年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。

- 「被保険者」とは、制度に加入中の者をいう
- 「年金受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年１回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする
  なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない

問題１．次の（１）～（８）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各５点（計４０点）

（１）最終給与比例制による給付を行う年金制度について、定常状態にあった。ここで、X年度の期初に4.0%のベースアップがあったが、保険料率は見直さないこととした。この場合、年数が経過するにつれ積立金が減少する。「$X+t$年度の期初積立金$<X$年度の期初積立金$\times 0.95$」となる整数tで最小のものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。**【解答欄番号１に対応】**

＜計算の前提＞

- 保険料および給付は年１回期初払いとする
- 期初積立金は、期初の保険料の払い込みおよび給付の支払いを行う前の値とする
- 予定利率は6.0%とする
- X年度以降、ベースアップを行ったことによる差損益以外の差損益は発生しないものとする
- X年度の期初の保険料の払い込みおよび給付の支払いはベースアップ後の給与に基づき行う（年金受給権者についてもベースアップ相当増加した給付を支払う）ものとし、$X+1$年度以降は追加的なベースアップは発生しないものとする

＜諸数値＞

$1.06^5=1.33823$、$1.06^{10}=1.79085$、$1.06^{15}=2.39656$、$1.06^{20}=3.20714$

（Ａ）10　（Ｂ）11　（Ｃ）12　（Ｄ）13　（Ｅ）14
（Ｆ）15　（Ｇ）16　（Ｈ）17　（Ｉ）18　（Ｊ）19

（２）定常人口に達している年金制度A、Bの中途退職（加入中の死亡を含む、以下同じ）による脱退率は年金制度A、Bともに全年齢で0.02である。このとき、年金制度A、Bの被保険者の平均年齢の差に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。【解答欄番号２に対応】

＜計算の前提＞

・年金制度Aは毎年度初に20歳と30歳で、同数の新規加入がある
・年金制度Bは毎年度初に20歳で、新規加入がある
・年金制度A、Bともに年金制度からの脱退は中途退職による脱退と定年退職による脱退の２種類があり、いずれも年１回期末に発生する
・年金制度A、Bともに定年年齢は60歳であり、期初に59歳の被保険者はその年度中に中途退職もしくは定年退職により全員脱退する
・平均年齢の算定は期初の新規加入の直後に行うものとする

＜諸数値＞

$0.98^{30} = 0.54548$、$0.98^{40} = 0.44570$

（Ａ）1.0歳　（Ｂ）1.3歳　（Ｃ）1.6歳　（Ｄ）1.9歳　（Ｅ）2.2歳
（Ｆ）2.5歳　（Ｇ）2.8歳　（Ｈ）3.1歳　（Ｉ）3.4歳　（Ｊ）3.7歳

（３）脱退・保険料の払い込み・給付の支払いが連続的に起こる年金制度を考える。この年金制度における単位時間あたりの１人あたりの標準保険料として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。
【解答欄番号 3 に対応】

＜計算の前提＞
・財政方式は加入年齢方式を採用
・加入年齢から定年年齢までの期間は40年とする
・脱退者に対しては、加入年数×1万円を年金額とする20年確定年金を、脱退時から支払うものとする
・給付額の算定に用いる加入年数は連続値をとるものとする
・利力 δ は $\delta = 0.02$ とする
・年齢 x 歳における脱退力 μ_x は μ（年齢によらず一定）とする
・加入年齢で加入した被保険者の脱退時平均加入年数は、利力 δ の連続払の60年確定年金の年金現価率 $\bar{a}_{\overline{60|}}$ を用いて、$\delta\bar{a}_{\overline{60|}}/\mu$ と表すことができるものとする

＜諸数値＞
$e = 2.718$、$e^{0.2} = 1.221$

（A） 9.8万円　（B）10.1万円　（C）10.4万円　（D）10.7万円　（E）11.0万円
（F）11.3万円　（G）11.6万円　（H）11.9万円　（I）12.2万円　（J）12.5万円

（４）財政方式として加入年齢方式を採用している年金制度（保険料の払い込みは年１回期初払い、給付の支払いは年１回期末払い）の2022年度末の貸借対照表、2023年度の損益計算書は次のとおりである。このとき当年度剰余金の額αに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、2023年度は、死差損益が利差損益の２倍であったものとし、利差、死差および前年度末未積立債務にかかる予定利息以外の差損益は発生しなかったものとする。【解答欄番号４に対応】

2022年度末の貸借対照表

積立金	40,000	責任準備金	50,000
未積立債務	10,000		
合計	50,000	合計	50,000

2023年度の損益計算書

給付金	8,000	標準保険料収入	10,000
2023 年度末責任準備金	54,784	特別保険料収入	4,000
当年度剰余金	α	運用収益	β
		2022 年度末責任準備金	50,000
合計	X	合計	X

2023年度の利源分析表

利差損益	γ
死差損益	2γ
特別保険料収入	4,000
特別保険料収入にかかる予定利息	128
前年度末未積立債務にかかる予定利息	δ
合計	α

（A）1,000　（B）1,500　（C）2,000　（D）2,500　（E）3,000
（F）3,500　（G）4,000　（H）4,500　（I）5,000　（J）5,500

（５）キャッシュバランス制度の年金制度Aにおける制度内容のうち、支給要件のみ変更した年金制度Bについて考える。年金制度Aにおける標準保険料率${}^{E}P_A$と年金制度Bにおける標準保険料率${}^{E}P_B$の比${}^{E}P_A / {}^{E}P_B$として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号５に対応】

＜制度内容＞

<table>
<tr><td></td><td>年金制度A</td><td>年金制度B</td></tr>
<tr><td>加入時期</td><td colspan="2">年１回期初加入</td></tr>
<tr><td>給付内容</td><td colspan="2">＜中途退職による脱退の場合＞
加入時から脱退時までの毎期初の給与に、脱退時までの期間および脱退時からx_r歳までの期間いずれも年利率iの複利で付利した額の合計額を、x_r歳到達時に一時金として支給する

＜定年退職による脱退の場合＞
加入時から脱退時までの毎期初の給与に、脱退時までの期間、年利率iの複利で付利した額の合計額を、年利率iの年１回期初払いn年確定年金現価率で除した額を、年金としてx_r歳から年１回期初払いで生死に関わらずn年間支給する</td></tr>
<tr><td>支給要件</td><td>加入者期間１ヵ月以上</td><td>加入者期間２年１ヵ月以上</td></tr>
<tr><td>脱退時期</td><td colspan="2">中途退職による脱退は年１回期末に発生し、定年退職による脱退はx_r歳に到達した期初に発生する。</td></tr>
<tr><td>財政方式</td><td colspan="2">加入年齢方式（新規加入年齢x_e歳）</td></tr>
<tr><td>保険料</td><td colspan="2">年１回期初に「期初時点の加入者の給与総額×標準保険料率」を払い込む</td></tr>
</table>

＜記号＞

x_e：加入年齢

x_r：定年年齢（一時金および年金の支給開始年齢）、ただし、$x_r - x_e > 2$とする

b_x：給与指数、d_x：x歳の脱退者数、i：予定利率

＜計算の前提＞

・年金制度Aと年金制度Bでは同一の基礎率を用いるものとする

・計算基数（D_x、C_x）はx_r未満において期末の生存脱退のみを考慮したものである

・x_r未満の死亡は一切考慮しないものとする

・期初の保険料の払い込み等が発生する順は「定年退職による脱退→昇給→新規加入者の加入→保険料の払い込みおよび給与の付与」とし、期末の給付の支払い等の発生する順は「年利率iによる付利→中途退職による脱退→中途退職者へのx_r歳到達時における一時金の支払い」とする

（A） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} C_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t+1} \right)$

（B） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} d_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t+1} \right)$

（C） $\displaystyle \sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e+1}^{x_e+2} C_y \sum_{t=x_e+1}^{y} b_t (1+i)^{y-t+1} \right)$

（D） $\displaystyle \sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e+1}^{x_e+2} d_y \sum_{t=x_e+1}^{y} b_t (1+i)^{y-t+1} \right)$

（E） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} C_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t} \right)$

（F） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} d_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t} \right)$

（G） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} C_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t-1} \right)$

（H） $\displaystyle \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} d_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t (1+i)^{y-t-1} \right)$

（I） $\displaystyle \sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e+1}^{x_e+2} C_y \sum_{t=x_e+1}^{y} b_t (1+i)^{y-t-1} \right)$

（J） $\displaystyle \sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e+1}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e+1}^{x_e+2} d_y \sum_{t=x_e+1}^{y} b_t (1+i)^{y-t-1} \right)$

（６）被保険者が脱退した時から、次の式で表される年金額α_tを10年確定年金（年1回期初払い）として支払う年金制度があり、定年退職による脱退時のみ支払う。

$$\text{加入期間}t\text{に応じた年金額}：\alpha_t = \frac{t}{x_r - x_e} \times B_{x_e} \times (1+r)^{t-1}$$

この年金制度に採用する財政方式について、加入年齢方式と単位積立方式を候補として検討しており、単位積立方式を採用する場合は、加入期間が1年延びることにより増加する年金額を各年度に割り当てる「単位」とする。

加入年齢方式を採用した場合の単位給与あたりの標準保険料率を${}^{E}P_{x_e}$とし、単位積立方式を採用した場合の年齢x歳の１人あたりの標準保険料を${}^{U}P_x$とする。${}^{U}P_x$は加入期間が$x - x_e$年から$x - x_e + 1$年に延びることに対応する。

xを40とするとき、${}^{E}P_{x_e} \times B_{x_e} \div {}^{U}P_{40}$の結果として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。
【解答欄番号６に対応】

＜計算の前提＞
- 予定利率は3.0%とする
- 加入期間tは年単位とする（1年未満の端数期間は切捨て）
- 新規加入年齢をx_e歳、定年年齢をx_r歳とし、全ての被保険者はx_e歳で加入するものとする。ここで、x_eは30、x_rは60とする
- B_{x_e}はx_e歳の給与とし、毎年の昇給率をrとする。ここで、rは年齢によらず2.0%とし、実際の昇給は予定と相違しないものとする。また、昇給は59歳まで行われるものとする。
- 昇給、新規加入および標準保険料の払い込みは年１回期初に発生し、「昇給→新規加入→標準保険料の払い込み」の順に発生する
- 定年退職による脱退は60歳に到達した期初に発生する
- 標準保険料を払い込む被保険者の最終年齢は59歳とする

＜諸数値＞

D_{30}：4,120　D_{40}：1,069　B_{30}：100,000

$1.02^{20} = 1.486$

$\sum_{y=30}^{59} D_y b_y$：36,689　(b_yはy歳の給与指数とし、$b_{30} = 1$ とする)

（A）1.044　（B）1.051　（C）1.058　（D）1.065　（E）1.072
（F）1.079　（G）1.086　（H）1.093　（I）1.100　（J）1.107

（７）X年度初に定常状態に達している年金制度において、$X+1$年度から$X+5$年度にかけて、毎年「X年度の給付$\times k$」ずつ段階的に給付が増加（※）した。$X+5$年度においてX年度の保険料の 2 倍の保険料の払い込みを行ったところ、$X+6$年度初以降再び定常状態となった。このとき、kの値として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、計算の前提を次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。【解答欄番号 7 に対応】

