生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答しなさい。

各４点（計２４点）

（１）x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険において、第 5 保険年度末の平準純保険料式責任準備金 ${}_{5}V_{x}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、${}_{1}V_{x+t}\left(t=0,1,2,3,4\right)$ は下表のとおりとする。

t	0	1	2	3	4
${}_{1}V_{x+t}$	0.01743	0.01779	0.01816	0.01853	0.01893

（Ａ） 0.08755　（Ｂ） 0.08760　（Ｃ） 0.08765　（Ｄ） 0.08770　（Ｅ） 0.08775
（Ｆ） 0.08780　（Ｇ） 0.08785　（Ｈ） 0.08790　（Ｉ） 0.08795　（Ｊ） 0.08800

（2）ある集団が原因 A、B、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。x 歳における各脱退原因による脱退者数をそれぞれ a_x 、 b_x 、 c_x とし、各脱退はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。
3 重脱退残存表のうち、判明している数値が下表のとおりであり、 $x+1$ 歳の原因 A の中央脱退率は x 歳の原因 A の中央脱退率の 1.5 倍、 $x+1$ 歳の原因 B の絶対脱退率は $x+1$ 歳の原因 A の絶対脱退率の 2 倍、 $x+1$ 歳の原因 C の絶対脱退率は $x+1$ 歳の原因 A の絶対脱退率の 1.6 倍であるとき、 l_{x+2} の値に最も近いものは次のうちどれか。
なお、 $x+1$ 歳におけるそれぞれの原因による脱退者数は小数点以下第 1 位を四捨五入して整数値を用いること。

l_x	a_x	b_x	c_x
95,000	617	1,023	720

（Ａ） 87,900　（Ｂ） 88,100　（Ｃ） 88,300　（Ｄ） 88,500　（Ｅ） 88,700
（Ｆ） 88,900　（Ｇ） 89,100　（Ｈ） 89,300　（Ｉ） 89,500　（Ｊ） 89,700

（3） $\ddot{s}_{\overline{2n|}} = 3\ddot{a}_{\overline{n|}}$ のとき、予定利率 $i\,(i>0)$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、$\ddot{a}_{\overline{2n|}} = 42.140689$ とする。

（A） 0.82%	（B） 0.84%	（C） 0.86%	（D） 0.88%	（E） 0.90%
（F） 0.92%	（G） 0.94%	（H） 0.96%	（I） 0.98%	（J） 1.00%

（４） x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険において、5 年経過後にその時点の解約返戻金 ${}_5W_x$ に基づいて払済終身保険に変更するとき、変更後の保険金額の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、t 年経過後の解約返戻金は ${}_tW_x = {}_tV_x - 0.015 \cdot \dfrac{\max(10-t, 0)}{10}$ （${}_tV_x$ は平準純保険料式責任準備金）、払済終身保険の予定事業費は毎年度始に払済保険金額 1 に対し 0.002、予定利率 $i = 0.50\%$、年払純保険料 $P_x = 0.01698$、$P_{x+5} = 0.01896$ とする。

（Ａ） 0.070	（Ｂ） 0.072	（Ｃ） 0.074	（Ｄ） 0.076	（Ｅ） 0.078
（Ｆ） 0.080	（Ｇ） 0.082	（Ｈ） 0.084	（Ｉ） 0.086	（Ｊ） 0.088

（5）死力 μ_x が $\mu_x = \dfrac{1}{80-x}\ (0 \leqq x < 80)$ のとき、${}_{10}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

なお、${}_{10}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60}$ は、10 年以内に 40 歳の被保険者、50 歳の被保険者の順で死亡が起こり、かつ、50 歳の被保険者の死亡時点で 60 歳の被保険者が生存している確率である。

（Ａ） 0.008	（Ｂ） 0.012	（Ｃ） 0.016	（Ｄ） 0.020	（Ｅ） 0.024
（Ｆ） 0.028	（Ｇ） 0.032	（Ｈ） 0.036	（Ｉ） 0.040	（Ｊ） 0.044

（６）死亡・就業不能脱退残存表において、生存者総数に占める就業不能者数の割合が x 歳では 0.010341、$x+1$ 歳では 0.011627 であるとする。x 歳の就業者が就業者のまま死亡する確率が 0.002211、x 歳の死亡率が 0.002322 のとき、x 歳の就業不能者の絶対死亡率 q_x^i の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

（Ａ） 0.009	（Ｂ） 0.010	（Ｃ） 0.011	（Ｄ） 0.012	（Ｅ） 0.013
（Ｆ） 0.014	（Ｇ） 0.015	（Ｈ） 0.016	（Ｉ） 0.017	（Ｊ） 0.018

問題２． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い解答しなさい。

各７点（計５６点）

（１）人口が定常状態にあり、生存数が $L_x = K\cdot(100-x)$ に従う 2 つの国家 A、 B を考える。
（x は $0\leqq x\leqq 100$ を満たす整数、 K は正の整数とする。）

国家 A、 B において、次のとおり第 t 年度始から年間の出生数に変化が生じた。

【国家 A】年間の出生数が定常状態と比較して 40%減少し、その状態で継続する。
【国家 B】年間の出生数が前年度と比較して 3%ずつ、毎年減少し続ける。

第 $t+50$ 年度始における、国家 A、 B の総人口をそれぞれ T_A 、 T_B とするとき、 $\dfrac{T_B}{T_A}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、$0.97^{50}=0.21807$ とし、出生は 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、国家間の人口の移動はないものとする。

（Ａ） 0.80	（Ｂ） 0.82	（Ｃ） 0.84	（Ｄ） 0.86	（Ｅ） 0.88
（Ｆ） 0.90	（Ｇ） 0.92	（Ｈ） 0.94	（Ｉ） 0.96	（Ｊ） 0.98

（２）三大疾病非罹患者である 40 歳の被保険者が、保険料一時払、保険期間 10 年の以下の給付を行う保険に加入する場合を考える。

【給付内容】
・三大疾病に罹患した場合、その保険年度末から満期日（満期日を含む）まで年金額 1 の確定年金を支払う。
・三大疾病非罹患者のまま死亡した場合、その保険年度末における平準純保険料式責任準備金を保険年度末に支払う。

この保険の一時払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、計算の前提は次のとおりとする。

【計算の前提】
・三大疾病非罹患者が死亡および三大疾病罹患によって減少していく 2 重脱退残存表に基づく。また、死亡および三大疾病罹患はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとし、三大疾病に罹患した者が回復して三大疾病非罹患者に復帰することはないものとする。すなわち、

l_x ： x 歳の三大疾病非罹患者数

d_x ： x 歳と $x+1$ 歳の間における三大疾病非罹患者の死亡数

i_x ： x 歳と $x+1$ 歳の間において三大疾病非罹患者が三大疾病に罹患する数

とすると、$l_{x+1} = l_x - d_x - i_x$ が成り立つ。

・予定三大疾病罹患率 $q^i = \dfrac{i_x}{l_x}$ は年齢によらず一律 0.005 とする。

・予定利率 $i = 1.0\%$ とする。

（Ａ） 0.248　（Ｂ） 0.253　（Ｃ） 0.258　（Ｄ） 0.263　（Ｅ） 0.268
（Ｆ） 0.273　（Ｇ） 0.278　（Ｈ） 0.283　（Ｉ） 0.288　（Ｊ） 0.293

（3）ある集団が原因 A 、 B 、 C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。ここで、各脱退はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。
x 歳における各脱退原因による脱退率を q_x^A, q_x^B, q_x^C 、絶対脱退率を $q_x^{A*}, q_x^{B*}, q_x^{C*}$ 、脱退力を μ_x^A, μ_x^B, μ_x^C 、1 年後の残存率を p_x^* としたとき、次の（**A**）～（**D**）のうち、正しいものを<u>すべて</u>選びなさい。ただし、該当するものが 1 つもないときは（**E**）を選びなさい。

