保険数学1(問題)

問題1. 次の(1)から(10)までについて、それぞれ五つの選択肢の中から正しい答えを一つ選んで、所定の解答用紙の指定欄にその記号［(A)から(E)のうちいずれか一つ。］を記入せよ。 (50点)

(1)借入金利率 i%で借りた金額を10年間で減債基金(注)を積み立てて返済することとした。このとき、減債基金の積立利率が6.00%であったため、実質的な借入金利率は2.09%となった。
借入金利率 i% に最も近いものは次のうちどれか。ただし、借入金利息の返済と減債基金の積み立ては年1回その年末に行われる。必要ならば次の表の数値を用いよ。

利率	$s_{\overline{10}\rvert}$	$a_{\overline{10}\rvert}$
2.09%	10.9949	8.9404
6.00%	13.1808	7.3601

(注) 減債基金とは元金の返済をせずにその期の利息のみを返済する一方、元金返済のため一定額を別に積み立てたときの積立金のことをいう。

(A) 3.60%　(B) 3.80%　(C) 4.00%　(D) 4.20%　(E) 4.40%

(2)ある生命表が略算平均余命 $e_{50}=27.70$，$e_{51}=26.82$，$e_{52}=25.95$ を満たすとき、生存確率 ${}_2p_{50}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.970　(B) 0.975　(C) 0.980　(D) 0.985　(E) 0.990

(3)ある定常社会で1年間の死亡者数が7,500人、総人口に対する出生数の比が1．5%であるとする。また35歳未満の人口が総人口の50．0%を占め、かつ35歳未満で死亡する者の平均年齢は5歳であるとする。
この条件のもとで、35歳以上における総人口死亡率(観察死亡率)の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0．028　(B) 0．029　(C) 0．030　(D) 0．031　(E) 0．032

(4)ある生命表の死力をμ_x、死亡率をq_xとし、別の生命表の死力をμ'_x、死亡率をq'_xとする。
$\mu'_{x+t}=0.5\mu_{x+t}\quad(0\le t\le 1)$　のとき、q'_xの値に等しいものは次のうちどれか。

(A) $q_x\sqrt{1-q_x}$　(B) $1-\sqrt{1-q_x}$　(C) $0.5q_x$　(D) $(q_x)^2$　(E) $q_x-(q_x)^2$

(5) 生存確率 ${}_tp_x$ と死力 μ_{x+t} との間に、t $\{t\in[0,n]\ (1\le n)\}$において ${}_tp_x\cdot\mu_{x+t}=a+b\cdot t$ が成り立つとき、中央死亡率m_xを表わす式は次のうちどれか。

(A) $\dfrac{a+b}{1-a-b}$　(B) $\dfrac{a+b}{1-a-\frac{b}{2}}$　(C) $\dfrac{a+\frac{b}{2}}{1-\frac{a}{2}-\frac{b}{2}}$　(D) $\dfrac{a+\frac{b}{2}}{1-\frac{a}{2}-\frac{b}{4}}$　(E) $\dfrac{a+\frac{b}{2}}{1-\frac{a}{2}-\frac{b}{6}}$

(6) 純保険料$P_x=0.020$，$P_{x+1}=0.021$，生存率 $p_x=0.990$ のとき、予定利率 i %　(＞0)の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 4．0%　(B) 5．0%　(C) 6．0%　(D) 7．0%　(E) 8．0%

(7) 純保険料 $P_{30:\overline{15|}}$，$_{15}P_{30}$，生存確率$_{15}p_{30}$，年金現価 $\ddot{a}_{30:\overline{15|}}$ によって表わされる式

$$1-\frac{\left(P_{30:\overline{15|}}-{}_{15}P_{30}\right)\cdot\ddot{a}_{30:\overline{15|}}}{v^{15}\cdot{}_{15}p_{30}}$$ と等しい記号または算式は次のうちどれか。

(A) A_{30}　(B) A_{45}　(C) $A_{30:\overline{15|}}^{\ \ \ 1}$　(D) $A_{30}-A_{45}$　(E) $A^{1}_{30:\overline{15|}}$

