生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答しなさい。

各４点（計２４点）

（１）毎年度始に一定の金額を 30 年間銀行に積み立て、積立終了時点における元利合計（複利）が 1,000 万円となるようにしたい。

当初の年利率 i は 5%であったため、この年利率に基づく 30 年後の元利合計が 1,000 万円となるよう、毎年度始に積み立てる額（以下、毎年の積立額と記載する）を設定した。

積立開始から 10 年後、銀行が以降の年利率 i を 3%に引き下げたため、積立終了時点の元利合計が変わらず 1,000 万円となるよう、以降 20 年間の毎年の積立額を見直した。

その後さらに 10 年後、銀行が以降の年利率 i を 1%に引き下げたため、積立終了時点の元利合計が変わらず 1,000 万円となるよう、以降 10 年間の毎年の積立額を再度見直した。

年利率 i が 1%に引き下げられた後の毎年の積立額の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、下表の数値を用いなさい。また、計算過程における毎年の積立額および元利合計については小数点以下第 1 位を四捨五入して整数値を用いること。

年利率 i	$\ddot{s}_{\overline{10}\rvert}^{(i)}$	$\ddot{s}_{\overline{20}\rvert}^{(i)}$	$\ddot{s}_{\overline{30}\rvert}^{(i)}$	$(1+i)^{10}$
5%	13.2068	34.7193	69.7608	1.62889
3%	11.8078	27.6765	49.0027	1.34392
1%	10.5668	22.2392	35.1327	1.10462

（Ａ） 386,000 円　（Ｂ） 386,100 円　（Ｃ） 386,200 円　（Ｄ） 386,300 円　（Ｅ） 386,400 円
（Ｆ） 386,500 円　（Ｇ） 386,600 円　（Ｈ） 386,700 円　（Ｉ） 386,800 円　（Ｊ） 386,900 円

（２）ある集団が原因 A、B、C によって減少していく 3 重脱退残存表を考える。ここで各脱退はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。この 3 重脱退残存表における残存者数が $l_x = m - n \cdot x\ (0 \leqq x \leqq \dfrac{m}{n}, n \neq 0)$ で表され、かつ各年齢における各脱退率が $q_x^A : q_x^B : q_x^C = 3:2:6$ という関係にあるとすると、原因 A による絶対脱退率 q_x^{A*} は、$q_x^{A*} = 1 - \dfrac{l_x - k_1 \cdot n}{l_x - k_2 \cdot n}$ と表される。

k_1 と k_2 に当てはまる数値の組み合わせは次のうちどれか。

（A）　$k_1 = \dfrac{1}{11}$, $k_2 = \dfrac{10}{11}$　（B）　$k_1 = \dfrac{2}{11}$, $k_2 = \dfrac{9}{11}$　（C）　$k_1 = \dfrac{3}{11}$, $k_2 = \dfrac{8}{11}$

（D）　$k_1 = \dfrac{4}{11}$, $k_2 = \dfrac{7}{11}$　（E）　$k_1 = \dfrac{5}{11}$, $k_2 = \dfrac{6}{11}$　（F）　$k_1 = \dfrac{6}{11}$, $k_2 = \dfrac{5}{11}$

（G）　$k_1 = \dfrac{7}{11}$, $k_2 = \dfrac{4}{11}$　（H）　$k_1 = \dfrac{8}{11}$, $k_2 = \dfrac{3}{11}$　（I）　$k_1 = \dfrac{9}{11}$, $k_2 = \dfrac{2}{11}$

（J）　$k_1 = \dfrac{10}{11}$, $k_2 = \dfrac{1}{11}$

（３）30 歳加入、保険料一時払、保険金年度末支払、保険期間 10 年、保険金額が以下のとおり異なる 2 つの契約の一時払純保険料を考える。

【契約 1】
被保険者が第 1 保険年度に死亡する場合は $S_1(>10)$ 、第 2 保険年度に死亡する場合は S_1-1 、以下同様に毎年 1 ずつ減少し、第 10 保険年度に死亡する場合は S_1-9 となる<u>累減定期保険</u>

【契約 2】
被保険者が第 1 保険年度に死亡する場合は $S_2(>1)$ 、第 2 保険年度に死亡する場合は S_2+1 、以下同様に毎年 1 ずつ増加し、第 10 保険年度に死亡する場合は S_2+9 となる<u>累加定期保険</u>

契約 1 の一時払純保険料 P_1 と契約 2 の一時払純保険料 P_2 がそれぞれ $P_1=0.04580$ 、 $P_2=0.05116$ であるとき、$S_1=\boxed{①}$ 、$S_2=\boxed{②}$ となる。①および②の空欄に当てはまる値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。
ただし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	C_x	M_x	R_x
30	63,326	2,272,262	36	29,968	1,482,840
40	54,174	1,681,182	56	29,547	1,184,930

【①の選択肢】
（Ａ） 11.1　（Ｂ） 11.3　（Ｃ） 11.5　（Ｄ） 11.7　（Ｅ） 11.9
（Ｆ） 12.1　（Ｇ） 12.3　（Ｈ） 12.5　（Ｉ） 12.7　（Ｊ） 12.9

【②の選択肢】
（Ａ） 1.1　（Ｂ） 1.3　（Ｃ） 1.5　（Ｄ） 1.7　（Ｅ） 1.9
（Ｆ） 2.1　（Ｇ） 2.3　（Ｈ） 2.5　（Ｉ） 2.7　（Ｊ） 2.9

（4）x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険の第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金 ${}_tV_x$ について、$\ddot{a}_x+\ddot{a}_{x+2t}=2\ddot{a}_{x+t}$ の関係が成り立ち、${}_tV_x=0.2$ であるとき、${}_tV_{x+t}=\boxed{\text{①}}$、${}_{2t}V_x=\boxed{\text{②}}$ となる。①および②の空欄に当てはまる値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。ただし、$x+2t<\omega$（ω は最終年齢）とする。

（Ａ） 0.10	（Ｂ） 0.15	（Ｃ） 0.20	（Ｄ） 0.25	（Ｅ） 0.30
（Ｆ） 0.35	（Ｇ） 0.40	（Ｈ） 0.45	（Ｉ） 0.50	（Ｊ） 0.55

（5）30 歳加入、保険料年払 5 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険で、予定事業費は以下のとおりとする。

予定新契約費	・新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.003 ・第 2 回目以降の保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.1
予定維持費	・保険料払込中は毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.002 ・保険料払済後は毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	・保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

このとき、この保険の年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	M_x
30	91,737	4,464,399	80,705
35	90,281	4,008,621	80,385
40	88,756	3,560,203	79,977

（Ａ） 0.2240　（Ｂ） 0.2241　（Ｃ） 0.2242　（Ｄ） 0.2243　（Ｅ） 0.2244
（Ｆ） 0.2245　（Ｇ） 0.2246　（Ｈ） 0.2247　（Ｉ） 0.2248　（Ｊ） 0.2249

（６）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年($n \geqq 2$)の定期保険および養老保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたときのチルメル割合をそれぞれ α_1、α_2 とする。

このとき、$\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、定期保険と養老保険は同一の計算基礎率（予定死亡率、予定利率）に従うものとし、予定利率 $i = 1.00\%$、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 6.5829$、$q_x = 0.00935$、$\dfrac{P^{1}_{x:\overline{n|}}}{P_{x:\overline{n|}}} = 0.08385$ とする。

（Ａ）	0.01	（Ｂ）	0.02	（Ｃ）	0.03	（Ｄ）	0.04	（Ｅ）	0.05
（Ｆ）	0.06	（Ｇ）	0.07	（Ｈ）	0.08	（Ｉ）	0.09	（Ｊ）	0.10

問題２． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い解答しなさい。

各７点（計５６点）

（１）次の **（Ａ）** ～ **（Ｅ）** のうち、常に正しい関係を表している等式または不等式をすべて選びなさい。ただし、該当するものが 1 つもないときは **（Ｆ）** を選びなさい。
なお、δ は利力を表し、n≧2、k≧2 とし、予定利率は 0 より大きい値で一定とする。

（Ａ） $\delta = \log(1+i)$　　**（Ｂ）** $i^{(k)} < \delta$　　**（Ｃ）** $\dfrac{dv^n}{d\delta} = -n \cdot v^{n+1}$

（Ｄ） $a_{\overline{n}|}^{(k)} = \dfrac{1-v^n}{i^{(k)}}$　　**（Ｅ）** $i = \dfrac{n - a_{\overline{n}|}}{n \cdot a_{\overline{n}|} + a_{\overline{n}|} - (Ia)_{\overline{n}|}}$

