保険数学 2（問題）

問題1．次の(1)から(5)までについて、それぞれ選択肢の中から正しい答えを一つ選んで、所定の解答用紙の指定欄にその記号［(A) から (J) のうちいずれか一つ。］を記入せよ。 (40 点)

(1)ある２重脱退表で、原因 A による脱退率は常に 0.19、原因 B により脱退する者の数は常に $\dfrac{0.19}{999}l_0$ であるとする。このとき、この２重脱退表の最終年齢に最も近いものは次のうちどれか。なお、必要ならば $\log_{10}3=0.4771$ を用いよ。

(A)	15	(B)	18	(C)	21	(D)	24	(E)	27
(F)	30	(G)	33	(H)	36	(I)	39	(J)	42

(2) 脱退原因が A,B,C である３重脱退表で、絶対脱退率が
$q_x^{A*}=0.1,\quad q_x^{B*}=0.2,\quad q_x^{C*}=0.3$ のとき、A 脱退率 q_x^A と $p_x^*\left(={}^{l_{x+1}}\!/_{l_x}\right)$ の比 q_x^A/p_x^* の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、各脱退はそれぞれ独立かつ１年を通じて一様に発生するものとする。

(A)	0.1525	(B)	0.1526	(C)	0.1527	(D)	0.1528	(E)	0.1529
(F)	0.1530	(G)	0.1531	(H)	0.1532	(I)	0.1533	(J)	0.1534

(3) x 歳加入 保険期間２年 年払 全期払込の死亡保険（保険金年末支払）において、死因 A による死亡では保険金額１を、死因 B（死因 A 以外のすべての死因）による死亡では保険金額３を支払う定期保険を考える。
ここで、死因 A による絶対死亡率は $q_x^{A*}=q_{x+1}^{A*}=0.01$、死因 B による絶対死亡率は $q_x^{B*}=q_{x+1}^{B*}=0.02$ であり、各死因による死亡はそれぞれ独立かつ１年を通じて一様に発生するものとする。このとき、この保険の年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、予定利率は 3.00%とし、予定事業費は次のとおりとする。

予定新契約費：新契約時に死因 A による保険金額１に対し、0.020
予定集金経費：保険料払込のつど、営業保険料１に対し、0.030
予定維持費　：毎年始に死因 A による保険金額１に対し、0.002

(A)	0.0823	(B)	0.0825	(C)	0.0827	(D)	0.0829	(E)	0.0831
(F)	0.0833	(G)	0.0835	(H)	0.0837	(I)	0.0839	(J)	0.0841

(4) 死亡･就業不能脱退残存表が以下のとおり与えられるとき、${}_3p_{45}^{a}$の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ１年を通じて一様に発生するものとする。

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}	l_x	d_x
45	96,330	276	77	756	13	97,086	289
46	95,977	308	85	820	15	96,797	323
47	95,584	344	94	890	17	96,474	361

(A) 0.9279 (B) 0.9357 (C) 0.9435 (D) 0.9513 (E) 0.9591
(F) 0.9669 (G) 0.9747 (H) 0.9825 (I) 0.9903 (J) 0.9981

(5) 死亡・就業不能脱退残存表において、生存者総数に占める就業不能者数の割合が x 歳では 0.035420、$x+1$ 歳では 0.040097 であるとする。x 歳の絶対死亡率が 0.013626、x 歳の就業不能者の絶対死亡率が 0.035671 のとき、x 歳の就業者が１年以内に就業不能になる確率 $q_x^{(i)}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ１年を通じて一様に発生するものとする。

(A) 0.0055 (B) 0.0056 (C) 0.0057 (D) 0.0058 (E) 0.0059
(F) 0.0060 (G) 0.0061 (H) 0.0062 (I) 0.0063 (J) 0.0064

問題 2. 次の空欄に当てはまる最も適当な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。ただし、$\boxed{⑯}$, $\boxed{⑰}$, $\boxed{⑲}$ については1つの記号を記入すること。

(20 点)

平準純保険料式責任準備金についての再帰式が

$$P_{xy:\overline{n}|} + {}_tV_{xy:\overline{n}|} - v\cdot\left(\frac{t+1}{n}q_{y+t} + p_{y+t}\cdot q_{x+t}\cdot B_{y+t+1:\overline{n-t-1}|}\right) = vp_{x+t,y+t}\cdot {}_{t+1}V_{xy:\overline{n}|}$$

$$(t=0,1,2,\cdots,n-1)$$

により、与えられる保険の純保険料 $P_{xy:\overline{n}|}$ を以下の方法により求める。

ここに

$$\left(\begin{array}{l} B_{y+t+1:\overline{n-t-1}|} = \dfrac{1}{D_{y+t+1}}\left[\dfrac{1}{n}\left\{(t+1)\cdot M_{y+t+1} + R_{y+t+1} - R_{y+n} - nM_{y+n}\right\} + D_{y+n}\right] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (t=0,1,2,\cdots,n-1) \\ {}_0V_{xy:\overline{n}|} = 0 \quad , \quad {}_nV_{xy:\overline{n}|} = 1 \end{array}\right)$$

とする。

最初に、再帰式の両辺に $\boxed{①}$ を乗じて整理すると

$$P_{xy:\overline{n}|}\cdot\boxed{①}$$

$$= {}_{t+1}V_{xy:\overline{n}|}\cdot\boxed{②} - {}_tV_{xy:\overline{n}|}\cdot\boxed{①} + \frac{t+1}{n}\cdot\boxed{③} + \boxed{④}\cdot B_{y+t+1:\overline{n-t-1}|}$$

$t=0,1,2,\cdots,n-1$ を代入して辺々を加えれば、

$$P_{xy:\overline{n}|}\sum_{t=0}^{n-1}\boxed{①} = \boxed{⑤} + \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}(t+1)\cdot\boxed{③} + \sum_{t=0}^{n-1}\boxed{④}\cdot B_{y+t+1:\overline{n-t-1}|} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで与えられた $B_{y+t+1:\overline{n-t-1}|}$ を右辺に代入して整理すれば、

