生 保 数 理 （問 題）

問題 1.

(50 点)

(Ｉ) 次の(1)から(5)までの各問について、それぞれ選択肢の中から正しい答えを選んで、所定の解答用紙の指定欄にその記号を記入せよ。

(1) 元金 1000 万円を、年払元利均等返済方式(年利率 4.00%、返済期間 30 年)で返済していた。15 年経過時点で、年利率のみ 3.00%に変更した場合、年払返済金額が軽減される。この年払返済金額の軽減額に最も近いものは次のうちどれか。必要ならば次の数値を使用すること。 $\left(\dfrac{1}{1.04}\right)^{30}=0.3083187$ $\left(\dfrac{1}{1.03}\right)^{30}=0.4119868$

(金額単位:円)

(A)	39,600	(B)	39,620	(C)	39,640	(D)	39,660	(E)	39,680
(F)	39,700	(G)	39,720	(H)	39,740	(I)	39,760	(J)	39,780

(2) 死力 μ_x が $\mu_x=\dfrac{3}{90-x}-\dfrac{10}{240-x}$ $(30<x<90)$ を満たすとき ${}_{40}p_{40}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A)	0.030	(B)	0.035	(C)	0.040	(D)	0.045	(E)	0.050
(F)	0.055	(G)	0.060	(H)	0.065	(I)	0.070	(J)	0.075

(3) 30歳の人が当初の30年間は保険金 1 、その後の保険金は0.5 となる年払 終身払込の終身保険(保険金年末支払)に加入した。30 年経過時の平準純保険料式責任準備金 ${}_{30}V$ の値に最も近いものは次のうちどれか。必要ならば次の数値を使用すること。

$A_{30}=0.104$, $A_{60}=0.380$, $\ddot{a}_{30}=17.233$, $\ddot{a}_{60}=12.085$, $\ddot{a}_{30:\overline{30}|}=15.051$

(A)	0.10	(B)	0.11	(C)	0.12	(D)	0.13	(E)	0.14
(F)	0.15	(G)	0.16	(H)	0.17	(I)	0.18	(J)	0.19

(4) x歳加入 保険期間n年 年払 全期払込養老保険(保険金額1 保険金年末支払)において、チルメル割合 α の10年チルメル式責任準備金 ${}_tV^{[10z]}_{x:\overline{n}|}$ が $t=1$で ${}_tV^{[10z]}_{x:\overline{n}|}=0$ になるという。予定利率 $i=2.00\%$, $\alpha=0.02$, $2\times\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=13$ のとき、p_x の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A)	0.971	(B)	0.972	(C)	0.973	(D)	0.974	(E)	0.975
(F)	0.976	(G)	0.977	(H)	0.978	(I)	0.979	(J)	0.980

(5)　年齢・性別などが同じ4人の被保険者 (x), (x), (x), (x) について、期始払年金を支払う。生存者が4人のときは各人に年金年額$\frac{1}{2}$、また、3人のときは各人に年金年額$\frac{1}{3}$、さらに、2人のときは各人に年金年額 $\frac{1}{4}$、最後に、1人のときは年金年額$\frac{1}{4}$を支払う。この年金の現価に等しい式は次のうちどれか。

(A)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xx}$	(B)	$\ddot{a}_{xx}+\ddot{a}_{xxx}$	(C)	$\ddot{a}_{xxx}+\ddot{a}_{xxxx}$
(D)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xxx}$	(E)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xxxx}$	(F)	$\ddot{a}_{xx}+\ddot{a}_{xxxx}$
(G)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xx}+\ddot{a}_{xxx}$	(H)	$\ddot{a}_{xx}+\ddot{a}_{xxx}+\ddot{a}_{xxxx}$	(I)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xx}+\ddot{a}_{xxxx}$
(J)	$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{xxx}+\ddot{a}_{xxxx}$				

(Ⅱ) 次の空欄に当てはまる最も適当な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入し、その計算過程を指定欄に明示せよ。
計算過程の記入のない答案は採点の対象とはならない。

x歳加入 保険期間 30 年 年払 全期払込で、被保険者が満期時に生存している場合に保険金1を支払う生存保険を考える。保険期間中に被保険者が死亡した場合は、その年度末に既払込営業保険料の50%を返還する。予定利率は年6.00%とし、予定事業費率は以下のとおりとする。

予定新契約費	初回保険料収入の際に、営業保険料1に対し0．5 第 2 回以後第 5 回までの保険料収入の際に、営業保険料1に対し0．1 第 6 回以後第 10 回までの保険料収入の際に、営業保険料1に対し0．05
予定集金経費	保険料収入の際に、営業保険料1に対し0．03
予定維持費	毎年始に生存保険金額1に対し0．001 満期時に生存保険金額1に対し0．002

収支相等の原則により年払営業保険料 P^* の式は $P^*=$ ［　①　］となる。

$\ddot{a}_{x:\overline{5}|}=4.456427$, $\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=7.765041$, $\ddot{a}_{x:\overline{30}|}=14.260724$, $a_{x:\overline{30}|}=13.412595$, $(I\ddot{a})_{x:\overline{30}|}=158.713971$ のとき、年払営業保険料 P^* の値は［ ② ］(小数点以下第7位を四捨五入して、小数点以下第6位までを求めよ。)となる。