(8) 純保険料 $P_x=0.013204$，年金現価 $a_x=14.305300$，死亡率 $q_x=0.002580$　のとき、一時払純保険料 A_{x+1} の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.207　(B) 0.209　(C) 0.211　(D) 0.213　(E) 0.215

(9) 平準純保険料式責任準備金 $_nV_x=0.080$，純保険料 $P_x=0.024$，$P_{x:\overline{n|}}^{1}=0.200$ のとき、純保険料 $P_{x:\overline{n|}}^{\ \ \ 1}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

(A) 0.002　(B) 0.004　(C) 0.006　(D) 0.008　(E) 0.010

(10) 年金現価 の間に $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}+\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}=2\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$ が成立し、平準純保険料式責任準備金 $_kV_{x:\overline{n|}}=\dfrac{1}{6}$ のとき、$_kV_{x+k:\overline{n-k|}}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、$k<\dfrac{n}{2}$ とする。

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{5}$　(E) $\frac{1}{6}$

問題2. 次の空欄に当てはまる適切な数値、記号または算式を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。 （28 点）

（1）x 歳加入 保険期間 n 年 年 k 回全期払込で次の払込と給付を行なう保険を考える。

時点 $\frac{j}{k}\left(j=0,1,\cdots,nk\right)$ では、保険料 $P_{\frac{j}{k}}$（ただし、$P_n=0$）が払い込まれ、また同時点で生存しているときには生存給付金 $E_{\frac{j}{k}}$（ただし、$E_0=0$）が支払われ、さらに区間 $\left[\frac{j-1}{k},\frac{j}{k}\right]\left(j=1,2,\cdots,nk\right)$ で死亡したときには時点 $\frac{j}{k}$ で死亡保険金 $S_{\frac{j}{k}}$ が支払われる。

このとき、時点 $\frac{t}{k}$ における将来法の責任準備金 ${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}$ は、

$${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=\frac{1}{l_{x+\frac{t}{k}}}\left\{\sum_{j=t+1}^{nk}S_{\frac{j}{k}}\times\left(\boxed{①}\right)\times\boxed{②}+\sum_{j=t}^{nk}E_{\frac{j}{k}}\times\boxed{③}\times\boxed{②}-\sum_{j=t}^{nk}P_{\frac{j}{k}}\times\boxed{③}\times\boxed{②}\right\}$$

となる。これを変形すると、

$${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=\boxed{④}+\boxed{⑤}\times\left[\frac{1}{l_{x+\frac{t+1}{k}}}\left\{\sum_{j=t+2}^{nk}S_{\frac{j}{k}}\times\left(\boxed{①}\right)\times\boxed{⑥}+\sum_{j=t+1}^{nk}E_{\frac{j}{k}}\times\boxed{③}\times\boxed{⑥}-\sum_{j=t+1}^{nk}P_{\frac{j}{k}}\times\boxed{③}\times\boxed{⑥}\right\}\right]$$

となるが、右辺第2項の[ ]内は ${}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)}$ であるから、

再帰式 ${}_{\frac{t}{k}}V^{(k)}=\boxed{④}+\boxed{⑤}\times{}_{\frac{t+1}{k}}V^{(k)}$ ……………(a)が示された。

（2）次に（1）で得られた再帰式の t を tk に変えて、時点 $\frac{tk}{k}(=t)$ での保険料が $P_{\frac{tk}{k}}=P_t^{(k)}\cdot\frac{1}{k}$、生存給付金が $E_{\frac{tk}{k}}=E_t\cdot\frac{1}{k}$ となるとすると、(a)式は

$${}_tV^{(k)}+\frac{1}{k}\times\left(\boxed{⑦}\right)-\boxed{⑧}\times S_{t+\frac{1}{k}}=\boxed{⑨}\times{}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}\quad\cdots\cdots\cdots(b)$$

となる。ここで、右辺を変形すると、

$$右辺 = v^{\frac{1}{k}} \cdot {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)} - \boxed{\quad ⑧ \quad} \times {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)}$$