(1)式の右辺

$$= \boxed{⑤} + \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\left\{(t+1)\left(\boxed{③} + \frac{\boxed{④}}{D_{y+t+1}}\cdot M_{y+t+1}\right) + \frac{\boxed{④}}{D_{y+t+1}}\cdot R_{y+t+1}\right\}$$

$$+\left(D_{y+n} - M_{y+n} - \frac{1}{n}R_{y+n}\right)\sum_{t=0}^{n-1}\frac{\boxed{④}}{D_{y+t+1}} \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

ここで、$\boxed{③} = \boxed{⑥} - \boxed{⑦}$, $\dfrac{\boxed{④}}{D_{y+t+1}} = \boxed{⑧} - \boxed{⑨}$

であるから、

これを用いれば、

$$(2)\text{式の第2項}=\frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\Big[(t+1)\Big\{\boxed{⑥}-\boxed{⑦}+(\boxed{⑧}-\boxed{⑨})\cdot M_{y+t+1}\Big\}$$

$$+(\boxed{⑧}-\boxed{⑨})\cdot R_{y+t+1}\ \Big]$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\Big\{\boxed{⑥}+(\boxed{⑧}-\boxed{⑨})\cdot R_{y+t+1}\Big\}-\boxed{⑩}$$

$$=\frac{1}{n}(\boxed{⑪}-\boxed{⑫})-\boxed{⑩}$$

$$(2)\text{式の第3項}=\left(D_{y+n}-M_{y+n}-\frac{1}{n}R_{y+n}\right)\cdot(\boxed{⑬}-\boxed{⑭})$$

と$\sum$ のない形に表すことができる。

したがって、

$$(1)\text{式の右辺}=\boxed{⑤}+\frac{1}{n}(\boxed{⑪}-\boxed{⑫})-\boxed{⑩}$$

$$+\left(D_{y+n}-M_{y+n}-\frac{1}{n}R_{y+n}\right)\cdot(\boxed{⑬}-\boxed{⑭})$$

$$=\boxed{⑮}\cdot\left(\frac{1}{n}\cdot\boxed{⑯}+\boxed{⑰}\right)$$

となる。

一方、

$$(1)\text{式の左辺}=P_{xy:\overline{n}|}\sum_{t=0}^{n-1}\boxed{①}$$

$$=P_{xy:\overline{n}|}\cdot\boxed{⑮}\cdot\sum_{t=0}^{n-1}\boxed{⑱}$$

$$=P_{xy:\overline{n}|}\cdot\boxed{⑮}\cdot\boxed{⑲}$$

と$\sum$ のない形に表すことができる。

よって、

$$P_{xy:\overline{n}|}=\frac{\frac{1}{n}\cdot\boxed{⑯}+\boxed{⑰}}{\boxed{⑲}}$$

が求められた。

問題３．次の空欄に当てはまる最も適当な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（20点）

x歳加入　n年満期　年払　全期払込の有配当養老保険（保険金額１　保険金年末支払）を考える。このとき次の前提により予想積立配当金累計額の、契約時点における現価を以下の計算手順にしたがって求める。

（前提）

a. 各保険年度の予想利回り　i'　と予定利率iの差に基づいて計算される利差配当のみをその保険年度における予想配当金とする。($i' \geqq i \geqq 0$)　すなわち、死亡率・事業費率は予定どおりとし、利差以外の剰余はないものとする。

b. 各保険年度の予想配当金は保険年度始に被保険者が生存している契約に対してその保険年度末に分配されるものとする。

c. 各保険年度に分配された予想配当金は翌保険年度の年単位の契約応当日以降、その保険年度以前の予想積立配当金累計額とともに契約が有効に続く限り積立利率　i　で積み立てられるものとする。

d. c.により累積して積み立てられる予想積立配当金累計額は契約の死亡による消滅時の直後の年単位の契約応当日、もしくは満期時に最終保険年度の予想配当金とともに支払われるものとする。

（計算手順）

まず、第t保険年度に関する、予定利率i及び予想利回りi'　についての２つの責任準備金の再帰式を表わすと、

$$\left(\boxed{\text{①}}+\boxed{\text{②}}\right)\cdot(1+i')-q_{x+t-1}-p_{x+t-1}\cdot\boxed{\text{③}}=G_t\cdots（１）$$

$$\left(\boxed{\text{①}}+\boxed{\text{②}}\right)\cdot(1+i)-q_{x+t-1}-p_{x+t-1}\cdot\boxed{\text{③}}=0\cdots（２）$$

となる。

ただし、G_tは第t保険年度末に分配される１件あたりの予想配当金とする。

（１）式の両辺から（２）式の両辺を引くことにより、

$$G_t=\left(\boxed{\text{①}}+\boxed{\text{②}}\right)\cdot(i'-i)\cdots（３）$$

ここで第t保険年度に死亡する契約の第t保険年度末の予想積立配当金累計額は、

$$\sum_{s=1}^{t}G_s\cdot\boxed{\text{④}}$$

であるから、予想積立配当金累計額の契約時点の現価（１件あたり）をTGとすると、

$$TG=\sum_{t=1}^{n}\left\{v^t\cdot\boxed{\text{⑤}}\cdot\left(\sum_{s=1}^{t}G_s\cdot\boxed{\text{④}}\right)\right\}+v^n\cdot\boxed{\text{⑥}}\cdot\sum_{s=1}^{n}G_s\cdot\boxed{\text{⑦}}$$

これを計算すると、$TG=\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot\boxed{\text{⑧}}\cdot G_t$　となる。　このG_tに（３）を代入し、計算することにより　　$TG=\boxed{\text{⑨}}\cdot\left(A_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}+\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\boxed{\text{⑩}}\right)$　となる。

したがって予想積立配当金累計額の契約時点における現価は

『第ｔ保険年度末に生存している場合に$\boxed{\text{⑨}}\cdot\boxed{\text{⑩}}$が支払われ、死亡した場合にはその保険年度末に$\boxed{\text{⑨}}$が支払われる$n$年満期の保険の一時払純保険料に等しい。』と解釈できることがわかる。

