

生保数理（問題）

問題 1. 次の (1) ~ (6) について、各問の指示に従い解答しなさい。

各 4 点（計 24 点）

(1) 利力 $\delta = 0.05$ のとき、ある実数 T において $\bar{a}_{\overline{T}|} = T - 2$ が成り立つ。このとき、 $\int_0^T \bar{a}_{\overline{t}|} dt$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 20 | (B) 25 | (C) 30 | (D) 35 | (E) 40 |
| (F) 45 | (G) 50 | (H) 55 | (I) 60 | (J) 65 |

(2) $\ddot{e}_x = \frac{\omega - x}{3}$ ($0 \leq x < \omega$) のとき、 ω の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、 ${}_{20}p_{30} = 0.5$ 、 $\omega \geq 90$ とする。

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 90 | (B) 92 | (C) 94 | (D) 96 | (E) 98 |
| (F) 100 | (G) 102 | (H) 104 | (I) 106 | (J) 108 |

(3) ある集団が原因 A 、 B によって減少していく 2 重脱退表を考える。ここで各脱退はそれぞれ独立に発生するものとする。 x 歳 ($0 \leq x < a < b$) における原因 A による脱退力が $\mu_x^A = \frac{1}{a-x}$ 、原因 B による脱退力が $\mu_x^B = \frac{1}{b-x}$ であるとするとき、 $\frac{a}{2}$ 歳以上で原因 B によって脱退する者の脱退時の平均年齢を表す式は次のうちどれか。

- | | | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| (A) $\frac{2}{3}a$ | (B) $\frac{2}{3}b$ | (C) $\frac{7}{9}a$ | (D) $\frac{7}{9}b$ | (E) $\frac{9ab-7a}{12b-9a}$ |
| (F) $\frac{9ab-7b}{12b-9a}$ | (G) $\frac{9ab-7a^2}{12b-9a}$ | (H) $\frac{9ab-7b^2}{12b-9a}$ | (I) $\frac{9ab^2-7a^2}{12b-9a}$ | (J) $\frac{9a^2b-7b^2}{12b-9a}$ |

- (4) 40 歳加入、保険料一時払、保険金年度末支払、満期保険金額 1、保険期間 20 年の生存保険で、経過 5 年目までの死亡に対しては一時払純保険料と同額を死亡した年度末に支払い、経過 6 年目以降の死亡に対しては 1 を死亡した年度末に支払う保険を考える。この保険の一時払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	M_x
40	11,376	1,888
45	8,617	1,788
60	3,547	1,348

- (A) 0.3526 (B) 0.3536 (C) 0.3546 (D) 0.3556 (E) 0.3566
 (F) 0.3576 (G) 0.3586 (H) 0.3596 (I) 0.3606 (J) 0.3616

(5) 保険料一時払、保険金年度末支払、満期保険金額 1、保険期間 16 年の生存保険で、第 t 保険年度の死亡に対しては第 $t-1$ 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を予定利率 i で 1 年間利殖した金額の $\alpha\%$ を第 t 保険年度末に支払う保険を考える。この保険の一時払純保険料が 0.71 であったとき、 α の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、予定利率 i による利力を 0.02、死力は年齢に関係なく 0.01 であるとし、必要であれば $e^{-0.01} = 0.99005$ を用いなさい。

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 85.5 | (B) 85.6 | (C) 85.7 | (D) 85.8 | (E) 85.9 |
| (F) 86.0 | (G) 86.1 | (H) 86.2 | (I) 86.3 | (J) 86.4 |

(6) ${}_tq_{xxx} = 0.0429$ 、 ${}_tq_{\overline{xxx}} = 0.0114$ 、 ${}_tP_x - {}_{t+1}P_x = 0.0329$ のとき、 ${}_tP_x$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| (A) 0.6670 | (B) 0.6680 | (C) 0.6690 | (D) 0.6700 | (E) 0.6710 |
| (F) 0.6720 | (G) 0.6730 | (H) 0.6740 | (I) 0.6750 | (J) 0.6760 |

問題 2. 次の (1) ~ (8) について、各問の指示に従い解答しなさい。

各 7 点 (計 56 点)

(1) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年 ($n \geq 2$) の養老保険の年払純保険料は、次のとおり表せる。

$$P_{x:\overline{n}|} = \boxed{\text{①}} + \frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot (N_x - N_{x+n})}$$

$$= \boxed{\text{②}} + \frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot (N_x - N_{x+n})} + \frac{\sum_{t=1}^n C_{x+t-1} \cdot \ddot{s}_{\overline{t}|}}{\ddot{s}_{\overline{n}|} \cdot (N_x - N_{x+n})}$$

①および②の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。

- | | | | | |
|--|--|-------------------------------------|---------------------------------------|---|
| (A) $\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n} }}$ | (B) $\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$ | (C) $\frac{1}{a_{\overline{n} }}$ | (D) $\frac{1}{a_{x:\overline{n} }}$ | (E) $P_{x:\overline{n} }^1$ |
| (F) $\frac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n} }}$ | (G) $\frac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n} }}$ | (H) $\frac{v^n}{a_{\overline{n} }}$ | (I) $\frac{v^n}{a_{x:\overline{n} }}$ | (J) $P_{x:\overline{n} }^{\frac{1}{v}}$ |

(2) 次の (A) ~ (F) のうち、予定死亡率を引き下げた場合に必ず値が小さくなるものをすべて選びなさい。ただし、該当するものが1つもないときは (G) を選びなさい。なお、 $n \geq 2$ とし、予定利率は0より大きい値で一定とする。

- (A) $\ddot{a}_{x:n}$ (B) $A_{x:n}$ (C) $A_{x:n}^1$ (D) $P_{x:n}$ (E) $P_{x:n}^1$
(F) $P_{x:n}^1$

(3) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 S 、保険期間 n 年の定期保険において、次の 2 つのパターンで予定事業費を設定することを考える。

	パターン①	パターン②	
予定新契約費	新契約時のみ、保険金額 1 に対し 0.025		
予定集金費	保険料払込のつど、(高額割引前の) 営業保険料 1 に対し 0.03		
予定維持費	毎保険年度始に、契約 1 件に対し 24,000 円	毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.0015	
高額割引制度	—	保険金額に応じて、(高額割引前の) 営業保険料 1 に対し次の高額割引を行う。	
		保険金額	高額割引
		1,000 万円未満	0
		1,000 万円以上 2,000 万円未満	0.02
		2,000 万円以上 5,000 万円未満	0.03
5,000 万円以上	0.04		

上記 2 つのパターンの営業保険料が等しいとき、保険金額 S の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、 $A_{x:\overline{n}|}^1 = 0.5605$ 、 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 27.1024$ とする。