（2） $\mathring{e}_x = 100e^{-0.01x}\ (x \geqq 0)$ のとき、$\log\left({}_{25}p_{50}\right)$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、$e = 2.71828$、$l_x \cdot \mu_x \leqq l_0 \cdot e^{-0.01x}\ (x \geqq 0)$ とし、$\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^\infty \left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right) dt = \int_0^\infty \frac{d}{dx}\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right) dt$ が成り立つものとする。

（Ａ）	－0.94	（Ｂ）	－0.86	（Ｃ）	－0.78	（Ｄ）	－0.70	（Ｅ）	－0.62
（Ｆ）	－0.54	（Ｇ）	－0.46	（Ｈ）	－0.38	（Ｉ）	－0.30	（Ｊ）	－0.22

（３）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年($n \geqq 2$)の定期保険について、これまで非喫煙者と喫煙者とを区別せずに単一の生命表を用いて保険料率を設定していたところ、非喫煙者と喫煙者の 2 つの保険料率に分割したい。

本問で使用する記号を以下のとおり定義する。

・保険料率分割前の生命表が対象としていた集団（以下、分割前の集団と記載する）について、非喫煙者と喫煙者の 2 つの集団に分割されるものとする。すなわち、分割前の集団の $x+t\,(t \geqq 0)$ 歳の人数と死亡数をそれぞれ $l_{x+t}\,, d_{x+t}$ 、分割後については非喫煙者のものを $l_{x+t}^{A}\,, d_{x+t}^{A}$ 、喫煙者のものを $l_{x+t}^{B}\,, d_{x+t}^{B}$ とすると、 $l_{x+t} = l_{x+t}^{A} + l_{x+t}^{B}$ 、 $d_{x+t} = d_{x+t}^{A} + d_{x+t}^{B}$ が成り立つ。

・「^{A}」や「^{B}」がつかない年金現価（$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$）、年払純保険料（$P^{1}_{x:\overline{n}|}$）は、予定死亡率を分割前の集団の死亡率 $q_{x+t} = \dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}\,(0 \leqq t \leqq n-1)$ 、予定利率を i として計算されたものとする。

・「^{A}」がつく年金現価（$\ddot{a}^{A}_{x:\overline{n}|}$）、年払純保険料（$P^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}$）は、予定死亡率を非喫煙者の死亡率 $q_{x+t}^{A} = \dfrac{d_{x+t}^{A}}{l_{x+t}^{A}}\,(0 \leqq t \leqq n-1)$ として計算されたものとする。予定利率は i から変更しない。

・「^{B}」がつく年金現価（$\ddot{a}^{B}_{x:\overline{n}|}$）、年払純保険料（$P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}$）は、予定死亡率を喫煙者の死亡率 $q_{x+t}^{B} = \dfrac{d_{x+t}^{B}}{l_{x+t}^{B}}\,(0 \leqq t \leqq n-1)$ として計算されたものとする。予定利率は i から変更しない。

ここで、非喫煙者と喫煙者の間での移動は発生しない、すなわち、
$l_{x+t+1}^{A} = l_{x+t}^{A} - d_{x+t}^{A}$ 、 $l_{x+t+1}^{B} = l_{x+t}^{B} - d_{x+t}^{B}\,(0 \leqq t \leqq n-1)$ が成り立つものと仮定する。

(a) $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \boxed{\text{①}} \cdot \ddot{a}^{A}_{x:\overline{n}|} + \boxed{\text{②}} \cdot \ddot{a}^{B}_{x:\overline{n}|}$ が成り立つ。①および②の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

(b) 喫煙者の年払純保険料 $P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}$ の値に最も近いものを選択肢の中から選びなさい。ただし、

$\dfrac{P^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}}{P^{1}_{x:\overline{n}|}} = 0.80179$ 、 $\dfrac{\boxed{\text{①}} \cdot \ddot{a}^{A}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = 0.35808$ とし、分割前の集団の予定死亡率に基づいて計算された計算基数は下表のとおりとする。

D_x	N_x	N_{x+n}	M_x	M_{x+n}
50,847	1,081,519	612,759	40,139	35,584

【(a)の選択肢】

（Ａ） $\dfrac{l_x}{l_x^A}$　（Ｂ） $\dfrac{l_x}{l_x^B}$　（Ｃ） $\dfrac{l_x}{l_x^A - l_x^B}$　（Ｄ） $\dfrac{l_x}{l_x^B - l_x^A}$　（Ｅ） $\dfrac{l_x^A - l_x^B}{l_x}$

（Ｆ） $\dfrac{l_x^B - l_x^A}{l_x}$　（Ｇ） $\dfrac{l_x^A}{l_x}$　（Ｈ） $\dfrac{l_x^B}{l_x}$　（Ｉ） $\dfrac{l_x^A}{l_x^B}$　（Ｊ） $\dfrac{l_x^B}{l_x^A}$

【(b)の選択肢】

（Ａ） 0.0108　（Ｂ） 0.0110　（Ｃ） 0.0112　（Ｄ） 0.0114　（Ｅ） 0.0116
（Ｆ） 0.0118　（Ｇ） 0.0120　（Ｈ） 0.0122　（Ｉ） 0.0124　（Ｊ） 0.0126

（４）40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 100 万円、保険期間 20 年の養老保険について考える。死亡危険が標準よりも高い者（以下、特別条件体と記載する）は、死亡危険が標準である者（以下、標準体と記載する）よりも高い予定死亡率を用いて営業保険料を計算することとし、特別条件体契約と標準体契約の営業保険料の差額を特別保険料とする。
ここで、特別条件体契約においては、被保険者が満期まで生存すれば、保険金額 100 万円に加え、既払込特別保険料と同額を支払うこととした。
このとき、特別保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、付加保険料は純保険料の 5%とし、計算基数は下表のとおりとする。

	標準体			特別条件体		
x	D_x	N_x	M_x	D_x^R	N_x^R	M_x^R
40	88,756	3,560,203	79,977	87,884	3,227,768	79,935
60	79,522	1,860,804	74,975	76,406	1,561,689	72,603

（Ａ） 13,700 円　（Ｂ） 13,900 円　（Ｃ） 14,100 円　（Ｄ） 14,300 円　（Ｅ） 14,500 円
（Ｆ） 14,700 円　（Ｇ） 14,900 円　（Ｈ） 15,100 円　（Ｉ） 15,300 円　（Ｊ） 15,500 円

（5）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、延長保険への変更を検討した結果、以下のようになった。

・$t-1$（$t>1$）年経過時点で延長保険へ変更すると生存保険金はないが、t 年経過時点で延長保険へ変更すると生存保険金が発生する。
・ただし、延長保険の予定事業費は、毎年度始の死亡保険金額 1 に対し 0.002 とし、生存保険金額に対する予定事業費はないものとする。

このとき、生存保険金が発生する t 年経過時点に延長保険へ変更するとした場合の、変更後の保険期間の値 $n-t$ に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、$t-1$ 年経過時点及び t 年経過時点の解約返戻金はそれぞれ ${}_{t-1}W=0.2142$、${}_{t}W=0.2335$ とし、いずれの時点においても貸付金はないものとする。また、$p_{x+t-1}=0.9993$、${}_{n-t}p_{x+t}=0.7085$、$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}=17.9440$、現価率 $v=0.97561$ とする。

（A） 20　（B） 21　（C） 22　（D） 23　（E） 24
（F） 25　（G） 26　（H） 27　（I） 28　（J） 29

（6）同一の生命表に従う2人の被保険者(x)、(y)について、t歳における死力μ_tが
$\mu_t=\dfrac{1}{a-t}\left(0\leqq t<a\right)$、$(x)$の年齢が$\dfrac{a}{3}$歳、$(y)$の年齢が$\dfrac{a}{2}$歳であるとき、$\mathring{e}_{\overline{xy}}=$ $\boxed{①}$ $\cdot a$となる。①の空欄に当てはまる値に最も近いものを選びなさい。

（Ａ） 0.26　（Ｂ） 0.28　（Ｃ） 0.30　（Ｄ） 0.32　（Ｅ） 0.34
（Ｆ） 0.36　（Ｇ） 0.38　（Ｈ） 0.40　（Ｉ） 0.42　（Ｊ） 0.44

（７）次の(a)、(b)について、各問の指示に従い解答しなさい。なお、死亡および就業不能はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