問題 4. （ 20 点）

（1） 連合生命に関する次の文章の空欄に当てはまる最も適切な記号、数値または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。

死亡表がゴムパーツの法則、すなわち $\mu_x = Bc^x$ $(B, c$は定数$)$ に従っているとする。

a. 最初に、${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = f(c)\,{}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70}$ と表せることを示す。

${}_{s}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70}$ について、50 歳の被保険者の死亡に着目して式を作ると、

${}_{s}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = \int_0^s {}_{t}q_{40} \cdot \boxed{\text{①}} \cdot {}_{s-t}q_{\overset{1}{60+t},70+t}\,dt$ であるから、$s \to \infty$ とすれば、

${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = \int_0^{\infty} {}_{t}q_{40} \cdot \boxed{\text{①}} \cdot {}_{\infty}q_{\overset{1}{60+t},70+t}\,dt$ ‥‥‥(i) である。 また、

${}_{\infty}q_{\overset{1}{60+t},70+t} = \int_0^{\infty} {}_{s}p_{60+t,70+t} \cdot \boxed{\text{②}}\, ds = \dfrac{1}{\boxed{\text{③}}}\, {}_{\infty}q_{60+t,70+t}$ ‥‥‥(ii)

と表せる（ただし、②、③とも定数 B または c を用いて表すこと）。

ここで、${}_{\infty}q_{60+t,70+t} = \boxed{\text{④}}$ であるから、(ii) 式を (i) 式に代入すると

${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = \boxed{\text{⑤}} \cdot {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70}$ と表せることから題意が示された。

b. 次に、a.の結果を用いて ${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}}$ を求める。

${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}} = {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} + \boxed{\text{⑥}}$ ‥‥‥(iii) であるが、$\boxed{\text{⑥}}$ は a. と同様に、

$\boxed{\text{⑥}} = \boxed{\text{⑦}} \cdot {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70}$ と表せる。

ここで、(iii) 式の第1項は3人の連合生命の条件付生命確率と4人の連合生命の条件付生命確率との差を用いて、

$\boxed{\text{⑤}} \cdot \left({}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70} - \boxed{\text{⑧}} \right)$ と変形でき、第2項 $\boxed{\text{⑥}}$ も同様に表現できる。

一方、死亡表がゴムパーツの法則に従うことから、${}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70}$ は定数 c を用いて、

${}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70} = \boxed{\text{⑨}}$ と表せる。

同様にして、(iii) 式の右辺はすべて c を用いて表現できる。

ここで、$c^{10} = 2$ とすると、${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}} = \boxed{\text{⑩}}$

（小数点以下第5位を四捨五入して、小数点以下第4位までを求める）となる。

問題 4

(2) 次の空欄に当てはまる最も適切な数値を所定の解答用紙の指定欄に記入するとともに、その計算過程を同じく解答用紙の指定欄に記入せよ。計算過程の記載のない答案は採点の対象とはならない。

x 歳の被保険者、y 歳の被保険者が 10 年以内にこの順で死亡し、なおかつ、x 歳の被保険者が死亡してから y 歳の被保険者が死亡するまでの期間が 5 年以内である確率は、$\boxed{}$（小数点以下第 5 位を四捨五入して、小数点以下第 4 位までを求める）である。

ただし、

$${}_{5}q_{x} = 0.0407 \qquad {}_{5}q_{y} = 0.0268 \qquad {}_{5}q^{1}_{x,\,y+5} = 0.0398$$

$${}_{10}q_{x} = 0.0977 \qquad {}_{10}q_{y} = 0.0663 \qquad {}_{10}q^{1}_{x\,y} = 0.0945$$

とする。

以上

保険数学２（解答）

問題１

設問番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
解答欄	(G)	(D)	(A)	(I)	(C)

解答は上の表のとおりであり、以下に各設問の解答方法を略記する。

(1) ………(G)

原因Aによる脱退率をα 、原因Bによって脱退する者の数をβl_0とすると

$$l_1 = l_0 - \alpha\ l_0 - \beta l_0 = (1-\alpha)\ l_0 - \beta l_0$$

$$l_2 = l_1 - \alpha\ l_1 - \beta l_0 = (1-\alpha)\ l_1 - \beta l_0$$

$$= (1-\alpha)\left\{\ (1-\alpha)\ l_0 - \beta l_0\ \right\} - \beta l_0 = (1-\alpha)^2 l_0 - \left\{\ (1-\alpha) + 1\ \right\}\beta l_0$$

$$l_3 = l_2 - \alpha\ l_2 - \beta l_0 = (1-\alpha)\ l_2 - \beta l_0$$

$$= (1-\alpha)\left[\ (1-\alpha)^2 l_0 - \left\{\ (1-\alpha) + 1\ \right\}\beta l_0\ \right] - \beta l_0$$

$$= (1-\alpha)^3 l_0 - \left\{\ (1-\alpha)^2 + (1-\alpha) + 1\ \right\}\beta l_0$$

以下同様にして、

$$l_x = (1-\alpha)^x l_0 - \beta l_0 \sum_{t=0}^{x-1}(1-\alpha)^t = \left\{\ (1-\alpha)^x - \frac{1-(1-\alpha)^x}{1-(1-\alpha)}\ \beta\ \right\} l_0$$

最終年齢をω とすると$l_\omega=0$ となるから、最終年齢ω は$(1-\alpha)^\omega - \dfrac{1-(1-\alpha)^\omega}{1-(1-\alpha)}\ \beta = 0$ を満たす。これを変形すれば、$\left(\dfrac{\alpha}{\beta}+1\right)(1-\alpha)^\omega = 1$ となる。

ここで、両辺の対数を取れば $\log_{10}\left(\dfrac{\alpha}{\beta}+1\right) + \omega\ \log_{10}(1-\alpha) = 0$

よって$\omega = \dfrac{-\log_{10}\left(\dfrac{\alpha}{\beta}+1\right)}{\log_{10}(1-\alpha)}$ となる。ここで $\alpha=0.19$、$\beta=\dfrac{0.19}{999}$を代入すれば

$$\omega = \frac{-\log_{10}(999+1)}{\log_{10} 0.81} = \frac{-\log_{10} 10^3}{\log_{10}\dfrac{3^4}{100}} = \frac{-3}{4\log_{10} 3 - 2} = \frac{-3}{4\times 0.4771 - 2} = \frac{3}{0.0916} = 32.751\cdots$$