問題 2.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（14 点）

次の空欄に当てはまる最も適当な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。

ある団体の構成員は、原因 A, B, C により、団体から脱退していくものとする。
各脱退はそれぞれ独立に発生し、脱退の発生は一年を通じて一様に起こるものとする。
x 歳における各脱退原因による一年間の絶対脱退率を $q_x^{A*}, q_x^{B*}, q_x^{C*}$ とし、脱退力を $\mu_x^A, \mu_x^B, \mu_x^C$ とする。

(1) x 歳の人が $x+t$ 歳 $(0 \le t \le 1)$ になるまでの絶対脱退率 ${}_tq_x^{A*}$ は、次のように書ける。

$$ {}_tq_x^{A*} = \int_0^t \left(1 - \boxed{①}\right) \cdot \boxed{②}\ ds $$

一方、題意より、${}_tq_x^{A*} = \boxed{③} \cdot q_x^{A*}$ であるから、

$$ \int_0^t \left(1 - \boxed{①}\right) \cdot \boxed{②}\ ds = \boxed{③} \cdot q_x^{A*} $$

となる。この両辺を t で微分して整理すると、μ_{x+t}^A は絶対脱退率 q_x^{A*} を用いて、

$$ \mu_{x+t}^A = \frac{\boxed{④}}{1 - \boxed{⑤}} $$

と書けることがわかる。μ_{x+t}^B, μ_{x+t}^C についても同様である。

(2) x 歳における原因 A による脱退率 q_x^A を、脱退力を用いて表すと以下のようになる。

$$ q_x^A = \int_0^1 \exp\left\{ - \int_0^t \left(\boxed{\quad ⑥ \quad} \right) ds \right\} \cdot \boxed{⑦}\ dt $$

この式に(1)の結果を代入して整理すると、絶対脱退率 $q_x^{A*}, q_x^{B*}, q_x^{C*}$ を用いて、

$$ q_x^A = \int_0^1 \boxed{④} \cdot \left(\boxed{\quad ⑧ \quad} \right) \cdot \left(\boxed{\quad ⑨ \quad} \right)\ dt = \boxed{\qquad ⑩ \qquad} $$

と書けることがわかる。

問題 3.　(14 点)

次の空欄に当てはまる最も適当な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。ただし、①～⑨については一つの記号を記入すること。一つの記号とは例えば $\ddot{a}_x$, ${}^{\varepsilon}\ddot{a}_x$ などをいい、$\ddot{a}_x \cdot \ddot{a}_y$ や $\dfrac{\ddot{a}_y}{\ddot{a}_x}$ などは不可とする。一つの記号以外を記入した解答は採点の対象とならない。

2 名の被保険者 (x) (y) のどちらか遅い死亡の発生した年度末に保険金1を支払う最終生存者連生終身保険を考える。この保険は年払 終身払込とし、2 名の被保険者がともに生存している場合に限り保険料の払込が行われる。いま、査定の結果、(x) (y) ともに終身にわたって死亡指数が標準体より ε だけ高いとして、特別保険料（払込期間は n 年）を徴収することとなった。ここで、予定事業費率は次のとおりとする。

予定新契約費　：初回保険料収入の際に、保険金額1に対し α

予定維持費　：(a)各年度始に被保険者が共存している場合、保険金額1に対し γ_1

(b)各年度始に被保険者がどちらか1名だけ生存している場合、保険金額1に対し γ_2

また、(x) (y) の死亡率に対応する年金現価は、標準体に対する年金現価（$\ddot{a}_x$, $\ddot{a}_y$ 等）の左肩に ε を添えて（${}^{\varepsilon}\ddot{a}_x$, ${}^{\varepsilon}\ddot{a}_y$ 等）表わすものとする。

標準体に対する営業保険料を $P_{\overline{xy}}$、$(x)(y)$ の死亡率に対応する特別保険料を ${}^{\varepsilon}_{n}P_{\overline{xy}}$ とすると、収支相等の原則により次の2式が成り立つ。

$$P_{\overline{xy}} \cdot \boxed{①} = A_{\overline{xy}} + \alpha + \gamma_1 \cdot \boxed{①} + \gamma_2 \cdot (\boxed{②} + \boxed{③})$$

$${}^{\varepsilon}_{n}P_{\overline{xy}} \cdot \boxed{④} + P_{\overline{xy}} \cdot \boxed{⑤} = {}^{\varepsilon}A_{\overline{xy}} + \alpha + \gamma_1 \cdot \boxed{⑤} + \gamma_2 \cdot (\boxed{⑥} + \boxed{⑦})$$

この2つの関係式より、

$${}^{\varepsilon}_{n}P_{\overline{xy}} = \frac{1}{\boxed{④}}\{{}^{\varepsilon}A_{\overline{xy}} + \alpha + \gamma_1 \cdot \boxed{⑤} + \gamma_2 \cdot (\boxed{⑥} + \boxed{⑦})\} - P_{\overline{xy}} \cdot \frac{\boxed{⑤}}{\boxed{④}}$$

$$= \frac{1}{\boxed{④}}\{{}^{\varepsilon}A_{\overline{xy}} + \alpha + \gamma_1 \cdot \boxed{⑤} + \gamma_2 \cdot (\boxed{⑥} + \boxed{⑦})\}$$

$$- \frac{1}{\boxed{①}} \cdot \{A_{\overline{xy}} + \alpha + \gamma_1 \cdot \boxed{①} + \gamma_2 \cdot (\boxed{②} + \boxed{③})\} \cdot \frac{\boxed{⑤}}{\boxed{④}}$$

ここで $a_{x|y}=\boxed{\quad ⑧ \quad}-\boxed{\quad ⑨ \quad}$ 等を用いて上式を整理すると、${}_{n}^{\varepsilon}P_{\overline{xy}}$ 中の予定新契約費および予定維持費は、予定事業費率および年金現価を用いてそれぞれ次のとおり表すことができる。なお、ここでは平準純保険料式の責任準備金の積立を前提としているため、${}_{n}^{\varepsilon}P_{\overline{xy}}$ 中に占める予定新契約費、予定維持費は一定である。

(予定新契約費)　$\boxed{\quad ⑩ \quad}$

(予定維持費)　$\boxed{\quad ⑪ \quad}$

問題 4.