（※）X年度の給付をBとすると、$X+1$年度の給付 : $(1+k)\times B$、$X+2$年度の給付 : $(1+2k)\times B$、…、$X+5$年度以降の給付：$(1+5k)\times B$となる。

＜計算の前提＞

・保険料および給付は年 1 回期末払いとする

・保険料は$X+5$年度を除きX年度と同額とする

・X年度の給付はX年度の保険料の 2 倍とする

・$X+6$年度以降の給付は$X+5$年度と同額とする

・予定利率は2.5%とし、運用利回りは予定利率どおり推移するものとする

＜諸数値＞

$$v^5 = 0.884 \quad \left(v = \frac{1}{1.025}\right)、a_{\overline{5|}} = 4.646、Ia_{\overline{5|}} = 13.708$$

（A） 0.0011　（B） 0.0013　（C） 0.0015　（D） 0.0017　（E） 0.0019

（F） 0.0021　（G） 0.0023　（H） 0.0025　（I） 0.0027　（J） 0.0029

（８）Trowbridge モデルの年金制度で定常状態のとき、各財政方式の積立金に関する次の①～④の記載のうち、正しいものを全て選択した組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号８に対応】

＜記号＞

x_e：加入年齢、x_r：定年年齢、ω：最終年齢、

$l_x^{(T)}$：脱退残存表におけるx歳の被保険者数、l_x ：生命表におけるx歳の被保険者数

①加入時積立方式と退職時年金現価積立方式の積立金の差額

$$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x}+l_{x_r}\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$$

②退職時年金現価積立方式の積立金

$$\left\{\sum_{t=1}^{\omega-x_r}\left(\frac{l_{x_r+t}}{l_{x_r}}-\frac{D_{x_r+t}}{D_{x_r}}\right)\right\}\times\frac{l_{x_r}}{1-v}$$

③単位積立方式と退職時年金現価積立方式の積立金の差額

$$\frac{1}{1-v}\left(l_{x_r}\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}-\frac{1}{x_r-x_e}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x}\right)$$

④単位積立方式の積立金

$$\sum_{x=x_r}^{\omega} l_x+\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\frac{N_x}{D_x}+\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\frac{N_{x_r}}{D_x}$$

（A）①	（B）②	（C）③	（D）④
（E）①と②	（F）①と③	（G）①と④	（H）②と③
（I）②と④	（J）③と④	（K）①と②と③	（L）①と②と④
（M）①と③と④	（N）②と③と④	（O）①と②と③と④	（P）いずれにも該当しない

問題２． 次の（１）～（５）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各６点（計３０点）

（１）ある企業がキャッシュバランス制度の年金制度を発足させることにした。このとき、次の（ア）、（イ）の①～⑨について、最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよいものとする。また、記号および前提は次のとおりとする。
【解答欄番号 1～9 に対応】

＜記号＞

i　：予定利率、$v = \frac{1}{1+i}$
x_e ：新規加入年齢
x_r ：定年年齢および年金の支給開始年齢
l_x ：脱退残存表に基づく x 歳の被保険者数、$D_x = v^x l_x$
d_x ：脱退残存表に基づく x 歳の脱退者数、$C_x = v^{x+1} d_x$
L_x ：x 歳の実際の被保険者数
B_x ：x 歳の給与（１人あたり）
b_x ：x 歳の給与指数
α　：持分付与率 $(\alpha > 0)$
j　：利息付与率 $(j > 0)$
j' ：年金額を計算するための利率
$\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)$ ：利率 i の年１回期初払い n 年確定年金現価率
$a_{\overline{n|}}(i)$ ：利率 i の年１回期末払い n 年確定年金現価率

＜前提＞

・財政方式は加入年齢方式を採用する
・被保険者の人員および給与の分布は年度によらず一定とする（実際の脱退および昇給が計算基礎率通りに推移していることを意味しているものではない）
・年金制度への加入時期：年１回期初とする
・保険料の算定方法および払い込み時期：「各被保険者の給与×保険料率」で計算される保険料を年１回期初に払い込むものとする
・中途退職による脱退は年１回期末に、定年退職による脱退は年１回期初、保険料の払い込みの前に発生するものとする
　すなわち、期初に $x_r - 1$ 歳の被保険者が中途退職する場合は当該年度の期末に脱退し、中途退職しない場合は翌年度の期初に定年退職により脱退する
　また、定年退職により脱退する年度には、後述の持分付与額の付与は行われないものとする
・加入中の死亡による脱退は発生しないものとする
・脱退後、支給開始年齢に到達する前の死亡は発生しないものとする
・持分付与額は「給与×α」とする

また、持分付与額の付与は年１回期初に行われるものとする

- 利息付与額は「前年期末時点の仮想個人別勘定残高× j 」とする
また、利息付与額の付与は年１回期初に行われるものとする
- 仮想個人別勘定残高：持分付与額と利息付与額の合計とする
- 給付の内容：退職時の仮想個人別勘定残高を「支給開始年齢－退職年度の期初時点の年齢」分だけ年利率 j で付利した額を原資として、利率 j' の年１回期初払い n 年確定年金現価率で除した額を年金として支払うものとする
- 年金の支払いは、支給開始年齢より年１回期初払いで生死に関わらず n 年間行うものとする（一時金での支給はないものとする）

（ア）この年金制度の標準保険料率 P_{x_e} を求める。財政方式として加入年齢方式を採用していることから、 x_e 歳における給付現価 S_{x_e} と給与現価 G_{x_e} を用いて次のように表すことができる。

$$P_{x_e} = \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}$$

$$= \left\{\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x \cdot v^{\boxed{①}} \sum_{y=x_e}^{x} \boxed{②}^{\boxed{③}} \cdot b_y + D_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \boxed{②}^{\boxed{③}} \cdot b_y\right) \times \alpha \times \frac{\boxed{⑤}}{\boxed{④}}\right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x\right)$$

＜①～⑤の選択肢＞

（A） $x_r - x$	（B） $x_r - x - 1$	（C） $x_r - y$	（D） $x_r - y - 1$
（E） $(1+i)$	（F） $(1+j)$	（G） $(1+j')$	（H） $(1+i+j)$
（I） $(1+i+j')$	（J） $\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)$	（K） $\ddot{a}_{\overline{n|}}(j)$	（L） $\ddot{a}_{\overline{n|}}(j')$
（M） $a_{\overline{n|}}(i)$	（N） $a_{\overline{n|}}(j)$	（O） $a_{\overline{n|}}(j')$	

（イ） j および j' を i と同率とし、また、制度発足時の被保険者については入社時から制度があったものとして給付を行うものとする。この場合、責任準備金 V は過去の加入期間に対応する給付現価と一致するため、期初の新規加入、定年退職による脱退、持分付与額および利息付与額の付与を行った後の金額は次のとおり表すことができる。

$$V = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \boxed{⑥} \cdot \sum_{y=x_e}^{x} \frac{\boxed{⑧}}{\boxed{⑦}} \times (1+i)^{\boxed{⑨}} \times \alpha$$

＜⑥～⑨の選択肢＞

（A） l_x	（B） l_{x+1}	（C） l_y	（D） l_{y+1}
（E） L_x	（F） L_{x+1}	（G） L_y	（H） L_{y+1}
（I） b_x	（J） b_{x+1}	（K） b_y	（L） b_{y+1}
（M） $l_x b_x$	（N） $l_{x+1} b_{x+1}$	（O） $l_y b_y$	（P） $l_{y+1} b_{y+1}$
（Q） $L_x B_x$	（R） $L_{x+1} B_{x+1}$	（S） $L_y B_y$	（T） $L_{y+1} B_{y+1}$
（U） $x - y$	（V） $x - y - 1$	（W） $x_r - y$	（X） $x_r - y - 1$

（２）Trowbridge モデルの年金制度において、被保険者集団は定常人口を仮定し、期初の被保険者の総数をL、脱退残存表によるx歳の被保険者数をl_x、定年年齢をx_r歳とする。

また、$e_x = \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} l_y \right) / l_x$とする。

毎年期初にx_1歳とx_2歳とx_3歳で$3:2:1$の割合で新規加入があるものとし、$x_1 < x_2 < x_3$とする。このとき、次の（ア）、（イ）の各問について答えなさい。

（ア）x_1歳の毎年の新規加入者数L_{x_1}として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 10 に対応】

（A）$1 / (e_{x_1} + 2e_{x_2} + 3e_{x_3})$　（B）$L / (e_{x_1} + 2e_{x_2} + 3e_{x_3})$　（C）$2L / (e_{x_1} + 2e_{x_2} + 3e_{x_3})$

（D）$3L / (e_{x_1} + 2e_{x_2} + 3e_{x_3})$　（E）$L / (3e_{x_1} + 2e_{x_2} + e_{x_3})$　（F）$2L / (3e_{x_1} + 2e_{x_2} + e_{x_3})$

（G）$3L / (3e_{x_1} + 2e_{x_2} + e_{x_3})$　（H）$3L / (e_{x_1} + e_{x_2} + e_{x_3})$

（イ）財政方式として特定年齢x_1歳の加入年齢方式を採用した場合、毎年の新規加入時に全新規加入者から発生する不足金の額として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 11 に対応】

（A）$L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{2(N_{x_1} - N_{x_2})}{D_{x_2}} + \dfrac{3(N_{x_1} - N_{x_3})}{D_{x_3}} \right)$

（B）$L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{2(N_{x_1} - N_{x_2})}{D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{D_{x_3}} \right)$

（C）$L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{N_{x_1} - N_{x_2}}{2D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{3D_{x_3}} \right)$

（D）$L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{N_{x_1} - N_{x_2}}{2D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{D_{x_3}} \right)$

（E）$\dfrac{1}{3} L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{2(N_{x_1} - N_{x_2})}{D_{x_2}} + \dfrac{3(N_{x_1} - N_{x_3})}{D_{x_3}} \right)$

（F）$\dfrac{1}{3} L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{2(N_{x_1} - N_{x_2})}{D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{D_{x_3}} \right)$

（G）$\dfrac{1}{3} L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{N_{x_1} - N_{x_2}}{2D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{3D_{x_3}} \right)$

（H）$\dfrac{1}{3} L_{x_1} \cdot \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1} - N_{x_r}} \cdot \left(\dfrac{N_{x_1} - N_{x_2}}{2D_{x_2}} + \dfrac{N_{x_1} - N_{x_3}}{D_{x_3}} \right)$

（３）開放基金方式による財政運営を行っている年金制度があり、この年金制度ではX年度末に財政再計算が行われた。次の＜前提＞が与えられているとき、（ア）～（ウ）の各問について答えなさい。

＜前提＞

・退職（死亡による退職を含む）による脱退者に対して「加入年数× 40万円」で算定される金額を一時金として支払う（一定の要件を満たす者については、当該金額を原資とする年金を支払う）

・給付の支払いおよび保険料の払い込みは年１回期初に、保険料の払い込み→給付の支払いの順序で発生する

・財政再計算後に剰余金が発生した場合、当該剰余金は留保するものとする

・X年度末における財政再計算前後の諸数値は次のとおりである

なお、給付現価および積立金の金額単位は「百万円」、人数現価の単位は「人」としている

項目		X年度末（財政再計算前）	X年度末（財政再計算後）
S^p	年金受給権者の給付現価	200,000	210,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	180,000	190,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	120,000	140,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	130,000	150,000
G^a	在職中の被保険者の人数現価	510,000	520,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の人数現価	540,000	550,000
F	積立金		450,000
i	予定利率		3.0%