(2)………(D)

$$q_x{}^A = q_x{}^{A*}\left\{1-\frac{1}{2}(q_x{}^{B*}+q_x{}^{C*})+\frac{1}{3}q_x{}^{B*}q_x{}^{C*}\right\}=0.1\left(1-\frac{0.2+0.3}{2}+\frac{0.2\cdot0.3}{3}\right)=0.077$$

$$p_x{}^* = (1-q_x{}^{A*})(1-q_x{}^{B*})(1-q_x{}^{C*})=0.9\cdot0.8\cdot0.7=0.504 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(*)$$

$$\frac{q_x{}^A}{p_x{}^*}=\frac{0.077}{0.504}=0.152\dot{7}7\ldots$$

(*)は

$$q_x{}^B = q_x{}^{B*}\left\{1-\frac{1}{2}(q_x{}^{C*}+q_x{}^{A*})+\frac{1}{3}q_x{}^{C*}q_x{}^{A*}\right\}=0.2\left(1-\frac{0.3+0.1}{2}+\frac{0.3\cdot0.1}{3}\right)=0.162$$

$$q_x{}^C = q_x{}^{C*}\left\{1-\frac{1}{2}(q_x{}^{A*}+q_x{}^{B*})+\frac{1}{3}q_x{}^{A*}q_x{}^{B*}\right\}=0.3\left(1-\frac{0.1+0.2}{2}+\frac{0.1\cdot0.2}{3}\right)=0.257$$

より

$$p_x{}^* = 1-q_x{}^A-q_x{}^B-q_x{}^C = 1-0.077-0.162-0.257=0.504$$

として求めてもよい。

(3)………(A)

営業保険料をP^*、給付現価をAとすると

$$P^* \cdot \ddot{a}_{x:\overline{2}|} = A + 0.02 + 0.03 \cdot P^* \cdot \ddot{a}_{x:\overline{2}|} + 0.002 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{2}|}$$

$$\therefore P^* = \frac{A+0.02+0.002 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{2}|}}{0.97 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{2}|}} \cdots\cdots(*)$$

また、$q_x^A = q_{x+1}^A = q_x^{A*} * (1-\frac{1}{2}q_x^{B*}) = q_{x+1}^{A*}\left(1-\frac{1}{2}q_{x+1}^{B*}\right) = 0.01*(1-\frac{0.02}{2}) = 0.0099$

$$q_x^B = q_{x+1}^B = q_x^{B*} * (1-\frac{1}{2}q_x^{A*}) = q_{x+1}^{B*}\left(1-\frac{1}{2}q_{x+1}^{A*}\right) = 0.02*(1-\frac{0.01}{2}) = 0.0199$$

$$\frac{l_{x+1}}{l_x} = p^*{}_x = 1-q_x^A-q_x^B = 0.9702$$

よって

$$A = v(q_x^A+3q_x^B)+v^2p^*{}_x(q_{x+1}^A+3q_{x+1}^B) = 0.13122\ldots$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{2}|} = 1+\frac{0.9702}{1.03} = 1.94194\ldots\ldots$$

これらを(*)式に代入すると

$$P^* = 0.0823420\cdots$$

(4)……… (Ⅰ)

$$l_{x+t}^{aa} + l_{x+t}^{ii} = l_{x+t} \qquad q_x^i = \frac{d_x^{ii}}{l_x^{ii} + \frac{1}{2} i_x}$$

$$q_{45}^i = \frac{13}{756 + \frac{1}{2} \times 77} = 0.0163624\ldots\ldots \qquad q_{46}^i = \frac{15}{820 + \frac{1}{2} \times 85} = 0.0173913\ldots\ldots$$

$$q_{47}^i = \frac{17}{890 + \frac{1}{2} \times 94} = 0.0181430\ldots\ldots$$

$p_{45}^i = 1 - q_{45}^i$　などから　　$_3p_{45}^i = p_{45}^i \times p_{46}^i \times p_{47}^i = 0.948995\cdots\cdots$

$$_3p_{45}^a = \frac{l_{48} - l_{45}^{ii}\ {}_3p_{45}^i}{l_{45}^{aa}} = \frac{l_{47} - d_{47}}{l_{45}^{aa}} + \frac{l_{45}^{ii}}{l_{45}^{aa}}\ {}_3p_{45}^i = \frac{96474 - 361}{96330} - \frac{756}{96330} \times 0.948995\cdots$$

$$= 0.99029959$$

(5) ………(C)

$$i_x = l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} + d_x^{ii} = l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} + l_x^{ii}\, q_x^i + \frac{1}{2}\, i_x\, q_x^i \quad \text{より} \quad i_x = \frac{l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii}(1 - q_x^i)}{1 - \frac{1}{2} q_x^i}$$

従って

$$q_x^{(i)} = \frac{i_x}{l_x^{aa}} = \frac{l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii}(1 - q_x^i)}{l_x^{aa}\left(1 - \frac{1}{2} q_x^i\right)}$$

右辺の分母と分子をl_xで割り、

$\frac{l_{x+1}^{ii}}{l_x} = \frac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}} \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}}(1 - q_x)$、$\frac{l_x^{aa}}{l_x} = 1 - \frac{l_x^{ii}}{l_x}$を用いると

$$q_x^{(i)} = \frac{\frac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}}(1 - q_x) - \frac{l_x^{ii}}{l_x}(1 - q_x^i)}{\left(1 - \frac{l_x^{ii}}{l_x}\right)\left(1 - \frac{1}{2} q_x^i\right)} = \frac{0.040097 \times (1 - 0.013626) - 0.035420 \times (1 - 0.035671)}{(1 - 0.035420)\left(1 - \frac{1}{2} \times 0.035671\right)}$$