(22 点)

次の空欄に当てはまる一つの記号を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。一つの記号とは例えば N^{ii}_{x+t}, l^{ii}_x などをいい、$\sum_{t=1}^{h} N^{ii}_{x+t}$ や $\dfrac{l^{ii}_x}{l^{ii}_{x+1}}$ などは不可とする。一つの記号以外を記入した解答は採点の対象とならない。

就業者である x 歳の被保険者が、年払 終身払込終身保険(死亡保険金額1 保険金年末支払)に加入し、次の 2 つの特約を付加した。

特約名	給付内容
保険料払込免除特約	被保険者が y 歳に到達する前に就業不能になれば、それ以後の保険料払込を免除する。
保険金分割前払特約	被保険者が就業不能になれば、その年度末から死亡保険金の $\dfrac{1}{h}$ を h 年間支払う $(h \geq 2)$。その後の死亡時に未払いの保険金があれば、その年度末に残額を一時に支払う。

ただし、就業不能状態からの回復はないものとし、主契約、特約ともに予定事業費率は考慮しない。

(1) 主契約の年払平準純保険料を P_x とすると、保険料払込免除特約の一時払純保険料は、$P_x \cdot a_x^{a(i:\overline{y-x|})}$ となる。ここで、$a_x^{a(i:\overline{y-x|})}$ は、「x 歳の就業者が就業不能となった年度末から生存中支払われる年金の現価」から「y 歳以降に就業不能となった者に支払われる年金の現価」を除いたものに等しいから、

$$a_x^{a(i:\overline{y-x|})} = \boxed{(a)} - \frac{\boxed{(b)}}{\boxed{(c)}} \cdot \boxed{(d)}$$ である。

$$\boxed{(a)} = \frac{N^{ii}_x - D^{ii}_x \cdot \boxed{(e)}}{\boxed{(c)}}, \quad \boxed{(d)} = \frac{N^{ii}_y - D^{ii}_y \cdot \boxed{(f)}}{\boxed{(b)}}$$ を用いて右辺を変形すると、

$$a_x^{a(i:\overline{y-x|})} = \frac{N^{ii}_{x+1} - N^{ii}_y - D^{ii}_x \cdot \boxed{(g)}}{\boxed{(c)}} + \frac{D^{ii}_y - D^{ii}_x \cdot \dfrac{\boxed{(h)}}{\boxed{(i)}}}{\boxed{(c)}} \cdot \boxed{(f)}$$

$$= \boxed{(j)} + v^{y-x} \cdot \boxed{(k)} \cdot \boxed{(f)}$$ と書ける。

(2) 保険金分割前払特約の一時払純保険料を求める。

まず被保険者が $x+t$ 歳と $x+t+1$ 歳の間で就業不能となる場合を考える。このとき $x+t+1$ 歳における第１回の支払額については、本来ならば死亡の時点で支払われる額の現価 $\frac{1}{h}\cdot\boxed{(l)}$ を、$x+t+1$ 歳の時点で $\frac{1}{h}$ にして支払うから、その時点において

$$\frac{1}{h}\cdot(1-\boxed{(l)}) = \frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\boxed{(n)} = \frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\frac{\boxed{(o)}}{\boxed{(p)}}$$

の損失があることになる。第２回以後第 h 回までの支払額についても、それを早めて支払ったための損失額は同様に計算されるので，それら全部を $x+t+1$ 歳の時点の値にして加えた金額、すなわち

$$\frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{D^{i}_{x+t+s}}{\boxed{(p)}}\cdot\boxed{(q)} = \frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{\boxed{(r)}}{\boxed{(p)}}$$

は、$x+t$ 歳で就業不能となった者へ保険金を前払支払するための損失額の値である。

この損失額に対してその発生確率と v^{t+1} を掛けて、t について和をとればこの特約の一時払純保険料が得られ、それは

$$\sum_{t=0}^{\infty}\frac{\boxed{(s)}}{\boxed{(c)}}\cdot v\cdot\boxed{(t)}\cdot\left(\frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{\boxed{(r)}}{\boxed{(p)}}\right)$$

となる。

(3) $x+t$ 歳で就業不能となった者に対する、その直後の保険年度末における平準純保険料式責任準備金を考える。

ただし、主契約の責任準備金は、就業者と就業不能者とを区別せずに計算するのが一般的な方法であるが、ここでは、両者を区別して考えるものとする。また、保険料払込免除特約の責任準備金は $x+t+1$ 歳における払込免除を行う直前の値とし、保険金分割前払特約の責任準備金は $x+t+1$ 歳における分割前払を行う直前の値とする。