となり、$v^{\frac{1}{k}}$を名称割引率$d^{(k)}$を用いて表すと$v^{\frac{1}{k}} = \boxed{\quad ⑩ \quad}$であるから、上記(b)式は、

$$ {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)} - {}_{t}V^{(k)} = \frac{1}{k} \times \left(\boxed{\quad ⑦ \quad} \right) + \boxed{\quad ⑪ \quad} \times {}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)} + \boxed{\quad ⑧ \quad} \times \left({}_{t+\frac{1}{k}}V^{(k)} - S_{t+\frac{1}{k}} \right) $$

となる。

両辺をk倍して、$k \to \infty$とすると、$k \times \boxed{\quad ⑪ \quad} \to \boxed{\quad ⑫ \quad}$、$k \times \boxed{\quad ⑧ \quad} \to \boxed{\quad ⑬ \quad}$となるから、

$$\frac{d}{dt}\,{}_{t}V^{(\infty)} = \boxed{\quad ⑭ \quad} + \boxed{\quad ⑫ \quad} \times {}_{t}V^{(\infty)} + \boxed{\quad ⑬ \quad} \times \left({}_{t}V^{(\infty)} - S_{t} \right)$$

が示された。

問題３．次の空欄に当てはまる一つの記号を所定の解答用紙の指定欄に記入せよ。一つの記号とは例えば v，q_{x+t-1} などをいい、$i\cdot v$，$1+C_x$ や $\sum_{t=1}^{n} C_{x+t-1}$ などは不可とする。一つの記号以外を記入した解答欄は採点の対象とはならない。

（22点）

次の内容の保険を考える。
x 歳加入 保険期間 n 年の保険で、被保険者が死亡したときその死亡の直後の契約応当日から満期日まで毎年1の確定年金を支払い、その他の給付は行なわない。

この保険の全期払純保険料 P を求める。
被保険者が生存中の第 t 保険年度末責任準備金を ${}_tV$ とする。死亡率を q_x とすると、責任準備金の再帰式により次の関係が成り立つ。

$$ {}_{t-1}V + P - v\cdot q_{x+t-1}\cdot \boxed{\ ①\ } = v\cdot p_{x+t-1}\cdot {}_tV $$

この両辺に $\boxed{\ ②\ }$ を乗じて、$t=1$ から n まで辺々加え整理すると

$$ P\cdot(\boxed{\ ③\ } - \boxed{\ ④\ }) - \sum_{t=1}^{n} C_{x+t-1}\cdot \boxed{\ ①\ } = 0 $$ となる。

ここで、

$$ \sum_{t=1}^{n} C_{x+t-1}\cdot \boxed{\ ①\ } = \frac{1}{iv}\cdot(\boxed{\ ⑤\ } - \boxed{\ ⑥\ }) - \frac{1}{i}\cdot(\boxed{\ ⑦\ }\cdot v^n - \boxed{\ ⑧\ }) $$

となるので、全期払純保険料 P は

$$ P = \{1\div(\boxed{\ ③\ } - \boxed{\ ④\ })\}\cdot\{\frac{1}{iv}\cdot(\boxed{\ ⑤\ } - \boxed{\ ⑥\ }) - \frac{1}{i}\cdot(\boxed{\ ⑦\ }\cdot v^n - \boxed{\ ⑧\ })\} $$

$$ = \{1\div(i\cdot\boxed{\ ⑨\ })\}\cdot(\frac{1}{v}\cdot\boxed{\ ⑩\ } - v^n + \boxed{\ ⑪\ }) $$ となる。

以上

保険数学1（解答）

問題1

設問番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
解答欄	(A)	(E)	(A)	(B)	(E)	(D)	(B)	(C)	(D)	(D)

正解は上表のとおりであるが、以下に各設問の解答方法を略記する。

(1) …… (A)