（**A**）　$p_x^* = \left(1-q_x^{A*}\right)\cdot\left(1-q_x^{B*}\right)\cdot\left(1-q_x^{C*}\right)$

（**B**）　$q_x^A = q_x^{A*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_x^{B*}+q_x^{C*}\right)-\frac{1}{3}q_x^{B*}\cdot q_x^{C*}\right\}$

（**C**）　$p_x^* = 1-q_x^A-q_x^B-q_x^C$

（**D**）　$0 \leqq t \leqq 1$ のとき、 $\mu_{x+t}^A = \frac{q_x^{A*}}{1+t\cdot q_x^{A*}}$

（４） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険において、予定死亡率 q_{x+t} を、

$$\begin{cases} q'_{x+t} = q_{x+t} = 0.002 & (t=0) \\ q'_{x+t} < q_{x+t} & (t=1,2,\ldots,9) \end{cases}$$

で表される予定死亡率 q'_{x+t} に変更することを考える。第 1 保険年度末の平準純保険料式責任準備金について、予定死亡率変更後の値から予定死亡率変更前の値を控除した値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、予定利率 $i=1.50\%$ は変更がないものとし、予定死亡率変更前の計算基礎率に基づく年金現価 $\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=9.2262$ 、予定死亡率変更後の計算基礎率に基づく年金現価 $\ddot{a}'_{x:\overline{10}|}=9.2422$ とする。

（Ａ） –0.00020 （Ｂ） –0.00019 （Ｃ） –0.00018 （Ｄ） –0.00017 （Ｅ） 0
（Ｆ） 0.00017 （Ｇ） 0.00018 （Ｈ） 0.00019 （Ｉ） 0.00020

（５）30 歳加入、保険料年払 10 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の、以下の保障を行う保険を考える。

【給付内容】
・被保険者が満期まで生存すれば、満期保険金額 1 を支払う。
・被保険者が保険料払込期間終了後から満期までの 20 年間に死亡すれば、死亡した年度末に死亡保険金額 1 を支払う。
・被保険者が保険料払込期間中の 10 年間に死亡すれば、死亡した年度末に既払込営業保険料と同額を支払う。

年払営業保険料を P^* 、年払純保険料を P とし、$P^* = (P + C) \cdot (1 + k)$ が成り立つとき、年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、$C = 0.1$ 、$k = 0.05$ とし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	M_x	R_x
30	91,737	4,464,399	80,705	4,166,451
40	88,756	3,560,203	79,977	3,362,376
60	79,522	1,860,804	74,975	1,797,594

（Ａ） 0.2028　（Ｂ） 0.2030　（Ｃ） 0.2032　（Ｄ） 0.2034　（Ｅ） 0.2036
（Ｆ） 0.2038　（Ｇ） 0.2040　（Ｈ） 0.2042　（Ｉ） 0.2044　（Ｊ） 0.2046

（6） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_tV_{x:\overline{n}|}$、チルメル割合を α としたときの全期チルメル式責任準備金を ${}_tV_{x:\overline{n}|}^{[z]}$ で表すものとする。

$\alpha_0 = \dfrac{{}_1V_{x:\overline{n}|}}{1-{}_1V_{x:\overline{n}|}}$ とするとき、$s=0,1,2,\ldots,n-1$ に対して、${}_{s+1}V_{x:\overline{n}|}^{[z]} - {}_sV_{x+1:\overline{n-1}|}$ を表す式は次のうちどれか。

（A） ${}_sV_{x+1:\overline{n-1}|}\cdot(\alpha_0-\alpha)$

（B） ${}_sV_{x+1:\overline{n-1}|}\cdot(\alpha-\alpha_0)$

（C） $\left(1-{}_sV_{x+1:\overline{n-1}|}\right)\cdot(\alpha_0-\alpha)$

（D） $\left(1-{}_sV_{x+1:\overline{n-1}|}\right)\cdot(\alpha-\alpha_0)$

（E） ${}_{s+1}V_{x:\overline{n}|}\cdot(\alpha_0-\alpha)$

（F） ${}_{s+1}V_{x:\overline{n}|}\cdot(\alpha-\alpha_0)$

（G） $\left(1-{}_{s+1}V_{x:\overline{n}|}\right)\cdot(\alpha_0-\alpha)$

（H） $\left(1-{}_{s+1}V_{x:\overline{n}|}\right)\cdot(\alpha-\alpha_0)$

（I） ${}_sV_{x:\overline{n}|}\cdot(\alpha_0-\alpha)$

（J） ${}_sV_{x:\overline{n}|}\cdot(\alpha-\alpha_0)$

（7）就業者である x 歳の被保険者が加入する、以下の給付を行う保険料一時払の終身保険をそれぞれ考える。なお、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

【保険 1】
就業者である被保険者が死亡もしくは就業不能となったときに保険年度末に保険金額 X を支払って消滅する保険

【保険 2】
就業者である被保険者に対し、就業者であることを条件に毎保険年度始に年金額 Y を支払い、また、就業不能となったときに保険年度末に保険金額 Z を支払って消滅する保険

ここで、保険 1 と保険 2 の 2 つの保険の一時払純保険料がすべての年齢で等しくなるとき、d_x^{aa} を表す式は次のうちどれか。

（A）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}+\left(1+\dfrac{X}{Z}\right)\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（B）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}+\left(1-\dfrac{X}{Z}\right)\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（C）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}-\left(1+\dfrac{X}{Z}\right)\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（D）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}-\left(1-\dfrac{X}{Z}\right)\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（E）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}+\dfrac{X}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（F）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}-\dfrac{X}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（G）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}+\dfrac{X+Y}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（H）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}+\dfrac{X-Y}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（I）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}-\dfrac{X+Y}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（J）　$\dfrac{Y}{Z\cdot v}\cdot l_x^{aa}-\dfrac{X-Y}{Z}\cdot(l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa})$

（８） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 10 年の、手術種類に応じた保障を行う手術保障保険を考える。

【給付内容】
- 手術発生時に、基本手術一時金額 1 に対して、手術種類に応じて定められている以下の倍率を<u>乗じた</u>手術一時金を支払う。
  手術種類 1 の場合：1
  手術種類 2 の場合： K
  手術種類 3 の場合： $2K$
- 死亡時の給付はない。

この保険の年払営業保険料の値が 0.09894 であるとき、 K の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、計算の前提は次のとおりとする。