それぞれの責任準備金は以下のとおりである。

主契約　$\boxed{(l)} - P_x\cdot\boxed{(n)}$

保険料払込免除特約　$P_x\cdot\boxed{(n)}$

保険金分割前払特約　$\frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{\boxed{(r)}}{\boxed{(p)}}$

これらを合計すると、

$$\boxed{(l)} + \frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{\boxed{(r)}}{\boxed{(p)}} = 1-\boxed{(m)}\cdot\boxed{(n)} + \frac{\boxed{(m)}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h}\frac{\boxed{(r)}}{\boxed{(p)}}$$

$$= 1-\frac{\boxed{\text{(m)}}}{h}\cdot\frac{h\cdot\boxed{\text{(o)}}-\sum_{s=1}^{h}\boxed{\text{(r)}}}{\boxed{\text{(p)}}}$$

$$= 1-\frac{\boxed{\text{(m)}}}{h}\cdot\sum_{s=1}^{h-1}\boxed{\text{(u)}}$$

$$= \frac{1}{h}\cdot\left(1+\sum_{s=1}^{h-1}\boxed{\text{(v)}}\right)$$

となることがわかる。

以上

生 保 数 理 （解 答）

問題 1.

(Ⅰ)

設問番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
解答欄	(F)	(J)	(E)	(A)	(D)

解答は上の表のとおりであり、以下に各設問の解答方法を略記する。

(1)　二見隆　生命保険数学(上)　28 頁～30 頁　および　第 1 章練習問題(3)　の（5）番を参照 ……………………(F)

当初の返済額は、

$$\frac{10,000,000}{a_{\overline{30|}}(4.0\%)}=10,000,000\times\frac{i}{1-v^{30}}$$

$$=10,000,000\times\frac{0.04}{1-0.3083187}$$

$$=578,301$$

15 年経過時点の借入金残高は、

$$当初の返済額\times a_{\overline{15|}}(4.0\%)=\frac{10,000,000}{a_{\overline{30|}}(4.0\%)}\times a_{\overline{15|}}(4.0\%)$$

$$=10,000,000\times\frac{1-v^{15}}{1-v^{30}}$$

$$=10,000,000\times\frac{1-0.3083187^{\frac{1}{2}}}{1-0.3083187}$$

$$=6,429,774$$

軽減されたあとの返済額は、

$$\frac{6,429,774}{a_{\overline{15|}}(3.0\%)}=6,429,774\times\frac{0.03}{1-0.4119868^{\frac{1}{2}}}$$

$$=538,600$$

よって、年払返済金額の軽減額は、

578,301－538,600＝39,701 円

【別解】

15 年経過時点の借入金残高を求める際に次のような方法もある。

$$10{,}000{,}000\times\{(1+i)^{15}-\frac{s_{\overline{15}|}}{a_{\overline{30}|}}\}$$

$$=10{,}000{,}000\times\frac{(1+i)^{15}\left(a_{\overline{15}|}+v^{15}a_{\overline{15}|}\right)-(1+i)^{15}a_{\overline{15}|}}{a_{\overline{30}|}}$$

$$=10{,}000{,}000\times\frac{a_{\overline{15}|}}{a_{\overline{30}|}}$$

$$=10{,}000{,}000\times\frac{1-v^{15}}{1-v^{30}}$$

(2) 二見隆　生命保険数学(上)　第2章　練習問題　(1)　の（12）番を参照
……………………(J)

$\mu_x=-\dfrac{d\log l_x}{dx}$　より

$$\log l_x=\int(\frac{-3}{90-x}+\frac{10}{240-x})\ dx$$

$$=3\log(90-x)-10\log(240-x)+\log A$$　（Aは定数）

$$\therefore l_x=A\cdot\frac{(90-x)^3}{(240-x)^{10}}$$

よって　$${}_{40}p_{40}=\frac{l_{80}}{l_{40}}=\frac{\dfrac{(90-80)^3}{(240-80)^{10}}}{\dfrac{(90-40)^3}{(240-40)^{10}}}=\frac{5^7}{4^{10}}=0.0745$$

(3)　二見隆　生命保険数学(上)　第5章　練習問題　(1)　の（18）番を参照
……………………(E)

収支相等の原則から、年払平準純保険料をPとすると、

$$P\times\ddot{a}_{30}=A^{1}_{30:\overline{30}|}+\tfrac{1}{2}\times A_{30:\overline{30}|}^{\ \ \ \ 1}\times A_{60}$$

$$P=\frac{A^{1}_{30:\overline{30}|}+\dfrac{1}{2}\cdot v^{30}\cdot{}_{30}p_{30}\cdot A_{60}}{\ddot{a}_{30}}$$

ここで、$d=\dfrac{1-A_{30}}{\ddot{a}_{30}}=\dfrac{1-0.104}{17.233}=0.0519932687$　…………①

$$A_{30:\overline{30}|}=1-d\times\ddot{a}_{30:\overline{30}|}=1-0.0519932687\times15.051=0.2174493128$$

また、　$\ddot{a}_{30}=\ddot{a}_{30:\overline{30}|}+v^{30}\cdot{}_{30}p_{30}\cdot\ddot{a}_{60}$ より、

$$A_{30:\frac{1}{\overline{30}|}} = v^{30}\cdot{}_{30}p_{30} = \frac{\ddot{a}_{30} - \ddot{a}_{30:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{60}} = \frac{17.233 - 15.051}{12.085} = 0.180554406\cdots$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{30}|} = A_{30:\overline{30}|} - A_{30:\frac{1}{\overline{30}|}} = 0.0368949065\ \ldots\ldots$$

