却が進んだ場合、期末の過去勤務債務額が100未満になるのは第4年度末である。1000×$\{(1-0.5)\cdot(1.05)\}^4$＝75.969…。したがって、当初は第5年度に償却完了予定であった。第2年度期末に発生した後発債務額は10・Xであるから、これを2年度末の過去勤務債務額に加算し、その後予定どおりの償却が進んだとして第5年度末の過去勤務債務額は (275.625＋10・X)・$\{(1-0.5)\cdot(1.05)\}^3$＜100

と第4年度末の過去勤務債務額は $(275.625+10\cdot X)\cdot\{(1-0.5)\cdot(1.05)\}^2>100$を満たすXを求めればよい。これを解くと、$8.718\cdots<X<41.544\cdots$だから(D)が正解である。

(7)第3年度末の過去勤務債務額は$(1+v)/\ddot{a}_{\overline{5}|}\times$初期過去勤務債務額、である。題意のように償却が完了するためには第5年度初の過去勤務債務額が$(1+v)/\ddot{a}_{\overline{8}|}\times$初期過去勤務債務額となっていなければならない。したがって、第4年度の償却額を初期過去勤務債務額のYとすると、$\{(1+v)/\ddot{a}_{\overline{5}|}\times$初期過去勤務債務額$-Y\times$初期過去勤務債務額$\}\times1.05=(1+v)/\ddot{a}_{\overline{8}|}\times$初期過去勤務債務額、となっていなければならない。設問中の年金現価率を用いてこれを解くとY＝0.15548…であるから、これをもたらす逆数Xは6.4314…であり(B)が正解である。

(8) 教科書(3－46)式より(E)が正解である。

(9)制度変更前の標準掛金率は将来加入員の給付現価、給与現価から1,100/25,800である。再計算時点で過不足がないことから、積立金と責任準備金が等しいことがわかり、値は、1,500+300-12,700×(1,100/25,800)＝1,258.5…。変更日以降の給付を2分の1にしたことから変更後の責任準備金は、(1/2)×(1,500-760)+760+300-(1/2)×12,700×(1,100/25,800)＝1,159.2…。したがって剰余金は、1,258.5-1.159.2＝99.3より、(B)が正解である。

(10)この制度は恒常的に加入してくる新規加入者の人数と脱退率の特徴から、600人で始まり各年齢10人ずつ脱退して、200人が60歳に到達して脱退する。給付は200×100が誕生日の分布により1年間平均的に生じる。賦課方式の保険料は年1回期初払いで保険料負担者数は16,200人だから$20,000/16,200/1.035^{1/2}=1.2135\cdots$。したがって(C)が正解である。

(11)二人のうちいずれか一方が生存している限り0.6を支払う年金と、二人が共存している間は0.4支払われる年金の合計と考え、

$$0.6\cdot\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}+0.4\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}=0.6\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})-0.6\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}+0.4\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}=0.6\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\ddot{a}_{y:\overline{n}|})-0.2\cdot\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$$

であるから、(A)が正解である。

(12)題意から、年度末の予定未償却過去勤務債務額と実際の年度末未償却過去勤務債務額の差異がこの年度の利差となるから実際利回りをiとして方程式を立てると、$(2,500-1,500-200)\times1.05-900=(1,500+300+200)\times(i-0.05)$より、$i=0.02$となり(C)が正解である。

(13)退職一時金原資をSとすると、現行年金の年金額は$0.5\cdot S/10.30992$、変更後の15年確定年金の年金額は$0.5\cdot S/11.71723$、追加して払う10年確定年金の年金額は$0.5\cdot S/10.30992-0.5\cdot S/11.71723=0.5\cdot0.011650\cdot S$であるから、この年金

原資は $0.5 \cdot 0.011650 \cdot S \cdot 8.46089 = 0.5 \cdot 0.09857 \cdot S = 0.049285 \cdot S$ となる。したがって(B)が正解である。