（ア）財政再計算後の計算基礎率通りに$X+1$年度の給付の支払い、保険料の払い込み、運用利回りおよび人員が推移した場合、$X+1$年度末の剰余金の額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、選択肢となっている各数値の金額単位は「百万円」である。

【解答欄番号 12 に対応】

（A） 50,000　（B） 50,500　（C） 51,000　（D） 51,500　（E） 52,000

（F） 52,500　（G） 53,000　（H） 53,500　（I） 54,000　（J） 54,500

（イ）（ア）の状況とは異なり、実際には$X+1$年度において次の事象が発生した。$X+1$年度末の剰余金の額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、$X+1$年度の給付の支払いは15,200百万円、保険料収入は9,250百万円であった。また、選択肢となっている各数値の金額単位は「百万円」である。【解答欄番号 13 に対応】

＜事象＞
・積立金の運用利回りは7.0%であった
・47歳（加入年数25年）の被保険者30名全員が保険料の払い込み後、中途退職により年度初に脱退し、同時に一時金として給付（47歳の脱退者全員分）が支払われた。その他の被保険者の脱退は予定通りであった。なお、47歳の被保険者の予定脱退率（中途退職および死亡による脱退率の合計値）はゼロ、一人当たり責任準備金は9百万円である
・利差、脱退差および前年度末剰余金にかかる予定利息以外の損益は発生していない。なお、利差は積立金の運用利回りが予定利率と異なる場合に発生し、脱退差は被保険者の脱退状況が予定と相違した場合に発生するものとする

（A）67,300　（B）67,800　（C）68,300　（D）68,800　（E）69,300
（F）69,800　（G）70,300　（H）70,800　（I）71,300　（J）71,800

（ウ）$X+1$年度に計算基礎率通りではない人員の推移が発生し、結果として$X+1$年度末の剰余金の額は（イ）と同額になった。このとき、$X+1$年度末において、$X+1$年度末時点の剰余金を活用して被保険者の将来の加入期間に対応する給付を一定割合増額する（給付改善する）ことを考える。$X+1$年度の標準保険料率を変更せず、かつ新たな特別保険料率を設定せずに、剰余金のみで給付改善をした場合、増額可能な割合の最大値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、$X+1$年度末における給付現価および人数現価はX年度末（財政再計算後）における金額と同額であったとする。【解答欄番号 14 に対応】

（A）24%　（B）26%　（C）28%　（D）30%　（E）32%
（F）34%　（G）36%　（H）38%　（I）40%　（J）42%

（４）年度初に保険料Cが払い込まれ、年度初に給付Bが支払われ、年度末の積立金Fである定常状態の企業の年金制度について考察する。次の（ア）、（イ）の各問について答えなさい。

（ア）この制度において、第 1 年度以降の保険料をαC（ただし、$0 < \alpha < 1$）とした。第t年度末の積立金F_tについて、成り立つ式として最も適切なものを次の選択肢から 1 つ選びなさい。ただし、予定利率はi（ただし、$i > 0$）、$v = \frac{1}{1+i}$とする。【解答欄番号 15 に対応】

（A）$\alpha C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t-1}(vF - F_t)$　　（B）$\alpha C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t-1}(F - F_t)$

（C）$\alpha C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t}(vF - F_t)$　　（D）$\alpha C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t}(F - F_t)$

（E）$(1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t-1}(vF - F_t)$　　（F）$(1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t-1}(F - F_t)$

（G）$(1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t}(vF - F_t)$　　（H）$(1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t}|} = v^{t}(F - F_t)$

（イ）（ア）の事象により、F_tが第15年度末にFの$(\alpha + 1)/2$倍を初めて下回った時に、C/Bの値として最も近いものを次の選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、予定利率は2.0%とする。また、必要であれば、次の諸数値を使用しなさい。【解答欄番号 16 に対応】

＜諸数値＞
$1.02^5 = 1.104$

（A）0.50　（B）0.55　（C）0.60　（D）0.65　（E）0.70
（F）0.75　（G）0.80　（H）0.85　（I）0.90　（J）0.95

（５）X年度初に定常状態に達している Trowbridge モデルの年金制度において、責任準備金と積立金の推移について考える。＜計算の前提＞、＜諸数値＞を次のとおりとするとき、次の（ア）～（ウ）の各問に答えなさい。

＜計算の前提＞
・財政方式は加入年齢方式
・加入年齢x_eは20歳、定年年齢x_rは60歳
・最終年齢ω（脱退残存表の残存者数が初めて0になる年齢）は101歳
・予定利率は2.0%
・$\frac{l_{x+1}}{l_x} = 0.98(x_e \leq x \leq \omega - 2)$、$0.98^{39} = 0.45480$
・脱退および死亡は年１回期末（ただし、定年退職による脱退は定年年齢到達時の期初）に発生する
・期初において、「定年退職による脱退→新規加入→保険料の払い込み→給付の支払い」の順に発生する
・給付の支払いは定年退職により脱退した年度の期初から開始する
・X年度の期初において、積立金と責任準備金は同額である

＜諸数値＞

S^p	年金受給権者の給付現価	18,205,471
S^a	在職中の被保険者の給付現価	25,061,307
$S_{\omega-1}$	$\omega-1$歳の者$l_{\omega-1}$人の給付現価	19,864
S_{x_e}	x_e歳の者l_{x_e}人の給付現価	414,909
G^a	在職中の被保険者の人数現価	39,583,124
G_{x_e}	x_e歳の者l_{x_e}人の人数現価	2,035,286
l_{x_e}	x_e歳の人数	100,000

諸数値はX年度の期初（新規加入者が加入した直後、かつ、保険料の払い込みと給付の支払いが発生する直前）時点の数値とする

（ア）X年度において、x歳$(x_e \leq x \leq \omega - 2)$の中途退職による脱退および死亡が発生しなかった。このとき、X年度末の責任準備金の予定と実績の差損に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、$\omega-1$歳の死亡は予定通り発生し、脱退および死亡の実績以外はすべて予定通り推移したものとする。【解答欄番号 17 に対応】

（A）702,000　（B）704,000　（C）706,000　（D）708,000　（E）710,000
（F）712,000　（G）714,000　（H）716,000　（I）718,000　（J）720,000

（イ）X年度は（ア）のとおり推移したものとする。このとき、X年度末の積立金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号 18 に対応】

（Ａ）35,177,000　（Ｂ）35,182,000　（Ｃ）35,187,000　（Ｄ）35,192,000
（Ｅ）35,197,000　（Ｆ）35,202,000　（Ｇ）35,207,000　（Ｈ）35,212,000
（Ｉ）35,217,000　（Ｊ）35,222,000

（ウ）X年度は（ア）のとおり推移し、$X+1$年度においてはすべて予定通り推移したものとする。このとき、$X+1$年度末の積立金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、$X+1$年度において、保険料率はX年度と同じものを使用したものとする。
【解答欄番号 19 に対応】

（Ａ）35,177,000　（Ｂ）35,182,000　（Ｃ）35,187,000　（Ｄ）35,192,000
（Ｅ）35,197,000　（Ｆ）35,202,000　（Ｇ）35,207,000　（Ｈ）35,212,000
（Ｉ）35,217,000　（Ｊ）35,222,000

問題３． 次の（１）～（３）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各１０点（計３０点）

（１）Trowbridge モデルの年金制度に対して２つの制度変更を考える。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①から㉒に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。【解答欄番号 1～22 に対応】

＜計算の前提＞

・財政方式は加入年齢方式
・新規加入年齢はx_e歳、定年年齢はx_r歳とする。
・被保険者は全員x_e歳で加入し、過去勤務期間は無く、当該制度は定常人口に達している
・中途退職による脱退は年１回期末に発生する
・期初にx_r-1歳の被保険者は、期末に中途退職により脱退、もしくは定年年齢に到達した期初に定年退職により脱退する
・標準保険料を払い込む被保険者の最終年齢はx_r-1歳とする
・加入中の死亡は発生しない。また、中途退職による脱退後から定年年齢までにおいても死亡は発生しない
・２つの制度変更後の制度において、据置利率はいずれも年利ゼロとする。なお、据置利率とは、中途退職による脱退時から定年年齢までの間の利息に相当する利率である

（ア）制度変更前の被保険者１人あたりの標準保険料を変化させないように、制度変更を行う。中途退職による年金額をαに、定年退職による年金額を2αに変更し、x_r歳の期初から支払うn年確定年金（年1回期初払い）とした。

制度変更前のx_e歳の給付現価を ${}^1S_{x_e}$とすると、

$$ {}^1S_{x_e}=\frac{\boxed{①}\times\boxed{②}}{D_{x_e}} $$

と表すことができる。制度変更後のx_e歳の給付現価を ${}^2S_{x_e}$とすると、

$$ {}^2S_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{\boxed{③}\times\boxed{④}\times\alpha\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}}+\frac{\boxed{⑥}\times 2\alpha\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}} $$

$$ =\frac{\alpha\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}}\times\boxed{⑦}\times\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{⑧}+2\times\boxed{⑨}\right) $$

$$ =\frac{\alpha\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}}\times\boxed{⑦}\times\boxed{⑩} $$

となる。

標準保険料が変化しないことから、 ${}^1S_{x_e}={}^2S_{x_e}$が成り立つため、

$$\alpha = \frac{\boxed{⑪}}{\boxed{⑫}} \times \frac{\boxed{⑬}}{1+\boxed{⑬}}$$

と表すことができる。

【(ア) および (イ) 共通の選択肢】

[①、③、⑥の選択肢]

(A) D_{x_e}　(B) D_y　(C) D_{x_r}　(D) C_{x_e}　(E) C_y　(F) C_{x_r}

[②、⑤、⑪、⑫、⑲、㉑、㉒の選択肢]

(A) $\ddot{a}_{x_e}$　(B) $\ddot{a}_y$　(C) $\ddot{a}_{x_r}$　(D) $\ddot{a}_{\overline{n}|}$　(E) $\ddot{a}_{\overline{y-x_e}|}$　(F) $\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}$
(G) $\ddot{a}_{\overline{x_r-y}|}$　(H) $\ddot{a}_{\overline{x_r-y+1}|}$　(I) $\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$　(J) $\ddot{s}_{\overline{n}|}$　(K) $\ddot{s}_{\overline{y-x_e}|}$　(L) $\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}$
(M) $\ddot{s}_{\overline{x_r-y}|}$　(N) $\ddot{s}_{\overline{x_r-y+1}|}$　(O) $\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}$

[④、⑦、⑭、⑯の選択肢]

(A) v^{x_e}　(B) v^{y-x_e-1}　(C) v^{y-x_e}　(D) v^y　(E) v^{y-x_e+1}　(F) v^{x_r-y-1}
(G) v^{x_r-y}　(H) v^{x_r}　(I) $v^{x_r-x_e}$

[⑧、⑨、⑩、⑬、⑮、⑰、⑱、⑳の選択肢]