(a) 契約時点において x 歳の就業者が、m 年以内に就業不能となれば、その年度末から生存中、契約時点から n 年後まで年金額 1 が支払われる年金の現価 $a_{x:\overline{n|}}^{a(i:\overline{m|})}$ は、

$$a_{x:\overline{n|}}^{a(i:\overline{m|})} = a_{x:\overline{n|}}^{ai} - \boxed{\quad ① \quad}$$

と書くことができる。①の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から選びなさい。

(b) 契約時点において 55 歳の就業者が、3 年以内に就業不能となれば、その年度末から生存中、契約時点から 10 年後まで年金額 1 が支払われる年金の現価の値に最も近いものを選択肢の中から選びなさい。
ただし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x^{aa}	N_x^{aa}	D_x^{ii}	D_x^{i}	N_x^{i}	N_x
55	40,833	871,498	900	37,440	628,171	930,002
56	39,952	830,665	984	36,420	590,731	888,269
57	39,061	790,713	1,077	35,389	554,311	847,333
58	38,155	751,652	1,181	34,343	518,922	807,195
59	37,234	713,497	1,297	33,281	484,579	767,859
60	36,293	676,263	1,427	32,202	451,298	729,328
61	35,330	639,970	1,572	31,104	419,096	691,608
62	34,339	604,640	1,734	29,987	387,992	654,706
63	33,317	570,301	1,918	28,848	358,005	618,633
64	32,259	536,984	2,125	27,690	329,157	583,398
65	31,159	504,725	2,361	26,515	301,467	549,014
66	30,050	473,566	2,592	25,328	274,952	515,494

【(a)の選択肢】

（Ａ） $v^{m-1}\cdot{}_m p_x^{aa}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$　（Ｂ） $v^{m}\cdot{}_m p_x^{aa}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$　（Ｃ） $v^{m+1}\cdot{}_m p_x^{aa}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$

（Ｄ） $v^{m-1}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$　（Ｅ） $v^{m}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$　（Ｆ） $v^{m+1}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{ai}$

（Ｇ） $v^{m-1}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{aa}$　（Ｈ） $v^{m}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{aa}$　（Ｉ） $v^{m+1}\cdot{}_m p_x^{ai}\cdot a_{x+m:\overline{n-m|}}^{aa}$

【(b)の選択肢】

（Ａ） 0.063　（Ｂ） 0.064　（Ｃ） 0.065　（Ｄ） 0.066　（Ｅ） 0.067
（Ｆ） 0.068　（Ｇ） 0.069　（Ｈ） 0.070　（Ｉ） 0.071　（Ｊ） 0.072

（８）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 10 年で次の条件を満たす災害保障特約付養老保険を考える。

	主契約（養老保険）	特約（災害保障特約）
死亡保険金額	1	災害による死亡時　：2 災害以外による死亡時：0
満期保険金額	1	―
予定死亡率 （$0 \leqq t \leqq 9$）	q_{x+t} （ただし、$q_{x+t} > 0.0001$ とする。）	災害による予定死亡率：0.0001 （年齢に関係なく一律） 災害以外による予定死亡率：$q_{x+t} - 0.0001$
予定新契約費	新契約時にのみ、 主契約の保険金額 1 に対し 0.03	新契約時にのみ、 主契約の保険金額 1 に対し 0.005
予定維持費	毎保険年度始に、 主契約の保険金額 1 に対し 0.003	毎保険年度始に、 主契約の保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	保険料払込のつど、 主契約の営業保険料 1 に対し 0.03	保険料払込のつど、 特約の営業保険料 1 に対し 0.03

主契約（養老保険）の年払営業保険料が 0.10421 のとき、特約の年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、予定利率 $i = 1.00$ ％とする。

（Ａ） 0.00178　（Ｂ） 0.00183　（Ｃ） 0.00188　（Ｄ） 0.00193　（Ｅ） 0.00198
（Ｆ） 0.00203　（Ｇ） 0.00208　（Ｈ） 0.00213　（Ｉ） 0.00218　（Ｊ） 0.00223

問題３． 次の①～⑪の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

１０点

x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険の第 t 保険年度末平準純保険料式責任準備金 ${}_tV_{x:\overline{n}|}$ をある確率変数の平均値とみて、この確率変数の分散を表す算式を導出したい。

${}_tV_{x:\overline{n}|}$ は、第 $t+s$ 保険年度($1 \leqq s \leqq n-t$)で被保険者が死亡した場合、および第 n 保険年度末に被保険者が生存している場合のそれぞれに対する、発生確率 $\left\{q_{x+t}\,,\, {}_{1|}q_{x+t}\,,\ldots,\, {}_{n-t-1|}q_{x+t}\,,\, {}_{n-t}p_{x+t}\right\}$ で生じる経過 t での会社の損失の現価を確率変数とみたときの平均値と捉えることができ、養老保険の年払純保険料を $P_{x:\overline{n}|}$ とすると、以下のように表すことができる。

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|} = \sum_{s=1}^{n-t}\left(\boxed{①} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{②}\right)\cdot\boxed{③} + \left(\boxed{④} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{⑤}\right)\cdot\boxed{⑥} $$

この確率変数の分散を $\sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n}|}\right)$ とすると、

$$ \sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n}|}\right) = \sum_{s=1}^{n-t}\left(\boxed{①} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{②}\right)^2\cdot\boxed{③} + \left(\boxed{④} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{⑤}\right)^2\cdot\boxed{⑥} - \left(\boxed{⑦}\right)^2 $$

ここで、

$$ \left(\boxed{①} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{②}\right)^2 = \left(\boxed{①} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\frac{1-\boxed{①}}{\boxed{⑧}}\right)^2 = \left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧}}\right)\cdot\boxed{①} - \frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧}}\right\}^2 $$

$$ \left(\boxed{⑦}\right)^2 = \left(\boxed{⑨} - P_{x:\overline{n}|}\cdot\boxed{⑩}\right)^2 = \left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧}}\right)\cdot\boxed{⑨} - \frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧}}\right\}^2 $$

を用いて整理すると、

$$ \sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n}|}\right) = \left(\frac{1}{\boxed{⑧}\cdot\boxed{⑪}}\right)^2\cdot\left\{A^{(2)}_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(A_{x+t:\overline{n-t}|}\right)^2\right\} $$

となる。

ただし、$A^{(2)}_{x+t:\overline{n-t}|}$ は、$A_{x+t:\overline{n-t}|}$ の算式における $v=\dfrac{1}{1+i}$ を v^2 に置き換えて計算したものである。

（Ａ）	v	（Ｂ）	v^2	（Ｃ）	d	（Ｄ）	d^2	（Ｅ）	v^s
（Ｆ）	v^t	（Ｇ）	v^{t+s}	（Ｈ）	v^{n-t}	（Ｉ）	v^n	（Ｊ）	${}_sp_x$
（Ｋ）	${}_sp_{x+t}$	（Ｌ）	${}_{n-t}p_{x+t}$	（Ｍ）	${}_np_x$	（Ｎ）	${}_sq_x$	（Ｏ）	${}_sq_{x+t}$
（Ｐ）	${}_{s-1\|}q_x$	（Ｑ）	${}_{s\|}q_x$	（Ｒ）	${}_{s-1\|}q_{x+t}$	（Ｓ）	${}_{s\|}q_{x+t}$	（Ｔ）	$\ddot{a}_{\overline{s-1}\|}$
（Ｕ）	$\ddot{a}_{\overline{s}\|}$	（Ｖ）	$\ddot{a}_{\overline{n-t}\|}$	（Ｗ）	$\ddot{a}_{x+s:\overline{n-s}\|}$	（Ｘ）	$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\|}$	（Ｙ）	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\|}$
（Ｚ）	$A_{x+s:\overline{n-s}\|}$	（AA）	$A_{x+t:\overline{n-t}\|}$	（AB）	$A_{x:\overline{n}\|}$	（AC）	${}_tV_{x:\overline{n}\|}$	（AD）	${}_sV_{x+t:\overline{n-t}\|}$

問題４． 次の（１）、（２）について、各問の指示に従い解答しなさい。

１０点

x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年で、次の（ⅰ）～（ⅲ）の条件を満たす医療保険を考える。ただし、$n \geqq 10$ とする。