$= 0.00569\cdots$

問題 2

平準純保険料式責任準備金についての再帰式が

$$P_{xy:\overline{n|}} + {}_{t}V_{xy:\overline{n|}} - v\left(\frac{t+1}{n}q_{y+t} + p_{y+t}q_{x+t}B_{y+t+1:\overline{n-t-1|}}\right) = vp_{x+t,y+t} \cdot {}_{t+1}V_{xy:\overline{n|}}$$

$(t = 0,1,2,\cdots,n-1)$

により、与えられる保険の純保険料 $P_{xy:\overline{n|}}$ を以下の方法により求める。

ここに、

$$B_{y+t+1:\overline{n-t-1|}} = \frac{1}{D_{y+t+1}}\left[\frac{1}{n}\left\{(t+1)\cdot M_{y+t+1} + R_{y+t+1} - R_{y+n} - nM_{y+n}\right\} + D_{y+n}\right]$$

$${}_{0}V_{xy:\overline{n|}} = 0 \quad , \quad {}_{n}V_{xy:\overline{n|}} = 1$$

再帰式の両辺に $\boxed{\textcircled{1}\, l_{x+t}D_{y+t}}$ を乗じて整理すると

$$P_{xy:\overline{n|}} \cdot \boxed{\textcircled{1}\, l_{x+t}D_{y+t}}$$

$$= {}_{t+1}V_{xy:\overline{n|}} \cdot \boxed{\textcircled{2}\, l_{x+t+1}D_{y+t+1}} - {}_{t}V_{xy:\overline{n|}} \cdot \boxed{\textcircled{1}\, l_{x+t}D_{y+t}} + \frac{t+1}{n} \cdot \boxed{\textcircled{3}\, l_{x+t}C_{y+t}}$$

$$+ \boxed{\textcircled{4}\, d_{x+t}D_{y+t+1}} \cdot B_{y+t+1:\overline{n-t-1|}}$$

$t = 0,1,2,\cdots,n-1$ を代入して辺々を加えれば、

$$P_{xy:\overline{n|}} \sum_{t=0}^{n-1} \boxed{\textcircled{1}\, l_{x+t}D_{y+t}} = \boxed{\textcircled{5}\, l_{x+n}D_{y+n}} + \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}(t+1) \cdot \boxed{\textcircled{3}\, l_{x+t}C_{y+t}}$$

$$+ \sum_{t=0}^{n-1} \boxed{\textcircled{4}\, d_{x+t}D_{y+t+1}} \cdot B_{y+t+1:\overline{n-t-1|}}$$

……… (1)

ここで与えられた $B_{y+t+1:\overline{n-t-1|}}$ を右辺に代入して整理すれば、

(1) 式の右辺

$$= \boxed{\textcircled{5}\, l_{x+n}D_{y+n}}$$

$$+ \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\left\{(t+1)\left(\textcircled{3}\, l_{x+t}C_{y+t} + \frac{\textcircled{4}\, d_{x+t}D_{y+t+1}}{D_{y+t+1}} \cdot M_{y+t+1}\right) + \frac{\textcircled{4}\, d_{x+t}D_{y+t+1}}{D_{y+t+1}} \cdot R_{y+t+1}\right\}$$

$$+ \left(D_{y+n} - M_{y+n} - \frac{1}{n}R_{y+n}\right)\sum_{t=0}^{n-1}\frac{\textcircled{4}\, d_{x+t}D_{y+t+1}}{D_{y+t+1}}$$

……… (2)

ここで、

$$\boxed{\text{③}\, l_{x+t}C_{y+t}} = \boxed{\text{⑥}\, l_{x+t}M_{y+t}} - \boxed{\text{⑦}\, l_{x+t}M_{y+t+1}},\quad \frac{\text{④}\, d_{x+t}D_{y+t+1}}{D_{y+t+1}} = \boxed{\text{⑧}\, l_{x+t}} - \boxed{\text{⑨}\, l_{x+t+1}}$$

であるから、

これを用いれば、

（２）式の第２項

$$= \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\Big[(t+1)\Big\{ \boxed{\text{⑥}\, l_{x+t}M_{y+t}} - \boxed{\text{⑦}\, l_{x+t}M_{y+t+1}} + \Big(\boxed{\text{⑧}\, l_{x+t}} - \boxed{\text{⑨}\, l_{x+t+1}}\Big) \cdot M_{y+t+1}\Big\}$$

$$+ \Big(\boxed{\text{⑧}\, l_{x+t}} - \boxed{\text{⑨}\, l_{x+t+1}}\Big) \cdot R_{y+t+1}\Big]$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n-1}\Big\{ \boxed{\text{⑥}\, l_{x+t}M_{y+t}} + \Big(\boxed{\text{⑧}\, l_{x+t}} - \boxed{\text{⑨}\, l_{x+t+1}}\Big) \cdot R_{y+t+1}\Big\} - \boxed{\text{⑩}\, l_{x+n}M_{y+n}}$$

$$= \frac{1}{n}\Big(\boxed{\text{⑪}\, l_xR_y} - \boxed{\text{⑫}\, l_{x+n}R_{y+n}}\Big) - \boxed{\text{⑩}\, l_{x+n}M_{y+n}}$$

（２）式の第３項$= \left(D_{y+n} - M_{y+n} - \dfrac{1}{n}R_{y+n}\right) \cdot \Big(\boxed{\text{⑬}\, l_x} - \boxed{\text{⑭}\, l_{x+n}}\Big)$

と$\sum$ のない形に表すことができる。

したがって、

（１）式の右辺$= \boxed{\text{⑤}\, l_{x+n}D_{y+n}} + \dfrac{1}{n}\Big(\boxed{\text{⑪}\, l_xR_y} - \boxed{\text{⑫}\, l_{x+n}R_{y+n}}\Big) - \boxed{\text{⑩}\, l_{x+n}M_{y+n}}$

$$+ \left(D_{y+n} - M_{y+n} - \frac{1}{n}R_{y+n}\right) \cdot \Big(\boxed{\text{⑬}\, l_x} - \boxed{\text{⑭}\, l_{x+n}}\Big)$$

$$= \boxed{\text{⑮}\, l_xD_y} \cdot \Big(\frac{1}{n} \cdot \boxed{\text{⑯}\, (IA)^{\,1}_{y:\overline{n}|}} + \boxed{\text{⑰}\, A^{\,1}_{y:\overline{n}|}}\Big)$$