【計算の前提】
- 死亡率 q は年齢によらず一律 0.003 とする。
- 予定利率 $i=1.0\%$ とする。
- 予定手術発生率：各年齢の被保険者について、その後 1 年間の手術種類別の発生率は、年齢によらず一律以下のとおりとする。
  手術種類 1 の場合： $\dfrac{1}{50}$
  手術種類 2 の場合： $\dfrac{1}{80}$
  手術種類 3 の場合： $\dfrac{1}{100}$
- 各手術種類の発生および手術一時金の支払は年央に発生するものとし、各手術種類はそれぞれ 1 年間に 2 回以上発生しないものとする。
- 各手術種類はそれぞれ独立に発生するものとする。
- 予定事業費は下表のとおりとする。

予定新契約費	新契約時にのみ、基本手術一時金額 1 に対し 0.2
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.02
予定維持費	毎保険年度始に、基本手術一時金額 1 に対し 0.03

（Ａ） 0.45　（Ｂ） 0.50　（Ｃ） 0.55　（Ｄ） 0.60　（Ｅ） 0.65
（Ｆ） 0.70　（Ｇ） 0.75　（Ｈ） 0.80　（Ｉ） 0.85　（Ｊ） 0.90

問題３． 次の①～⑩の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

１０点

x 歳加入、保険料年払 m 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、契約当初 $k\,(<m)$ 年間の予定利率 i 、k 年経過後の予定利率 $j\,(\neq i)$ の終身保険について考える。
ただし、i, j を付した現価率 $\left(v_{(i)}, v_{(j)}\right)$ 、年金現価 $\left(\ddot{a}_x^{(i)}, \ddot{a}_x^{(j)}\right)$ 、一時払純保険料 $\left(A_x^{(i)}, A_x^{(j)}\right)$ 等はそれぞれ予定利率 i, j で計算されたものとする。

まず、この保険の年払純保険料 $P_x^{i,j}$ を考える。支出現価および収入現価をそれぞれ契約当初 k 年間と k 年経過後に分けて考えると、

支出現価 $=\boxed{①}+v_{(i)}^k\boxed{②}$

収入現価 $=P_x^{i,j}\left(\boxed{③}+v_{(i)}^k\boxed{④}\right)$

となることから、

$$P_x^{i,j}=\frac{\boxed{①}+v_{(i)}^k\boxed{②}}{\boxed{③}+v_{(i)}^k\boxed{④}}$$

となる。

次に、この保険の第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金 ${}_tV_x^{i,j}$ を考える。将来法により、

$t=k$ の場合、

$${}_kV_x^{i,j}=\boxed{⑤}-P_x^{i,j}\boxed{⑥}$$

$t<k$ の場合、

$${}_tV_x^{i,j}=\boxed{⑦}+v_{(i)}^{k-t}\boxed{⑧}-P_x^{i,j}\left(\boxed{⑨}+v_{(i)}^{k-t}\boxed{⑩}\right)$$

となる。

（Ａ）	$\ddot{a}_{x:\overline{m}\rceil}^{(i)}$	（Ｂ）	$\ddot{a}_{x:\overline{m}\rceil}^{(j)}$	（Ｃ）	$\ddot{a}_{x:\overline{k}\rceil}^{(i)}$
（Ｄ）	$\ddot{a}_{x:\overline{k}\rceil}^{(j)}$	（Ｅ）	$\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(i)}$	（Ｆ）	$\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(j)}$
（Ｇ）	$\ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}\rceil}^{(i)}$	（Ｈ）	$\ddot{a}_{x+t:\overline{k-t}\rceil}^{(j)}$	（Ｉ）	$\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}\rceil}^{(i)}$
（Ｊ）	$\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}\rceil}^{(j)}$	（Ｋ）	${}_kp_x\cdot\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(i)}$	（Ｌ）	${}_kp_x\cdot\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(j)}$
（Ｍ）	${}_{k-t}p_{x+t}\cdot\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(i)}$	（Ｎ）	${}_{k-t}p_{x+t}\cdot\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}\rceil}^{(j)}$	（Ｏ）	$A_{x+k}^{(i)}$
（Ｐ）	$A_{x+k}^{(j)}$	（Ｑ）	$A_{x:\overline{k}\rceil}^{1(i)}$	（Ｒ）	$A_{x:\overline{k}\rceil}^{1(j)}$
（Ｓ）	$A_{x+t:\overline{k-t}\rceil}^{1(i)}$	（Ｔ）	$A_{x+t:\overline{k-t}\rceil}^{1(j)}$	（Ｕ）	${}_kp_x\cdot A_{x+k}^{(i)}$
（Ｖ）	${}_kp_x\cdot A_{x+k}^{(j)}$	（Ｗ）	${}_{k-t}p_{x+t}\cdot A_{x+k}^{(i)}$	（Ｘ）	${}_{k-t}p_{x+t}\cdot A_{x+k}^{(j)}$

問題４． 次の（a)、(b）について、各問の指示に従い解答しなさい。

１０点

子供 x 歳、親 y 歳加入、保険料年払 m 年払込、保険金年度末支払、保険期間 n 年 $(m<n)$ で、次の(ｉ)から(ⅳ)の条件を満たす親子連生保険について考える。

（ｉ）親が死亡した場合には、死亡保険金額 1 を支払い、その後の保険料の払込を免除する。

（ⅱ）子供が死亡した場合には、死亡保険金として既払込保険料（払込免除の保険料を含む）を支払い、契約は消滅する。

（ⅲ）子供が満期まで生存した場合には、満期保険金額 1 を支払う。

（ⅳ）親が死亡した保険年度の翌年度始から第 n 保険年度始まで、子供の生存を条件に遺族年金として年金額 0.1 を支払う。

なお、予定死亡率は親子とも同一の生命表に従うものとし、付加保険料は考慮しないものとする。

(a) 次の①～⑪の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この保険の年払純保険料を P とすると、

(収入現価)　$P\cdot\boxed{①}$

(支出現価)　・死亡保険金　$\boxed{②}+P\cdot\sum_{t=1}^{\boxed{③}}\min(t,\boxed{④})\cdot v^t\cdot\boxed{⑤}$

$=\boxed{②}+P\cdot\boxed{⑥}+m\cdot P\cdot\boxed{⑦}$

・満期保険金　$\boxed{⑧}$

・遺族年金　$0.1\cdot\boxed{⑨}$

$=0.1\cdot(\boxed{⑩}-\boxed{⑪})$

収支相等の原則により、$P=\dfrac{\boxed{②}+\boxed{⑧}+0.1\cdot(\boxed{⑩}-\boxed{⑪})}{\boxed{①}-\boxed{⑥}-m\cdot\boxed{⑦}}$

(b) この保険について、子供 5 歳、親 30 歳加入、保険料年払 20 年払込、保険期間 30 年の場合の年払純保険料 P の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、計算基数は下表のとおりとする。

【計算基数】

x	D_x	N_x	M_x	R_x
5	94,952	5,065,310	45,023	3,352,123
25	77,348	3,337,343	44,526	2,454,402
30	73,356	2,958,672	44,282	2,232,266
35	69,551	2,599,573	44,031	2,011,353
50	58,585	1,633,173	42,626	1,358,790
60	50,847	1,081,519	40,339	941,560