- (A) 500 万円 (B) 1,000 万円 (C) 1,500 万円 (D) 2,000 万円 (E) 2,500 万円
(F) 3,000 万円 (G) 3,500 万円 (H) 4,000 万円 (I) 4,500 万円 (J) 5,000 万円

- (4) x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額1、保険期間10年の養老保険において、全期チルメル式で責任準備金を積み立てる。第 t 保険年度末の全期チルメル式責任準備金を ${}_tV_{x:\overline{10}|}^{[z]}$ で表し、チルメル割合 α を ${}_1V_{x:\overline{10}|}^{[z]}=0$ となるように定めるとき、チルメル割合 $\alpha = \boxed{\text{⑤}}$ となり、第5保険年度末の全期チルメル式責任準備金 ${}_5V_{x:\overline{10}|}^{[z]} = \boxed{\text{⑥}}$ となる。⑤および⑥の空欄に当てはまる値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。ただし、予定利率 $i = 1.00\%$ 、 $p_x = p_{x+1} = \dots = p_{x+9} = 0.90$ とする。

【⑤の選択肢】

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 0.050 | (B) 0.052 | (C) 0.054 | (D) 0.056 | (E) 0.058 |
| (F) 0.060 | (G) 0.062 | (H) 0.064 | (I) 0.066 | (J) 0.068 |

【⑥の選択肢】

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 0.320 | (B) 0.325 | (C) 0.330 | (D) 0.335 | (E) 0.340 |
| (F) 0.345 | (G) 0.350 | (H) 0.355 | (I) 0.360 | (J) 0.365 |

(5) 30 歳加入、保険料年払全期払込、保険金即時支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険において、第 8 保険年度末に延長保険に変更する場合について考える。

【貸付金がない場合】

解約返戻金 W_8 を原資として延長保険への変更を行った場合の生存保険金額は A とする。

【貸付金がある場合】

解約返戻金 W_8 から貸付金の元利合計 L を控除したものを原資として、死亡保険金額を $1-L$ に削減する方式で延長保険への変更を行った場合の生存保険金額は B とする。

いま、 $L = \frac{B}{2A}$ が成り立つとき、 L の値に最も近いものは次のうちどれか。

なお、延長保険に変更時の解約返戻金を $W_t = {}_t\bar{V}_{x:n} - 0.03 \cdot \frac{10-t}{10}$ (${}_t\bar{V}_{x:n}$ は平準純保険料式責任準備金)、延長保険変更後の予定維持費は、死亡保障分 γ'_1 が死亡保険金額 1 に対して毎年度始に 0.01、生存保障分 γ'_2 が生存保険金額 1 に対して毎年度始に 0.02 とし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	\bar{M}_x
30	62,975	2,189,650	30,844
38	55,458	1,712,671	30,373
40	53,689	1,602,644	30,229

- (A) 0.18 (B) 0.22 (C) 0.26 (D) 0.30 (E) 0.34
 (F) 0.38 (G) 0.42 (H) 0.46 (I) 0.50 (J) 0.54

(6) x 歳の被保険者、 y 歳の被保険者が 20 年以内にこの順で死亡し、なおかつ、 x 歳の被保険者が死亡してから y 歳の被保険者が死亡するまでの期間が 10 年以内である確率に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、 ${}_{10}q_x = 0.0964$ 、 ${}_{10}q_y = 0.0606$ 、 ${}_{10}q_{x,y+10}^1 = 0.0890$ 、 ${}_{20}q_x = 0.3076$ 、 ${}_{20}q_y = 0.2031$ 、 ${}_{20}q_{xy}^1 = 0.2771$ とする。

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| (A) 0.0230 | (B) 0.0235 | (C) 0.0240 | (D) 0.0245 | (E) 0.0250 |
| (F) 0.0255 | (G) 0.0260 | (H) 0.0265 | (I) 0.0270 | (J) 0.0275 |

(7) 介護不要者である 30 歳の被保険者が加入する、次の年金給付を行う保険の年金現価について考える。

【年金 1】

20 年以内に要介護者になれば、要介護者になった年度末から毎年度末に年金額 1 の終身年金を支払う。

ただし、契約時から 20 年経過後以降（第 21 保険年度の年度末以降）は、年金額を $k(k>1)$ に増額して支払う。

【年金 2】

20 年以内に要介護者になれば、要介護者になった年度末から毎年度末に年金額 3 の終身年金を支払う。

このとき、【年金 2】の年金現価が 0.5118 であり、【年金 1】の年金現価の 2 倍となるとき、 k の値に最も近いものは次のうちどれか。

なお、死亡および要介護はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。また、要介護者でない者は介護不要者であるものとし、要介護者が回復して介護不要者に復帰することはないものとする。また、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x^{aa}	N_x^{aa}	D_x^{ii}	N_x^{ii}	D_x^i	N_x^i
30	73,519	2,102,735	121	30,955	68,728	1,658,697
31	72,710	2,029,216	139	30,834	67,279	1,589,969
50	57,223	784,251	699	24,069	43,060	528,196
51	56,291	727,028	757	23,370	41,756	485,136

- (A) 1.6 (B) 1.7 (C) 1.8 (D) 1.9 (E) 2.0
 (F) 2.1 (G) 2.2 (H) 2.3 (I) 2.4 (J) 2.5

- (8) 下表の給付を行う、 y 歳加入、保険料年払全期払込、入院日額 δ 、保険期間 3 年の疾病入院保障保険（以降、原契約と呼ぶ）を考える。

給付種類	給付内容	予定発生率	予定平均入院日数
疾病入院給付金	入院日額×入院日数 (不担保期間は設けない)	q_x^{sh}	T_x^{sh}

原契約に対し、次の①、②および③の変更を行う。

- ① 新たに「不担保期間」を設定することにより、予定平均入院日数 T_x^{sh} が年齢によらず一律で k 日減少する。ここで、「不担保期間」とは、その期間以内の入院日数を支払の対象外とするものである。
- ② ①に伴い、予定発生率 q_x^{sh} を $q_x^{sh'}$ に変更する。ただし、 $q_x^{sh'}$ は不担保期間である k 日を超える入院に対する予定発生率とする。
- ③ 入院給付日額 δ を 1.2δ に変更する。

変更後の年払純保険料が原契約の年払純保険料と同額となる時、 k の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、計算基数、予定発生率および予定平均入院日数は下表のとおりとする。

なお、疾病入院の発生および疾病入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、疾病入院は 1 年間に 2 回以上発生しないものとする。

x	D_x	q_x^{sh}	$q_x^{sh'}$	T_x^{sh}
y	38,223	0.10	0.11	16.5
$y+1$	37,333	0.14	0.16	18.0
$y+2$	36,431	0.18	0.21	19.5