であるから、

$$P = \frac{0.0368949065\ \ + 0.5 \times 0.180554406\ \times 0.380}{17.233} = 0.00413162\ \ldots\ldots$$

したがって、

$${}_{30}V = 0.5\cdot A_{60} - P\cdot\ddot{a}_{60} = 0.5\times 0.380 - 0.00413162\ \times 12.085\ \fallingdotseq\ 0.14$$

【別解1】

$${}_{30}V = 0.5\cdot A_{60} - P\cdot\ddot{a}_{60} \qquad \text{ここで、}\ P = \frac{A^{\,1}_{30:\overline{30}|} + 0.5\cdot\left(A_{30} - A^{\,1}_{30:\overline{30}|}\right)}{\ddot{a}_{30}}$$

$$\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = \frac{N_{30} - N_{60}}{D_{30}} = \frac{17.233\cdot D_{30} - 12.085\cdot D_{60}}{D_{30}} = 15.051\ \text{より、}$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{30}|} = \frac{M_{30} - M_{60}}{D_{30}} = \frac{0.104\cdot D_{30} - 0.380\cdot D_{60}}{D_{30}} = 0.104 - 0.380\times\frac{2.182}{12.085}$$

したがって、

$${}_{30}V = 0.5\times 0.380 - \frac{0.5\times\left(0.104 - 0.380\times\dfrac{2.182}{12.085}\right) + 0.5\times 0.104}{17.233}\times 12.085 = 0.141125\cdots$$

【別解2】

前記の解法のなかの式①において　$x = 60$　とするとき

$$d = \frac{1 - A_{60}}{\ddot{a}_{60}} = \frac{1 - 0.380}{12.085} = 0.0513032685$$

$$A_{30:\overline{30}|} = 1 - d\times\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 1 - 0.0513032685\ \times 15.051 = 0.2278345058\cdots\cdots$$

$$A_{30:\frac{1}{\overline{30}|}} = v^{30}\cdot{}_{30}p_{30} = \frac{\ddot{a}_{30} - \ddot{a}_{30:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{60}} = \frac{17.233 - 15.051}{12.085} = 0.1805544063\ \cdots\cdots$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{30}|} = A_{30:\overline{30}|} - A_{30:\frac{1}{\overline{30}|}} = 0.0472800995\ \ \cdots\cdots$$

であるから、

$$P = \frac{0.0472800995 + 0.5\times 0.180554406\times 0.380}{17.233} = 0.00473426\cdots\cdots$$

したがって、

$${}_{30}V = 0.5\cdot A_{60} - P\cdot\ddot{a}_{60} = 0.5\times 0.380 - 0.00473426\ \times 12.085 \fallingdotseq 0.13$$

以上の結果から、(D) も正解とした。

(4) 二見隆　生命保険数学(下)　13 頁～18 頁および第 8 章　練習問題　(4)番を参照
……………………(A)

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{[10z]}={}_tV_{x:\overline{n}|}-\alpha\cdot\frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}=1-\frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-\alpha\cdot\frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}$$

$h=10, t=1$ のとき　題意より

$$1-\frac{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-\alpha\cdot\frac{\ddot{a}_{x+1:\overline{9}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}=0$$ かつ $2\times\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=13$ 、 $\alpha=0.02$

したがって、$\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}+0.04\times\ddot{a}_{x+1:\overline{9}|}=13$ ………………………… ①となる。

一方、

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=1+v\times p_x\times\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}=13$　　$\therefore\ \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}=\dfrac{12}{v\times p_x}$

$\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=1+v\times p_x\times\ddot{a}_{x+1:\overline{9}|}=6.5$　　$\therefore\ \ddot{a}_{x+1:\overline{9}|}=\dfrac{5.5}{v\times p_x}$

これらを①式に代入して、$p_x=\dfrac{12.22}{13}\times1.02$　　なので

$p_x=0.9588$

【別解】

初年度の純保険料を P_1 とすると、 $\left({}_0V_{x:\overline{n}|}^{[10z]}+P_1\right)\cdot(1+i)=q_x+p_x\cdot{}_1V_{x:\overline{n}|}^{[10z]}$

ここで、${}_0V_{x:\overline{n}|}^{[10z]}={}_1V_{x:\overline{n}|}^{[10z]}=0$ であるから、

$$\begin{aligned}p_x&=1-q_x\\&=1-P_1\cdot(1+i)\\&=1-\left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-d-\alpha+\frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}\right)\cdot(1+i)\\&=1-\left(\frac{1}{13}-\frac{0.02}{1.02}-0.02+\frac{0.02}{6.5}\right)\cdot1.02\\&=0.9588\end{aligned}$$

(5) 二見隆　生命保険数学(下)　第 12 章　練習問題(2)の（18),（19),（20）番などを参照
……………………(D)

（1）4 人生存している場合の年金現価

$2\ddot{a}_{xxxx}$

（2）3 人が生存している場合の年金現価

$${}_4C_3\cdot\ddot{a}_{xxx}-{}_4C_1\cdot\ddot{a}_{xxxx}$$

（３）２人が生存している場合の年金現価

$$0.5\times({}_4C_2\cdot\ddot{a}_{xx}-{}_3C_1\cdot{}_4C_3\cdot\ddot{a}_{xxx}+{}_4C_2\cdot\ddot{a}_{xxxx})$$