(x, y)	D_{xy}	N_{xy}	$M_{x\overset{1}{y}}$
(5,30)	8,290,151,228	329,010,219,913	4,636,787,979
(25,50)	6,580,904,760	179,437,699,516	4,450,081,332
(35,60)	5,673,294,740	117,647,756,688	4,194,149,170

【(a)の選択肢】

（A） n　（B） m　（C） ${}_{t|}q_x$　（D） ${}_{t-1|}q_x$　（E） ${}_{t|}q^{1}_{xy}$

（F） ${}_{t-1|}q^{1}_{xy}$　（G） $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$　（H） $\ddot{a}_{x:\overline{m}|}$　（I） $\ddot{a}_{y:\overline{n}|}$　（J） $\ddot{a}_{y:\overline{m}|}$

（K） $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$　（L） $\ddot{a}_{xy:\overline{m}|}$　（M） $A^{1}_{y:\overline{n}|}$　（N） $A^{1}_{y:\overline{m}|}$　（O） $A_{x\overset{1}{y}:\overline{n}|}$

（P） $A_{x\overset{1}{y}:\overline{m}|}$　（Q） $A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$　（R） $A_{x:\overset{1}{\overline{m}|}}$　（S） $A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}$　（T） $A_{xy:\overset{1}{\overline{m}|}}$

（U） $(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}$　（V） $(IA)^{1}_{x:\overline{m}|}$　（W） $(IA)^{1}_{xy:\overline{n}|}$　（X） $(IA)^{1}_{xy:\overline{m}|}$　（Y） ${}_{m|}A^{1}_{x:\overline{n}|}$

（Z） ${}_{m|}A^{1}_{x:\overline{n-m}|}$　（AA） ${}_{m|}A^{1}_{xy:\overline{n}|}$　（AB） ${}_{m|}A^{1}_{xy:\overline{n-m}|}$　（AC） $a_{y|x:\overline{n}|}$　（AD） $a_{y|x:\overline{n-1}|}$

【(b)の選択肢】

（A） 0.040　（B） 0.043　（C） 0.046　（D） 0.049　（E） 0.052

（F） 0.055　（G） 0.058　（H） 0.061　（I） 0.064　（J） 0.067

以上

生保数理（解答例）

問題１.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（Ｂ）**	４点	（４）	**（Ｉ）**	４点
（２）	**（Ｄ）**	４点	（５）	**（Ｆ）**	４点
（３）	**（Ｉ）**	４点	（６）	**（Ｄ）**	４点

（１）

$$
\begin{aligned}
{}_5V_x &= 1-\frac{\ddot{a}_{x+5}}{\ddot{a}_x} \\
&= 1-\frac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+3}}{\ddot{a}_{x+2}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+4}}{\ddot{a}_{x+3}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+5}}{\ddot{a}_{x+4}} \\
&= 1-(1-{}_1V_x)\cdot(1-{}_1V_{x+1})\cdot(1-{}_1V_{x+2})\cdot(1-{}_1V_{x+3})\cdot(1-{}_1V_{x+4})
\end{aligned}
$$

となることから、

$$
\begin{aligned}
{}_5V_x &= 1-(1-0.01743)\cdot(1-0.01779)\cdot(1-0.01816)\cdot(1-0.01853)\cdot(1-0.01893) \\
&= 1-0.98257\cdot 0.98221\cdot 0.98184\cdot 0.98147\cdot 0.98107 \\
&= 0.0875993
\end{aligned}
$$

解答 **（Ｂ）**

（２）

$l_{x+1}=l_x-a_x-b_x-c_x=92,640$ であり、ここから x 歳の原因 A の中央脱退率は、

$$m_x^A=\frac{a_x}{\frac{1}{2}\cdot(l_x+l_{x+1})}=0.006576$$

となる。

問題文から、 $m_{x+1}^A=1.5m_x^A=0.009864$ が分かり、 A、B、C それぞれの絶対脱退率は、

$$q_{x+1}^{A*}=\frac{2m_{x+1}^A}{2+m_{x+1}^A}=0.009816 、 q_{x+1}^{B*}=2q_{x+1}^{A*}=0.019632 、 q_{x+1}^{C*}=1.6q_{x+1}^{A*}=0.015706$$

となる。

さらに、脱退率はそれぞれ、

$$q_{x+1}^A=q_{x+1}^{A*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_{x+1}^{B*}+q_{x+1}^{C*}\right)+\frac{1}{3}q_{x+1}^{B*}\cdot q_{x+1}^{C*}\right\}=0.009644$$

$$q_{x+1}^B=q_{x+1}^{B*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_{x+1}^{A*}+q_{x+1}^{C*}\right)+\frac{1}{3}q_{x+1}^{A*}\cdot q_{x+1}^{C*}\right\}=0.019382$$

$$q_{x+1}^C=q_{x+1}^{C*}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\left(q_{x+1}^{A*}+q_{x+1}^{B*}\right)+\frac{1}{3}q_{x+1}^{A*}\cdot q_{x+1}^{B*}\right\}=0.015476$$

となり、これを l_{x+1} に乗じることで、 $a_{x+1}=893$ 、 $b_{x+1}=1,796$ 、 $c_{x+1}=1,434$ となり、 $l_{x+2}=88,517$ となる。

解答（Ｄ）

（３）

$\ddot{s}_{\overline{2n}|} = 3\ddot{a}_{\overline{n}|}$ より、$\dfrac{(1+i)^{2n}-1}{d} = 3 \cdot \dfrac{1-v^n}{d}$

ここで、$(1+i)^n = x$ （i＞0 であるため $x \neq 1$）とすると、

$x^2 - 1 = 3 \cdot \dfrac{x-1}{x}$ となり、$(x+1)\cdot(x-1)\cdot x = 3\cdot(x-1)$

$x \neq 1$ より、$x^2 + x - 3 = 0$

よって、$x = \dfrac{\pm\sqrt{13}-1}{2}$ となり、i＞0 であるため、$x = \dfrac{\sqrt{13}-1}{2} = 1.302776$

また、$\ddot{a}_{\overline{2n}|} = (1-v^{2n}) \cdot \dfrac{1}{d}$ より、

$$d = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{2n}|}}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{1.302776^2}\right) \cdot \frac{1}{42.140689} = 0.009748$$

従って、$i = \dfrac{d}{1-d} = 0.009844$

<u>解答（Ｉ）</u>

（4）

年金現価 $\ddot{a}_x$ および $\ddot{a}_{x+5}$ は、$P_x = \dfrac{1}{\ddot{a}_x} - d$ より、それぞれ、

$$\ddot{a}_x = \frac{1}{P_x + d} = \frac{1}{0.01698 + \dfrac{0.005}{1+0.005}} = 45.54745$$

$$\ddot{a}_{x+5} = \frac{1}{P_{x+5} + d} = \frac{1}{0.01896 + \dfrac{0.005}{1+0.005}} = 41.77960$$