借入金利率i%で借りた金額をT, 実質的な借入金利率をi^*%、減債基金の積立利率をi'%とすると返済のための毎年の必要額は

$\mathrm{T}i+\mathrm{T}\times\dfrac{1}{s_{\overline{10|}}^{i'}}$ となる。

これがi^*%による元利均等返済方法による毎年の返済額と等しいことから、

$$\mathrm{T}\times\frac{1}{a_{\overline{10|}}^{i^*}}=\mathrm{T}i+\mathrm{T}\times\frac{1}{s_{\overline{10|}}^{i'}}$$

したがって

$$i=\frac{1}{a_{\overline{10|}}^{i^*}}-\frac{1}{s_{\overline{10|}}^{i'}}=\frac{1}{8.9404}-\frac{1}{13.1808}\fallingdotseq 0.11185-0.07587=0.03598$$

(2) …… (E)

$$e_{50}=p_{50}+p_{50}\cdot p_{51}+p_{50}\cdot {}_2p_{51}+p_{50}\cdot {}_3p_{51}+\cdots=p_{50}+p_{50}\cdot e_{51}$$

$\therefore\ p_{50}=\dfrac{e_{50}}{1+e_{51}}$ 同様に、$p_{51}=\dfrac{e_{51}}{1+e_{52}}$

$\therefore\ {}_2p_{50}=p_{50}\cdot p_{51}=\dfrac{e_{50}}{1+e_{51}}\cdot\dfrac{e_{51}}{1+e_{52}}=0.990\cdots$

(3) ……… (A)

定常状態開集団についてある観察年度におけるx歳以上の死亡者数の総数は

$d_x+d_{x+1}+\cdots+d_{\omega-1}=\ell_x$ であることから $\ell_0=7{,}500$

x歳以上の人口をT_xとすると、$T_x=\sum_{t=x}^{\omega-1}L_t=\int_0^{\omega}\ell_{x+t}dt$となり、

$\dfrac{\ell_0}{T_0}=0.015,\ \dfrac{T_0-T_{35}}{T_0}=0.500,\ T_0=500{,}000,\ T_{35}=250{,}000$

また、$\dfrac{T_0-T_{35}-35\ell_{35}}{\ell_0-\ell_{35}}=5$ であることから、$\ell_{35}=\dfrac{250{,}000-37{,}500}{30}=7{,}083$

ゆえに $\dfrac{\ell_{35}}{T_{35}}=0.0283\cdots\cdots$

(4) ……… (B)

$p_x = \exp(-\int_0^1 \mu_{x+t}dt)$ である。

また、$p'_x = \exp(-\int_0^1 \mu'_{x+t}dt) = (p_x)^{\frac{1}{2}}$ である。

したがって、$q'_x = 1 - p'_x = 1 - (p_x)^{\frac{1}{2}} = 1 - \sqrt{1 - q_x}$

(5) ……… (E)

${}_t p_x \cdot \mu_{x+t} = -\frac{1}{\ell_x} \cdot \frac{d\ell_{x+t}}{dt} = a + b \cdot t$ であるから、

$\ell_{x+t} = -\ell_x \left(k + at + \frac{b}{2} t^2\right)$

$t = 0$ として分かることから、$k = -1$ である。これにより

$L_x = \int_0^1 \ell_{x+t}\,dt = \int_0^1 \ell_x \left(1 - a \cdot t - \frac{b}{2} \cdot t^2\right) dt = \ell_x \left(1 - \frac{a}{2} - \frac{b}{6}\right)$

$d_x = \ell_x - \ell_{x+1} = \ell_x - \ell_x \left(1 - a - \frac{b}{2}\right) = \ell_x \left(a + \frac{b}{2}\right)$

したがって　$m_x = \frac{d_x}{L_x} = \dfrac{a + \frac{b}{2}}{1 - \frac{a}{2} - \frac{b}{6}}$

(6) ……… (D)

$P_x = \frac{1}{\ddot{a}_x} - d$, $P_{x+1} = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1}} - d$ 　$\ddot{a}_x = 1 + \nu p_x \cdot \ddot{a}_{x+1}$ より

$\ddot{a}_x$, $\ddot{a}_{x+1}$ を消去すると、$\frac{1}{P_x + d} = 1 + \nu \cdot p_x \cdot \frac{1}{P_{x+1} + d}$