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
(F) 6 (G) 7 (H) 8 (I) 9 (J) 10

問題 3. 次の (1)、(2) について、各問の指示に従い解答しなさい。

10 点

x 歳加入、保険期間 n 年、予定利率 i % の保険料返還付保険の営業保険料について考える。

- (1) 次の①～⑩の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

保険料年払全期払込の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 1 を支払い、死亡すれば死亡した年度末に既払込営業保険料に利息を付けずに支払う保険を考える。年払営業保険料を *P_1 、年払純保険料を P_1 とし、 ${}^*P_1 = P_1 \cdot (1+k) + C$ が成り立つとき、年払純保険料 P_1 は、

$$P_1 = \frac{\boxed{\text{①}} + C \cdot \boxed{\text{②}}}{\boxed{\text{③}} - (1+k) \cdot \boxed{\text{④}}}$$

と書ける。

計算基数を用いれば、

$$P_1 = \frac{\boxed{\text{⑤}} + C \cdot (\boxed{\text{⑥}} - \boxed{\text{⑦}})}{\boxed{\text{⑧}} - (1+k) \cdot (\boxed{\text{⑨}} - \boxed{\text{⑩}})}$$

と表せる。

続いて、保険料一時払の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 1 を支払い、死亡すれば死亡した年度末に一時払込営業保険料に年 i % (年複利) の利息を付けて支払う保険を考える。一時払営業保険料を *P_2 、一時払純保険料を P_2 とし、 ${}^*P_2 = P_2 \cdot (1+k) + C$ が成り立つとき、一時払純保険料 P_2 は、

$$P_2 = \frac{\boxed{\text{⑪}} + C \cdot \boxed{\text{⑫}}}{1 - (1+k) \cdot \boxed{\text{⑬}}}$$

と書ける。

- (2) この保険について、 $x=30$ 、 $n=10$ 、 $k=C=0.02$ 、予定利率 1.00% であるとき、年払営業保険料 *P_1 と一時払営業保険料 *P_2 の比 $\frac{{}^*P_2}{{}^*P_1}$ の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、計算基数は下表のとおりとする。

【計算基数】

x	D_x	N_x	C_x	M_x	R_x
30	73,421	2,958,057	42	44,132	2,221,720
40	65,987	2,257,734	68	43,632	1,782,474

【(1) ①～④、⑪～⑬の選択肢】

- | | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| (A) ${}_n P_x$ | (B) $1 - {}_n P_x$ | (C) $\ddot{a}_{x:\overline{n} }$ | (D) $1 - \ddot{a}_{x:\overline{n} }$ |
| (E) $A_{x:\overline{n} }^1$ | (F) $1 - A_{x:\overline{n} }^1$ | (G) $A_{x:\overline{n} }^1$ | (H) $1 - A_{x:\overline{n} }^1$ |
| (I) $A_{x:\overline{n} }$ | (J) $1 - A_{x:\overline{n} }$ | (K) $(IA)_{x:\overline{n} }^1$ | (L) $1 - (IA)_{x:\overline{n} }^1$ |

【(1) ⑤～⑩の選択肢】

- | | | | |
|-----------|---------------|---------------------|-----------------------|
| (A) D_x | (B) D_{x+n} | (C) $D_x - D_{x+n}$ | (D) $n \cdot D_{x+n}$ |
| (E) N_x | (F) N_{x+n} | (G) $N_x - N_{x+n}$ | (H) $n \cdot N_{x+n}$ |
| (I) C_x | (J) C_{x+n} | (K) $C_x - C_{x+n}$ | (L) $n \cdot C_{x+n}$ |
| (M) M_x | (N) M_{x+n} | (O) $M_x - M_{x+n}$ | (P) $n \cdot M_{x+n}$ |
| (Q) R_x | (R) R_{x+n} | (S) $R_x - R_{x+n}$ | (T) $n \cdot R_{x+n}$ |

【(2) の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 8.10 | (B) 8.25 | (C) 8.40 | (D) 8.55 | (E) 8.70 |
| (F) 8.85 | (G) 9.00 | (H) 9.15 | (I) 9.30 | (J) 9.45 |

問題 4. 次の (1)、(2) について、各問の指示に従い解答しなさい。

10 点

就業者である x 歳の被保険者が、保険料年払 m 年短期払込、保険金年度末支払、死亡保険金額 1、保険期間 n 年の定期保険に加入した。被保険者が就業者であるときにのみ保険料が払い込まれるとした場合の年払純保険料について考える。なお、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

(1) 次の①～⑩の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

この保険の支出現価は、次の合計額となる。

A. x 歳の就業者が n 年間のうちに就業者のまま死亡した場合に保険年度末に保険金 1 を支払う保険の支出現価

B. x 歳の就業者が n 年間のうちに就業不能状態となり死亡した場合に保険年度末に保険金 1 を支払う保険の支出現価

A は、計算基数を用いて、 $\frac{\text{①} - \text{②}}{D_x^{aa}}$ と表せる。

B は、計算基数を用いて、 $\frac{\text{③} - \text{④} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑤} - \text{⑥}}{\text{⑦}}}{D_x^{aa}}$ と表せる。

この定期保険の年払純保険料について、以下 3 通りの手法で考える。

(a) 収入現価の計算を就業者に限定して算出する方法

年払純保険料を P とする。被保険者が就業者であるときにのみ保険料が払い込まれるものとする。

すると、収入現価は計算基数を用いて、 $P \cdot \frac{\text{⑧} - \text{⑨}}{D_x^{aa}}$ であるから年払純保険料は、

$$P = \frac{\text{⑩} - \text{⑪} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑤} - \text{⑥}}{\text{⑦}}}{\text{⑧} - \text{⑨}} \text{ となる。}$$

(b) 保険料払込免除特約を付ける方法

A、B の給付を行う保険で、被保険者の生存中に保険料が払い込まれるとしたものを主契約と呼ぶ。これに保険料払込免除特約を付けることで、被保険者が就業者であるときにのみ保険料が払い込まれるようにする。主契約の支出現価は(a)と同様である。収入現価は主契約の年払純保険料を P' とすると計算基数を用いて、

$$P' = \frac{\text{⑫} - \text{⑬} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑭} - \text{⑮}}{\text{⑦}}}{D_x^{aa}} \text{ である。したがって、}$$

$$P' = \frac{\text{⑩} - \text{⑪} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑤} - \text{⑥}}{\text{⑦}}}{\text{⑫} - \text{⑬} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑭} - \text{⑮}}{\text{⑦}}} \text{ となる。}$$