となる。

よって、5 年経過後の解約返戻金 ${}_5W_x$ は、

$${}_5W_x = {}_5V_x - 0.015 \cdot \frac{\max(10-5, 0)}{10} = \left(1 - \frac{\ddot{a}_{x+5}}{\ddot{a}_x}\right) - 0.015 \cdot \frac{5}{10} = \left(1 - \frac{41.77960}{45.54745}\right) - 0.0075 = 0.07522$$

となり、求める払済終身保険の保険金額は、

$$\frac{{}_5W_x}{A_{x+5} + 0.002\ddot{a}_{x+5}} = \frac{{}_5W_x}{1 + (0.002 - d) \cdot \ddot{a}_{x+5}} = \frac{0.07522}{1 + \left(0.002 - \dfrac{0.005}{1+0.005}\right) \cdot 41.77960} = 0.08590$$

解答（**I**）

（５）

$${}_{t}p_{x}=\exp\left(-\int_{0}^{t}\mu_{x+s}ds\right)=\frac{80-x-t}{80-x}$$ 、 $${}_{t}q_{x}=\frac{t}{80-x}$$ である。

よって、

$${}_{10}q_{\underset{1}{40},\overset{2}{50},60}=\int_{0}^{10}{}_{t}q_{40}\cdot{}_{t}p_{50,60}\cdot\mu_{50+t}dt=\int_{0}^{10}{}_{t}q_{40}\cdot{}_{t}p_{50}\cdot{}_{t}p_{60}\cdot\mu_{50+t}dt$$

$$=\int_{0}^{10}\left(\frac{t}{80-40}\cdot\frac{80-50-t}{80-50}\cdot\frac{80-60-t}{80-60}\cdot\frac{1}{80-50-t}\right)dt=\frac{1}{40}\cdot\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{20}\cdot\int_{0}^{10}\left(20t-t^{2}\right)dt$$

$$=\frac{1}{40}\cdot\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{20}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot20t^{2}-\frac{1}{3}t^{3}\right]_{0}^{10}=\frac{1}{40}\cdot\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{20}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot20\cdot10^{2}-\frac{1}{3}\cdot10^{3}\right)=\frac{1}{36}=0.02778$$

解答（**Ｆ**）

（６）

$l_{x+1}^{aa}=l_x^{aa}-d_x^{aa}-i_x$ より、$i_x=l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa}-d_x^{aa}=l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa}-l_x^{aa}\cdot q_x^{aa}$

$l_{x+1}^{ii}=l_x^{ii}+i_x-d_x^{ii}$ より、$d_x^{ii}=l_x^{ii}-l_{x+1}^{ii}+i_x=l_x^{ii}-l_{x+1}^{ii}+l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa}-l_x^{aa}\cdot q_x^{aa}=l_x-l_{x+1}-l_x^{aa}\cdot q_x^{aa}$

よって、

$$q_x^i=\frac{d_x^{ii}}{l_x^{ii}+\dfrac{i_x}{2}}=\frac{l_x-l_{x+1}-l_x^{aa}\cdot q_x^{aa}}{l_x^{ii}+\dfrac{l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa}-l_x^{aa}\cdot q_x^{aa}}{2}}$$

分母と分子をl_xで割って、

$$q_x^i=\frac{1-\dfrac{l_{x+1}}{l_x}-\dfrac{l_x^{aa}}{l_x}\cdot q_x^{aa}}{\dfrac{l_x^{ii}}{l_x}+\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{l_x^{aa}}{l_x}\cdot\left(1-q_x^{aa}\right)-\dfrac{l_{x+1}^{aa}}{l_x}\right)}=\frac{q_x-\left(1-\dfrac{l_x^{ii}}{l_x}\right)\cdot q_x^{aa}}{\dfrac{l_x^{ii}}{l_x}+\dfrac{1}{2}\cdot\left(\left(1-\dfrac{l_x^{ii}}{l_x}\right)\cdot\left(1-q_x^{aa}\right)-\left(1-q_x\right)\cdot\left(1-\dfrac{l_{x+1}^{ii}}{l_{x+1}}\right)\right)}$$

$$=\frac{0.002322-\left(1-0.010341\right)\cdot 0.002211}{0.010341+\dfrac{1}{2}\cdot\left(\left(1-0.010341\right)\cdot\left(1-0.002211\right)-\left(1-0.002322\right)\cdot\left(1-0.011627\right)\right)}$$

$$=0.01213$$

解答（**D**）

問題２.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（D）**	7 点	（５）	**（H）**	7 点
（２）	**（B）**	7 点	（６）	**（G）**	7 点
（３）	**（A）（C）**	7 点	（７）	**（B）**	7 点
（４）	**（B）**	7 点	（８）	**（H）**	7 点

※（３）は完答の場合のみ得点。

（１）

出生数が減少する前の国家 A 、 B の x 歳以上の人口を $\tilde{T}_x$ とすると、

$T_A = \sum_{k=0}^{49} 0.6 L_x + \tilde{T}_{50}$ 、 $T_B = \sum_{k=0}^{49} 0.97^{50-k} L_x + \tilde{T}_{50}$ であるので、 $\dfrac{T_B}{T_A} = \dfrac{\sum_{k=0}^{49} 0.97^{50-k} L_x + \tilde{T}_{50}}{\sum_{k=0}^{49} 0.6 L_x + \tilde{T}_{50}}$

ここで、 $\tilde{T}_{50} = \sum_{k=50}^{\omega-1} L_k = \sum_{k=50}^{99} K\cdot(100-k) = 1,275K$ 、 $\sum_{k=0}^{49} 0.6 L_k = \sum_{k=0}^{49} 0.6K\cdot(100-k) = 2,265K$

また、 $0.97 = r$ とすると、 $\sum_{k=0}^{49} 0.97^{50-k} L_k = K\cdot(100r^{50} + 99r^{49} + \cdots + 51r)$ であるが、

$100r^{50} + 99r^{49} + \cdots + 51r = 50(r^{50} + r^{49} + \cdots + r) + (50r^{50} + 49r^{49} + \cdots + r)$ より、

$X = 50r^{50} + 49r^{49} + \cdots + r$ とすると、 $(1-r)\cdot X = r + r^2 + \cdots + r^{50} - 50r^{51}$ となるので、

$$X = \frac{r\cdot(1-r^{50})}{(1-r)^2} - \frac{50r^{51}}{1-r}$$

よって、 $\sum_{k=0}^{49} 0.97^{50-k} L_x = K\cdot\left\{\dfrac{50r\cdot(1-r^{50})}{1-r} + \dfrac{r\cdot(1-r^{50})}{(1-r)^2} - \dfrac{50r^{51}}{1-r}\right\} = 1,754.32K$

以上により、 $\dfrac{T_B}{T_A} = \dfrac{1,754.32 + 1,275}{2,265 + 1,275} = 0.8557$

解答 **（D）**

（2）

一時払純保険料を P 、第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ とすると、責任準備金の再帰式より、