(A) l_{x_e}　(B) l_y　(C) l_{x_r}　(D) d_{x_e}　(E) d_y　(F) d_{x_r}
(G) $(l_{x_e}+l_y)$　(H) $(l_{x_r}+l_y)$　(I) $(l_{x_e}+l_{x_r})$　(J) p_y　(K) p_{y+1}　(L) p_{x_r}
(M) ${}_{x_r-x_e}p_{x_e}$　(N) ${}_{y-x_e}p_{x_e}$　(O) ${}_{x_r-y}p_y$　(P) q_{x_e}　(Q) ${}_{y-x_e-1|}q_{x_e}$　(R) ${}_{y-x_e|}q_{x_e}$
(S) ${}_{x_r-y-1|}q_y$　(T) ${}_{x_r-y|}q_y$

(イ) さらに制度変更を行う。中途退職による脱退時の年金額α_tを加入期間t（1 年未満の端数期間は切捨て）に応じた額、定年退職による脱退時の年金額βを加入期間によらない定額とし、いずれもx_r歳の期初から支払うn年確定年金（年1回期初払い）とした。なお、x歳$(x_e \le x \le x_r-1)$で中途退職により脱退する場合、加入期間tは$x-x_e+1$とする。この制度の被保険者 1 人あたりの標準保険料を ${}^3P$としたとき、x_e歳から(x_r-1)歳の各年齢で脱退による剰余や不足が生じないα_tを考える。

x_e歳の給付現価を ${}^3S_{x_e}$とすると、

$${}^3S_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{\boxed{③}\times\boxed{④}\times\alpha_{y-x_e+1}\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}} + \frac{\boxed{⑥}\times\beta\times\boxed{⑤}}{D_{x_e}}$$

$$=\boxed{⑤}\times\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\boxed{⑭}\times\boxed{⑮}\times\boxed{④}\times\alpha_{y-x_e+1}+\boxed{⑯}\times\boxed{⑰}\times\beta\right)\cdots(a)$$

となる。

また、x_e歳の人数現価を ${}^3G_{x_e}$とすると、

$$ {}^3G_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \boxed{⑱} \times \boxed{⑲} + \boxed{⑳} \times \boxed{㉑} \cdots \text{(b)} $$

となる。

(a)および(b)を用いると、x_e歳の責任準備金は、

$$ {}^3S_{x_e} - {}^3P\ {}^3G_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(\boxed{⑭} \times \boxed{⑮} \times \boxed{④} \times \alpha_{y-x_e+1} \times \boxed{⑤} - {}^3P \times \boxed{⑱} \times \boxed{⑲} \right) $$
$$ + \boxed{⑯} \times \boxed{⑰} \times \beta \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - {}^3P \times \boxed{⑳} \times \boxed{㉑} $$

となる。

上式の責任準備金の

$$ \boxed{⑭} \times \boxed{⑮} \times \boxed{④} \times \alpha_{y-x_e+1} \times \boxed{⑤} - {}^3P \times \boxed{⑱} \times \boxed{⑲} $$

を0とする$\alpha_{y-x_e+1}(x_e \leq y \leq x_r - 1)$が、$x_e$歳から$(x_r-1)$歳の各年齢で脱退による剰余や不足が生じないものであるので、

$$ \alpha_{y-x_e+1} = \frac{\boxed{㉒}}{\boxed{④} \times \boxed{⑤}} \times {}^3P $$

となる。

【（ア）および（イ）共通の選択肢】（再掲）

［①、③、⑥の選択肢］

（A）D_{x_e}　（B）D_y　（C）D_{x_r}　（D）C_{x_e}　（E）C_y　（F）C_{x_r}

［②、⑤、⑪、⑫、⑲、㉑、㉒の選択肢］

（A）$\ddot{a}_{x_e}$　（B）$\ddot{a}_y$　（C）$\ddot{a}_{x_r}$　（D）$\ddot{a}_{\overline{n}|}$　（E）$\ddot{a}_{\overline{y-x_e}|}$　（F）$\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}$
（G）$\ddot{a}_{\overline{x_r-y}|}$　（H）$\ddot{a}_{\overline{x_r-y+1}|}$　（I）$\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$　（J）$\ddot{s}_{\overline{n}|}$　（K）$\ddot{s}_{\overline{y-x_e}|}$　（L）$\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}$
（M）$\ddot{s}_{\overline{x_r-y}|}$　（N）$\ddot{s}_{\overline{x_r-y+1}|}$　（O）$\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}$

［④、⑦、⑭、⑯の選択肢］

（A）v^{x_e}　（B）v^{y-x_e-1}　（C）v^{y-x_e}　（D）v^y　（E）v^{y-x_e+1}　（F）v^{x_r-y-1}
（G）v^{x_r-y}　（H）v^{x_r}　（I）$v^{x_r-x_e}$

［⑧、⑨、⑩、⑬、⑮、⑰、⑱、⑳の選択肢］

（A）l_{x_e}　（B）l_y　（C）l_{x_r}　（D）d_{x_e}　（E）d_y　（F）d_{x_r}
（G）$(l_{x_e}+l_y)$　（H）$(l_{x_r}+l_y)$　（I）$(l_{x_e}+l_{x_r})$　（J）p_y　（K）p_{y+1}　（L）p_{x_r}
（M）${}_{x_r-x_e}p_{x_e}$　（N）${}_{y-x_e}p_{x_e}$　（O）${}_{x_r-y}p_y$　（P）q_{x_e}　（Q）${}_{y-x_e-1|}q_{x_e}$　（R）${}_{y-x_e|}q_{x_e}$
（S）${}_{x_r-y-1|}q_y$　（T）${}_{x_r-y|}q_y$

（２）A社とB社が共同で実施している年金制度（以下、分割前制度）について、年金制度を分割し、A社とB社が別々の年金制度を実施することになった。このとき、次の（ア）～（ウ）の各問について答えなさい。また、計算過程で標準保険料率・特別保険料率を使用する場合は、小数点以下第４位を四捨五入し、小数点以下第３位まで求めた数値を使用しなさい。

＜計算の前提＞

・各制度の財政方式について、分割前制度は開放基金方式を採用しており、分割後のA社の年金制度は開放基金方式を、分割後のB社の年金制度は到達年齢方式を採用する
・給付は、最終給与比例とする
・保険料は年１回期初払いとする
・分割前制度の標準保険料率および特別保険料率は制度全体で算定し、A社とB社で共通とする
・標準保険料率について、被保険者の給与に対する一定割合として設定する
・特別保険料率について、未積立債務を5年間の元利均等で償却するものとし、被保険者の給与に対する一定割合として設定する（特別保険料率の算定において、償却期間中の「在職中の被保険者の給与合計」は変動しないものとする）
・分割後のB社の年金制度は、新規加入が発生しないものとし、分割前制度の年金受給権者は、全員B社の年金制度へ移るものとする
・分割後のA社の年金制度について、制度発足時の年間保険料の額が、「分割前制度におけるA社の年間保険料の額」と変わらないように、給与を一律α倍する
・分割後のB社の年金制度について、制度発足時の年間保険料の額が、「分割前制度におけるB社の年間保険料の額」と変わらないように、給与を一律β倍する（年金受給権者の給付は変更しない）
・分割前後で、計算基礎率は同一のもの（B社の新規加入の見込みを除く）を使用し、給付内容は給与を除き変更しない
・分割にあたり、積立金は、分割前制度におけるA社とB社の責任準備金の比で按分するものとする
・分割後のB社の制度発足時の標準保険料率について、積立金および未積立債務を考慮せずに算定するものとする

＜分割前の諸数値＞

項目		分割前	
		A社	B社
S^p	年金受給権者の給付現価	0	400
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	1,000	1,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	1,500	600
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	1,600	800
G^a	在職中の被保険者の給与現価	10,000	2,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	12,000	6,000
F	積立金	1,800	
i	予定利率	3.0%	
$\ddot{a}_{\overline{5}|}$	予定利率3.0%による期初払い5年確定年金現価率	4.717	
LB	在職中の被保険者の給与合計	800	400

（ア）分割前制度の年間保険料の額に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 23 に対応】

（A） 302　（B） 307　（C） 312　（D） 317　（E） 322
（F） 327　（G） 332　（H） 337　（I） 342　（J） 347

（イ）αの値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 24 に対応】

（A） 0.72　（B） 0.77　（C） 0.82　（D） 0.87　（E） 0.92
（F） 0.97　（G） 1.02　（H） 1.07　（I） 1.12　（J） 1.17

（ウ）βの値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 25 に対応】

（A） 0.72　（B） 0.77　（C） 0.82　（D） 0.87　（E） 0.92
（F） 0.97　（G） 1.02　（H） 1.07　（I） 1.12　（J） 1.17

（３）定常人口にある集団が、次の制度を採用している。このとき、（ア）～（エ）の各問に答えなさい。

	制度内容
加入時期	年１回期初加入
給付内容	「脱退時給与×$\alpha(t)$」を一時金として脱退時に支払う ただし、$\alpha(t) = 1.03 \times 1.15^{t}$　(t は加入年数)
昇給時期	年１回期初昇給
脱退時期	中途退職による脱退は年１回期末、定年退職による脱退は年１回、定年年齢（60歳）に到達した期初に発生する
財政方式	加入年齢方式（新規加入年齢40歳）
保険料	年１回期初に「期初時点の加入者の給与総額×標準保険料率」を払い込む
予定利率	2.0%

期初の保険料の払い込み等が発生する順は「定年退職による脱退→昇給→新規加入者の加入→保険料の払い込み」とする

x歳における1 人あたりの予定給与（B_x）と実際の給与は一致しており、いずれも次のとおり

$B_x = 400{,}000 \times 1.03^{(x-40)}$（円）（$40 \le x \le 59$）

当該制度の脱退残存表は、以下のとおり。なお、当該制度における実際の被保険者数および年齢構成は、脱退残存表と一致している

＜脱退残存表＞

年齢	残存者数 (※) （l_x）	脱退者数 （d_x）
40～48歳	100	0
49歳	100	40
50～58歳	60	0
59歳	60	60
60歳	0	0

（※）期末の脱退前の残存者数としている

＜諸数値＞

n	1.02^{n}	1.03^{n}	1.15^{n}
10	1.21899	1.34392	4.04556
20	1.48595	1.80611	16.36654

（ア）計算基礎率どおりに推移するとした場合、この制度における 1 年間の給付費に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 26 に対応】

（Ａ） 676 百万円　（Ｂ） 696 百万円　（Ｃ） 716 百万円　（Ｄ） 736 百万円
（Ｅ） 756 百万円　（Ｆ） 776 百万円　（Ｇ） 796 百万円　（Ｈ） 816 百万円
（Ｉ） 836 百万円　（Ｊ） 856 百万円

（イ）この制度における標準保険料率に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 27 に対応】

（Ａ） 0.73　（Ｂ） 0.75　（Ｃ） 0.77　（Ｄ） 0.79　（Ｅ） 0.81
（Ｆ） 0.83　（Ｇ） 0.85　（Ｈ） 0.87　（Ｉ） 0.89　（Ｊ） 0.91

（ウ）この制度全体の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
なお、計算にあたって標準保険料率は（イ）で選択した値を用いること。また、本問題の解答にあたっては当該制度が定常人口であることに留意すること。【解答欄番号 28 に対応】