（ⅰ）がん以外の疾病による入院に関しては、5 日以上の入院に限り、入院日数から 4 日を差し引いた日数に入院日額 δ を乗じて得られる金額を入院給付金として支払い、支払は一度の入院につき 120 日を限度とする。
（ⅱ）がん入院に関しては、2 日以上の入院に限り、入院日数から 1 日を差し引いた日数に入院日額 δ を乗じて得られる金額を入院給付金として支払い、支払は一度の入院につき無制限とする。ただし、契約の日から 6 カ月以内に発生した疾病によるがん入院に対しては給付を行わない。
（ⅲ）保険期間中に入院給付金を全く請求せずに満期となった契約に対しては、満期時に 10 年分の年払営業保険料を返還する。（ただし、年払営業保険料は P^* 、年払純保険料は P とし、$P^* = P + C$ （C は定数）という関係にあるとする。）

なお、入院の発生および入院給付金の支払は入院日数によらず 1 年を通じて一様に発生するものとし、1 年間に 2 回以上の入院は発生しないものとする。

（１） 次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

ここで、x 歳において、

- がん以外の疾病による入院によりちょうど i 日入院する確率を q_x^{shi} 、
  がん以外の疾病による入院により 5 日以上入院する確率を q_x^{sh}
- がん入院によりちょうど i 日入院する確率を q_x^{chi} 、2 日以上入院する確率を q_x^{ch}
- がん以外の疾病による入院をした場合の平均給付日数を T_x^{sh}
- がん入院をした場合の平均給付日数を T_x^{ch}

とするとき、

$$T_x^{sh} = \frac{1}{\boxed{①}} \left\{ \sum_{i=5}^{124} \boxed{②} \cdot \boxed{③} + \sum_{i=125}^{\infty} \boxed{②} \cdot \boxed{④} \right\}$$

$$T_x^{ch} = \frac{\sum_{i=2}^{\infty} \boxed{⑤} \cdot \boxed{⑥}}{\boxed{⑦}}$$

と表すことができる。次に、（ⅰ）の給付現価 A_x^{sh} および（ⅱ）の給付現価 A_x^{ch} はそれぞれ、

$$A_x^{sh} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{\boxed{⑧}} \cdot {}_t p_x \cdot \boxed{⑨} \cdot \delta$$

$$A_x^{ch} = v^{\boxed{⑩}} \cdot \boxed{⑪} \cdot \delta + \sum_{t=1}^{n-1} v^{\boxed{⑧}} \cdot {}_t p_x \cdot \boxed{⑫} \cdot \delta$$

と表せる。また、x 歳の者が n 年間入院給付金の請求をせずに生存する確率を ${}_n \overline{p}_x$ とすると、（ⅲ）の給付現価は $v^n \cdot {}_n \overline{p}_x \cdot \left(10P^*\right)$ となるため、収支相等の原則から年払営業保険料を求めると、

$$P^* = \frac{A_x^{sh} + A_x^{ch} + \boxed{⑬}}{\boxed{⑭} - \boxed{⑮} \cdot \boxed{⑯}}$$ と算出することができる。

（２） この保険について、$x=30$、$n=10$、$C=0.02$、$\delta=1$、現価率 $v=0.99751$、${}_n\bar{p}_x=0.6648$ であるとき、年払営業保険料 P^* の値に最も近いものを選択肢の中から選びなさい。
ただし、計算基数、q_x^{shi} および q_x^{chi} は以下のとおりとする。
なお、q_x^{shi} および q_x^{chi} は年齢によらず一律とする。

x	D_x	N_x	M_x
30	91,737	4,464,399	80,705
40	88,756	3,560,203	79,977

$$q_x^{shi}=\begin{cases}0.000002\cdot(120-i) & (1\leqq i\leqq 120)\\ 0 & (121\leqq i)\end{cases}\qquad q_x^{chi}=\begin{cases}0.000001\cdot(150-i) & (1\leqq i\leqq 150)\\ 0 & (151\leqq i)\end{cases}$$

【（１）の選択肢】

（Ａ） $\frac{1}{2}$	（Ｂ） $\frac{3}{4}$	（Ｃ） 10	（Ｄ） 120	（Ｅ） $i-4$
（Ｆ） $i-1$	（Ｇ） i	（Ｈ） t	（Ｉ） $t+\frac{1}{2}$	（Ｊ） q_x^{shi}
（Ｋ） q_x^{chi}	（Ｌ） q_x^{sh}	（Ｍ） q_{x+t}^{sh}	（Ｎ） q_x^{ch}	（Ｏ） q_{x+t}^{ch}
（Ｐ） T_x^{sh}	（Ｑ） T_{x+t}^{sh}	（Ｒ） T_x^{ch}	（Ｓ） T_{x+t}^{ch}	（Ｔ） $\frac{q_x^{sh}}{2}\cdot T_x^{sh}$
（Ｕ） $q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}$	（Ｖ） $\frac{q_x^{ch}}{2}\cdot T_x^{ch}$	（Ｗ） $q_{x+t}^{ch}\cdot T_{x+t}^{ch}$	（Ｘ） v^n	（Ｙ） ${}_n\bar{p}_x$
（Ｚ） $v^n\cdot{}_n\bar{p}_x$	（AA） C	（AB） $10C$	（AC） $\ddot{a}_{x:\overline{n}\mid}$	（AD） $C\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}\mid}$

【（２）の選択肢】

（Ａ） 3.095	（Ｂ） 3.097	（Ｃ） 3.099	（Ｄ） 3.101	（Ｅ） 3.103
（Ｆ） 3.105	（Ｇ） 3.107	（Ｈ） 3.109	（Ｉ） 3.111	（Ｊ） 3.113

以上

生保数理（解答例）

問題１.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（Ｊ）**	4 点	（４）	**①（Ｄ）②（Ｇ）**	4 点
（２）	**（Ｇ）**	4 点	（５）	**（Ｇ）**	4 点
（３）	**①（Ｄ）②（Ｊ）**	4 点	（６）	**（Ｂ）**	4 点

※（３）、（４）は完答の場合のみ得点。

（１）

積立開始時の年利率 5%に基づく毎年の積立額を計算すると、

$$\frac{10,000,000}{\ddot{s}_{\overline{30|}}^{(5\%)}}=143,347$$

となる。積立を開始してから 10 年後、銀行が以降の年利率 i を 3%に引き下げたため、毎年の積立額の見直しを行った。積立開始より 10 年間積み立てた額の、積立終了時点の元利合計は以下の通り。

$$143,347\cdot\ddot{s}_{\overline{10|}}^{(5\%)}\cdot(1.03)^{20}=3,419,267$$

以降 20 年間の毎年の積立額は、変更後の年利率 3%に基づく 20 年後の元利合計が、1,000 万円と上記の額の差額となるよう設定する必要がある。よって、年利率を 3%に引き下げた後の毎年の積立額は、

$$\frac{(10,000,000-3,419,267)}{\ddot{s}_{\overline{20|}}^{(3\%)}}=237,773$$

となる。その後さらに 10 年後、銀行が以降の年利率 i を 1%に引き下げたため、再度毎年の積立額の見直しを行った。積立開始より 20 年間積み立てた額の、積立終了時点の元利合計は以下の通り。

$$143,347\cdot\ddot{s}_{\overline{10|}}^{(5\%)}\cdot(1.03)^{10}\cdot(1.01)^{10}+237,773\cdot\ddot{s}_{\overline{10|}}^{(3\%)}\cdot(1.01)^{10}=2,810,428+3,101,305$$

以降 10 年間の毎年の積立額は、変更後の年利率 1%に基づく 10 年後の元利合計が、1,000 万円と上記の額の差額となるよう設定する必要がある。よって、年利率を 1%に引き下げた後の毎年の積立額は、

$$\frac{(10,000,000-2,810,428-3,101,305)}{\ddot{s}_{\overline{10|}}^{(1\%)}}=386,897$$

解答（Ｊ）

（２）

d_x^A、d_x^B、d_x^Cをそれぞれ原因A、B、Cによる脱退者数とする。

$q_x^A : q_x^B : q_x^C = 3:2:6$より$d_x^A : d_x^B : d_x^C = 3:2:6$

これと$l_x - l_{x+1} = d_x^A + d_x^B + d_x^C = n$より、

$d_x^A = \dfrac{3}{11}n$、$d_x^B = \dfrac{2}{11}n$、$d_x^C = \dfrac{6}{11}n$

したがって、絶対脱退率q_x^{A*}は、

$$q_x^{A*} = \frac{d_x^A}{l_x - \frac{1}{2}d_x^B - \frac{1}{2}d_x^C} = \frac{\frac{3}{11}n}{l_x - \frac{1}{11}n - \frac{3}{11}n} = \frac{\frac{3}{11}n}{l_x - \frac{4}{11}n} = 1 - \frac{l_x - \frac{7}{11}n}{l_x - \frac{4}{11}n}$$