（４） １人が生存している場合の年金現価

$$0.25\times({}_4C_1\cdot\ddot{a}_{x}-{}_2C_1\cdot{}_4C_2\cdot\ddot{a}_{xx}+{}_3C_2\cdot{}_4C_3\cdot\ddot{a}_{xxx}-{}_4C_3\cdot\ddot{a}_{xxxx})$$

求める年金現価は上記（１）、（２）、（３）、（４）の計となるので、整理すると

$\ddot{a}_{x}+\ddot{a}_{xxx}$ となる。

（Ⅱ） 二見隆 生命保険数学(下) 第７章 練習問題 (2)番を参照

$$P^{*}=0.5\cdot P^{*}\cdot(IA)^{\,1}_{x:\overline{30|}}+A^{\,1}_{x:\overline{30|}}+P^{*}\cdot\{0.5+0.1\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{5|}}-\ddot{a}_{x:\overline{1|}})+0.05\cdot(\ddot{a}_{x:\overline{10|}}-\ddot{a}_{x:\overline{5|}})\}$$

$$+0.03\cdot P^{*}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{30|}}+0.001\cdot\ddot{a}_{x:\overline{30|}}+0.002\cdot A^{\,1}_{x:\overline{30|}}$$ したがって

$$P^{*}=\frac{1.002A^{\,1}_{x:\overline{30|}}+0.001\ddot{a}_{x:\overline{30|}}}{0.97\ddot{a}_{x:\overline{30|}}-0.05\ddot{a}_{x:\overline{10|}}-0.05\ddot{a}_{x:\overline{5|}}-0.4-0.5\cdot(IA)^{\,1}_{x:\overline{30|}}}$$

（答）① $$\frac{1.002A^{\,1}_{x:\overline{30|}}+0.001\ddot{a}_{x:\overline{30|}}}{0.97\ddot{a}_{x:\overline{30|}}-0.05\ddot{a}_{x:\overline{10|}}-0.05\ddot{a}_{x:\overline{5|}}-0.4-0.5\cdot(IA)^{\,1}_{x:\overline{30|}}}$$

ここで $A^{\,1}_{x:\overline{30|}}=1-\ddot{a}_{x:\overline{30|}}+a_{x:\overline{30|}}$ 、$(IA)^{\,1}_{x:\overline{30|}}=\ddot{a}_{x:\overline{30|}}-\dfrac{i}{1+i}(I\ddot{a})_{x:\overline{30|}}-30\cdot A^{\,1}_{x:\overline{30|}}$

（二見隆著 生命保険数学 上巻 第４章 練習問題(3) の(1)番を参照）を代入して $i=0.06$,

$\ddot{a}_{x:\overline{5|}}=4.456427$, $\ddot{a}_{x:\overline{10|}}=7.765041$, $\ddot{a}_{x:\overline{30|}}=14.260724$, $a_{x:\overline{30|}}=13.412595$,

$(I\ddot{a})_{x:\overline{30|}}=158.713971$を代入すると $P^{*}=0.0133560\ldots$

（答）② 0.013356

問題2. 二見隆　生命保険数学(上)　第3章　脱退残存表86頁～90頁を参照

設問番号	解答
①	${}_{s}q_{x}^{A*}$
②	μ_{x+s}^{A}
③	t
④	q_{x}^{A*}
⑤	$t\cdot q_{x}^{A*}$
⑥	$\mu_{x+s}^{A}+\mu_{x+s}^{B}+\mu_{x+s}^{C}$
⑦	μ_{x+t}^{A}
⑧	$1-t\cdot q_{x}^{B*}$
⑨	$1-t\cdot q_{x}^{C*}$
⑩	$q_{x}^{A*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_{x}^{B*}+q_{x}^{C*}\right)+\frac{1}{3}\cdot q_{x}^{B*}\cdot q_{x}^{C*}\right\}$

⑧と⑨とは逆、すなわち ⑧　$1-t\cdot q_{x}^{C*}$　⑨　$1-t\cdot q_{x}^{B*}$ も正解

x歳の人が$x+t$歳（$0\leq t\leq 1$）になるまでの絶対脱退率${}_{t}q_{x}^{A*}$は、次のように書ける。

$$ {}_{t}q_{x}^{A*}=\int_{0}^{t}\left(1-\quad {}_{s}q_{x}^{A*}\quad\right)\cdot\quad \mu_{x+s}^{A}\,ds $$

一方、題意より、${}_{t}q_{x}^{A*}=\quad t\quad\cdot q_{x}^{A*}$であるから、

$$ \int_{0}^{t}\left(1-{}_{s}q_{x}^{A*}\right)\cdot\mu_{x+s}^{A}\,ds=\quad t\cdot q_{x}^{A*} $$

となる。この両辺をtで微分すると、$\left(1-{}_{t}q_{x}^{A*}\right)\cdot\mu_{x+t}^{A}=q_{x}^{A*}$

$$ \therefore\qquad \mu_{x+t}^{A}=\frac{q_{x}^{A*}}{1\quad-\quad t\cdot q_{x}^{A*}} $$

と書けることがわかる。$\mu_{x+t}^{B},\mu_{x+t}^{C}$についても同様である。

(2)　x歳における原因Aによる脱退率q_{x}^{A}を脱退力を用いて表すと、次のとおりとなる。

$$ q_{x}^{A}=\int_{0}^{1}\exp\left\{-\int_{0}^{t}\left(\mu_{x+s}^{A}+\mu_{x+s}^{B}+\mu_{x+s}^{c}\right)ds\right\}\cdot\quad\mu_{x+t}^{A}\quad dt $$