（Ａ） 5,250 百万円　（Ｂ） 5,650 百万円　（Ｃ） 6,050 百万円　（Ｄ） 6,450 百万円
（Ｅ） 6,850 百万円　（Ｆ） 7,250 百万円　（Ｇ） 7,650 百万円　（Ｈ） 8,050 百万円
（Ｉ） 8,450 百万円　（Ｊ） 8,850 百万円

（エ）この制度におけるX年度末の積立金の額は10,000百万円であり、積立剰余の状態にある。そこで、積立剰余を活用して$X+1$年度初より毎期初に2.0%のベースアップを行うこととした。「期末の積立金≧期末のベースアップ反映後の責任準備金」が成立している間は毎期初のベースアップを繰り返すこととする場合、ベースアップを行うことができる最大回数として適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 29 に対応】

＜前提＞
・各年度の新規加入により各年度の定常人口が毎年保たれ、かつ各年度の昇給は計算基礎率どおりとする
・毎期における運用利回りは予定利率と一致するものとする
・ベースアップ前の責任準備金は（ウ）で選択した値を用いること
・標準保険料率を用いる場合は（イ）で選択した値を用いること
・期初の保険料の払い込み等が発生する順は「定年退職による脱退→昇給→新規加入者の加入→ベースアップ→保険料の払い込み」とする

（Ａ） 20 回　（Ｂ） 21 回　（Ｃ） 22 回　（Ｄ） 23 回　（Ｅ） 24 回
（Ｆ） 25 回　（Ｇ） 26 回　（Ｈ） 27 回　（Ｉ） 28 回　（Ｊ） 29 回

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

ベースアップ前の期初積立金をF、t年後の期初積立金をF_tとし、給付額をB、保険料をC、ベースアップ率をα、予定利率をiとする。

ベースアップ前には極限方程式　$F=F(1+i)+(C-B)(1+i)$より、$B-C=\frac{iF}{1+i}$　が成立している。

$$F_t=F_{t-1}(1+i)+(C-B)\times(1+\alpha)\times(1+i)=F_{t-1}(1+i)-\frac{iF}{1+i}\times(1+\alpha)\times(1+i)$$

$$=F_{t-1}(1+i)-iF\times(1+\alpha)=F_{t-2}(1+i)^2-iF\times(1+\alpha)\times(1+i)-iF\times(1+\alpha)$$

…

$$=F\times(1+i)^t-iF\times(1+\alpha)\{1+(1+i)+(1+i)^2+\cdots+(1+i)^{t-1}\}$$

$$=F\times\{(1+i)^t-(1+\alpha)\{(1+i)^t-1\}\}$$

$$=F\times\{-\alpha(1+i)^t+(1+\alpha)\}<0.95F$$

$$(1+i)^t \quad > \frac{(0.05+\alpha)}{\alpha}$$

α＝4.0%、i＝6.0%を代入して最小のtを求めるとt＝14

よって、解答は**（E）**

（２）

年金制度A、Bの被保険者数をそれぞれL_A、L_B、20歳での新規加入者数をそれぞれa、bとすると、

$$L_A=\sum_{x=20}^{59}0.98^{x-20}\,a+\sum_{x=30}^{59}0.98^{x-30}\,a$$

$$=\frac{1-0.98^{40}}{1-0.98}a+\frac{1-0.98^{30}}{1-0.98}a$$

$$=27.715a+22.726a$$

$$=50.441a$$

$$L_B=\sum_{x=20}^{59}0.98^{x-20}\,b$$

$$=27.715b$$

年金制度A、Bの被保険者の平均年齢をそれぞれ、$\overline{X_A}$、$\overline{X_B}$とすると、

$$\overline{X_A}-\overline{X_B}=\left(\sum_{x=20}^{59}x0.98^{x-20}+\sum_{x=30}^{59}x0.98^{x-30}\right)\frac{a}{L_A}-\left(\sum_{x=20}^{59}x0.98^{x-20}\right)\frac{b}{L_B}$$

$$= \frac{1}{1-0.98}\left\{\left(20 - 59 \cdot 0.98^{40} + \frac{0.98 - 0.98^{40}}{1-0.98}\right) + \left(30 - 59 \cdot 0.98^{30} + \frac{0.98 - 0.98^{30}}{1-0.98}\right)\right\}\frac{1}{50.441}$$

$$- \frac{1}{1-0.98}\left(20 - 59 \cdot 0.98^{40} + \frac{0.98 - 0.98^{40}}{1-0.98}\right)\frac{1}{27.715}$$

$$= 2.775\cdots$$

よって、解答は（**G**）

（３）

x_e：加入年齢

v^τ：利力δにもとづくτ年間の割引率

$l_{x_e+\tau}$：x_e歳で加入した被保険者のτ年経過した時点における残存者数

とすると、

$$v^\tau = \exp(-\delta\tau)$$

$$l_{x_e+\tau} = l_{x_e}\exp(-\int_{x_e}^{x_e+\tau}\mu_y\,dy) = l_{x_e}\exp(-\mu\tau)$$

となる。また、連続払の20年確定年金の年金現価率$\bar{a}_{\overline{20|}}$、連続払の60年確定年金の年金現価率$\bar{a}_{\overline{60|}}$は、

$$\bar{a}_{\overline{20|}} = \frac{1-\exp(-20\delta)}{\delta}, \qquad \bar{a}_{\overline{60|}} = \frac{1-\exp(-60\delta)}{\delta}$$

となる。脱退時平均加入年数は、

$$\int_0^{40}\frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau = \int_0^{40}\exp(-\mu\tau)\,d\tau = \frac{1-\exp(-40\mu)}{\mu} = \frac{\delta}{\mu}\bar{a}_{\overline{60|}}$$

$1-\exp(-40\mu) = 1-\exp(-60\delta)$が成り立つため、$\mu = 0.03$となる。

標準保険料率${}^{E}P$は、

$${}^{E}P \cdot \int_0^{40} v^\tau \cdot \frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau = \left(\int_0^{40}\tau \cdot \mu_{x_e+\tau}\cdot v^\tau \cdot \frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau + 40 \cdot v^{40} \cdot \frac{l_{x_e+40}}{l_{x_e}}\right)\cdot \bar{a}_{\overline{20|}}$$

$$(\text{左辺}) = {}^{E}P \cdot \int_0^{40}\exp(-\delta\tau)\cdot\exp(-\mu\tau)\,d\tau = {}^{E}P \cdot \frac{1-\exp(-40(\mu+\delta))}{\mu+\delta}$$

$$(\text{右辺}) = \left(\int_0^{40}\tau\cdot\mu\cdot\exp(-\delta\tau)\cdot\exp(-\mu\tau)\,d\tau + 40\cdot\exp(-40\delta)\cdot\exp(-40\mu)\right)\cdot\bar{a}_{\overline{20|}}$$

$$= \left\{\frac{-40\cdot\mu\cdot\exp(-40(\mu+\delta))}{\mu+\delta} + \mu\cdot\frac{1-\exp(-40(\mu+\delta))}{(\mu+\delta)^2} + 40\cdot\exp(-40(\mu+\delta))\right\}\cdot\frac{1-\exp(-20\delta)}{\delta}$$

$$= \frac{\mu + \{40\cdot(\mu+\delta)^2 - 40\cdot\mu\cdot(\mu+\delta) - \mu\}\cdot\exp(-40(\mu+\delta))}{(\mu+\delta)^2}\cdot\frac{1-\exp(-20\delta)}{\delta}$$

となることから、以下のとおりとなる。

$$ {}^{E}P=\frac{\mu+\{40\cdot(\mu+\delta)^2-40\cdot\mu\cdot(\mu+\delta)-\mu\}\cdot\exp(-40(\mu+\delta))}{(\mu+\delta)\cdot\{1-\exp(-40(\mu+\delta))\}}\cdot\frac{1-\exp(-20\delta)}{\delta} $$

$$ =\frac{0.03+0.01\cdot e^{-2}}{0.05\cdot(1-e^{-2})}\cdot\frac{1-e^{-0.4}}{0.02}=11.939\cdots $$

よって、解答は（**H**）

（4）

予定利率をiとし、2023年度の積立金の運用利回りをjとする。

特別保険料収入に係る予定利息=特別保険料収入$\times i$

$128=4{,}000\times i$

よって、$i=0.032$

2023年度は利差、死差および前年度末未積立債務にかかる予定利息以外の差損益は発生しなかったことから、

2023年度末責任準備金= (2022年度末責任準備金＋標準保険料収入)$\times(1+i)$ −給付金−死差損益

$54{,}784=(50{,}000+10{,}000)\times(1+i)-8{,}000-2\gamma$

よって、死差損益は$2\gamma=-864$

死差損益が利差損益の 2 倍であったことから、利差損益は$\gamma=-432$

利差損益= (2022年度末積立金＋標準保険料収入＋特別保険料収入)$\times(j-i)$

$-432=(40{,}000+10{,}000+4{,}000)\times(j-0.032)$

よって、$j=0.024$

運用収益= (2022年度末積立金＋標準保険料収入＋特別保険料収入)$\times j$

$\beta=(40{,}000+10{,}000+4{,}000)\times j$

よって、$\beta=1{,}296$

損益計算書内を穴埋めすると$X=65{,}296$、$\alpha=2{,}512$となる。

以上より、解答は（**D**）

（5）

年金制度Aにおけるx_e歳における給付現価をS_{A,x_e}、給与現価をG_{A,x_e}、

年金制度Bにおけるx_e歳における給付現価をS_{B,x_e}、給与現価をG_{B,x_e}、

x_e歳における1人あたりの給与をB_{x_e}とすると、

$$ S_{A,x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\left\{\frac{C_y}{D_{x_e}}\times\sum_{t=x_e}^{y}\frac{B_{x_e}}{b_{x_e}}b_t(1+i)^{y-t+1}\times(1+i)^{x_r-y-1}\times v^{x_r-y-1}\right\} $$

$$ +\frac{D_{x_r}}{D_{x_e}}\times\sum_{t=x_e}^{x_r-1}\frac{B_{x_e}}{b_{x_e}}b_t(1+i)^{x_r-t}\times\frac{1}{\ddot{a}_{\bar{n}|}}\times\ddot{a}_{\bar{n}|} $$

$$ =\frac{1}{D_{x_e}}\times\left\{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\left\{\left(l_y-l_{y+1}\right)\times\sum_{t=x_e}^{y}\frac{B_{x_e}}{b_{x_e}}b_t v^t\right\}+l_{x_r}\times\sum_{t=x_e}^{x_r-1}\frac{B_{x_e}}{b_{x_e}}b_t v^t\right\} $$

$$= \frac{1}{D_{x_e}} \times \sum_{t=x_e}^{x_r-1} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t D_t$$

また、年金制度Aと年金制度Bで給与現価は同一であり、

$$G_{A,x_e} = G_{B,x_e} = \frac{1}{D_{x_e}} \times \sum_{t=x_e}^{x_r-1} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t D_t$$

年金制度Bの給付現価は、年金制度Aの給付現価から加入者期間2年以下の脱退による給付現価を除くことで算出できるので

$$S_{B,x_e} = S_{A,x_e} - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} \left\{ \frac{C_y}{D_{x_e}} \times \sum_{t=x_e}^{y} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t (1+i)^{y-t+1} \times (1+i)^{x_r-y-1} \times v^{x_r-y-1} \right\}$$

$$= S_{A,x_e} - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} \frac{C_y}{D_{x_e}} \sum_{t=x_e}^{y} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t (1+i)^{y-t+1}$$