となることから、$k_1 = \dfrac{7}{11}$，$k_2 = \dfrac{4}{11}$となる。

解答（**G**）

（３）

$$P_1=\frac{S_1\cdot C_{30}+(S_1-1)\cdot C_{31}+\cdots+(S_1-9)\cdot C_{39}}{D_{30}}=\frac{(S_1-9)\cdot(M_{30}-M_{40})-(R_{30}-R_{40})+10\cdot M_{30}}{D_{30}}$$ となる。

$P_1=0.04580$ であるので、

$$S_1=\frac{P_1\cdot D_{30}+R_{30}-R_{40}-10\cdot M_{30}}{M_{30}-M_{40}}+9$$

$$=\frac{0.04580\cdot 63{,}326+1{,}482{,}840-1{,}184{,}930-10\cdot 29{,}968}{29{,}968-29{,}547}+9=11.685$$

$$P_2=\frac{S_2\cdot C_{30}+(S_2+1)\cdot C_{31}+\cdots+(S_2+9)\cdot C_{39}}{D_{30}}=\frac{(S_2+9)\cdot(M_{30}-M_{40})+R_{30}-R_{40}-10\cdot M_{30}}{D_{30}}$$ となる。

$P_2=0.05116$ であるので、

$$S_2=\frac{P_2\cdot D_{30}-(R_{30}-R_{40})+10\cdot M_{30}}{M_{30}-M_{40}}-9$$

$$=\frac{0.05116\cdot 63{,}326-(1{,}482{,}840-1{,}184{,}930)+10\cdot 29{,}968}{29{,}968-29{,}547}-9=2.900$$

解答：①（**D**）②（**J**）

（４）

$\dfrac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}=1-{}_tV_x$ を用いると、

$${}_tV_{x+t}=1-\frac{\ddot{a}_{x+2t}}{\ddot{a}_{x+t}}=1-\frac{2\ddot{a}_{x+t}-\ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x+t}}=-1+\frac{1}{1-{}_tV_x}=0.25$$

$${}_{2t}V_x=1-\frac{\ddot{a}_{x+2t}}{\ddot{a}_x}=1-\frac{2\ddot{a}_{x+t}-\ddot{a}_x}{\ddot{a}_x}=2{}_tV_x=0.40$$

解答：①（**Ｄ**）②（**Ｇ**）

（５）

求める年払営業保険料を P^* 、保険金額比例の予定新契約費率を α^S 、営業保険料比例の予定新契約費率を α^P 、保険料払込中の予定維持費率を γ 、保険料払済後の予定維持費率を γ^D 、予定集金費率を β とすると、

$$P^* \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}} = A_{30:\overline{10|}} + \alpha^S + \alpha^P \cdot P^* \cdot \left(\ddot{a}_{30:\overline{5|}} - 1\right) + \gamma \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}} + \gamma^D \cdot \left(\ddot{a}_{30:\overline{10|}} - \ddot{a}_{30:\overline{5|}}\right) + \beta \cdot P^* \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}}$$

であり、

$$P^* = \frac{A_{30:\overline{10|}} + \alpha^S + \gamma \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}} + \gamma^D \cdot \left(\ddot{a}_{30:\overline{10|}} - \ddot{a}_{30:\overline{5|}}\right)}{\left(1 - \alpha^P - \beta\right) \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}} + \alpha^P} = \frac{A_{30:\overline{10|}} + 0.003 + 0.001 \cdot \left(\ddot{a}_{30:\overline{5|}} + \ddot{a}_{30:\overline{10|}}\right)}{0.87 \cdot \ddot{a}_{30:\overline{5|}} + 0.1}$$

ここで、

$$A_{30:\overline{10|}} = \frac{M_{30} - M_{40} + D_{40}}{D_{30}} = \frac{80,705 - 79,977 + 88,756}{91,737} = 0.975441$$

$$\ddot{a}_{30:\overline{5|}} = \frac{N_{30} - N_{35}}{D_{30}} = \frac{4,464,399 - 4,008,621}{91,737} = 4.968312$$

$$\ddot{a}_{30:\overline{10|}} = \frac{N_{30} - N_{40}}{D_{30}} = \frac{4,464,399 - 3,560,203}{91,737} = 9.856394$$

より、 $P^* = \dfrac{0.975441 + 0.003 + 0.001 \cdot \left(4.968312 + 9.856394\right)}{0.87 \cdot 4.968312 + 0.1} = 0.224597$

解答（**G**）

（6）

x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の定期保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたときのチルメル割合 α_1 は、

$v\cdot q_x = P^{1}_{x:\overline{n}|} + \dfrac{\alpha_1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - \alpha_1$ より、 $\alpha_1 = \dfrac{P^{1}_{x:\overline{n}|} - v\cdot q_x}{1-\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}$ と表せる。

養老保険のチルメル割合 α_2 についても同様に $\alpha_2 = \dfrac{P_{x:\overline{n}|} - v\cdot q_x}{1-\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}$ と表せるので、

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{P^{1}_{x:\overline{n}|} - v\cdot q_x}{P_{x:\overline{n}|} - v\cdot q_x} = \frac{\dfrac{P^{1}_{x:\overline{n}|}}{P_{x:\overline{n}|}} - \dfrac{v\cdot q_x}{P_{x:\overline{n}|}}}{1-\dfrac{v\cdot q_x}{P_{x:\overline{n}|}}}$$ となる。

これに

$$\frac{v\cdot q_x}{P_{x:\overline{n}|}} = \frac{v\cdot q_x}{\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d} = 0.0651896$$ を代入して、

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{0.08385 - 0.0651896}{1-0.0651896} = 0.01996$$

解答（**B**）

問題２.

設問		解答	配点	設問		解答	配点
（１）		**（Ａ）（Ｄ）（Ｅ）**	7 点	（５）		**（Ｇ）**	7 点
（２）		**（Ｊ）**	7 点	（６）		**（Ｈ）**	7 点
（３）	(a)	**①（Ｇ）②（Ｈ）**	3 点	（７）	(a)	**（Ｂ）**	7 点
	(b)	**（Ａ）**	4 点		(b)	**（Ｈ）**	
（４）		**（Ｇ）**	7 点	（８）		**（Ａ）**	7 点

※（１）、（３）(a)、（７）は完答の場合のみ得点。

（１）

（Ａ）：正しい。

利力の定義より、

$$\log(1+i)=k\cdot\log\left(1+\frac{i^{(k)}}{k}\right)$$

$$\delta=\lim_{k\to\infty}i^{(k)}=\lim_{k\to\infty}k\cdot\left\{\exp\left(\frac{1}{k}\log(1+i)\right)-1\right\}=\log(1+i)$$

（Ｂ）：誤り。

名称利率と利力の定義より、$\delta<i^{(k)}$

（Ｃ）：誤り。

$v^n=e^{-n\cdot\delta}$ より、$\dfrac{dv^n}{d\delta}=\dfrac{de^{-n\cdot\delta}}{d\delta}=-n\cdot e^{-n\cdot\delta}=-n\cdot v^n$

（Ｄ）：正しい。

$$a_{\overline{n}|}^{(k)}=\frac{1}{k}\cdot\left(v^{\frac{1}{k}}+v^{\frac{2}{k}}+\cdots+v^n\right)=\frac{1-v^n}{i^{(k)}}$$

（Ｅ）：正しい。

$$(Ia)_{\overline{n}|}=\frac{a_{\overline{n}|}}{d}-\frac{n\cdot v^n}{i}$$

$a_{\overline{n}|}=\dfrac{1-v^n}{i}$ より、$v^n=1-a_{\overline{n}|}\cdot i$

よって、

$$(Ia)_{\overline{n}|}=\frac{a_{\overline{n}|}}{d}-\frac{n\cdot\left(1-a_{\overline{n}|}\cdot i\right)}{i}$$

$$i=\frac{n-a_{\overline{n}|}}{n\cdot a_{\overline{n}|}+a_{\overline{n}|}-(Ia)_{\overline{n}|}}$$