この式に(1)の結果を代入して整理すると、絶対脱退率$q_x^{A*}, q_x^{B*}, q_x^{C*}$を用いて、

$$q_x^A = \int_0^1 \exp\left\{-\int_0^t \left(\frac{q_x^{A*}}{1-s\cdot q_x^{A*}} + \frac{q_x^{B*}}{1-s\cdot q_x^{B*}} + \frac{q_x^{C*}}{1-s\cdot q_x^{C*}}\right)ds\right\}\cdot\frac{q_x^{A*}}{1-t\cdot q_x^{A*}}dt$$

$$= \int_0^1 \exp\left\{\left[\log\left(1-s\cdot q_x^{A*}\right)+\log\left(1-s\cdot q_x^{B*}\right)+\log\left(1-s\cdot q_x^{C*}\right)\right]_0^t\right\}\cdot\frac{q_x^{A*}}{1-t\cdot q_x^{A*}}dt$$

$$= \int_0^1 \left(1-t\cdot q_x^{A*}\right)\cdot\left(1-t\cdot q_x^{B*}\right)\cdot\left(1-t\cdot q_x^{C*}\right)\cdot\frac{q_x^{A*}}{1-t\cdot q_x^{A*}}dt$$

$$= \int_0^1 q_x^{A*}\cdot\left(1-t\cdot q_x^{B*}\right)\cdot\left(1-t\cdot q_x^{C*}\right)dt$$

$$= q_x^{A*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_x^{B*}+q_x^{C*}\right)+\frac{1}{3}\cdot q_x^{B*}\cdot q_x^{C*}\right\}$$

と書けることがわかる。

問題 3. 特別保険料については二見隆　生命保険数学(上)　159 頁を参照

予定事業費については二見隆　生命保険数学(下)　2 頁～4 頁を参照

設問番号	解答	設問番号	解答	設問番号	解答
①	$\ddot{a}_{xy}$	⑤	${}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}$	⑨	a_{xy}
②	$a_{x\mid y}$ または $a_{\overline{xy}}$	⑥	${}^\varepsilon a_{x\mid y}$ または ${}^\varepsilon a_{\overline{xy}}$	⑩	$\frac{\alpha}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}\times\left\{1-\frac{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\right\}$
③	$a_{y\mid x}$ または $-a_{xy}$	⑦	${}^\varepsilon a_{y\mid x}$ または $-{}^\varepsilon a_{xy}$	⑪	$\frac{\gamma_2}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}\left\{\left({}^\varepsilon\ddot{a}_x+{}^\varepsilon\ddot{a}_y\right)-\frac{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\left(\ddot{a}_x+\ddot{a}_y\right)\right\}$
④	${}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}$	⑧	a_y		

② と ③とは逆、すなわち ②　$a_{y\mid x}$ または $-a_{xy}$ ③　$a_{x\mid y}$ または $a_{\overline{xy}}$でも正解。

⑥ と ⑦とは逆、すなわち ⑥ ${}^\varepsilon a_{y\mid x}$ または $-{}^\varepsilon a_{xy}$ ⑦ ${}^\varepsilon a_{x\mid y}$ または ${}^\varepsilon a_{\overline{xy}}$でも正解。

$$P_{\overline{xy}}\cdot\ddot{a}_{xy}=A_{\overline{xy}}+\alpha+\gamma_1\cdot\ddot{a}_{xy}+\gamma_2\left(a_{x\mid y}+a_{y\mid x}\right)$$

$${}^\varepsilon_n P_{\overline{xy}}\cdot{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}+P_{\overline{xy}}\cdot{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}={}^\varepsilon A_{\overline{xy}}+\alpha+\gamma_1\cdot{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}+\gamma_2\left({}^\varepsilon a_{x\mid y}+{}^\varepsilon a_{y\mid x}\right)$$

$${}^\varepsilon_n P_{\overline{xy}}=\frac{1}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}\times\left\{{}^\varepsilon A_{\overline{xy}}+\alpha+\gamma_1\times{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}+\gamma_2\left({}^\varepsilon a_{x\mid y}+{}^\varepsilon a_{y\mid x}\right)\right\}-P_{\overline{xy}}\cdot\frac{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}}{{}^\varepsilon a_{xy:\overline{n}\mid}}$$

$${}^\varepsilon_n P_{\overline{xy}}=\frac{1}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}\times\left\{{}^\varepsilon A_{\overline{xy}}+\alpha+\gamma_1\times{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}+\gamma_2\left({}^\varepsilon a_{x\mid y}+{}^\varepsilon a_{y\mid x}\right)\right\}$$

$$-\frac{1}{\ddot{a}_{xy}}\times\left\{A_{\overline{xy}}+\alpha+\gamma_1\times\ddot{a}_{xy}+\gamma_2\left(a_{x\mid y}+a_{y\mid x}\right)\right\}\times\frac{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}$$

(予定新契約費)　$\frac{\alpha}{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy:\overline{n}\mid}}\times\left\{1-\frac{{}^\varepsilon\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\right\}$