$t=0$ のとき、

$$l_x\cdot\left({}_0V+P\right)=v\cdot l_{x+1}\cdot{}_1V+v\cdot d_x\cdot{}_1V+v\cdot i_x\cdot\ddot{a}_{\overline{10}|}$$

$$=v\cdot(l_{x+1}+d_x)\cdot{}_1V+v\cdot i_x\cdot\ddot{a}_{\overline{10}|}$$

$$=v\cdot(l_x-i_x)\cdot{}_1V+v\cdot i_x\cdot\ddot{a}_{\overline{10}|}$$

よって、

$${}_0V+P=v\cdot(1-q^i)\cdot{}_1V+v\cdot q^i\cdot\ddot{a}_{\overline{10}|}$$

$t=1,2,...,9$ のとき、P がないことを考慮すると、

$${}_tV=v\cdot(1-q^i)\cdot{}_{t+1}V+v\cdot q^i\cdot\ddot{a}_{\overline{10-t}|}$$

$t=0,1,...,9$ の各辺に $\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^t$ を乗じて合計すると、${}_0V={}_{10}V=0$ より、

$$P=v\cdot q^i\cdot\sum_{t=0}^{9}\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^t\cdot\ddot{a}_{\overline{10-t}|}$$

$$=v\cdot q^i\cdot\sum_{t=0}^{9}\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^t\cdot\frac{1-v^{10-t}}{1-v}$$

$$=\frac{v\cdot q^i}{1-v}\cdot\left[\sum_{t=0}^{9}\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^t-v^{10}\cdot\sum_{t=0}^{9}\left(1-q^i\right)^t\right]$$

となる。ここで、

$$\sum_{t=0}^{9}\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^t=\frac{1-\left\{v\cdot\left(1-q^i\right)\right\}^{10}}{1-v\cdot\left(1-q^i\right)}=\frac{1-\left(\frac{1}{1+0.01}\cdot0.995\right)^{10}}{1-\frac{1}{1+0.01}\cdot0.995}=9.35748$$

$$\sum_{t=0}^{9}\left(1-q^i\right)^t=\frac{1-\left(1-q^i\right)^{10}}{1-\left(1-q^i\right)}=\frac{1-0.995^{10}}{0.005}=9.77797$$

であることから、

$$P=\frac{\frac{1}{1+0.01}\cdot0.005}{1-\frac{1}{1+0.01}}\cdot\left\{9.35748-\left(\frac{1}{1+0.01}\right)^{10}\cdot9.77797\right\}=0.25280$$

解答（**B**）

（3）

（A）．○

1 年後に残存している状態は、どの脱退原因にも該当しない状態であり、各脱退はそれぞれ独立に発生するという前提から、$p_x^* = \left(1-q_x^{A*}\right)\cdot\left(1-q_x^{B*}\right)\cdot\left(1-q_x^{C*}\right)$

（B）．×

原因Aによって脱退する人数$l_x \cdot q_x^A$は、$l_x \cdot q_x^{A*}$、すなわちAが発生した人数から以下の①および②を差し引くことで求められる。

① Aに先立ってBが発生していたケースから、さらにBに先立ってCが発生していたケースを除いたもの

② Aに先立ってCが発生していたケースから、さらにCに先立ってBが発生していたケースを除いたもの

①について、各脱退は 1 年を通じて一様に発生するという前提から、ある時間区間tから$t+\Delta t$ $\left(0 \leqq t \leqq t+\Delta t \leqq 1\right)$にて$A$が発生する人数は$l_x \cdot q_x^{A*} \cdot \Delta t$、時刻$t$までに$B$が発生する確率は$t \cdot q_x^{B*}$であるため、$A$に先立って$B$が発生していた人数は$\int_0^1 t \cdot q_x^{B*} \cdot l_x \cdot q_x^{A*} dt = \frac{1}{2} l_x \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*}$である。

また、時刻tまでにBに先立ってCが発生していた確率は$\int_0^t s \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*} ds = \frac{t^2}{2} \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*}$である。

よって、Bに先立ってCが発生していた人数は$\int_0^1 \frac{t^2}{2} \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*} \cdot l_x \cdot q_x^{A*} dt = \frac{1}{6} l_x \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*}$

従って、①は$\frac{1}{2} l_x \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*} - \frac{1}{6} l_x \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*}$となる。

②についても同様に$\frac{1}{2} l_x \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{A*} - \frac{1}{6} l_x \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{A*}$となる。

以上から、

$l_x \cdot q_x^A = l_x \cdot q_x^{A*} - \left(\frac{1}{2} l_x \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*} - \frac{1}{6} l_x \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{A*}\right) - \left(\frac{1}{2} l_x \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{A*} - \frac{1}{6} l_x \cdot q_x^{B*} \cdot q_x^{C*} \cdot q_x^{A*}\right)$より、

$q_x^A = q_x^{A*} \cdot \left\{1 - \frac{1}{2} \cdot \left(q_x^{B*} + q_x^{C*}\right) + \frac{1}{3} q_x^{B*} \cdot q_x^{C*}\right\}$

（C）．○

x歳における主集団の人数をl_x、各脱退原因によって脱退する人数をa_x, b_x, c_xとすると、

$l_{x+1} = l_x - a_x - b_x - c_x$　よって、$p_x^* = 1 - q_x^A - q_x^B - q_x^C$

（D）．×

x歳の人が$x+t$歳$\left(0 \leqq t \leqq 1\right)$になるまでの絶対脱退率${}_t q_x^{A*}$は${}_t q_x^{A*} = \int_0^t \left(1 - {}_s q_x^{A*}\right) \cdot \mu_{x+s}^A ds$となる。

一方、各脱退は 1 年を通じて一様に発生するという前提から、${}_t q_x^{A*} = t \cdot q_x^{A*}$

よって、$\int_0^t \left(1 - {}_s q_x^{A*}\right) \cdot \mu_{x+s}^A ds = t \cdot q_x^{A*}$

両辺をtで微分すると、$\left(1 - {}_t q_x^{A*}\right) \cdot \mu_{x+t}^A = q_x^{A*}$

よって、$\mu_{x+t}^A = \frac{q_x^{A*}}{1 - {}_t q_x^{A*}} = \frac{q_x^{A*}}{1 - t \cdot q_x^{A*}}$

解答（A）（C）

（4）

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=\dfrac{N_x-N_{x+n}}{D_x}=\dfrac{N_x-N_{x+t}}{D_x}+\dfrac{D_{x+t}}{D_x}\cdot\dfrac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}=\ddot{a}_{x:\overline{t}|}+v^t\cdot{}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$ より、

$${}_tV_{x:\overline{n}|}=1-\frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=1-\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{x:\overline{t}|}}{v^t\cdot{}_tp_x}=1-\frac{1}{v^t\cdot{}_tp_x}+\frac{\ddot{a}_{x:\overline{t}|}}{v^t\cdot{}_tp_x\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

である。予定死亡率変更後の計算基礎率に基づく死亡率、生存率、年金現価および平準純保険料式責任準備金をそれぞれ q'_x、 p'_x、 $\ddot{a}'_{x:\overline{n}|}$、 ${}_tV'_{x:\overline{n}|}$ とし、上式に $t=1$ を代入すれば、求める値は、

$${}_1V'_{x:\overline{10}|}-{}_1V_{x:\overline{10}|}=\left(1-\frac{1}{v\cdot p'_x}+\frac{\ddot{a}'_{x:\overline{1}|}}{v\cdot p'_x\cdot\ddot{a}'_{x:\overline{10}|}}\right)-\left(1-\frac{1}{v\cdot p_x}+\frac{\ddot{a}_{x:\overline{1}|}}{v\cdot p_x\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}\right)$$