解答：**（Ａ）（Ｄ）（Ｅ）**

（2）

$\mathring{e}_x$ を x で微分すると、

$$\frac{d}{dx}\mathring{e}_x=\frac{d}{dx}\int_0^\infty {}_tp_x dt$$
$$=\frac{d}{dx}\int_0^\infty\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)dt=\int_0^\infty\frac{d}{dx}\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)dt$$
$$=\int_0^\infty\left(\frac{\frac{d}{dx}l_{x+t}\cdot l_x-l_{x+t}\cdot\frac{d}{dx}l_x}{\left(l_x\right)^2}\right)dt$$

ここで、$\mu_x=-\frac{1}{l_x}\cdot\frac{d}{dx}l_x$、$\mu_{x+t}=-\frac{1}{l_{x+t}}\cdot\frac{d}{dx}l_{x+t}$ から、

$$\frac{d}{dx}\mathring{e}_x=\int_0^\infty\left(-\frac{l_{x+t}}{l_x}\cdot\mu_{x+t}+\frac{l_{x+t}}{l_x}\cdot\mu_x\right)dt$$
$$=-\frac{1}{l_x}\int_0^\infty l_{x+t}\cdot\mu_{x+t}dt+\frac{1}{l_x}\int_0^\infty l_{x+t}\cdot\mu_x dt$$
$$=\mu_x\cdot\mathring{e}_x-1$$

これに $\mathring{e}_x=100e^{-0.01x}$ を代入して $\mu_x=0.01\cdot\left(e^{0.01x}-1\right)$ を得る。

$$\log\left({}_tp_x\right)=-\int_0^t\mu_{x+s}ds$$
$$=-0.01\cdot\left[100e^{0.01\cdot(x+s)}-s\right]_0^t$$
$$=e^{0.01x}-e^{0.01\cdot(x+t)}+0.01t$$

より、

$$\log\left({}_{25}p_{50}\right)=e^{0.5}-e^{0.75}+0.25=-0.2183$$

解答（**J**）

（補足）

問題の条件 $l_x\cdot\mu_x\leqq l_0\cdot e^{-0.01x}\ \left(x\geqq 0\right)$ は、広義積分における積分と微分の順序交換

$\frac{d}{dx}\int_0^\infty\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)dt=\int_0^\infty\frac{d}{dx}\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)dt$ を可能とするために与えたものである。

（3）

(a) 条件$l_{x+t}=l^A_{x+t}+l^B_{x+t}$を用いると、

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=\sum_{t=0}^{n-1}v^t\cdot\frac{l_{x+t}}{l_x}=\sum_{t=0}^{n-1}v^t\cdot\frac{l^A_{x+t}+l^B_{x+t}}{l_x}$$

$$=\sum_{t=0}^{n-1}v^t\cdot\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\frac{l^A_{x+t}}{l^A_x}+\sum_{t=0}^{n-1}v^t\cdot\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\frac{l^B_{x+t}}{l^B_x}=\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}$$

解答①（Ｇ）②（Ｈ）

(b) $A^{1}_{x:\overline{n|}}$、$A^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$ 、$A^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$ をそれぞれ分割前の集団、非喫煙者、喫煙者の死亡率に基づく定期保険の一時払純保険料とする。条件$d_{x+t}=d^A_{x+t}+d^B_{x+t}$を用いると、(a)と同様に、

$$A^{1}_{x:\overline{n|}}=\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\frac{d_{x+t}}{l_x}=\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\frac{d^A_{x+t}+d^B_{x+t}}{l_x}$$

$$=\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\frac{d^A_{x+t}}{l^A_x}+\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+1}\cdot\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\frac{d^B_{x+t}}{l^B_x}=\frac{l^A_x}{l_x}\cdot A^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot A^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$$

ゆえに、

$$P^{1}_{x:\overline{n|}}=\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot A^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot A^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}}{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}}=\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}}\cdot\frac{A^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}}{\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}+\frac{\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}}{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}+\frac{l^B_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}}\cdot\frac{A^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}}{\ddot{a}^B_{x:\overline{n|}}}$$

$$=\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\cdot P^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}+\left(1-\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\right)\cdot P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$$

となり、$P^{1}_{x:\overline{n|}}$は$P^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$および$P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$の加重平均となる。これを整理することで、

$$\frac{P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}}{P^{1}_{x:\overline{n|}}}=\frac{1-\frac{P^{A}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}}{P^{1}_{x:\overline{n|}}}\cdot\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}}{1-\frac{\frac{l^A_x}{l_x}\cdot\ddot{a}^A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}}=\frac{1-0.80179\cdot0.35808}{1-0.35808}=1.110567$$

保険料率を分割する前の年払純保険料$P^{1}_{x:\overline{n|}}$は、$P^{1}_{x:\overline{n|}}=\dfrac{M_x-M_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}$

よって、喫煙者の年払純保険料$P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}$は、$P^{B}_{\overset{1}{x}:\overline{n|}}=1.110567\cdot\dfrac{40{,}139-35{,}584}{1{,}081{,}519-612{,}759}=0.010792$

解答（Ａ）

（4）

保険金額 1 円あたりの標準体契約の営業保険料を P^* 、純保険料を P 、特別条件体契約の営業保険料を P^{R*} 、純保険料を P^R とした場合、営業保険料と純保険料の関係は、

$P^* = 1.05P$ および $P^{R*} = 1.05P^R$

である。従って収入すべき特別保険料は、

$$P^{R*} - P^* = 1.05 \cdot (P^R - P)$$

となる。$\ddot{a}^R_{40:\overline{20|}}$ 、$A^R_{40:\overline{20|}}$ 、$A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}$ を特別条件体の死亡率に基づく年金現価および一時払純保険料とすると、特別条件体契約について収支相等の算式は、

$$P^R \cdot \ddot{a}^R_{40:\overline{20|}} = A^R_{40:\overline{20|}} + 1.05 \cdot 20 \cdot (P^R - P) \cdot A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}$$

$$P^R = \frac{A^R_{40:\overline{20|}} - 1.05 \cdot 20 \cdot P \cdot A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}}{\ddot{a}^R_{40:\overline{20|}} - 1.05 \cdot 20 \cdot A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}}$$

となる。$\ddot{a}_{40:\overline{20|}}$ 、$A_{40:\overline{20|}}$ を標準体の死亡率に基づく年金現価および一時払純保険料とすると、

$$1.05 \cdot (P^R - P)$$

$$= 1.05 \cdot \frac{A^R_{40:\overline{20|}} - P \cdot \ddot{a}^R_{40:\overline{20|}}}{\ddot{a}^R_{40:\overline{20|}} - 1.05 \cdot 20 \cdot A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}} = 1.05 \cdot \frac{A^R_{40:\overline{20|}} - \dfrac{A_{40:\overline{20|}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}} \cdot \ddot{a}^R_{40:\overline{20|}}}{\ddot{a}^R_{40:\overline{20|}} - 1.05 \cdot 20 \cdot A^{R\,1}_{40:\overline{20|}}}$$

$$= 1.05 \cdot \frac{\dfrac{M^R_{40} - M^R_{60} + D^R_{60}}{D^R_{40}} - \dfrac{M_{40} - M_{60} + D_{60}}{N_{40} - N_{60}} \cdot \dfrac{N^R_{40} - N^R_{60}}{D^R_{40}}}{\dfrac{N^R_{40} - N^R_{60}}{D^R_{40}} - 1.05 \cdot 20 \cdot \dfrac{D^R_{60}}{D^R_{40}}}$$

$$= 1.05 \cdot \frac{\dfrac{79{,}935 - 72{,}603 + 76{,}406}{87{,}884} - \dfrac{79{,}977 - 74{,}975 + 79{,}522}{3{,}560{,}203 - 1{,}860{,}804} \cdot \dfrac{3{,}227{,}768 - 1{,}561{,}689}{87{,}884}}{\dfrac{3{,}227{,}768 - 1{,}561{,}689}{87{,}884} - 1.05 \cdot 20 \cdot \dfrac{76{,}406}{87{,}884}}$$

$$= 0.014862$$

設問の保険金額は 100 万円であることから、

求める特別保険料は、$1{,}000{,}000 \cdot 0.014862 = 14{,}862$

解答（**G**）

（5）

条件より、次の不等式が成り立つ。

$A^{\ 1}_{x+t-1:\overline{n-t+1}|}+0.002\ddot{a}_{x+t-1:\overline{n-t+1}|}>{}_{t-1}W$ …… ①

$A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}+0.002\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}<{}_{t}W$ …… ②