となる。

一方、

（１）式の左辺$= P_{xy:\overline{n}|} \displaystyle\sum_{t=0}^{n-1} \boxed{\text{①}\, l_{x+t}D_{y+t}}$

$$= P_{xy:\overline{n}|} \cdot \boxed{\text{⑮}\, l_xD_y} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} \boxed{\text{⑱}\, {}_tp_{xy}v^t}$$

$$= P_{xy:\overline{n}|} \cdot \boxed{\text{⑮}\, l_xD_y} \cdot \boxed{\text{⑲}\, \ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

と$\sum$ のない形に表すことができる。

よって、

$$P_{xy:\overline{n}|} = \frac{\frac{1}{n} \cdot {}^{⑯}(IA)^{\ 1}_{y:\overline{n}|} + {}^{⑰}A^{\ 1}_{y:\overline{n}|}}{{}^{⑲}\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

が求められた。

以上が模範解答であるが、次の 3 通りの解答も正解とした。

解答例(その 2)

設問番号	解答
①	$v^t\ {}_tp_{xy}$
②	$v^{t+1}\ {}_{t+1}p_{xy}$
③	$v^{t+1}\ {}_tp_x\ {}_{t\|}q_y$
④	$v^{t+1}\ {}_{t+1}p_y\ {}_{t\|}q_x$
⑤	$v^n\ {}_np_{xy}$
⑥	${}_tp_x \dfrac{M_{y+t}}{D_y}$
⑦	${}_tp_x \dfrac{M_{y+t+1}}{D_y}$
⑧	$\dfrac{{}_tp_x}{D_y}$
⑨	$\dfrac{{}_{t+1}p_x}{D_y}$
⑩	${}_np_x \dfrac{M_{y+n}}{D_y}$

設問番号	解答
⑪	$\dfrac{R_y}{D_y}$
⑫	${}_np_x \dfrac{R_{y+n}}{D_y}$
⑬	$\dfrac{1}{D_y}$
⑭	$\dfrac{{}_np_x}{D_y}$
⑮	1
⑯	$(IA)^{\ 1}_{y:\overline{n}\|}$
⑰	$A^{\ 1}_{y:\overline{n}\|}$
⑱	${}_tp_{xy}v^t$　　または$\dfrac{D_{x+t,y+t}}{D_{xy}}$
⑲	$\ddot{a}_{xy:\overline{n}\|}$

すなわち、⑯～⑲は模範解答どおり

解答例(その 3)

設問番号	解答
①	$D_{x+t,y+t}$
②	$D_{x+t+1,y+t+1}$
③	$D_{x+t,y+t}\dfrac{C_{y+t}}{D_{y+t}}$ または $v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+t}D_{y+t}$
④	$(D_{x+t,y+t}C_{x+t}D_{y+t+1})/(vD_{x+t}D_{y+t})$ または $v^{\frac{1}{2(x-y)}}d_{x+t}D_{y+t+1}$
⑤	$D_{x+n,y+n}$
⑥	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+t}M_{y+t}$
⑦	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+t}M_{y+t+1}$
⑧	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+t}$
⑨	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+t+1}$
⑩	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+n}M_{y+n}$

設問番号	解答
⑪	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_xR_y$
⑫	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+n}R_{y+n}$
⑬	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_x$
⑭	$v^{\frac{1}{2(x-y)}}l_{x+n}$
⑮	$D_{x,y}$
⑯	$(IA)^1_{y:\overline{n}\rvert}$
⑰	$A_{y:\overline{n}\rvert}^{\ 1}$
⑱	${}_tp_{xy}v^t$ または $\dfrac{D_{x+t,y+t}}{D_{xy}}$
⑲	$\ddot{a}_{xy:\overline{n}\rvert}$

すなわち、⑯～⑲は模範解答どおり

解答例(その 4)

設問番号	解答
①	$v^t\,l_{x+t,y+t}$ または $v^t\,l_{x+t}\,l_{y+t}$
②	$v^{t+1}\,l_{x+t+1}\,l_{y+t+1}$
③	$v^{t+1}\,l_{x+t}\,d_{y+t}$
④	$v^{t+1}\,d_{x+t}\,l_{y+t+1}$
⑤	$v^n\,l_{x+n,y+n}$
⑥	$l_{x+t}\,M_{y+t}\,v^{-y}$
⑦	$l_{x+t}\,M_{y+t+1}\,v^{-y}$
⑧	$l_{x+t}\ v^{-y}$
⑨	$l_{x+t+1}\ v^{-y}$
⑩	$l_{x+n}\,M_{y+n}\,v^{-y}$

設問番号	解答
⑪	$l_x\,R_y\,v^{-y}$
⑫	$l_{x+n}\,R_{y+n}\,v^{-y}$
⑬	$l_x\ v^{-y}$
⑭	$l_{x+n}\ v^{-y}$
⑮	$l_{x,y}$
⑯	$(IA)^1_{y:\overline{n}\rvert}$
⑰	$A_{y:\overline{n}\rvert}^{\ 1}$
⑱	${}_tp_{xy}v^t$ または $\dfrac{D_{x+t,y+t}}{D_{xy}}$
⑲	$\ddot{a}_{xy:\overline{n}\rvert}$

すなわち、⑯～⑲は模範解答どおり

問題 3

まず、第t 保険年度に関する、予定利率i 及び予想利回りi' についての２つの責任準備金の再帰式を表わすと、

$$\left(\boxed{\text{①}\ {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}}+\boxed{\text{②}\ P_{x:\overline{n|}}}\right)(1+i')-q_{x+t-1}-p_{x+t-1}\cdot\boxed{\text{③}\ {}_{t}V_{x:\overline{n|}}}=G_t\cdots(1)$$

$$\left(\boxed{\text{①}\ {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}}+\boxed{\text{②}\ P_{x:\overline{n|}}}\right)(1+i)-q_{x+t-1}-p_{x+t-1}\cdot\boxed{\text{③}\ {}_{t}V_{x:\overline{n|}}}=0\cdots(2)$$