である。ここで、$t=0$ において、$q'_x=q_x$ であり、$v\cdot p'_x=v\cdot p_x$、 $\ddot{a}'_{x:\overline{1}|}=\ddot{a}_{x:\overline{1}|}=1$ となることから、

$${}_1V'_{x:\overline{10}|}-{}_1V_{x:\overline{10}|}=\frac{1}{v\cdot p_x}\cdot\left(\frac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10}|}}-\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}\right)=\frac{1.015}{1-0.002}\cdot\left(\frac{1}{9.2422}-\frac{1}{9.2262}\right)=-0.0001908$$

解答（**B**）

（5）

収支相等の原則より、

$$P \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10|}} = P^* \cdot (IA)^1_{30:\overline{10|}} + {}_{10|}A_{30:\overline{20|}}$$

$$= (P+C) \cdot (1+k) \cdot (IA)^1_{30:\overline{10|}} + {}_{10|}A_{30:\overline{20|}}$$

となることから、年払純保険料は、

$$P = \frac{{}_{10|}A_{30:\overline{20|}} + C \cdot (1+k) \cdot (IA)^1_{30:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{30:\overline{10|}} - (1+k) \cdot (IA)^1_{30:\overline{10|}}}$$

$$= \frac{M_{40} - M_{60} + D_{60} + C \cdot (1+k) \cdot (R_{30} - R_{40} - 10M_{40})}{(N_{30} - N_{40}) - (1+k) \cdot (R_{30} - R_{40} - 10M_{40})}$$

である。$P^* = (P+C) \cdot (1+k)$ であるため、年払営業保険料は、

$$P^* = \frac{M_{40} - M_{60} + D_{60} + C \cdot (N_{30} - N_{40})}{(N_{30} - N_{40}) - (1+k) \cdot (R_{30} - R_{40} - 10M_{40})} \cdot (1+k)$$

$$= \frac{79{,}977 - 74{,}975 + 79{,}522 + 0.1 \cdot (4{,}464{,}399 - 3{,}560{,}203)}{(4{,}464{,}399 - 3{,}560{,}203) - (1+0.05) \cdot (4{,}166{,}451 - 3{,}362{,}376 - 10 \cdot 79{,}977)} \cdot (1+0.05)$$

$$= 0.204174$$

となる。

解答（**H**）

（6）

$${}_{s+1}V^{[z]}_{x:\overline{n|}} - {}_{s}V_{x+1:\overline{n-1|}}$$

$$= \left(A_{x+s+1:\overline{n-s-1|}} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \ddot{a}_{x+s+1:\overline{n-s-1|}} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \ddot{a}_{x+s+1:\overline{n-s-1|}} \right) - \left(A_{x+s+1:\overline{n-s-1|}} - P_{x+1:\overline{n-1|}} \cdot \ddot{a}_{x+s+1:\overline{n-s-1|}} \right)$$

$$= \frac{\ddot{a}_{x+s+1:\overline{n-s-1|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \cdot \left\{ \left(P_{x+1:\overline{n-1|}} - P_{x:\overline{n|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - \alpha \right\}$$

$$= \left(1 - {}_{s+1}V_{x:\overline{n|}} \right) \cdot \left\{ \left(P_{x+1:\overline{n-1|}} - P_{x:\overline{n|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - \alpha \right\}$$

ここで、

$P_{x+1:\overline{n-1|}} = \dfrac{1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}} - d$ 、 $P_{x:\overline{n|}} = \dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} - d$ 、 ${}_{1}V_{x:\overline{n|}} = 1 - \dfrac{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$ より、

$$\left(P_{x+1:\overline{n-1|}} - P_{x:\overline{n|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \left(\frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}} - \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1|}}} - 1 = \frac{1}{1 - {}_{1}V_{x:\overline{n|}}} - 1 = \frac{{}_{1}V_{x:\overline{n|}}}{1 - {}_{1}V_{x:\overline{n|}}} = \alpha_0$$

よって、

$${}_{s+1}V^{[z]}_{x:\overline{n|}} - {}_{s}V_{x+1:\overline{n-1|}} = \left(1 - {}_{s+1}V_{x:\overline{n|}} \right) \cdot \left(\alpha_0 - \alpha \right)$$

<u>解答（**G**）</u>

（7）

被保険者の年齢が x のとき、両保険の一時払純保険料をそれぞれ P_1 、 P_2 とすると、

$$P_1 = X \cdot \sum_{t=0}^{\infty} \frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}} \cdot \left(d_{x+t}^{aa} + i_{x+t} \right)$$

$$P_2 = Y \cdot \ddot{a}_x^{aa} + Z \cdot A_x^{(i)} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{v^t}{l_x^{aa}} \cdot \left(Y \cdot l_{x+t}^{aa} + Z \cdot v \cdot i_{x+t} \right)$$

となる。

$P_1 = P_2$ であるため、

$$X \cdot \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \cdot \left(d_{x+t}^{aa} + i_{x+t} \right) = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \cdot \left(Y \cdot l_{x+t}^{aa} + Z \cdot v \cdot i_{x+t} \right)$$

となるが、前提により、x の代わりに $x+1$ を代入しても等式が成立するため、
その式の両辺に v を乗じれば、

$$X \cdot \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+2} \cdot \left(d_{x+t+1}^{aa} + i_{x+t+1} \right) = \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \cdot \left(Y \cdot l_{x+t+1}^{aa} + Z \cdot v \cdot i_{x+t+1} \right)$$

となる。元の式からこの式を引くと、

$$X \cdot v \cdot (d_x^{aa} + i_x) = Y \cdot l_x^{aa} + Z \cdot v \cdot i_x$$

となり、これがすべての年齢で成立する。

この式に、$i_x = l_x^{aa} - l_{x+1}^{aa} - d_x^{aa}$ を代入すると、

$$X \cdot v \cdot (d_x^{aa} + (l_x^{aa} - l_{x+1}^{aa} - d_x^{aa})) = Y \cdot l_x^{aa} + Z \cdot v \cdot (l_x^{aa} - l_{x+1}^{aa} - d_x^{aa})$$

となり、この式を d_x^{aa} について整理すると、

$$d_x^{aa} = \frac{Y}{Z \cdot v} \cdot l_x^{aa} + \left(1 - \frac{X}{Z} \right) \cdot (l_x^{aa} - l_{x+1}^{aa})$$

解答（**B**）

（8）

手術の支出現価を A とすると、年払営業保険料 P^* は、

$$P^* = \frac{A + 0.2 + 0.03\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{10}|} \cdot (1 - 0.02)}$$

となる。

各手術種類に応じた基本手術一時金額 1 に対する倍率と、予定手術発生率を用いて、

$$A = \sum_{t=0}^{9} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot \left(\frac{1}{50} \cdot 1 + \frac{1}{80} \cdot K + \frac{1}{100} \cdot 2K \right) = \left(\frac{1}{50} + \frac{13}{400} K \right) \cdot \sum_{t=0}^{9} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x = \left(\frac{1}{50} + \frac{13}{400} K \right) \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

となる。

$$\ddot{a}_{x:\overline{10}|} = \sum_{t=0}^{9} v^t \cdot (1-q)^t = \sum_{t=0}^{9} \left(\frac{0.997}{1.01} \right)^t = \frac{1 - \left(\frac{0.997}{1.01} \right)^{10}}{1 - \frac{0.997}{1.01}} = 9.4402$$

となることから、これらを代入すれば、

$$P^* = \frac{\left\{ \left(\frac{1}{50} + \frac{13}{400} K \right) \cdot \left(\frac{1}{1.01} \right)^{\frac{1}{2}} + 0.03 \right\} \cdot 9.4402 + 0.2}{9.4402 \cdot (1 - 0.02)} = 0.09894$$

これを解いて、 $K = 0.8001$

解答（**H**）

問題３.