①および$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$や$A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}$に関する関係式から、

$$v\cdot q_{x+t-1}+v\cdot p_{x+t-1}\cdot A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}+0.002\cdot(1+v\cdot p_{x+t-1}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})>{}_{t-1}W$$

$$v\cdot(1-p_{x+t-1})+v\cdot p_{x+t-1}\cdot(1-d\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}-v^{n-t}\cdot{}_{n-t}p_{x+t})+0.002\cdot(1+v\cdot p_{x+t-1}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|})>{}_{t-1}W$$

$$v^{n-t}<\frac{v+0.002-{}_{t-1}W-(d-0.002)\cdot v\cdot p_{x+t-1}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_{n-t}p_{x+t}}$$

$$0.97561^{n-t}<\frac{0.97561+0.002-0.2142-(0.02439-0.002)\cdot 0.97561\cdot 0.9993\cdot 17.9440}{0.97561\cdot 0.9993\cdot 0.7085}=0.53815$$

②および$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$や$A^{\ 1}_{x+t:\overline{n-t}|}$に関する関係式から、

$$(1-d\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}-v^{n-t}\cdot{}_{n-t}p_{x+t})+0.002\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}<{}_{t}W$$

$$v^{n-t}>\frac{1-{}_{t}W-(d-0.002)\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{{}_{n-t}p_{x+t}}$$

$$0.97561^{n-t}>\frac{1-0.2335-(0.02439-0.002)\cdot 17.9440}{0.7085}=0.51480$$

したがって、延長保険の保険期間$n-t$は、

$0.51480<0.97561^{n-t}<0.53815$

を解いて$n-t=26$となる。

解答（**G**）

（6）

$\mathring{e}_{\overline{xy}}=\mathring{e}_x+\mathring{e}_y-\mathring{e}_{xy}$ …… ①

$${}_t p_x=\exp\left(-\int_0^t \mu_{x+s}\,ds\right)=\exp\left(-\int_0^t \frac{1}{a-(x+s)}\,ds\right)=\frac{a-x-t}{a-x}$$

よって、$\mathring{e}_x=\int_0^{a-x}{}_t p_x\,dt=\int_0^{a-x}\left(\frac{a-x-t}{a-x}\right)dt=\frac{a-x}{2}$

同様に、$\mathring{e}_y=\frac{a-y}{2}$

次に、$x<y$ のとき、$\mathring{e}_{xy}=\int_0^{a-y}{}_t p_x\cdot{}_t p_y\,dt=\int_0^{a-y}\left(\frac{a-x-t}{a-x}\right)\cdot\left(\frac{a-y-t}{a-y}\right)dt=\frac{a-y}{2}-\frac{(a-y)^2}{6\cdot(a-x)}$

よって、①から $\mathring{e}_{\overline{xy}}=\frac{a-x}{2}+\frac{a-y}{2}-\left\{\frac{a-y}{2}-\frac{(a-y)^2}{6\cdot(a-x)}\right\}=\frac{a-x}{2}+\frac{(a-y)^2}{6\cdot(a-x)}$ となる。

$x=\frac{a}{3}$、$y=\frac{a}{2}$ より、

$$\mathring{e}_{\overline{xy}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2a}{3}+\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{6\cdot\left(\frac{2a}{3}\right)}=\frac{19}{48}a=0.3958a$$

解答（H）

（7）

(a)

契約時点において x 歳の就業者が、m 年以内に就業不能となれば、その年度末から生存中、契約時点から n 年後まで年金額 1 が支払われる年金の現価 $a_{x:\overline{n}|}^{a(i:\overline{m}|)}$ は、

$$a_{x:\overline{n}|}^{a(i:\overline{m}|)} = a_{x:\overline{n}|}^{ai} - \boxed{① \ v^m \cdot {}_m p_x^{aa} \cdot a_{x+m:\overline{n-m}|}^{ai}}$$

解答：**(B)**

(b)

$a_{55:\overline{10}|}^{a(i:\overline{3}|)} = a_{55:\overline{10}|}^{ai} - v^3 \cdot {}_3 p_{55}^{aa} \cdot a_{58:\overline{7}|}^{ai}$ より、それぞれ計算基数を用いて表すと、

$$a_{55:\overline{10}|}^{ai} = a_{55:\overline{10}|}^{a} - a_{55:\overline{10}|}^{aa}$$

$$= \left(\frac{N_{56} - N_{66}}{D_{55}^{aa}} - \frac{D_{55}^{ii}}{D_{55}^{aa}} \cdot \frac{N_{56}^{i} - N_{66}^{i}}{D_{55}^{i}} \right) - \left(\frac{N_{56}^{aa} - N_{66}^{aa}}{D_{55}^{aa}} \right) = 0.19801$$

$$v^3 \cdot {}_3 p_{55}^{aa} = \frac{D_{58}^{aa}}{D_{55}^{aa}} = 0.93442$$

$$a_{58:\overline{7}|}^{ai} = a_{58:\overline{7}|}^{a} - a_{58:\overline{7}|}^{aa}$$

$$= \left(\frac{N_{59} - N_{66}}{D_{58}^{aa}} - \frac{D_{58}^{ii}}{D_{58}^{aa}} \cdot \frac{N_{59}^{i} - N_{66}^{i}}{D_{58}^{i}} \right) - \left(\frac{N_{59}^{aa} - N_{66}^{aa}}{D_{58}^{aa}} \right) = 0.13695$$

よって、$a_{55:\overline{10}|}^{a(i:\overline{3}|)} = 0.19801 - 0.93442 \cdot 0.13695 = 0.07004$

解答：**(H)**

（８）

主契約（養老保険）の年払営業保険料をP'、予定新契約費率をα'、予定集金費率をβ'、予定維持費率をγ'とすると、

$$P'\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=(1-d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|})+\alpha'+P'\cdot\beta'\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+\gamma'\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

が成り立つ。

主契約（養老保険）の年払営業保険料$P'=0.10421$、$\alpha'=0.03$、$\beta'=0.03$、$\gamma'=0.003$なので、

$$0.10421\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=(1-d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|})+0.03+0.10421\cdot 0.03\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+0.003\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

これを解いて、$\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=9.5383892$

求める特約の年払営業保険料をP、予定新契約費率をα、予定集金費率をβ、予定維持費率をγとすると、特約の給付原価が$2\cdot 0.0001v\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$であることから、

$$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=2\cdot 0.0001v\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+\alpha+P\cdot\beta\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

が成り立つ。

$\alpha=0.005$、$\beta=0.03$、$\gamma=0.001$なので、

$$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}=2\cdot 0.0001v\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+0.005+0.03P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+0.001\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

よって、$P=\dfrac{2\cdot 0.0001v\cdot\ddot{a}_{x:\overline{10}|}+0.005+0.001\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}{0.97\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}=0.0017755$

解答（**A**）

問題３.

設問	解答	配点
①	（E）	
②	（U）	
③	（R）	3 点
④	（H）	（完答のみ）
⑤	（V）	
⑥	（L）	
⑦	（AC）	1 点
⑧	（C）	4 点
⑨	（AA）	（完答のみ）
⑩	（X）	
⑪	（Y）	2 点

x 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険の一時払純保険料を確率論的に表示すると以下の通り。

$$A_{x:\overline{n|}} = v \cdot q_x + v^2 \cdot {}_{1|}q_x + \cdots + v^n \cdot {}_{n-1|}q_x + v^n \cdot {}_n p_x$$

x 歳年金開始、年度始支払、年金額 1 の n 年有期年金の現価を確率論的に表示すると以下の通り。

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \ddot{a}_{\overline{1|}} \cdot q_x + \ddot{a}_{\overline{2|}} \cdot {}_{1|}q_x + \cdots + \ddot{a}_{\overline{n|}} \cdot {}_{n-1|}q_x + \ddot{a}_{\overline{n|}} \cdot {}_n p_x$$

上記を踏まえると、${}_tV_{x:\overline{n|}}$ は以下の通り表される。

$${}_tV_{x:\overline{n|}} = \sum_{s=1}^{n-t}\left(\boxed{\text{①}v^s} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{②}\ddot{a}_{\overline{s|}}}\right) \cdot \boxed{\text{③}\,{}_{s-1|}q_{x+t}} + \left(\boxed{\text{④}v^{n-t}} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{⑤}\ddot{a}_{\overline{n-t|}}}\right) \cdot \boxed{\text{⑥}\,{}_{n-t}p_{x+t}}$$