$\nu = 1 - d$ であるから d について整理すると、

$(1 - p_x) \cdot d^2 + (P_{x+1} - (1 - p_x)(1 - P_x))d - (1 - P_x)P_{x+1} + p_x \cdot P_x = 0$

問題文の値を代入すると

$0.01 \cdot d^2 + 0.0112 \cdot d - 0.00078 = 0$ 　これを解くと、$d > 0$ であることから

$d\left(= \frac{i}{1+i}\right) = 0.0658$ 　ゆえに $i = 0.0704$

参考

問題１（4）では「………死亡率を q_x とし、…………」とあり、

問題１（5）では「生存確率 ${}_t p_x$ …………」とある。

2つの用語はテキスト（二見　隆著　生命保険数学　上巻）によると、次のとおり明

確に区別して記載されている。

1. 42ページより、　「生存率　p_x　および死亡率　q_x　は

$$p_x = \frac{\ell_{x+1}}{\ell_x}$$

$$q_x = \frac{d_x}{\ell_x} = \frac{\ell_x - \ell_{x+1}}{\ell_x}$$ を計算したものである。」

2. 49ページより　「最も基本的な関数として生存確率および死亡確率について述べる。これらは総称して生命確率といわれる。

(1)　(x)がn年間生存する確率${}_n p_x$は

$${}_n p_x = \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x}$$ で表わされる。

(2)　(x)がn年以内に死亡する確率は${}_n q_x = \dfrac{\ell_x - \ell_{x+n}}{\ell_x} = 1 - {}_n p_x$　となる。」

(7) ……… (B)

$$1 - \frac{(P_{30:\overline{15|}} - {}_{15}P_{30}) \cdot \ddot{a}_{30:\overline{15|}}}{v^{15} \cdot {}_{15}p_{30}} = 1 - \frac{A_{30:\overline{15|}} - A_{30}}{A_{30:\overset{1}{\overline{15|}}}}$$

$$= \frac{A_{30:\overset{1}{\overline{15|}}} - A_{30:\overline{15|}} + A_{30}}{A_{30:\overset{1}{\overline{15|}}}}$$

$$= \frac{A_{30} - A^{1}_{30:\overline{15|}}}{A_{30:\overset{1}{\overline{15|}}}}$$

$$= \frac{M_{30} - (M_{30} - M_{45})}{D_{45}}$$

$$= \frac{M_{45}}{D_{45}} = A_{45}$$

(8) ……… (C)

$\ddot{a}_{x+1} = \dfrac{a_x}{vp_x}$, $v = 1 - d$　であることから $A_{x+1} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x+1} = 1 - \dfrac{da_x}{(1-d) \cdot p_x}$

一方、$P_x = \dfrac{1}{1 + a_x} - d$　より　$d = \dfrac{1}{1 + a_x} - P_x = 0.05213284\cdots\cdots$　となり、

これを上記の式に入れると

$$A_{x+1} = 1 - \frac{0.05213284 \times 14.3053}{0.94786716 \times 0.99742} = 0.21117\cdots\cdots$$

(9) ……… (D)

過去法による責任準備金の算式は

$${}_nV_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}} \cdot P_x - \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+n}}$$ となる。

両辺に $\dfrac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$ を掛け、整理すると

$${}_nV_x \cdot P_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = P_x - P^1_{x:\overline{n|}}$$

したがって、$P_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = P_x - P^1_{x:\overline{n|}} \cdot {}_nV_x = 0.024 - 0.08 \times 0.02 = 0.008$