以上より、標準保険料率の比 ${}^EP_A / {}^EP_B$ は、

$$\frac{{}^EP_A}{{}^EP_B} = \frac{S_{A,x_e}}{G_{A,x_e}} \times \frac{G_{B,x_e}}{S_{B,x_e}}$$

$$= \frac{1}{D_{x_e}} \times \sum_{t=x_e}^{x_r-1} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t D_t \Bigg/ \left(\frac{1}{D_{x_e}} \times \sum_{t=x_e}^{x_r-1} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} \frac{C_y}{D_{x_e}} \sum_{t=x_e}^{y} \frac{B_{x_e}}{b_{x_e}} b_t (1+i)^{y-t+1} \right)$$

$$= \sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t \Bigg/ \left(\sum_{t=x_e}^{x_r-1} b_t D_t - \sum_{y=x_e}^{x_e+1} C_y \sum_{t=x_e}^{y} b_t \, (1+i)^{y-t+1} \right)$$

よって、解答は（A）

（6）

${}^UP_x$と ${}^EP_{x_e}$はそれぞれ、

$${}^UP_x = \left(\alpha_{x+1-x_e} - \alpha_{x-x_e}\right) \times \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{\overline{10|}}}{D_x}$$

$$= \frac{(x+1-x_e) \times B_x - (x-x_e) \times B_{x-1}}{x_r - x_e} \times \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{\overline{10|}}}{D_x}$$

$$= \frac{1 + r \times (x+1-x_e)}{x_r - x_e} \times B_{x-1} \times \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{\overline{10|}}}{D_x}$$

$${}^EP_{x_e} = \frac{D_{x_r} b_{x_r} \ddot{a}_{\overline{10|}}}{\sum_{y=30}^{59} D_y b_y} = \frac{D_{x_r} b_{x_r-1} \ddot{a}_{\overline{10|}}}{\sum_{y=30}^{59} D_y b_y}$$

となる。

よって、

$$\frac{B_{30}\,{}^{E}P_{30}}{{}^{U}P_{40}} = \frac{D_{40}}{\sum_{y=30}^{59} D_y b_y} \times \frac{60-30}{1+0.02\times(40+1-30)} \times (1+2.0\%)^{20}$$

$$= 1.0646\cdots$$

となり、解答は（**D**）

（７）

・$X+t$年度初の積立金をF_t、X年度の給付をB、X年度の保険料をCとする。

・X年度の給付はX年度の保険料の 2 倍であるため、$B=2C$…①

・X年度初で定常状態であるため、

$$F_1 = F_0 = F_0 \times (1+i) + C - B$$

$$iF_0 = B - C\cdots②$$

・$X+1$年度の給付 : $(1+k)\times B$、$X+2$年度の給付 : $(1+2k)\times B$、…、$X+5$年度の給付 : $(1+5k)\times B$ と表せるから、$1 \le t \le 4$において、

$$F_{t+1} = F_t \times (1+i) + C - (1+tk)\times B$$

両辺にv^tをかけると、

$$v^t F_{t+1} = v^{t-1}F_t + v^t C - (1+tk)v^t B\cdots③$$

同様に$t=5$において、

$$F_6 = F_5 \times (1+i) + 2C - (1+5k)\times B$$

両辺にv^5をかけると、

$$v^5 F_6 = v^4 F_t + 2v^5 C - (1+5k)v^5 B\cdots④$$

$t=1,\cdots,5$について③式と④式の辺々を加えると、

$$\sum_{t=1}^{5} v^t F_{t+1} = \sum_{t=1}^{5} v^{t-1}F_t + C\left(\sum_{t=1}^{5} v^t + v^5\right) - B\left(\sum_{t=1}^{5} v^t + k\sum_{t=1}^{5} t v^t\right)$$

$$v^5 F_6 = F_1 + (a_{\overline{5|}} + v^5)C - (a_{\overline{5|}} + Ia_{\overline{5|}}k)B\cdots⑤$$

・$X+6$年度初に再び定常状態になるため、

$$F_6 = F_6 \times (1+i) + C - (1+5k)\times B$$

$$iF_6 = (1+5k)\times B - C\cdots⑥$$

①～⑥と問題文の諸数値をもとにkについて解くと、

$$k = \frac{1-(1-i)v^5 - a_{\overline{5|}}i}{10v^5 + 2Ia_{\overline{5|}}i} = 0.00230\cdots$$

よって、解答は（**G**）

（８）

①教科書 p73より、${}^{In}F - {}^{T}F = S^a + {}^{T}C - {}^{In}C$

$$（右辺）= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{N_{x_r}}{D_x} + l_{x_r}\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$$

よって算式は正しい。

②教科書 p76 第 3 章練習問題 5　より

$$ {}^{T}F \quad = \quad \left\{ \sum_{t=1}^{\omega-x_r} \left(\frac{l_{x_r+t}}{l_{x_r}} - \frac{D_{x_r+t}}{D_{x_r}} \right) \right\} \times \frac{l_{x_r}}{1-v} $$

よって算式は正しい。

③教科書 p73より、${}^{U}F - {}^{T}F = \frac{1}{1-v}\left(v\,{}^{T}C - {}^{U}C\right) + {}^{T}C = \frac{1}{1-v}\left({}^{T}C - {}^{U}C\right)$

ここで、　${}^{T}C = l_{x_r}\dfrac{N_{x_r}}{D_{x_r}}$、${}^{U}C = \dfrac{1}{x_r - x_e}\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x}$　なので、

$$ (\text{右辺}) = \frac{1}{1-v}\left(l_{x_r}\frac{N_{x_r}}{D_{x_r}} - \frac{1}{x_r - x_e}\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x} \right) $$

よって算式は正しい。

④教科書 p73より、${}^{U}F = S^{p} + S^{a}_{PS}$

教科書 p75 第 3 章練習問題 3 ② より、

$$ \begin{aligned} S^{p} &= B + v\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\frac{N_x}{D_x} \\ &= \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x + v\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\frac{N_x}{D_x} \end{aligned} $$

また、　$S^{a}_{PS} = \displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\frac{N_{x_r}}{D_x}$

${}^{U}F = S^{p} + S^{a}_{PS}$へ上記の式を代入して、

$$ {}^{U}F = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x + v\sum_{x=x_r+1}^{\omega} l_x\frac{N_x}{D_x} + \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\right)\frac{N_{x_r}}{D_x} $$

よって算式は誤り。

以上より、解答は**(K)**

問題２.

（１）

（ア）この年金制度の標準保険料率 P_{x_e} を求める。財政方式として加入年齢方式を採用していることから、x_e 歳における給付現価 S_{x_e} と給与現価 G_{x_e} を用いて以下のように表すことができる。

$$ P_{x_e} = \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}} $$

$$= \left\{ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x \cdot v^{x_r-x-1} \sum_{y=x_e}^{x} (1+j)^{x_r-y} \cdot b_y + D_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+j)^{x_r-y} \cdot b_y \right) \times \alpha \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)}{\ddot{a}_{\overline{n|}}(j')} \right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x \right)$$

上記より選択肢は以下のとおりとなる。

①（B）$x_r - x - 1$
②（F）$(1+j)$
③（C）$x_r - y$
④（L）$\ddot{a}_{\overline{n|}}(j')$
⑤（J）$\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)$

（イ）j および j' を i と同率とし、また制度発足時の被保険者については入社時から制度があったものとして給付を行うものとする。このときの標準保険料率 P'_{x_e} を求めると、

$$P'_{x_e} = \left\{ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (l_x - l_{x+1}) \cdot v^{x+1} \cdot v^{x_r-x-1} \sum_{y=x_e}^{x} (1+i)^{x_r-y} \cdot b_y + D_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+i)^{x_r-y} \cdot b_y \right) \times \alpha \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)}{\ddot{a}_{\overline{n|}}(i)} \right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x \right)$$

$$= \left\{ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (l_x - l_{x+1}) \cdot v^{x_r} \sum_{y=x_e}^{x} (1+i)^{x_r-y} \cdot b_y + D_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+i)^{x_r-y} \cdot b_y \right) \times \alpha \right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x \right)$$

$$= \left\{ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (l_x - l_{x+1}) \cdot \sum_{y=x_e}^{x} v^y \cdot b_y + l_{x_r} \sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^y \cdot b_y \right) \times \alpha \right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x \right)$$

$$= \left\{ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x \cdot v^x \cdot b_x \right) \times \alpha \right\} \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x \right) = \alpha$$

このことから標準保険料率は α の水準によってのみ決定される。

このとき給付現価を過去分と将来分にわけた場合、現在の年齢・年数によらず“将来の期間に対応する給付現価＝保険料収入現価”が成り立つ。よって、“責任準備金＝過去の期間に対応する給付現価”となり、責任準備金 V は、次のとおり表すことができる。

$$V = \left\{ \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x B_x \cdot \sum_{y=x_e}^{x} \frac{b_y}{b_x} \times (1+i)^{x-y} \right\} \times \alpha$$

上記より選択肢は以下のとおりとなる。

⑥（Q）$L_x B_x$
⑦（I）b_x
⑧（K）b_y
⑨（U）$x - y$

（２）

（ア）

L_{x_1}，L_{x_2}，L_{x_3}をそれぞれx_1歳，x_2歳，x_3歳での新規加入者数とすると、

$L_{x_1}:L_{x_2}:L_{x_3}=3:2:1$と$L_{x_1}e_{x_1}+L_{x_2}e_{x_2}+L_{x_3}e_{x_3}=L$を解いて、$L_{x_1}=3L\ /(3e_{x_1}+2e_{x_2}+e_{x_3})$

よって、解答は（**G**）

（イ）

（ア）より、$L_{x_2}=\dfrac{2}{3}L_{x_1}$、$L_{x_3}=\dfrac{1}{3}L_{x_1}$

$${}^{E}P=\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1}-N_{x_r}}$$

x_2歳での新規加入者の責任準備金は、

$$L_{x_2}\cdot(S_{x_2}^{a}-{}^{E}P\cdot G_{x_2}^{a})=\frac{2}{3}L_{x_1}\cdot\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_2}}-\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1}-N_{x_r}}\frac{N_{x_2}-N_{x_r}}{D_{x_2}}\right)=\frac{2}{3}L_{x_1}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_2}}\cdot\frac{N_{x_1}-N_{x_2}}{N_{x_1}-N_{x_r}}$$

x_3歳での新規加入者の責任準備金は、

$$L_{x_3}\cdot(S_{x_3}^{a}-{}^{E}P\cdot G_{x_3}^{a})=\frac{1}{3}L_{x_1}\cdot\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_3}}-\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1}-N_{x_r}}\frac{N_{x_3}-N_{x_r}}{D_{x_3}}\right)=\frac{1}{3}L_{x_1}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_3}}\cdot\frac{N_{x_1}-N_{x_3}}{N_{x_1}-N_{x_r}}$$

上記を合計し、式を整理すると、

$$\frac{1}{3}L_{x_1}\cdot\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{N_{x_1}-N_{x_r}}\cdot\left(\frac{2(N_{x_1}-N_{x_2})}{D_{x_2}}+\frac{N_{x_1}-N_{x_3}}{D_{x_3}}\right)$$