となる。

ただし、G_tは第t 保険年度末に分配される１件あたりの予想配当金とする。

（１）式の両辺から（２）式の両辺を引くことにより、

$$G_t=\left(\boxed{\text{①}\ {}_{t-1}V_{x:\overline{n|}}}+\boxed{\text{②}\ P_{x:\overline{n|}}}\right)(i'-i)\cdots(3)$$

ここで第t 保険年度に死亡する契約の第t 保険年度末の予想積立配当金累計額は、

$$\sum_{s=1}^{t}G_s\cdot\boxed{\text{④}\ (1+i)^{t-s}}$$

であるから、予想積立配当金累計額の契約時点の現価（１件あたり）をTG とすると、

$$TG=\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot\boxed{\text{⑤}\ {}_{t-1|}q_x}\cdot\sum_{s=1}^{t}G_s\cdot\boxed{\text{④}\ (1+i)^{t-s}}+v^n\cdot\boxed{\text{⑥}\ {}_{n}p_x}\cdot\sum_{s=1}^{n}G_s\cdot\boxed{\text{⑦}\ (1+i)^{n-s}}$$

これを計算すると、$TG=\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot\boxed{\text{⑧}\ {}_{t-1}p_x}\cdot G_t$ となる。　このG_t に（３）を代入し、計算することにより　　$TG=\boxed{\text{⑨}\ {(i'-i)}/{(1+i)}}\cdot\left(A^{\ 1}_{x:\overline{n|}}+\sum_{t=1}^{n}v^t\cdot{}_{t}p_x\cdot\boxed{\text{⑩}\ {}_{t}V_{x:\overline{n|}}}\right)$ となる。

したがって予想積立配当金累計額の契約時点における現価は

『第ｔ保険年度末に生存している場合に$\boxed{\text{⑨}\ {(i'-i)}/{(1+i)}}$ ・ $\boxed{\text{⑩}\ {}_{t}V_{x:\overline{n|}}}$ が支払われ、

保険年度中に死亡した場合にはその保険年度末に$\boxed{\text{⑨}\ {(i'-i)}/{(1+i)}}$ が支払われる

n 年満期の保険の一時払純保険料に等しい。』と解釈できることがわかる。

設問番号	解答
①	${}_{t-1}V_{x:\overline{n}\vert}$
②	$P_{x:\overline{n}\vert}$
③	${}_{t}V_{x:\overline{n}\vert}$
④	$(1+i)^{t-s}$
⑤	${}_{t-1\vert}q_x$
⑥	${}_{n}p_x$
⑦	$(1+i)^{n-s}$
⑧	${}_{t-1}p_x$
⑨	$(i'-i)\big/(1+i)$ 、 $(i'-i)\cdot v$ または $(i'v-d)$
⑩	${}_{t}V_{x:\overline{n}\vert}$

問題４．(1)

ａ．最初に、${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70}=f(c)\,{}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70}$ と表せることを示す。

${}_{s}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70}$ について、50 歳の被保険者の死亡に着目して式を作ると、

$${}_{s}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70}=\int_0^s {}_{t}q_{40}\cdot \boxed{①\ {}_{t}p_{50,60,70}\cdot\mu_{50+t}}\cdot{}_{s-t}\,q_{\overset{1}{60+t},70+t}\,dt$$

であるから、$s\rightarrow\infty$ とすれば、

$${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70}=\int_0^\infty {}_{t}q_{40}\cdot \boxed{①\ {}_{t}p_{50,60,70}\cdot\mu_{50+t}}\cdot{}_{\infty}\,q_{\overset{1}{60+t},70+t}\,dt \quad \cdots\cdots\text{(i)}$$ である。

ここで、${}_{\infty}q_{\overset{1}{60+t},70+t}=\int_0^\infty {}_{s}p_{60+t,70+t}\cdot\mu_{60+t+s}\,ds$

$$=\int_0^\infty {}_{s}p_{60+t,70+t}\cdot\boxed{②\ Bc^{60+t+s}}\,ds=\frac{c^{60+t}}{c^{60+t}+c^{70+t}}\int_0^\infty {}_{s}p_{60+t,70+t}\cdot Bc^{s}(c^{60+t}+c^{70+t})\,ds$$

$$=\frac{1}{\boxed{③\ 1+c^{10}}}\,{}_{\infty}q_{60+t,70+t}\cdots\cdots\text{(ii)}$$

と表せる（ただし、②、③とも定数 B または c を用いて表す）。

ここで、${}_{\infty}q_{60+t,70+t}=\boxed{④\ 1}$ より ${}_{\infty}q_{\overset{1}{60+t},70+t}=\dfrac{1}{1+c^{10}}$

であるから、(ii) 式を (i) 式に代入すると

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = \frac{1}{1+c^{10}}\int_0^{\infty} {}_tq_{40}\cdot{}_tp_{50,60,70}\cdot\mu_{50+t}\,dt = \boxed{⑤\ \frac{1}{1+c^{10}}}\ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70} $$

と表せることから題意が示された。

b．次に、a．の結果を用いて ${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}}$ を求める。

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}} = {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} + \boxed{⑥\ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{3}{50},\underset{2}{60},70}} \cdots\cdots \text{(iii)} $$

であるが、⑥式は上記と同様に ⑥$=\boxed{⑦\ \frac{1}{1+c^{20}}}\ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,\overset{2}{60},70}$ と表せる

ここで、(iii) 式の第１項は３人の連合生命の条件付生命確率と４人の連合生命の条件付生命確率との差を用いて、

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\underset{2}{50},\overset{3}{60},70} = \frac{1}{1+c^{10}}\,{}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60,70} = \boxed{⑤\ \frac{1}{1+c^{10}}}\left({}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70} - \boxed{⑧\ {}_{\infty}q_{40,\overset{1}{50},60,70}}\right) $$