次に、保険料払込免除特約について考える。免除する主契約の保険料現価は、主契約の年払純保険料 P^1 と計算基数を用いて、

$$P^1 \cdot \left(\frac{\text{⑬} - \text{⑭}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}} \cdot \frac{\text{⑮} - \text{⑯}}{\text{⑰}} \right) \text{となる。}$$

特約保険料 P^D は、被保険者が就業者であるときにのみ主契約の保険料とともに払い込まれるものとする。すなわち、第 m 保険年度始においても特約保険料の払込を必要とする場合、収入現価は $P^D \cdot \ddot{a}_{x:m}^{aa}$ であるので、計算基数を用いて、

$$P^D = P^1 \cdot \left(\frac{\text{⑬} - \text{⑭} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑮} - \text{⑯}}{\text{⑰}}}{\text{⑱} - \text{⑲}} \right) \text{となる。}$$

主契約と特約の年払純保険料の合計 $P^1 + P^D$ は(a)で求めた保険料と一致する。

(c)被保険者の生存中に払込を行う保険料払込免除特約を無数に付ける方法

(b)において、保険料払込免除特約の保険料が被保険者の生存中に払い込まれるとする一方で、この保険料払込免除特約に対しても追加的に保険料払込免除特約を付ける。これを繰り返す。主契約の保険料 P^1 に対する保険料払込免除特約を考える。被保険者の生存中に特約保険料 P^1 が払い込まれる場合、特約保険料の収入現価は $P^1 \cdot \text{⑳}$ 、免除する主契約の保険料現価は $P^1 \cdot \text{㉑}$ であるから、 $P^1 \cdot \text{⑳} = P^1 \cdot \text{㉑}$ を満たす。

次に、就業不能後に特約保険料 P^1 の支払いを免除する新たな保険料払込免除特約を考える。この特約の保険料を P^2 とし、被保険者の生存中に保険料が払い込まれる場合、 $P^2 \cdot \text{⑳} = P^1 \cdot \text{㉑}$ を満たす。

以下同様にこれを繰り返せば、主契約とすべての特約を含む、保険契約全体の保険料は

$P^1 + \sum_{i=1}^{\infty} P^i$ と表されるが、これは、初項 P^1 、公比 $\frac{\text{㉑}}{\text{⑳}}$ の等比級数である。したがって、

$$P^1 + \sum_{i=1}^{\infty} P^i = P^1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\text{㉑}}{\text{⑳}}} = P^1 \cdot \frac{\text{⑳}}{\text{㉒}}$$

となるが、これは(a)、(b)で求めた保険料と一致する。

(2) 30歳加入、保険料年払30年払込、保険金年度末支払、保険金額1、保険期間50年の就業者が加入する定期保険において、保険料が被保険者の生存中に払い込まれるとした場合の年払純保険料は0.0068であった。この保険を、被保険者が就業不能になった後は保険料の支払いを免除とする改定を行った場合の年払純保険料の値に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

ただし、 $\ddot{a}_{30:\overline{30}|}^a = 19.86$ 、 $\ddot{a}_{30:\overline{50}|}^a = 25.09$ 、 $a_{30:\overline{29}|}^{ai} = 0.55$ 、 $a_{30:\overline{49}|}^{ai} = 1.78$ とし、必要があれば下表を用いなさい。

y	D_y^{aa}	D_y^{ii}	D_y^i	N_y^{aa}	M_y^{aa}	M_y^{ii}	M_y^i
30	39,860	856	39,840	940,908	4,327	5,564	11,246
60	13,514	2,056	14,059	171,251	2,953	5,334	8,002
80	2,563	2,871	4,099	11,554	760	3,578	3,311

【(1) ①～⑰の選択肢】

- | | | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| (A) D_x | (B) D_{x+m} | (C) D_{x+n} | (D) D_x^i | (E) D_{x+m}^i |
| (F) D_{x+n}^i | (G) N_x | (H) N_{x+m} | (I) N_{x+n} | (J) N_x^{aa} |
| (K) N_{x+m}^{aa} | (L) N_{x+n}^{aa} | (M) N_x^{ii} | (N) N_{x+m}^{ii} | (O) N_{x+n}^{ii} |
| (P) N_x^i | (Q) N_{x+m}^i | (R) N_{x+n}^i | (S) M_x | (T) M_{x+m} |
| (U) M_{x+n} | (V) M_x^{aa} | (W) M_{x+m}^{aa} | (X) M_{x+n}^{aa} | (Y) M_x^{ii} |
| (Z) M_{x+m}^{ii} | (AA) M_{x+n}^{ii} | (AB) M_x^i | (AC) M_{x+m}^i | (AD) M_{x+n}^i |

【(1) ⑱～⑳の選択肢】

- | | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| (A) $\ddot{a}_{x:\overline{m}}^{aa}$ | (B) $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^{aa}$ | (C) $\ddot{a}_{x:\overline{m}}^a$ | (D) $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^a$ | (E) $\ddot{a}_{x:\overline{m}}^i$ |
| (F) $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^i$ | (G) $a_{x:\overline{m-1}}^{ai}$ | (H) $a_{x:\overline{m}}^{ai}$ | (I) $a_{x:\overline{n-1}}^{ai}$ | (J) $a_{x:\overline{n}}^{a(i:\overline{m})}$ |

【(2) の選択肢】

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| (A) 0.0069 | (B) 0.0070 | (C) 0.0071 | (D) 0.0072 | (E) 0.0073 |
| (F) 0.0074 | (G) 0.0075 | (H) 0.0076 | (I) 0.0077 | (J) 0.0078 |

以上

生保数理 (解答例)

問題 1.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
(1)	(E)	4 点	(4)	(B)	4 点
(2)	(E)	4 点	(5)	(F)	4 点
(3)	(A)	4 点	(6)	(J)	4 点

(1)

$$\bar{a}_{\overline{T}|} = \int_0^T v^t dt = \frac{1-v^T}{\delta} = T - 2$$

$$\int_0^T \bar{a}_{\overline{t}|} dt = \int_0^T \frac{1-v^t}{\delta} dt = \frac{T}{\delta} - \frac{1}{\delta} \int_0^T v^t dt = \frac{T}{\delta} - \frac{1}{\delta} \cdot (T - 2) = \frac{2}{\delta} = \frac{2}{0.05} = 40$$

解答 (E)