上式より、${}_tV_{x:\overline{n|}}$ は会社の損失の現価を確率変数とみたときの平均値であることがわかる。この確率変数の分散を $\sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n|}}\right)$ とすると、

$$\sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n|}}\right) = \sum_{s=1}^{n-t}\left(\boxed{\text{①}v^s} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{②}\ddot{a}_{\overline{s|}}}\right)^2 \cdot \boxed{\text{③}\,{}_{s-1|}q_{x+t}}$$
$$+ \left(\boxed{\text{④}v^{n-t}} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{⑤}\ddot{a}_{\overline{n-t|}}}\right)^2 \cdot \boxed{\text{⑥}\,{}_{n-t}p_{x+t}} - \left(\boxed{\text{⑦}\,{}_tV_{x:\overline{n|}}}\right)^2$$

ここで、

$$\left(\boxed{\text{①}v^s} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{②}\ddot{a}_{\overline{s|}}}\right)^2 = \left(\boxed{\text{①}v^s} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \frac{1-\boxed{\text{①}v^s}}{\boxed{\text{⑧}d}}\right)^2$$
$$= \left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n|}}}{\boxed{\text{⑧}d}}\right) \cdot \boxed{\text{①}v^s} - \frac{P_{x:\overline{n|}}}{\boxed{\text{⑧}d}}\right\}^2$$

$$\left(\boxed{\text{⑦}\,{}_tV_{x:\overline{n|}}}\right)^2 = \left(\boxed{\text{⑨}A_{x+t:\overline{n-t|}}} - P_{x:\overline{n|}} \cdot \boxed{\text{⑩}\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}}\right)^2 = \left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n|}}}{\boxed{\text{⑧}d}}\right) \cdot \boxed{\text{⑨}A_{x+t:\overline{n-t|}}} - \frac{P_{x:\overline{n|}}}{\boxed{\text{⑧}d}}\right\}^2$$

を用いて整理すると、

$$\sigma^2\left({}_tV_{x:\overline{n}|}\right)=\sum_{s=1}^{n-t}\left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧d}}\right)\cdot\boxed{①v^s}-\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧d}}\right\}^2\cdot\boxed{③{}_{s-1|}q_{x+t}}$$

$$+\left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{d}\right)\cdot v^{n-t}-\frac{P_{x:\overline{n}|}}{d}\right\}^2\cdot\boxed{⑥{}_{n-t}p_{x+t}}-\left\{\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧d}}\right)\cdot\boxed{⑨A_{x+t:\overline{n-t}|}}-\frac{P_{x:\overline{n}|}}{\boxed{⑧d}}\right\}^2$$

$$=\left(1+\frac{P_{x:\overline{n}|}}{d}\right)^2\cdot\left\{A^{(2)}_{x+t:\overline{n-t}|}-\left(A_{x+t:\overline{n-t}|}\right)^2\right\}$$

$$=\left(1+\frac{1-d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right)^2\cdot\left\{A^{(2)}_{x+t:\overline{n-t}|}-\left(A_{x+t:\overline{n-t}|}\right)^2\right\}$$

$$=\left(\frac{1}{\boxed{⑧d}\cdot\boxed{⑪\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}\right)^2\cdot\left\{A^{(2)}_{x+t:\overline{n-t}|}-\left(A_{x+t:\overline{n-t}|}\right)^2\right\}$$

問題４.

設問		解答	配点	設問		解答	配点
（１）	①	（Ｌ）	２点（完答のみ）	（１）	⑬	(AD)	２点（完答のみ）
	②	（Ｊ）			⑭	(AC)	
	③	（Ｅ）			⑮	（Ｃ）	
	④	（Ｄ）			⑯	（Ｚ）	
	⑤	（Ｆ）	２点（完答のみ）	（２）		（Ｆ）	２点
	⑥	（Ｋ）					
	⑦	（Ｎ）					
	⑧	（Ｉ）	１点（完答のみ）				
	⑨	（Ｕ）					
	⑩	（Ｂ）	１点（完答のみ）				
	⑪	（Ｖ）					
	⑫	(W)					

※（１）の⑤と⑥、⑮と⑯は順不同。

（１） 次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

ここで、x 歳において、

・がん以外の疾病による入院によりちょうど i 日入院する確率を q_x^{shi} 、
　がん以外の疾病による入院により 5 日以上入院する確率を q_x^{sh}

・がん入院によりちょうど i 日入院する確率を q_x^{chi} 、2 日以上入院する確率を q_x^{ch}

・がん以外の疾病による入院をした場合の平均給付日数を T_x^{sh}

・がん入院をした場合の平均給付日数を T_x^{ch}

とするとき、

$$T_x^{sh}=\frac{1}{\boxed{\text{①}\ q_x^{sh}}}\left\{\sum_{i=5}^{124}\boxed{\text{②}q_x^{shi}}\cdot\boxed{\text{③}(i-4)}+\sum_{i=125}^{\infty}\boxed{\text{②}q_x^{shi}}\cdot\boxed{\text{④}120}\right\}$$

$$T_x^{ch}=\frac{\sum_{i=2}^{\infty}\boxed{\text{⑤}(i-1)}\cdot\boxed{\text{⑥}q_x^{chi}}}{\boxed{\text{⑦}q_x^{ch}}}$$

と表すことができる。次に、（ｉ）の給付現価 A_x^{sh} および（ⅱ）の給付現価 A_x^{ch} はそれぞれ、

$$A_x^{sh}=\sum_{t=0}^{n-1}v^{\boxed{\text{⑧}t+\frac{1}{2}}}\cdot{}_tp_x\cdot\boxed{\text{⑨}q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}}\cdot\delta$$

$$A_x^{ch}=v^{\boxed{\text{⑩}\frac{3}{4}}}\cdot\boxed{\text{⑪}\frac{q_x^{ch}}{2}\cdot T_x^{ch}}\cdot\delta+\sum_{t=1}^{n-1}v^{\boxed{\text{⑧}t+\frac{1}{2}}}\cdot{}_tp_x\cdot\boxed{\text{⑫}q_{x+t}^{ch}\cdot T_{x+t}^{ch}}\cdot\delta$$

と表せる。また、x 歳の者が n 年間入院給付金の請求をせずに生存する確率を ${}_n\bar{p}_x$ とすると、（ⅲ）の給付現価は、$v^n\cdot{}_n\bar{p}_x\cdot\left(10P^*\right)$ となるため、収支相等の原則から年払営業保険料を求めると、

$$P^{*}=\frac{A_x^{sh}+A_x^{ch}+\boxed{⑬C\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}{\boxed{⑭\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-\boxed{⑮10}\cdot\boxed{⑯v^{n}\cdot{}_{n}\bar{p}_{x}}}$$
と算出することができる。

（２） 与えられた条件から

$$q_x^{sh}=\sum_{i=5}^{120}q_x^{shi}=\sum_{i=5}^{120}0.000002\cdot(120-i)=0.013340$$

$$q_x^{ch}=\sum_{i=2}^{150}q_x^{chi}=\sum_{i=2}^{150}0.000001\cdot(150-i)=0.011026$$

$$T_x^{sh}=\frac{1}{q_x^{sh}}\sum_{i=5}^{120}0.000002\cdot(120-i)\cdot(i-4)=39$$

$$T_x^{ch}=\frac{1}{q_x^{ch}}\sum_{i=2}^{150}0.000001\cdot(150-i)\cdot(i-1)=50$$

$$A_x^{sh}=q_x^{sh}\cdot T_x^{sh}\sum_{t=0}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_{t}p_{x}=q_x^{sh}\cdot T_x^{sh}\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{N_{30}-N_{40}}{D_{30}}=5.12150$$

$$A_x^{ch}=v^{\frac{3}{4}}\cdot\frac{q_x^{ch}}{2}\cdot T_x^{ch}+q_x^{ch}\cdot T_x^{ch}\sum_{t=1}^{n-1}v^{t+\frac{1}{2}}\cdot{}_{t}p_{x}=v^{\frac{3}{4}}\cdot\frac{q_x^{ch}}{2}\cdot T_x^{ch}+q_x^{ch}\cdot T_x^{ch}\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{N_{30}-N_{40}}{D_{30}}-1\right)=5.15158$$

$$\ddot{a}_{30:\overline{10}|}=\frac{N_{30}-N_{40}}{D_{30}}=9.85639$$

となるので、年払営業保険料は

$$P^{*}=\frac{5.12150+5.15158+0.02\cdot 9.85639}{9.85639-10\cdot 0.97538\cdot 0.6648}=3.10499$$

となる。

以上