別 解

テキスト（二見隆著　生命保険数学　上巻）第５章練習問題（3）から（5）にしたがって解答すると以下のような別解となる。

$${}_tV_{x:\overline{n|}} \cdot P_{x:\overline{t|}} + (1 - {}_tV_{x:\overline{n|}}) \cdot P^1_{x:\overline{t|}}$$

$$= {}_tV_{x:\overline{n|}}(P_{x:\overline{t|}} - P^1_{x:\overline{t|}}) + P^1_{x:\overline{t|}}$$

$$= \left(\frac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}} \cdot P_{x:\overline{n|}} - \frac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}}\right) \times \left(\frac{D_{x+t}}{N_x - N_{x+t}}\right) + \left(\frac{M_x - M_{x+t}}{N_x - N_{x+t}}\right)$$

$$= P_{x:\overline{n|}}$$

$$\therefore \quad P_{x:\overline{n|}} = {}_tV_{x:\overline{n|}} \cdot P_{x:\overline{t|}} + (1 - {}_tV_{x:\overline{n|}}) \cdot P^1_{x:\overline{t|}}$$

$n \to \infty$ とすると　　$P_x = P^1_{x:\overline{t|}} + (P_{x:\overline{t|}} - P^1_{x:\overline{t|}}) \cdot {}_tV_x$

ゆえに、$P_x = P^1_{x:\overline{n|}} + P_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} \cdot {}_nV_x$　であり、

$$P^1_{x:\overline{n|}} = P_x - P_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} \cdot {}_nV_x$$
$$= 0.024 - 0.2 \cdot 0.08$$
$$= 0.008$$

(10) ……… (D)

責任準備金の関係式から　${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}$ …………… (A) であり、

${}_kV_{x:\overline{n|}} = \dfrac{1}{6}$　　より　　$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \dfrac{6}{5} \cdot \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$ …………… (A) となる。

題意から　$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} + \ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}} = 2\,\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$ …………… (B) であることから

(A) 式を (B) 式に代入すると、

$$\frac{6}{5}\cdot\ \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}-\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}=2\,\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$$

$$\frac{\ddot{a}_{x+2k:\overline{x-2k|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}=\frac{4}{5}$$

ここで、責任準備金の関係式から ${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=1-\dfrac{\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}$ であることから

$${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=1-\frac{\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}=\frac{1}{5}$$

別解 1

責任準備金の関係式から ${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=1-\dfrac{\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}$ ……………(A) であり、

題意から $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}+\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}=2\,\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$ ……………(B) であることから

(B) 式を (A) 式に代入すると、

${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=1-\dfrac{2\cdot\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}-\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}=-1+\dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x+n:\overline{n-k|}}}$ ……………(C) となる。

また、同じく責任準備金の関係式から ${}_kV_{x:\overline{n|}}=1-\dfrac{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$ であるから

この式を変形して

$\dfrac{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-x|}}}=\dfrac{1}{1-{}_kV_{x:\overline{n|}}}$ ……………(D) となる。

(D) 式を (C) 式に代入し、${}_kV_{x:\overline{n|}}=\dfrac{1}{6}$ とすれば

${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=-1+\dfrac{1}{1-{}_kV_{x:\overline{n|}}}=\dfrac{{}_kV_{x:\overline{n|}}}{1-{}_kV_{x:\overline{n|}}}=\dfrac{1}{5}$ となる。

別解 2

題意から、 $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}+\ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}=2\,\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$ であることから

$$A_{x:\overline{n|}}+A_{x+2k:\overline{n-2k|}}=2\cdot A_{x+k:\overline{n-k|}}$$

$${}_kV_{x+k:\overline{n-k|}}=A_{x+2k:\overline{n-2k|}}-P_{x+k:\overline{n-k|}}\cdot\ \ddot{a}_{x+2k:\overline{n-2k|}}$$

$$=2\cdot A_{x+k:\overline{n-k|}}-A_{x:\overline{n|}}-P_{x+k:\overline{n-k|}}\cdot(2\cdot\ \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}-\ddot{a}_{x:\overline{n|}})$$

$$=2\cdot(A_{x+k:\overline{n-k|}}-P_{x+k:\overline{n-k|}}\cdot\ \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}})+P_{x+k:\overline{n-k|}}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-A_{x:\overline{n|}}$$