(2)

$$\frac{d}{dx} \dot{e}_x = \mu_x \cdot \dot{e}_x - 1 \text{ より、}$$

$$-\frac{1}{3} = \mu_x \cdot \left(\frac{\omega - x}{3} \right) - 1$$

であるから、

$$\mu_x = \frac{2}{\omega - x}$$

ここで、 ${}_t p_x = \exp\left\{-\int_0^t \mu_{x+s} ds\right\}$ より、

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp\left\{-\int_0^t \frac{2}{\omega - x - s} ds\right\} \\ &= \exp\left\{2\left[\log(\omega - x - s)\right]_0^t\right\} \\ &= \exp\left\{2(\log(\omega - x - t) - \log(\omega - x))\right\} \\ &= \exp\left\{\log\left(\frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)^2\right\} \\ &= \left(\frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)^2 \end{aligned}$$

${}_{20}p_{30} = 0.5$ を用いて、

$$0.5 = \left(\frac{\omega - 30 - 20}{\omega - 30}\right)^2$$

これを解くと、

$$\omega = 98.28、41.72$$

$\omega \geq 90$ より、 $\omega = 98.28$

解答 (E)

(3)

x 歳の残存者数 l_x は以下のように表される。

$$\begin{aligned} l_x &= l_0 \cdot \exp\left\{-\int_0^x (\mu_t^A + \mu_t^B) dt\right\} \\ &= l_0 \cdot \exp\left\{-\int_0^x \left(\frac{1}{a-t} + \frac{1}{b-t}\right) dt\right\} \\ &= l_0 \cdot \exp\left(\log \frac{a-x}{a} + \log \frac{b-x}{b}\right) \\ &= \frac{l_0}{ab} \cdot (a-x) \cdot (b-x) \end{aligned}$$

$\frac{a}{2}$ 歳以上で原因 B によって脱退する者の脱退時の平均年齢は、

$$\begin{aligned} \frac{\int_{\frac{a}{2}}^a x \cdot l_x \cdot \mu_x^B dx}{\int_{\frac{a}{2}}^a l_x \cdot \mu_x^B dx} &= \frac{\int_{\frac{a}{2}}^a x \cdot (a-x) dx}{\int_{\frac{a}{2}}^a (a-x) dx} \\ &= \frac{\left[\frac{1}{2} a \cdot x^2 - \frac{1}{3} x^3\right]_{\frac{a}{2}}^a}{\left[a \cdot x - \frac{1}{2} x^2\right]_{\frac{a}{2}}^a} \\ &= \frac{2}{3} a \end{aligned}$$

解答 (A)

(4)

収支相等の原則より、一時払純保険料 P は、

$$\begin{aligned} P &= P \cdot A_{40:\overline{5}|} + v^5 \cdot {}_5p_{40} \cdot A_{45:\overline{15}|} \\ &= P \cdot \frac{(M_{40} - M_{45})}{D_{40}} + \frac{D_{45}}{D_{40}} \cdot \frac{(M_{45} - M_{60}) + D_{60}}{D_{45}} \end{aligned}$$

これより、

$$P = \frac{D_{60} + (M_{45} - M_{60})}{D_{40} - (M_{40} - M_{45})} = \frac{3,547 + (1,788 - 1,348)}{11,376 - (1,888 - 1,788)} = 0.353583$$

解答 (B)

(5)

死力を μ とすると、 $-\frac{d}{dx} \log l_x = \mu$

$\log l_x = -\mu \cdot x + C$ (C は定数)

$$l_x = e^{-\mu \cdot x} \cdot e^C$$

$$p_x = e^{-\mu}$$

責任準備金の再帰式より、

$${}_tV - v \cdot q_{x+t} \cdot \frac{\alpha}{100} \cdot (1+i) \cdot {}_tV = v \cdot p_{x+t} \cdot {}_{t+1}V$$

$$\left(1 - q_{x+t} \cdot \frac{\alpha}{100}\right) \cdot {}_tV = v \cdot p_{x+t} \cdot {}_{t+1}V$$

$${}_tV = \left(\frac{v \cdot p_{x+t}}{1 - q_{x+t} \cdot \frac{\alpha}{100}} \right) \cdot {}_{t+1}V$$

また、利力を δ とすると $v = e^{-\delta}$ であるから、

$${}_0V = \left(\frac{e^{-\delta} \cdot e^{-\mu}}{1 - (1 - e^{-\mu}) \cdot \frac{\alpha}{100}} \right)^{16} \cdot {}_{16}V = \left(\frac{e^{-\delta} \cdot e^{-\mu}}{1 - (1 - e^{-\mu}) \cdot \frac{\alpha}{100}} \right)^{16}$$

${}_0V = 0.71$ であることと、与えられた数値から、

$$\frac{\alpha}{100} = \left(1 - \frac{e^{-\delta} \cdot e^{-\mu}}{{}_0V^{\frac{1}{16}}} \right) \div (1 - e^{-\mu}) = \left(1 - \frac{e^{-0.02} \cdot e^{-0.01}}{0.71^{\frac{1}{16}}} \right) \div (1 - e^{-0.01}) = \left(1 - \frac{0.99005^3}{0.71^{\frac{1}{16}}} \right) \div (1 - 0.99005) = 0.86000$$

よって、 $\alpha = 86.0$

解答 (F)

(6)

$$\begin{aligned} {}_tq_{xxx} &= {}_t p_{xxx} - {}_{t+1} p_{xxx} = {}_t p_x^3 - {}_{t+1} p_x^3 \\ {}_tq_{xxx} &= {}_t p_{xxx} - {}_{t+1} p_{xxx} = \left\{1 - (1 - {}_t p_x)^3\right\} - \left\{1 - (1 - {}_{t+1} p_x)^3\right\} \\ &= {}_t p_x^3 - {}_{t+1} p_x^3 - 3({}_t p_x^2 - {}_{t+1} p_x^2) + 3({}_t p_x - {}_{t+1} p_x) \\ &= {}_tq_{xxx} - 3({}_t p_x + {}_{t+1} p_x) \cdot ({}_t p_x - {}_{t+1} p_x) + 3({}_t p_x - {}_{t+1} p_x) \end{aligned}$$

これより、

$${}_t p_x + {}_{t+1} p_x = \frac{{}_tq_{xxx} - {}_tq_{xxx} + 3({}_t p_x - {}_{t+1} p_x)}{3({}_t p_x - {}_{t+1} p_x)} = \frac{0.0429 - 0.0114 + 3 \cdot 0.0329}{3 \cdot 0.0329} = 1.319149$$

であるので、

$${}_t p_x = \frac{1.319149 + 0.0329}{2} = 0.676025$$

解答 (J)

問題 2.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
(1)	① (F) ② (J)	7 点	(5)	(D)	7 点
(2)	(B) (C) (D) (F)	7 点	(6)	(E)	7 点
(3)	(F)	7 点	(7)	(D)	7 点
(4)	⑤ (F) ⑥ (A)	7 点	(8)	(E)	7 点