(14)一定値に収束した後の制度において、期末責任準備金V、期末年金資産F、標準保険料P、特別保険料P'、給付額Sとすると、(V+P－S)×1.05＝V、(V－F)×0.5＝P'、(F+P+ P'－S)×1.01＝Fこれらから(P－S)とP' を消去するとF=0.923×Vとなるので(B)が正解である。

(15) N 年間保険料を停止した場合の保険料収入現価が R 以内であればよいので、$R \geq C^{oan} \cdot (1-\upsilon)/(1-\upsilon^{N})$ から $\upsilon^{N} \geq 1 - R \cdot d / C^{oan}$ となり、対数を取ると $N \leq \log_{\upsilon}(1 - \dfrac{R \cdot d}{C^{oan}})$ だから(A)が正解である。

問題2. 教科書P135～P136

番号	算式	番号	算式
①	$\upsilon^{k+1/2-t} \cdot b_{x+k} \cdot d_{x+k}$	⑥	$\upsilon^{-1} \cdot b_{x+t} \cdot l_{x+t}$
②	$\upsilon^{k-t} \cdot b_{x+k} \cdot l_{x+k}$	⑦	$(1+i)$
③	$\upsilon^{k+1/2-t-1} \cdot b_{x+k} \cdot d_{x+k}$	⑧	$(1+i) \cdot P_{x}$
④	$\upsilon^{k-t-1} \cdot b_{x+k} \cdot l_{x+k}$	⑨	$(1+i)^{1/2} \cdot (d_{x+t} / l_{x+t}) \cdot \alpha_{t+1/2}$
⑤	$\upsilon^{1/2-1} \cdot b_{x+t} \cdot d_{x+t}$	⑩	$(1+i) \cdot ({}_{t}V_{x} + P_{x})$

問題3.

番号	(1)-①	(1)-②	(1)-③	(1)-④
値	4.4 %	3.9 %	1,064,946	1,245,522

番号	(2)-⑤	(2)-⑥	(2)-⑦	(2)-⑧
値	3.872	10.258	47.695	4.963

番号	(2)-⑨	(2)-⑩
値	3.340	89.9 %

問題3. の算式、数値計算は以下のとおり

(1)-① (現在加入員の給付現価－現在加入員の既加入期間給付現価＋将来加入員給付現価)÷(現在加入員給与現価＋将来加入員給与現価)

(1,444,662－756,241+1,016,683)/(25,770,798+12,668,846)=4.435…%→4.4%

(1)-② 将来加入員給付現価÷将来加入員給与現価

1,016,683/25,770,798=3.945…%→3.9%

(1)-③ 将来加入員給付現価＋年金受給権者給付現価＋現在加入員給付現価 －(将来加入員給与現価＋現在加入員給与現価)×4.4%

1,016,683+294,945+1,444,662－(25,770,798+12,668,846)×0.044＝1,064,945.6…

(1)-④ 現在加入員給付現価＋年金受給権者給付現価－現在加入員給与現価×3.9%

1,444,662+294,945－12,668,846×0.039＝1,245,522.0…

(2)-⑤ $(N_{66}-N_{74})/D_{55}$ (7,921－3,701)/1,090＝3.8715…→3.872

(2)-⑥ $\{(D_{65}+M_{60}-M_{65})\cdot 1.04\cdot(1-\upsilon^5)/0.04+N_{70}\}/D_{60}$