と変形でき、第2項　も同様に

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{3}{50},\underset{2}{60},70} = \frac{1}{1+c^{20}}\,{}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,\overset{2}{60},70} = \frac{1}{1+c^{20}}\left({}_{\infty}q_{50,\overset{1}{60},70} - {}_{\infty}q_{40,50,\overset{1}{60},70}\right) $$

と表現できる。

一方、死亡表がゴムパーツの法則に従うことから、${}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70}$ は定数 c を用いて、

$$ {}_{\infty}q_{\overset{1}{50},60,70} $$

$$ = \int_0^{\infty} {}_tp_{50,60,70}\cdot Bc^{50+t}\,dt = \frac{c^{50}}{c^{50}+c^{60}+c^{70}}\int_0^{\infty} {}_tp_{50,60,70}\cdot B(c^{50}+c^{60}+c^{70})c^t\,dt = \frac{c^{50}}{c^{50}+c^{60}+c^{70}}\,{}_{\infty}q_{50,60,70} $$

$$ = \boxed{⑨\ \frac{1}{1+c^{10}+c^{20}}} $$

と表せる。　$\because\ {}_{\infty}q_{50,60,70} = 1$

同様にして、(iii) 式の右辺はすべて c を用いて次のとおり表現できる。

$$ {}_{\infty}q_{40,\overset{1}{50},60,70} = \frac{c^{10}}{1+c^{10}+c^{20}+c^{30}},\quad {}_{\infty}q_{50,\overset{1}{60},70} = \frac{c^{10}}{1+c^{10}+c^{20}},\quad {}_{\infty}q_{40,50,\overset{1}{60},70} = \frac{c^{20}}{1+c^{10}+c^{20}+c^{30}} $$

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{40},50,60,\overset{4}{70}} = \frac{1}{1+c^{10}}\left(\frac{1}{1+c^{10}+c^{20}} - \frac{c^{10}}{1+c^{10}+c^{20}+c^{30}}\right) + \frac{1}{1+c^{20}}\left(\frac{c^{10}}{1+c^{10}+c^{20}} - \frac{c^{20}}{1+c^{10}+c^{20}+c^{30}}\right) $$

ここで、$c^{10}=2$ とすると、

$=0.00698\ldots\ \Rightarrow\ \boxed{⑩\ \mathbf{0.0070}}$ となる。

（小数点以下第５位を四捨五入して、小数点以下第４位までを求めた）

(コメント)

本問では、______線部の変形ができなければ、その後の論理展開が難しいが、

$\int_0^{\infty} {}_sp_{60+t,70+t}\,Bc^{60+t+s}\,ds = \dfrac{1}{1+c^{10}}$ を直接証明し、④＝１を得ることもできる。

即ち、ゴムパーツの法則より $l_x = kg^{c^x}$, $\log g = -\dfrac{B}{\log c}$, ${}_sp_x = g^{(c^{x+t}-c^x)}$ であることから

$$\int_0^\infty {}_sp_{60+t,70+t}\,Bc^{60+t+s}ds$$

$$=\int_0^\infty g^{(c^{60+t+s}-c^{60+t}+c^{70+t+s}-c^{70+t})}\cdot Bc^{60+t+s}ds$$

$$=Bg^{-(c^{60+t}+c^{70+t})}\cdot c^{60+t}\int_0^\infty g^{(c^{60+t+s}+c^{70+t+s})}\cdot c^s ds$$

$$=\frac{Bg^{-(c^{60+t}+c^{70+t})}\cdot c^{60+t}}{\log c\cdot\log g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}}\left[g^{(c^{60+t+s}+c^{70+t+s})}\right]_{s=0}^{s=\infty} \qquad \text{（注）}$$

$$=\frac{c^{60+t}}{c^{60+t}+c^{70+t}}=\frac{1}{1+c^{10}}$$

（注）

$$\frac{d}{ds}g^{(c^{60+t+s}+c^{70+t+s})}$$

$$=\frac{d}{ds}\left\{g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}\right\}^{c^s}$$

$$=\left\{\log g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}\right\}\cdot\left\{g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}\right\}^{c^s}\cdot\frac{d}{ds}c^s$$

$$=\left\{\log g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}\right\}\cdot\left\{g^{(c^{60+t}+c^{70+t})}\right\}^{c^s}\cdot(\log c)\cdot c^s$$

番号	解答
①	${}_tp_{50,60,70}\cdot\mu_{50+t}$
②	Bc^{60+t+s}
③	$1+c^{10}$
④	1
⑤	$\dfrac{1}{1+c^{10}}$
⑥	${}_{\infty}q_{\underset{1}{40},\overset{3}{50},\underset{2}{60},70}$
⑦	$\dfrac{1}{1+c^{20}}$
⑧	${}_{\infty}q_{40,\overset{1}{50},60,70}$
⑨	$\dfrac{1}{1+c^{10}+c^{20}}$
⑩	0.0070

（2）

（求める確率） $=\int_0^5 {}_tp_{xy}\mu_{x+t}\left(\int_0^5 {}_sp_{y+t}\mu_{y+t+s}ds\right)dt+\int_5^{10} {}_tp_{xy}\mu_{x+t}\left(\int_0^{10-t} {}_sp_{y+t}\mu_{y+t+s}ds\right)dt$

（第一項） $= \int_0^5 {}_tp_{xy}\mu_{x+t}\left(1-{}_5p_{y+t}\right)dt = \int_0^5 {}_tp_{xy}\mu_{x+t}dt - {}_5p_y \int_0^5 {}_tp_{x,y+5}\,\mu_{x+t}dt$

（第二項） $= \int_5^{10} {}_tp_{xy}\mu_{x+t}\left(1-{}_{10-t}p_{y+t}\right)dt = \int_5^{10} {}_tp_{xy}\mu_{x+t}dt - {}_{10}p_y \int_5^{10} {}_tp_x\mu_{x+t}dt$

よって

（求める確率） $= {}_{10}q^{\,1}_{xy} - {}_5p_y \cdot {}_5q^{\,1}_{x,y+5} - {}_{10}p_y\left({}_{10}q_x - {}_5q_x\right) = 0.00254\cdots$

となり、答えは、0.0025 となる。