※ (1)、(2)、(4) は完答の場合のみ得点。

(1)

$$\begin{aligned}
 \sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{n-t} &= \sum_{t=1}^{n-1} (v \cdot D_{x+t-1} - D_{x+t}) \cdot \ddot{a}_{n-t} \\
 &= \sum_{t=1}^{n-1} (D_{x+t-1} \cdot a_{n-t} - D_{x+t} \cdot \ddot{a}_{n-t}) \\
 &= D_x \cdot a_{n-1} + \sum_{t=1}^{n-2} D_{x+t} \cdot (a_{n-t-1} - \ddot{a}_{n-t}) - D_{x+n-1} \cdot \ddot{a}_1 \\
 &= D_x \cdot \ddot{a}_n - D_x - \sum_{t=1}^{n-2} D_{x+t} - D_{x+n-1} \\
 &= D_x \cdot \ddot{a}_n - (N_x - N_{x+n})
 \end{aligned}$$

したがって、

$$\frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{n-t}}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:n}} - \frac{1}{\ddot{a}_n} = (P_{x:n} + d) - (P_n + d) = P_{x:n} - P_n = P_{x:n} - \frac{v^n}{\ddot{a}_n}$$

よって、 $P_{x:n} = \boxed{\text{①} \frac{v^n}{\ddot{a}_n}}$ + $\frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{n-t}}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})}$ となる。また、

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{n-t}}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} + \frac{\sum_{t=1}^n C_{x+t-1} \cdot \ddot{s}_t}{\ddot{s}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} &= \frac{\sum_{t=1}^{n-1} C_{x+t-1} \cdot \ddot{a}_{n-t}}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} + \frac{\sum_{t=1}^n C_{x+t-1} \cdot v^{n-t} \cdot \ddot{a}_t}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} \\
 &= \frac{\ddot{a}_n \cdot \sum_{t=1}^n C_{x+t-1}}{\ddot{a}_n \cdot (N_x - N_{x+n})} = \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}} = P_{x:n}^1
 \end{aligned}$$

したがって、 $P_{x:n} - P_{x:n}^1 = \boxed{\text{②} P_{x:n}^1}$

解答① (F) ② (J)

(2)

予定死亡率を引き下げた場合の記号を、 $\ddot{a}_{x:n} \rightarrow \ddot{a}'_{x:n}$ 等と表記する。

(A) $\ddot{a}_{x:n} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x < \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p'_x = \ddot{a}'_{x:n}$ より、必ず大きくなる (小さくならない)。

(B) $A_{x:n} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{x:n} > 1 - d \cdot \ddot{a}'_{x:n} = A'_{x:n}$ より、必ず小さくなる。

(C) $A^1_{x:n} = A_{x:n} - A_{x:n}^{\cdot 1} > A'_{x:n} - A'^1_{x:n} = A'^1_{x:n}$ より、必ず小さくなる。

(D) $P_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}} > \frac{A'_{x:n}}{\ddot{a}'_{x:n}} = P'_{x:n}$ より、必ず小さくなる。

(E) $t \leq n$ について

$$\frac{{}_n p'_x}{{}_n p_x} = \frac{p'_x}{p_x} \cdot \frac{p'_{x+1}}{p_{x+1}} \cdots \frac{p'_{x+n-1}}{p_{x+n-1}} \geq \frac{p'_x}{p_x} \cdot \frac{p'_{x+1}}{p_{x+1}} \cdots \frac{p'_{x+t-1}}{p_{x+t-1}} = \frac{{}_t p'_x}{{}_t p_x} \text{ より、 } \frac{{}_t p_x}{{}_n p_x} \geq \frac{{}_t p'_x}{{}_n p'_x}$$

かつ、いずれかの t については不等号が成り立つ。よって

$$P_{x:n}^{\cdot 1} = \frac{v^n \cdot {}_n p_x}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x} = \frac{v^n}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot \frac{{}_t p_x}{{}_n p_x}} < \frac{v^n}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot \frac{{}_t p'_x}{{}_n p'_x}} = \frac{v^n \cdot {}_n p'_x}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p'_x} = P'^1_{x:n}$$

従って、必ず大きくなる (小さくならない)。

(F) $P^1_{x:n} = \frac{A^1_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}} > \frac{A'^1_{x:n}}{\ddot{a}'_{x:n}} = P'^1_{x:n}$ より、必ず小さくなる。

解答 (B) (C) (D) (F)

(3)

パターン①の営業保険料を P_1 、パターン②の高額割引前および高額割引後の営業保険料をそれぞれ P'_2 および P_2 、予定新契約費を α 、予定集金費を β 、パターン①の予定維持費を N 、パターン②の予定維持費を γ 、パターン②の高額割引額を δ とする。

収支相等の原則より、営業保険料 P_1 、 P'_2 および P_2 は、

$$P_1 \cdot \ddot{a}_{x:n} = S \cdot \left(A_{x:n}^1 + \alpha \right) + P_1 \cdot \beta \cdot \ddot{a}_{x:n} + N \cdot \ddot{a}_{x:n}$$

$$\Leftrightarrow P_1 = S \cdot \frac{A_{x:n}^1 + \alpha}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{x:n}} + \frac{N}{1-\beta}$$

$$P'_2 \cdot \ddot{a}_{x:n} = S \cdot \left(A_{x:n}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:n} \right) + P'_2 \cdot \beta \cdot \ddot{a}_{x:n}$$

$$\Leftrightarrow P'_2 = S \cdot \frac{A_{x:n}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:n}}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{x:n}}$$

$$P_2 = P'_2 \cdot (1-\delta)$$

$$\Leftrightarrow P_2 = S \cdot \frac{A_{x:n}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:n}}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{x:n}} \cdot (1-\delta)$$

よって、 $P_1 = P_2$ のとき、

$$S = \frac{\frac{N}{1-\beta}}{\frac{A_{x:n}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:n}}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{x:n}} \cdot (1-\delta) - \frac{A_{x:n}^1 + \alpha}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{x:n}}} = \frac{N \cdot \ddot{a}_{x:n}}{\left(A_{x:n}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:n} \right) \cdot (1-\delta) - \left(A_{x:n}^1 + \alpha \right)}$$

保険金額が1,000万円未満と仮定して、与えられた数値を代入すると $S=16,000,000$ となり、仮定に矛盾する。

保険金額が1,000万円以上2,000万円未満と仮定して、与えられた数値を代入すると $S=23,122,837$ となり、仮定に矛盾する。

保険金額が2,000万円以上5,000万円未満と仮定して、与えられた数値を代入すると $S=29,743,374$ となる。

保険金額が5,000万円以上と仮定して、与えられた数値を代入すると $S=41,676,081$ となり、仮定に矛盾する。

解答(F)