{(401－358+674)×1.04×(1－0.82193)/0.04+5,564}/866＝10.2581…→10.258

(2)-⑦ $\{10\cdot N_{60}-(S_{61}-S_{71})\}/D_{60}$

{10×12,531－(124,681－40,675)}/866＝47.6951…→47.695

(2)-⑧ $N_{65}/D_{65}+N_{60}/D_{60}-2\cdot N_{65:60}/D_{65:60}$

8,595/674+12,531/866－2×76,204,138/6,846,944＝4.9628…→4.963

(2)-⑨ $N_{60}/D_{60}-N_{65:60}/D_{65:60}$

12,531/866－76,204,138/6,846,944＝3.3403…→3.340

(2)-⑩ 65歳支給開始期初払終身年金現価の60歳時現価率 N_{65}/D_{60}

8,595/866=9.92494…

60歳支給開始10年保証期間付期初払15年有期年金の60歳時点年金現価率

$(1+i)\cdot(1-\upsilon^{10})/i+(N_{70}-N_{75})/D_{60}$

(1+0.04)×(1－0.67556)/0.04+(5,564－3,307)/866＝11.0416755…

よって、9.92494/11.0416755=89.886…% →89.9%

問題4.(1) 標準者の給付現価は $A\cdot D_{x_r}\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B\cdot\ddot{a}_{x_r}$ であり、同じく標準者の給与現価は $\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x\cdot A\cdot(1+\alpha)^x$ であるから、加入年齢方式の標準保険料率は

①$P_{x_e}=D_{x_r}\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B\cdot\ddot{a}_{x_r}/\sum_{x=x_e}^{x_r-1}D_x\cdot(1+\alpha)^x$ である。

(2)標準者の給付現価は(1)と同じである。給与現価は $\sum_{x=x_e+l}^{x_r-1}D_x\cdot A\cdot(1+\alpha)^x$ であるので、

②$P_{x_e+l}=D_{x_r}\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B\cdot\ddot{a}_{x_r}/\sum_{x=x_e+l}^{x_r-1}D_x\cdot(1+\alpha)^x$ である。

(3)①の制度での保険料総額は $\sum_{x=x_e}^{x_r-1} A\cdot l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot{}^{①}P_{x_e}$ であり、②の制度での保険料総額は $\sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} A\cdot l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot{}^{②}P_{x_e+t}$ である。この両者の差を計算すると

$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} A\cdot l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot{}^{①}P_{x_e} - \sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} A\cdot l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot{}^{②}P_{x_e+t}$ であるから、基数を用いて表現すると、与式は以下のとおり

$$D_{x_r}\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B\cdot\ddot{a}_{x_r}\cdot A\cdot\left\{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x\cdot(1+\alpha)^x \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x - \sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} l_x\cdot(1+\alpha)^x \Big/ \sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x\right\}$$

{ }内について考えてみる。一般に、$a_k>0,\ \ b_k>0\quad(k=1,\cdots\cdots n)$ で、

$\dfrac{b_1}{a_1}<\dfrac{b_2}{a_2}<\cdots\cdots<\dfrac{b_n}{a_n}$ であれば

$\dfrac{b_1+b_2+\cdots\cdots+b_n}{a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n}<\dfrac{b_2+\cdots\cdots+b_n}{a_2+\cdots\cdots+a_n}<\cdots\cdots<\dfrac{b_n}{a_n}$ が言える。$l_x\cdot(1+\alpha)^x$ と $l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot\upsilon^x$ に関しても $i>0$ だから $\upsilon<1$ となり、$l_x\cdot(1+\alpha)^x>l_x\cdot(1+\alpha)^x\cdot\upsilon^x$ が言えるため、$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x\cdot(1+\alpha)^x \Big/ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x < \sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} l_x\cdot(1+\alpha)^x \Big/ \sum_{x=x_e+t}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x$ となり、{ }内がマイナスであるから、制度②の標準保険料総額が制度①より大きい。

(4) $^{(1)}P_{x_e}=D_{x_r}\cdot(1+\alpha)^{x_r}\cdot B\cdot\ddot{a}_{x_r}\,/\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x=D'_{x_r}\cdot(1+\alpha')^{x_r}\cdot B'\cdot\ddot{a}'_{x_r}\,/\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D'_x\cdot(1+\alpha')^x$

(ここに D' は変更後の予定利率 i' での計算基数である。) 題意より $B\cdot\ddot{a}_{x_r}=B'\cdot\ddot{a}'_{x_r}$ であるから、この式が成立するためには、$\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x\cdot(1+\alpha)^x=\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D'_x\cdot(1+\alpha')^x$ が成立すればよいので、これが常に成り立つためには、$(1+\alpha)\cdot\upsilon=(1+\alpha')\cdot\upsilon'$ となれば良い。これを i' について解き $i'=(1+i)\cdot(1+\alpha')/(1+\alpha)-1$ となれば良い。

以上