設問	解答	配点
①	**（Q）**	2 点（完答のみ）
②	**（V）**	
③	**（C）**	2 点（完答のみ）
④	**（L）**	
⑤	**（P）**	3 点（完答のみ）
⑥	**（F）**	
⑦	**（S）**	3 点（完答のみ）
⑧	**（X）**	
⑨	**（G）**	
⑩	**（N）**	

まず、この保険の年払純保険料 $P_x^{i,j}$ を考える。支出現価および収入現価をそれぞれ契約当初 k 年間と k 年経過後に分けて考えると、

$$\text{支出現価} = \boxed{①\, A_{x:\overline{k|}}^{1(i)}} + v_{(i)}^k \cdot \boxed{②\, {}_k p_x \cdot A_{x+k}^{(j)}}$$

$$\text{収入現価} = P_x^{i,j}\left(\boxed{③\, \ddot{a}_{x:\overline{k|}}^{(i)}} + v_{(i)}^k \cdot \boxed{④\, {}_k p_x \cdot \ddot{a}_{x+k:\overline{m-k|}}^{(j)}}\right)$$

となることから、

$$P_x^{i,j} = \frac{\boxed{①\, A_{x:\overline{k|}}^{1(i)}} + v_{(i)}^k \cdot \boxed{②\, {}_k p_x \cdot A_{x+k}^{(j)}}}{\boxed{③\, \ddot{a}_{x:\overline{k|}}^{(i)}} + v_{(i)}^k \cdot \boxed{④\, {}_k p_x \cdot \ddot{a}_{x+k:\overline{m-k|}}^{(j)}}}$$

となる。

次に、この保険の第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金 ${}_tV_x^{i,j}$ を考える。将来法により、

$t = k$ の場合、

$${}_kV_x^{i,j} = \boxed{⑤\, A_{x+k}^{(j)}} - P_x^{i,j} \cdot \boxed{⑥\, \ddot{a}_{x+k:\overline{m-k|}}^{(j)}}$$

$t < k$ の場合、

$${}_tV_x^{i,j} = \boxed{⑦\, A_{x+t:\overline{k-t|}}^{1(i)}} + v_{(i)}^{k-t} \cdot \boxed{⑧\, {}_{k-t} p_{x+t} \cdot A_{x+k}^{(j)}} - P_x^{i,j}\left(\boxed{⑨\, \ddot{a}_{x+t:\overline{k-t|}}^{(i)}} + v_{(i)}^{k-t} \cdot \boxed{⑩\, {}_{k-t} p_{x+t} \cdot \ddot{a}_{x+k:\overline{m-k|}}^{(j)}}\right)$$

となる。

問題４.

設問		解答	配点
(a)	①	（Ｌ）	1 点
	②	（Ｏ）	1 点
	③	（Ａ）	1 点（完答のみ）
	④	（Ｂ）	
	⑤	（Ｄ）	
	⑥	（Ｖ）	1 点（完答のみ）
	⑦	（Ｚ）	
	⑧	（Ｑ）	1 点
	⑨	（AD）	1 点
	⑩	（Ｇ）	1 点（完答のみ）
	⑪	（Ｋ）	
(b)		（Ｃ）	3 点

(a) この保険の年払純保険料を P とすると、

（収入現価）　$P\cdot\boxed{①\ddot{a}_{xy:\overline{m|}}}$

（支出現価）　・死亡保険金

$$\boxed{②A_{\overset{1}{xy}:\overline{n|}}}+P\cdot\sum_{t=1}^{\boxed{③n}}\min(t,\boxed{④m})\cdot v^t\cdot\boxed{⑤{}_{t-1|}q_x}$$

$$=\boxed{②A_{\overset{1}{xy}:\overline{n|}}}+P\cdot\boxed{⑥(IA)^1_{x:\overline{m|}}}+m\cdot P\cdot\boxed{⑦{}_{m|}A^1_{x:\overline{n-m|}}}$$

・満期保険金　$\boxed{⑧A_{x:\overset{\ 1}{\overline{n|}}}}$

・遺族年金

$$0.1\cdot\boxed{⑨a_{y|x:\overline{n-1|}}}$$

$$=0.1\cdot(\boxed{⑩\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}-\boxed{⑪\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}})$$

収支相等の原則により、

$$P=\frac{\boxed{②A_{\overset{1}{xy}:\overline{n|}}}+\boxed{⑧A_{x:\overset{\ 1}{\overline{n|}}}}+0.1\cdot(\boxed{⑩\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}-\boxed{⑪\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}})}{\boxed{①\ddot{a}_{xy:\overline{m|}}}-\boxed{⑥(IA)^1_{x:\overline{m|}}}-m\cdot\boxed{⑦{}_{m|}A^1_{x:\overline{n-m|}}}}$$

(b)

$$A_{\overset{1}{xy}:\overline{n|}}=\frac{M_{\overset{1}{xy}}-M_{\overset{1}{x+n,y+n}}}{D_{xy}}=\frac{4,636,787,979-4,194,149,170}{8,290,151,228}=0.05339$$

$$A_{x:\overset{\ 1}{\overline{n|}}}=\frac{D_{x+n}}{D_x}=\frac{69,551}{94,952}=0.73249$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=\frac{N_x-N_{x+n}}{D_x}=\frac{5,065,310-2,599,573}{94,952}=25.96825$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}=\frac{N_{xy}-N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}=\frac{329,010,219,913-117,647,756,688}{8,290,151,228}=25.49561$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{m|}}=\frac{N_{xy}-N_{x+m,y+m}}{D_{xy}}=\frac{329,010,219,913-179,437,699,516}{8,290,151,228}=18.04219$$

$$(IA)^1_{x:\overline{m|}}=\frac{R_x-R_{x+m}-m\cdot M_{x+m}}{D_x}=\frac{3,352,123-2,454,402-20\cdot 44,526}{94,952}=0.07584$$

$${}_{m|}A^{\ 1}_{x:\overline{n-m|}} = \frac{M_{x+m} - M_{x+n}}{D_x} = \frac{44,526 - 44,031}{94,952} = 0.00521$$

より、 $P = \dfrac{0.05339 + 0.73249 + 0.1 \cdot (25.96825 - 25.49561)}{18.04219 - 0.07584 - 20 \cdot 0.00521} = 0.04664$ となる。

以上