(4)

平準払純保険料を $P_{x:10|}$ 、第1年度の全期チルメル式純保険料を P_1 、第2年度以降第10年度までの全期チルメル式純保険料を P_2 とすると、初年度定期式の責任準備金を積み立てることから、

$$P_1 = v \cdot q_x, \quad P_2 = P_{x+1:9|} = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:9|}} - d, \quad \alpha = P_2 - P_1 = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:9|}} - d - v \cdot q_x$$

ここで、 $p = p_x = p_{x+1} = \dots = p_{x+9}$ とすると、

$$\ddot{a}_{x+1:9|} = 1 + v \cdot p_{x+1} + v^2 \cdot {}_2p_{x+1} + \dots + v^8 \cdot {}_8p_{x+1} = 1 + v \cdot p + (v \cdot p)^2 + \dots + (v \cdot p)^8$$

$$v = \frac{1}{1.01}, \quad p = 0.90 \text{ であることから、 } \ddot{a}_{x+1:9|} = 5.92931$$

$$\text{よって、 } \alpha = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:9|}} - (1-v) - v \cdot (1-p_x) = \frac{1}{5.92931} - 1 + \frac{0.90}{1.01} = 0.05974$$

$${}_5V_{x:10|}^{[z]} = {}_4V_{x+1:9|} = A_{x+5:5|} - P_{x+1:9|} \cdot \ddot{a}_{x+5:5|} = 1 - \left(d + P_{x+1:9|} \right) \cdot \ddot{a}_{x+5:5|} = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+5:5|}}{\ddot{a}_{x+1:9|}}$$

となる。

$$\ddot{a}_{x+5:5|} = 1 + v \cdot p_{x+5} + v^2 \cdot {}_2p_{x+5} + \dots + v^4 \cdot {}_4p_{x+5} = 1 + v \cdot p + (v \cdot p)^2 + \dots + (v \cdot p)^4 = 4.02319$$

であるので、

$${}_5V_{x:10|}^{[z]} = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+5:5|}}{\ddot{a}_{x+1:9|}} = 1 - \frac{4.02319}{5.92931} = 0.32147$$

解答：⑤ (F) ⑥ (A)

(5)

貸付金がない場合で、解約返戻金 W_8 を原資として延長保険に変更する場合の生存保険金額 A は、

$$A = \frac{W_8 - \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right)}{\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_2 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|}}$$

貸付金がある場合で、解約返戻金 W_8 から貸付金の元利合計 L を控除したものを原資として延長保険に変更する場合の生存保険金額 B は、

$$B = \frac{W_8 - L - (1-L) \cdot \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right)}{\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_2 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|}}$$

ここで、 $L = \frac{B}{2A}$ が成り立つことから、

$$\begin{aligned} L &= \frac{B}{2A} \\ &= \frac{W_8 - L - (1-L) \cdot \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right)}{2 \left\{ W_8 - \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right) \right\}} \end{aligned}$$

となり、 L について整理すると、

$$\begin{aligned} L &= \frac{W_8 - \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right)}{1 + 2W_8 - 3 \left(\bar{A}_{38:\overline{2}|}^1 + \gamma'_1 \cdot \ddot{a}_{38:\overline{2}|} \right)} \\ &= \frac{D_{38} \cdot W_8 - (\bar{M}_{38} - \bar{M}_{40}) - \gamma'_1 \cdot (N_{38} - N_{40})}{D_{38} \cdot (1 + 2W_8) - 3(\bar{M}_{38} - \bar{M}_{40}) - 3\gamma'_1 \cdot (N_{38} - N_{40})} \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} W_8 &= \bar{V}_8 - 0.03 \cdot \frac{10-8}{10} \\ &= \left(\frac{\bar{M}_{38} - \bar{M}_{40} + D_{40}}{D_{38}} - \frac{\bar{M}_{30} - \bar{M}_{40} + D_{40}}{N_{30} - N_{40}} \cdot \frac{N_{38} - N_{40}}{D_{38}} \right) - 0.03 \cdot \frac{10-8}{10} \\ &= \left(\frac{30,373 - 30,229 + 53,689}{55,458} - \frac{30,844 - 30,229 + 53,689}{2,189,650 - 1,602,644} \cdot \frac{1,712,671 - 1,602,644}{55,458} \right) - 0.03 \cdot \frac{10-8}{10} \\ &= 0.7812 \end{aligned}$$

であるので、

$$\begin{aligned} L &= \frac{55,458 \cdot 0.7812 - (30,373 - 30,229) - 0.01 \cdot (1,712,671 - 1,602,644)}{55,458 \cdot (1 + 2 \cdot 0.7812) - 3 \cdot (30,373 - 30,229) - 3 \cdot 0.01 \cdot (1,712,671 - 1,602,644)} \\ &= \frac{42,079.5196}{138,372.7692} = 0.3041 \end{aligned}$$

解答 (D)

(6)

求める確率は、 $\int_0^{10} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} \cdot \left(\int_0^{10} {}_s p_{y+t} \cdot \mu_{y+t+s} ds \right) dt + \int_{10}^{20} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} \cdot \left(\int_0^{20-t} {}_s p_{y+t} \cdot \mu_{y+t+s} ds \right) dt$

$$\begin{aligned} \text{(第1項)} &= \int_0^{10} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} \cdot (1 - {}_{10-t} p_{y+t}) dt \\ &= \int_0^{10} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} dt - {}_{10} p_y \cdot \int_0^{10} {}_t p_{x,y+10} \cdot \mu_{x+t} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(第2項)} &= \int_{10}^{20} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} \cdot (1 - {}_{20-t} p_{y+t}) dt \\ &= \int_{10}^{20} {}_t p_{xy} \cdot \mu_{x+t} dt - {}_{20} p_y \cdot \int_{10}^{20} {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \end{aligned}$$

よって、求める確率は、 ${}_{20} q_{xy}^1 - {}_{10} p_y \cdot {}_{10} q_{x,y+10}^1 - {}_{20} p_y \cdot ({}_{20} q_x - {}_{10} q_x)$

$$\begin{aligned} &= 0.2771 - (1 - 0.0606) \cdot 0.0890 - (1 - 0.2031) \cdot (0.3076 - 0.0964) \\ &= 0.025188 \end{aligned}$$

解答 (E)

(7)

【年金 2】の年金現価は $3a_{30}^{a(i:\overline{20})} = 0.5118$ であるため、 $a_{30}^{a(i:\overline{20})} = 0.1706$ である。