(予定維持費)

$$\left(\gamma_1\cdot\frac{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}+\gamma_2\cdot\frac{{}^{\varepsilon}a_{x|y}+{}^{\varepsilon}a_{y|x}}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}\right)-\left(\gamma_1\cdot\frac{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}+\gamma_2\cdot\frac{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\cdot\frac{a_{x|y}+a_{y|x}}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}\right)$$

$$=\frac{\gamma_2}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}\left\{\left({}^{\varepsilon}a_{x|y}+{}^{\varepsilon}a_{y|x}\right)-\frac{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\left(a_{x|y}+a_{y|x}\right)\right\}$$

[ここで ${}^{\varepsilon}a_{x|y}+{}^{\varepsilon}a_{y|x}={}^{\varepsilon}a_x+{}^{\varepsilon}a_y-2\times{}^{\varepsilon}a_{xy}={}^{\varepsilon}\ddot{a}_x+{}^{\varepsilon}\ddot{a}_y-2\times{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}$,

$a_{x|y}+a_{y|x}=a_x+a_y-2\times a_{xy}=\ddot{a}_x+\ddot{a}_y-2\times\ddot{a}_{xy}$ より]

$$=\frac{\gamma_2}{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}\left\{\left({}^{\varepsilon}\ddot{a}_x+{}^{\varepsilon}\ddot{a}_y\right)-\frac{{}^{\varepsilon}\ddot{a}_{xy}}{\ddot{a}_{xy}}\left(\ddot{a}_x+\ddot{a}_y\right)\right\}$$

(注) 解答にあたって支障はないが、出題時の問題文の一部に、指定テキストと相違する表記があったため、指定テキストと同じ表記に改めて記載した。(復帰年金を $\ddot{a}_{x|y}$ と表記していたものを $a_{x|y}$ と改めて記載した。) なお、採点にあたっては、指定テキストの表記であっても、問題文どおりの表記 (⑧ $\ddot{a}_y$ ⑨ $\ddot{a}_{xy}$) であっても正解とした。

問題 4.　保険料払込免除特約については二見隆　生命保険数学(下)　166 頁を参照
保険金分割前払特約については　同じく 168 頁～170 頁を参照

設問番号	解答	設問番号	解答	設問番号	解答
(a)	a_x^{ai}	(j)	$a^{ai}_{x:\overline{y-x-1}\vert}$	(s)	D^{aa}_{x+t}
(b)	D_y^{aa}	(k)	${}_{y-x}p_x^{ai}$	(t)	p^{ai}_{x+t}
(c)	D_x^{aa}	(l)	A^i_{x+t+1}	(u)	$\ddot{a}^i_{x+t+1:\overline{s}\vert}$
(d)	a_y^{ai}	(m)	d	(v)	$A^i_{x+t+1:\overline{s}\vert}$
(e)	$\ddot{a}_x^i$	(n)	$\ddot{a}^i_{x+t+1}$		
(f)	$\ddot{a}_y^i$	(o)	N^i_{x+t+1}		
(g)	$a^i_{x:\overline{y-x-1}\vert}$	(p)	D^i_{x+t+1}		
(h)	D_y^i	(q)	$\ddot{a}^i_{x+t+s}$		
(i)	D_x^i	(r)	N^i_{x+t+s}		

(s) と (t)とは逆、すなわち (s)　p^{ai}_{x+t}　(t)　D^{aa}_{x+t} でも正解。

（1）の補足説明

$$a_x^{a(i:\overline{y-x})} = a_x^{ai} - \frac{D_y^{aa}}{D_x^{aa}} \cdot a_y^{ai}$$

である。ここで、$a_x^{ai} = \dfrac{N_x^{ii} - D_x^{ii} \cdot \ddot{a}_x^i}{D_x^{aa}}$, $a_y^{ai} = \dfrac{N_y^{ii} - D_y^{ii} \cdot \ddot{a}_y^i}{D_y^{aa}}$ を用いて右辺を変形すると、

$$a_x^{a(i:\overline{y-x})} = \frac{N_x^{ii} - D_x^{ii}\dfrac{N_x^i}{D_x^i} - N_y^{ii} + D_y^{ii}\ddot{a}_y^i}{D_x^{aa}} \qquad (\because \ddot{a}_y^i = \frac{N_y^i}{D_y^i})$$

$$= \frac{N_x^{ii} - N_y^{ii} - D_x^{ii}\dfrac{N_x^i - N_y^i}{D_x^i}}{D_x^{aa}} + \frac{D_y^{ii} - D_x^{ii}\dfrac{D_y^i}{D_x^i}}{D_x^{aa}}\ddot{a}_y^i$$

$$= \frac{N_x^{ii} - N_y^{ii} - D_x^{ii}(1 + a^i_{x:\overline{y-x-1}|})}{D_x^{aa}} + \frac{D_y^{ii} - D_x^{ii}\dfrac{D_y^i}{D_x^i}}{D_x^{aa}}\ddot{a}_y^i$$

$$(\because \frac{N_x^i - N_y^i}{D_x^i} = \ddot{a}^i_{x:\overline{y-x}|} = 1 + a^i_{x:\overline{y-x-1}|})$$

$$= \frac{N_{x+1}^{ii} - N_y^{ii} - D_x^{ii} \cdot a^i_{x:\overline{y-x-1}|}}{D_x^{aa}} + \frac{D_y^{ii} - D_x^{ii} \cdot \dfrac{D_y^i}{D_x^i}}{D_x^{aa}} \cdot \ddot{a}_y^i$$

$$= a^{ai}_{x:\overline{y-x-1}|} + v^{y-x} \cdot {}_{y-x}p_x^{ai} \cdot \ddot{a}_y^i$$