$(A_{x+k:\overline{n-k|}}-P_{x+k:\overline{n-k|}}\cdot\ \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}})=0$ であることより

$$= P_{x+k:\overline{n-k}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}$$

$$= \frac{A_{x+k:\overline{n-k}|}}{\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - P_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

$$= (A_{x+k:\overline{n-k}|} - P_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}) \cdot (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} / \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|})$$

$$= ({}_kV_{x:\overline{n}|}) / (1 - {}_kV_{x:\overline{n}|})$$

$$= 1/5$$

問題2

設問番号	解　答
①	$\ell_{x+\frac{j-1}{k}} - \ell_{x+\frac{j}{k}}$ または　$\ell_{x+\frac{j-1}{k}} \cdot {}_{\frac{1}{k}}q_{x+\frac{j-1}{k}}$ または　$\int_{\frac{j-1}{k}}^{\frac{j}{k}} \ell_{x+t} \cdot \mu_{x+t} dt$
②	$v^{\frac{j}{k}-\frac{t}{k}}$
③	$\ell_{x+\frac{j}{k}}$
④	$\dfrac{\ell_{x+\frac{t}{k}} - \ell_{x+\frac{t+1}{k}}}{\ell_{x+\frac{t}{k}}} \cdot S_{\frac{t+1}{k}} \cdot v^{\frac{1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}}$ または　$\left(1 - {}_{\frac{1}{K}}p_{x+\frac{t}{k}}\right) \cdot S_{\frac{t+1}{k}} \cdot v^{\frac{1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}}$ または　$\left(v^{\frac{1}{k}} - \dfrac{D_{x+\frac{t+1}{k}}}{D_{x+\frac{t}{k}}}\right) \cdot S_{\frac{t+1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}}$ または　${}_{\frac{1}{k}}q_{x+\frac{t}{k}} \cdot S_{\frac{t+1}{k}} \cdot v^{\frac{1}{k}} + E_{\frac{t}{k}} - P_{\frac{t}{k}}$

設問番号	解　　答
⑤	$v^{\frac{1}{k}} \cdot \dfrac{\ell_{x+\frac{t+1}{k}}}{\ell_{x+\frac{t}{k}}}$ または　$v^{\frac{1}{k}} \cdot {}_{\frac{1}{k}}p_{x+\frac{t}{k}}$ または　$\dfrac{D_{x+\frac{t+1}{k}}}{D_{x+\frac{t}{k}}}$
⑥	$v^{\frac{j}{k}-\frac{t+1}{k}}$
⑦	$P_t^{(k)} - E_t$
⑧	$v^{\frac{1}{k}} \cdot \dfrac{\ell_{x+t}-\ell_{x+t+\frac{1}{k}}}{\ell_{x+t}}$ または、$v^{\frac{1}{k}} \cdot \left(1-{}_{\frac{1}{k}}p_{x+t}\right)$ または、$v^{\frac{1}{k}} \cdot {}_{\frac{1}{k}}q_{x+t}$ または、$v^{\frac{1}{k}} - \dfrac{D_{x+t+\frac{1}{k}}}{D_{x+t}}$

設問番号	解　答
⑨	$v^{\frac{1}{k}} \cdot \dfrac{\ell_{x+t+\frac{1}{k}}}{\ell_{x+t}}$ または、 $v^{\frac{1}{k}} \cdot {}_{\frac{1}{k}}p_{x+t}$ または、 $\dfrac{D_{x+t+\frac{1}{k}}}{D_{x+t}}$
⑩	$1-\dfrac{d^{(k)}}{k}$
⑪	$\dfrac{d^{(k)}}{k}$
⑫	δ
⑬	μ_{x+t}
⑭	$P_t^{(\infty)}-E_t$

問題3

設問番号	解　　答
①	$\ddot{a}_{\overline{n-t+1}\rceil}$
②	D_{x+t-1}、または $A_{x:\overline{t-1}\rceil}^{\ \ 1}$
③	N_x
④	N_{x+n}
⑤	M_x
⑥	M_{x+n}
⑦	D_x
⑧	D_{x+n}
⑨	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$
⑩	$A_{x:\overline{n}\rceil}^{1}$
⑪	$A_{x:\overline{n}\rceil}^{\ \ 1}$ または　$_nE_x$