よって、解答は（**F**）

（３）

（ア）財政再計算後の剰余金を全額留保した場合の財政再計算後の１人あたり標準保険料は、

$$\frac{140{,}000+150{,}000}{520{,}000+550{,}000}=0.271\cdots\text{百万円}$$

となる。

したがって、財政再計算直後のX年度末責任準備金は、

$$\text{責任準備金}=(210{,}000+190{,}000+140{,}000+150{,}000)-0.271\cdots\times(520{,}000+550{,}000)$$
$$=690{,}000-0.271\cdots\times1{,}070{,}000=400{,}000\text{ 百万円}$$

X年度末の積立金は450,000であるから財政再計算直後の剰余金の額は、50,000 百万円となる。

$X+1$年度の給付の支払い、保険料収入をそれぞれ B、C とおくと、$X+1$年度末における諸数値は以下のとおりとなる。

$$\text{責任準備金}=(400{,}000-B+C)\times1.03$$

積立金＝$(450{,}000 - B + C) \times 1.03$

したがって$X+1$年度末の剰余金は、
$\text{剰余金} = (450{,}000 - B + C) \times 1.03 - (400{,}000 - B + C) \times 1.03 = 51{,}500$百万円
となり、解答は（**D**）
※X年度末の剰余金 50,000 百万円に 1.03 を乗じることでも算出可能

（イ）$X+1$年度の状況は以下の通りである。

<u>利息収入</u>
積立金450,000 百万円に対して7.0%の運用利回りであり、給付の支払いが15,200 百万円、保険料の払い込みが9,250 百万円であるから、利息収入は、
$(450{,}000 - 15{,}200 + 9{,}250) \times 7.0\% = 31{,}083.5$ 百万円

<u>積立金</u>
$450{,}000 - 15{,}200 + 9{,}250 + 31{,}083.5 = 475{,}133.5$ 百万円

<u>47歳脱退者に係る給付額</u>
47歳（加入年数25年）の脱退者の一人当たり給付額は25×40万円$= 10$百万円
30名の脱退者であるため、給付総額は300百万円

<u>脱退差</u>
脱退者の一人当たり責任準備金が9 百万円であるため、当該30名の脱退により責任準備金が270 百万円減少する。また前述のとおり実際の給付額が300 百万円であることから、脱退により期初時点で30 百万円の差損が発生していることになる。
したがって期末時点での差損は、$30 \times 1.03 = 30.9$ 百万円である。

<u>責任準備金</u>
脱退差損が30.9 百万円であることから、$X+1$年度末の責任準備金は、
$(400{,}000 - 15{,}200 + 9{,}250) \times 1.03 + 30.9 = 405{,}902.4$ 百万円
<u>剰余金</u>
剰余金は積立金と責任準備金の差額であるから、$475{,}133.5 - 405{,}902.4 = 69{,}231.1$ 百万円
よって、解答は（**E**）

（ウ）将来期間分の給付を一律α%改善させた場合、標準保険料は

$$\text{標準保険料} = \left(1 + \frac{\alpha}{100}\right)\left(\frac{S_{FS}^a + S^f}{G^a + G^f}\right)$$

である。その一方で、剰余金Mをもとに引き下げることができる標準保険料は、

$$引き下げ分 = \frac{M}{G^a + G^f}$$

として算出される。剰余金の額は（イ）と同額であることから、

$$M = \frac{\alpha}{100}\left(S_{FS}^{a} + S^{f}\right) \rightarrow 69{,}231.1 = \frac{\alpha}{100}(140{,}000 + 150{,}000) \rightarrow \alpha = 23.8\cdots\%$$

よって、解答は**（A）**

（4）

（ア）

題意より、年度初での収支相等を考えると、

$C + F = B + vF$、すなわち、$C + dF = B$（ただし、$d = 1 - v$）が成立する。

$\alpha C + F_{t-1} = B + vF_t \cdots$①

また、$F = F_0$であるから、$C + F_0 = B + vF_0 \cdots$②

①式より、$\alpha C + F_0 = B + vF_1$

$v\alpha C + vF_1 = vB + v^2F_2$

・・・

$v^{t-1}\alpha C + v^{t-1}F_{t-1} = v^{t-1}B + v^tF_t$

辺々を加え整理すると、$\ddot{a}_{\overline{t|}}\alpha C + F_0 = \ddot{a}_{\overline{t|}}B + v^tF_t$

②式より、同様にして、$\ddot{a}_{\overline{t|}}C + F_0 = \ddot{a}_{\overline{t|}}B + v^tF_0$

よって、$(1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t|}} = v^t(F - F_t)$ …③

以上より、解答は**（H）**

（イ）

③式より、$F_t < \frac{\alpha+1}{2}F$であるとき、

$$v^tF_t = v^tF - (1-\alpha)C\ddot{a}_{\overline{t|}} < v^t\frac{\alpha+1}{2}F$$

$\ddot{a}_{\overline{t|}} = \frac{1-v^t}{d}$であるから、

$$v^tdF - (1-v^t)(1-\alpha)C < v^t\frac{\alpha+1}{2}dF$$

両辺に$(1+i)^t$を掛けると、

$$\frac{1-\alpha}{2}dF + (1-\alpha)C < (1-\alpha)C(1+i)^t$$

$1 - \alpha > 0$より、両辺を$1 - \alpha$で割ると、

$$\frac{1}{2}dF + C < C(1+i)^t$$

$C + dF = B$より、

$$\frac{1}{2}(B - C) + C < C(1+i)^t$$

$B>0$より、両辺をBで割り、式を整理すると、

$$\frac{C}{B}>\frac{1}{2(1+i)^t-1}$$

初めて$F_t<\frac{\alpha+1}{2}F$が成立するとき、次の式が成立する。

$$\frac{1}{2(1+i)^t-1}<\frac{C}{B}\leq\frac{1}{2(1+i)^{t-1}-1}$$

$i=0.02$、$t=15$であるから、$0.59<\frac{C}{B}\leq 0.61$となる。

以上より、解答は**（C）**

（５）

（ア）

X年度末の実際の責任準備金をV'、x歳の被保険者数をl'_x、予定の責任準備金をVとすると教科書 P120 より

$$V'-V=\sum_{x=x_e}^{\omega-1}\left(S_x-\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}\times G_x\right)\times\left(\frac{l'_x}{l_x}-1\right)$$

$l'_{x_e}=l_{x_e}$、$l'_x=l_{x-1}(x_e<x\leq\omega-1)$、$\frac{l_{x+1}}{l_x}=0.98(x_e\leq x\leq\omega-2)$より

$$V'-V=\sum_{x=x_e+1}^{\omega-1}\left(S_x-\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}\times G_x\right)\times\left(\frac{l_{x-1}}{l_x}-1\right)$$

$$=\left(\frac{1}{0.98}-1\right)\times\left(S^a-S_{x_e}+S^p\right)-\left(\frac{1}{0.98}-1\right)\times\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}\times\left(G^a-G_{x_e}\right)$$

$$=718{,}315\cdots$$

よって、解答は**（I）**

（イ）

X年度初の責任準備金をV_0、積立金をF_0、X年度末の積立金をF_1、$X+1$年度末の積立金をF_2とすると、X年度初において、定常状態に達しており、保険料の払い込み、給付の支払いが期初で、X年度における予定と異なる脱退および死亡による給付の支払いは X＋1 年度初に行われることから、$F_1=F_0=V_0$

$$V_0=S^a+S^p-\frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}\times G^a$$

$$=35{,}197{,}448\cdots$$

よって、解答は**（E）**

（ウ）

$X+1$年度の保険料額をC'、給付額をB'とすると

$$C' = \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}}\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-2} l_x + l_{x_e}\right)$$

$$= \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}} \times l_{x_e} \times \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-2} 0.98^{x-x_e} + 1\right)$$

$$= \frac{S_{x_e}}{G_{x_e}} \times l_{x_e} \times \left(\frac{1-0.98^{39}}{1-0.98} + 1\right)$$

$$= 576{,}102.245\cdots$$

$$B' = \sum_{x=x_r-1}^{\omega-2} l_x$$

$$= l_{x_e} \times 0.98^{39} \times \frac{1-0.98^{41}}{1-0.98}$$

$$= l_{x_e} \times 0.98^{39} \times \frac{1-0.98^{39} \times 0.98^2}{1-0.98}$$

$$= 1{,}280{,}739.722\cdots$$

$$F_2 = (F_1 + C' - B') \times (1+i)$$

$$= 35{,}182{,}667\cdots$$

よって、解答は**（B）**

問題３.

（１）

（ア）

$${}^1S_{x_e} = \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}$$

$${}^2S_{x_e} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \frac{C_y v^{x_r-y-1} \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} + \frac{D_{x_r} \cdot 2\alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}}$$

$$= \frac{\alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} v^{x_r}\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} d_y + 2l_{x_r}\right)$$

$$= \frac{\alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}}{D_{x_e}} v^{x_r}\left(l_{x_e} + l_{x_r}\right)$$

${}^1S_{x_e} = {}^2S_{x_e}$が成り立つことから、

$$\alpha=\frac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\bar{n}|}}\times\frac{D_{x_r}}{v^{x_r}\left(l_{x_e}+l_{x_r}\right)}$$

$$=\frac{\ddot{a}_{x_r}}{\ddot{a}_{\bar{n}|}}\times\frac{{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}{1+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}}$$

（イ）

$${}^{3}S_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\frac{C_y v^{x_r-y-1}\cdot\alpha_{y-x_e+1}\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}}{D_{x_e}}+\frac{D_{x_r}\cdot\beta\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}}{D_{x_e}}$$

$$=\ddot{a}_{\bar{n}|}\times\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1}v^{y-x_e+1}{}_{y-x_e|}q_{x_e}\,v^{x_r-y-1}\times\alpha_{y-x_e+1}+v^{x_r-x_e}{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\cdot\beta\right)$$

また、${}^{3}G_{x_e}$も同様に${}_{y-x_e|}q_{x_e}$、${}_{x_r-x_e}p_{x_e}$を用いて表すと

$${}^{3}G_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}{}_{y-x_e|}q_{x_e}\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$$

$${}^{3}S_{x_e}-{}^{3}P\,{}^{3}G_{x_e}=\sum_{y=x_e}^{x_r-1}\left(v^{y-x_e+1}{}_{y-x_e|}q_{x_e}v^{x_r-y-1}\cdot\alpha_{y-x_e+1}\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}-{}^{3}P\,{}_{y-x_e|}q_{x_e}\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)$$

$$+v^{x_r-x_e}\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\cdot\beta\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}-{}^{3}P\cdot{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\cdot\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$$

$v^{y-x_e+1}{}_{y-x_e|}q_{x_e}v^{x_r-y-1}\cdot\alpha_{y-x_e+1}\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}-{}^{3}P\,{}_{y-x_e|}q_{x_e}\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}=0\ (x_e\leq y\leq x_r-1)$を満たす$\alpha_{y-x_e+1}$が、$x_e$歳から$(x_r-1)$歳の各年齢で脱退による剰余や不足が生じないものであるので、

$$\alpha_{y-x_e+1}=\frac{\ddot{a}_{\overline{y-x_e+1}|}}{v^{y-x_e+1}v^{x_r-y-1}\ddot{a}_{\bar{n}|}}\times{}^{3}P$$

$$=\frac{\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}}{v^{x_r-y-1}\ddot{a}_{\bar{n}|}}\times{}^{3}P$$

よって解答は、

①（C） ②（C） ③（E） ④（F） ⑤（D） ⑥（C） ⑦（H） ⑧（E） ⑨（C） ⑩（I） ⑪（C）
⑫（D） ⑬（M） ⑭（E） ⑮（R） ⑯（I） ⑰（M） ⑱（R） ⑲（F） ⑳（M） ㉑（I） ㉒（L）

（２）

（ア）

分割前制度の標準保険料率Pは、

$$P=\frac{(1{,}500+600)+(1{,}600+800)}{(10{,}000+2{,}000)+(12{,}000+6{,}000)}=0.150$$

分割前制度のA社の責任準備金V_Aは、

$$V_A=0+1{,}000+1{,}500+1{,}600-0.150\times(10{,}000+12{,}000)=800$$

分割前制度のB社の責任準備金V_Bは、

$$V_B = 400 + 1{,}000 + 600 + 800 - 0.150 \times (2{,}000 + 6{,}000) = 1{,}600$$

分割前制度の特別保険料率P_{PSL}は、

$$P_{PSL} = \frac{800 + 1{,}600 - 1{,}800}{(800 + 400)\ddot{a}_{\overline{5}|}} = 0.106$$

分割前制度のA社の年間保険料の額C_Aは、

$$C_A = (0.150 + 0.106) \times 800 = 205$$

分割前制度のB社の年間保険料の額C_Bは、

$$C_B = (0.150 + 0.106) \times 400 = 102$$

よって、分割前制度の年間保険料の額Cは、

$$C = 205 + 102 = 307$$

以上より、解答は**（B）**

（イ）

分割後のA社の標準保険料率P'_Aは、

$$P'_A = \frac{1{,}500\alpha + 1{,}600\alpha}{10{,}000\alpha + 12{,}000\alpha} = \frac{3{,}100}{22{,}000} = 0.141$$

分割後のA社の責任準備金V'_Aは、

$$V'_A = 1{,}000\alpha + 1{,}500\alpha + 1{,}600\alpha - 0.141\alpha \times (10{,}000 + 12{,}000) = 998\alpha$$

分割後のA社の積立金F'_Aは、

$$F'_A = 1{,}800 \times \frac{800}{1{,}600 + 800} = 600$$

分割後の特別保険料率$P'_{PSL,A}$は、

$$P'_{PSL,A} = \frac{998\alpha - 600}{800\ddot{a}_{\overline{5}|}\alpha}$$

よって、分割後のA社の年間保険料の額C'_Aは、

$$C'_A = (0.141 + \frac{998\alpha - 600}{800\ddot{a}_{\overline{5}|}\alpha}) \times 800\alpha = 205$$

$$\alpha = 1.024\cdots$$

以上より、解答は**（G）**

（ウ）

分割後のB社の標準保険料率P'_Bは、

$$P'_B = \frac{600\beta}{2{,}000\beta} = 0.300$$

分割後のB社の責任準備金V'_Bは、

$$V'_B = 400 + 1{,}000\beta + 600\beta - 0.300 \times 2{,}000\beta = 400 + 1{,}000\beta$$

分割後のB社の積立金F'_Bは、

$$F'_B = 1{,}800 \times \frac{1{,}600}{1{,}600 + 800} = 1{,}200$$

分割後の特別保険料率$P'_{PSL,B}$は、

$$P'_{PSL,B} = \frac{400 + 1{,}000\beta - 1{,}200}{400\ddot{a}_{\overline{5|}}\beta} = \frac{1{,}000\beta - 800}{400\ddot{a}_{\overline{5|}}\beta}$$

よって、分割後のB社の年間保険料の額C'_Bは、

$$C'_B = (0.300 + \frac{1{,}000\beta - 800}{400\ddot{a}_{\overline{5|}}\beta}) \times 400\beta = 102$$

$\beta = 0.818\cdots$

以上より、解答は**(C)**

（３）

（ア）

この制度における一年間の給付費Bは、

$$B = d_{49}B_{49}\alpha(10) + d_{59}B_{59}\alpha(20)$$

$$= 40 \times 400{,}000 \times 1.03^{(49-40)} \times 1.03 \times 1.15^{(50-40)} + 60 \times 400{,}000 \times 1.03^{(59-40)} \times 1.03 \times 1.15^{(60-40)}$$

$$\fallingdotseq 796{,}425{,}150(\text{円}) \rightarrow 796(\text{百万円})$$

よって、解答は**(G)**

（イ）

1 人あたりの標準保険料率（${}^{E}P_{40}$）は題意より、

$${}^{E}P_{40} = \frac{S_{40}}{G_{40}}$$

$$= \frac{\frac{40}{100} \times v^{10}B_{49} \times \alpha(10) + \frac{60}{100} \times v^{20}B_{59} \times \alpha(20)}{\sum_{t=0}^{19} v^t \ {}_{t}p_{40}B_{40+t}}$$

$$= \frac{\frac{40}{100} \times \left(\frac{1.03 \times 1.15}{1.02}\right)^{10} + \frac{60}{100} \times \left(\frac{1.03 \times 1.15}{1.02}\right)^{20}}{\frac{40}{100} \times \frac{\left(\left(\frac{1.03}{1.02}\right)^{10} - 1\right)}{\left(\left(\frac{1.03}{1.02}\right) - 1\right)} + \frac{60}{100} \times \frac{\left(\left(\frac{1.03}{1.02}\right)^{20} - 1\right)}{\left(\left(\frac{1.03}{1.02}\right) - 1\right)}} \fallingdotseq 0.78997\cdots \rightarrow 0.79$$

よって、解答は**(D)**

（ウ）

この年金制度は、掛金が期初払い、給付が期末払いかつ定常人口であることから、

$V = (vB - C)/d$

給付費Bは、（ア）の結果より

$B \fallingdotseq 796{,}425{,}150(\text{円})$

標準保険料Cは、

$$C = {}^{E}P_{40} \times \sum_{t=0}^{19} l_{40+t} B_{40+t}$$

$$= 0.79 \times 100 \times 400{,}000 \left\{ \frac{1.03^{10}-1}{1.03-1} + \frac{60}{100} \times \frac{1.03^{20}-1.03^{10}}{1.03-1} \right\}$$

$$\fallingdotseq 654{,}365{,}735（円）$$

$V = (vB - C)/d$　に給付費Bおよび標準保険料Cを代入して、

$V \fallingdotseq 6{,}448(百万円) \to 6{,}450(百万円)$

よって、解答は（**D**）

（エ）

制度内容が最終給与比例制であり、ベースアップ後の給付現価および給与現価は変更前の1.02 倍となることから、ベースアップを何度行っても標準保険料率は変わらない。

ベースアップをt回行った場合、給付現価および給与現価はそれぞれ1.02^t倍となるので、$X+t$年度末における責任準備金 V_{x+t}は次のとおり表せる。

$$V_{x+t} = 1.02^t \times V_x$$

$X+s$年度における保険料と給付費をそれぞれC_{x+s}、B_{x+s}とする。

毎期ベースアップをt回行った場合の標準保険料および給付費もそれぞれ1.02^t倍となることから、ベースアップをt回行った場合の$X+t$年度末における積立金 F_{x+t}は、

$$F_{x+t} = F_x(1+i)^t + \sum_{s=0}^{t-1} C_{x+s+1}(1+i)^{t-s} - \sum_{s=0}^{t-1} B_{x+s+1}(1+i)^{t-1-s}$$

$$= F_x \times 1.02^t + \sum_{s=0}^{t-1} C_x \times 1.02^{s+1} \times 1.02^{t-s} - \sum_{s=0}^{t-1} B_x \times 1.02^{s+1} \times 1.02^{t-1-s}$$

$$= 1.02^t\{F_x + t(1.02C_x - B_x)\}$$

よって、　$V_{x+t} < F_{x+t}$　を満たすとき、次の式が成立する。

$$1.02^t \times V_x < 1.02^t\{F_x + t(1.02C_x - B_x)\}$$

題意より、　$V_{x+t} < F_{x+t}$　を満たすとき期初のベースアップを行うことができる。$X+t$年度末を基準として翌期初のベースアップを行うことができるか否かの判定を行うため、ベースアップを行うことができる最大の回数は$t+1$回となる。

（ア）および（ウ）の途中式および解答より

$C_x = 654.365735(百万円)$、$B_x = 796.425150(百万円)$、$V_x = 6{,}450(百万円)$

また、題意より$F_x = 10{,}000(百万円)$

なので、式を整理した上でそれぞれ代入すると、

$$t+1 < \frac{F_x - V_x}{B_x - 1.02C_x} + 1 \fallingdotseq 28.53$$

上記の式を満たす最大の $t+1$ は28である。

［別解］

本問の解答は、ベースアップを行う条件判定を解釈①とすることを前提としている。一方で、解釈②に基づいて解答することも考えられる。

解釈①：	「前期末の積立金≧前期末のベースアップ反映後の責任準備金」が成立している間は当期初のベースアップを繰り返す
解釈②：	「当期末の積立金≧当期末のベースアップ反映後の責任準備金」が成立している間は当期初のベースアップを繰り返す

解釈②に基づいた場合、ベースアップできる最大の回数は、解釈①における解答よりも1回少ない27回となる。本問では、解釈②に基づいた解答も正解とし得点を与える。

よって、解答は**（I）または（H）**

以上

問題番号			正答	配点
問題１.（４０点）	（１）		（E）	５点
	（２）		（G）	５点
	（３）		（H）	５点
	（４）		（D）	５点
	（５）		（A）	５点
	（６）		（D）	５点
	（７）		（G）	５点
	（８）		（K）	５点
問題２.（３０点）	（１）	①	（B）	完答で４点
		②	（F）	
		③	（C）	
		④	（L）	
		⑤	（J）	
		⑥	（Q）	完答で２点
		⑦	（I）	
		⑧	（K）	
		⑨	（U）	
	（２）	（ア）	（G）	３点
		（イ）	（F）	３点
	（３）	（ア）	（D）	３点
		（イ）	（E）	２点
		（ウ）	（A）	１点
	（４）	（ア）	（H）	４点
		（イ）	（C）	２点
	（５）	（ア）	（I）	２点
		（イ）	（E）	２点
		（ウ）	（B）	２点

問題３．（３０点）	（１）	①	（C）	完答で２点
		②	（C）	
		③	（E）	完答で２点
		④	（F）	
		⑤	（D）	
		⑥	（C）	
		⑦	（H）	
		⑧	（E）	
		⑨	（C）	
		⑩	（I）	
		⑪	（C）	完答で２点
		⑫	（D）	
		⑬	（M）	
		⑭	（E）	完答で２点
		⑮	（R）	
		⑯	（I）	
		⑰	（M）	
		⑱	（R）	完答で１点
		⑲	（F）	
		⑳	（M）	
		㉑	（I）	
		㉒	（L）	１点
	（２）	（ア）	（B）	６点
		（イ）	（G）	２点
		（ウ）	（C）	２点
	（３）	（ア）	（G）	３点
		（イ）	（D）	３点
		（ウ）	（D）	３点
		（エ）	（I）または（H）	１点