【年金 1】の年金現価は、題意より $ka_{30}^{a(i:\overline{20})} - (k-1) \cdot a_{30:20}^{ai} = \frac{0.5118}{2} = 0.2559$ と表せる。

$$\begin{aligned} a_{30:20}^{ai} &= \ddot{a}_{30:21}^{aa} - \ddot{a}_{30:21}^{aa} \\ &= \left(\frac{N_{30} - N_{51}}{D_{30}^{aa}} - \frac{D_{30}^{ii}}{D_{30}^{aa}} \cdot \frac{N_{30}^i - N_{51}^i}{D_{30}^i} \right) - \frac{N_{30}^{aa} - N_{51}^{aa}}{D_{30}^{aa}} \\ &= \frac{N_{30}^{ii} - N_{51}^{ii}}{D_{30}^{aa}} - \frac{D_{30}^{ii}}{D_{30}^{aa}} \cdot \frac{N_{30}^i - N_{51}^i}{D_{30}^i} \\ &= \frac{30,955 - 23,370}{73,519} - \frac{121}{73,519} \cdot \frac{1,658,697 - 485,136}{68,728} = 0.075067 \end{aligned}$$

より、【年金 1】の年金現価は

$$ka_{30}^{a(i:\overline{20})} - (k-1) \cdot a_{30:20}^{ai} = k \cdot 0.1706 - (k-1) \cdot 0.075067 = 0.2559$$

これを解いて、 $k = 1.892885$

解答 (D)

(8)

原契約の年払純保険料を P 、変更後の年払純保険料を P' とすると、

$$\begin{aligned} P &= \frac{\frac{1}{D_y} \cdot \sum_{t=0}^2 D_{y+t} \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot q_{y+t}^{sh} \cdot T_{y+t}^{sh}}{\ddot{a}_{y:\overline{3}}}}{\cdot \delta} \\ P' &= \frac{\frac{1}{D_y} \cdot \sum_{t=0}^2 D_{y+t} \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot q_{y+t}^{sh'} \cdot (T_{y+t}^{sh} - k)}{\ddot{a}_{y:\overline{3}}} \cdot 1.2\delta \end{aligned}$$

$P = P'$ より、

$$\sum_{t=0}^2 D_{y+t} \cdot q_{y+t}^{sh} \cdot T_{y+t}^{sh} = 1.2 \sum_{t=0}^2 D_{y+t} \cdot q_{y+t}^{sh'} \cdot (T_{y+t}^{sh} - k)$$

であるため、

$$\begin{aligned} &D_y \cdot q_y^{sh} \cdot T_y^{sh} + D_{y+1} \cdot q_{y+1}^{sh} \cdot T_{y+1}^{sh} + D_{y+2} \cdot q_{y+2}^{sh} \cdot T_{y+2}^{sh} \\ &= 1.2 \cdot \left\{ D_y \cdot q_y^{sh'} \cdot (T_y^{sh} - k) + D_{y+1} \cdot q_{y+1}^{sh'} \cdot (T_{y+1}^{sh} - k) + D_{y+2} \cdot q_{y+2}^{sh'} \cdot (T_{y+2}^{sh} - k) \right\} \end{aligned}$$

である。与えられた数値を代入して、

$$\begin{aligned} &38,223 \cdot 0.10 \cdot 16.5 + 37,333 \cdot 0.14 \cdot 18.0 + 36,431 \cdot 0.18 \cdot 19.5 \\ &= 1.2 \cdot \left\{ 38,223 \cdot 0.11 \cdot (16.5 - k) + 37,333 \cdot 0.16 \cdot (18.0 - k) + 36,431 \cdot 0.21 \cdot (19.5 - k) \right\} \end{aligned}$$

これを解いて、

$$k = 4.97$$

解答 (E)

問題 3.

設問	解答	配点	設問	解答	配点	
(1)	①	(E)	(1)	⑪	(E)	1点 (完答のみ)
	②	(K)		⑫	(B)	
	③	(C)		⑬	(B)	
	④	(K)	(2)	(A)	6点	
	⑤	(B)		2点 (完答のみ)		
	⑥	(S)				
	⑦	(P)				
	⑧	(G)				
	⑨	(S)				
	⑩	(P)				

x 歳加入、保険期間 n 年、予定利率 $i\%$ の保険料返還付保険の営業保険料について考える。

- (1) 次の①～⑬の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

保険料年払全期払込の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 1 を支払い、死亡すればその保険年度末に既払込営業保険料に利息を付けずに支払う保険を考える。年払営業保険料を *P_1 、年払純保険料を P_1 とし、 ${}^*P_1 = P_1 \cdot (1+k) + C$ が成り立つとき、年払純保険料 P_1 は、

$$P_1 = \frac{\boxed{\text{①}} A_{x:n}^1 + C \cdot \boxed{\text{②}} (IA)_{x:n}^1}{\boxed{\text{③}} \ddot{a}_{x:n} - (1+k) \cdot \boxed{\text{④}} (IA)_{x:n}^1}$$

と書ける。

計算基数を用いれば、

$$P_1 = \frac{\boxed{\text{⑤}} D_{x+n} + C \cdot \left(\boxed{\text{⑥}} R_x - R_{x+n} - \boxed{\text{⑦}} n \cdot M_{x+n} \right)}{\boxed{\text{⑧}} N_x - N_{x+n} - (1+k) \cdot \left(\boxed{\text{⑨}} R_x - R_{x+n} - \boxed{\text{⑩}} n \cdot M_{x+n} \right)}$$

と表せる。

続いて、保険料一時払の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 1 を支払い、死亡すればその保険年度末に一時払込営業保険料に年 $i\%$ (年複利) の利息を付けて支払う保険を考える。一時払営業保険料を *P_2 、一時払純保険料を P_2 とし、 ${}^*P_2 = P_2 \cdot (1+k) + C$ が成り立つとき、一時払純保険料 P_2 は、

$$P_2 = \frac{\boxed{\text{⑪}} A_{x:n}^1 + C \cdot \boxed{\text{⑫}} 1 - {}_n p_x}{1 - (1+k) \cdot \boxed{\text{⑬}} 1 - {}_n p_x}$$

と書ける。

- (2) 与えられた基数を用いれば、

$$P_1 = \frac{65,987 + 0.02 \cdot (2,221,720 - 1,782,474 - 10 \cdot 43,632)}{2,958,057 - 2,257,734 - 1.02 \cdot (2,221,720 - 1,782,474 - 10 \cdot 43,632)} = 0.0947$$

$${}^*P_1 = 0.0947 \cdot 1.02 + 0.02 = 0.1166$$

また、 ${}_n p_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot (1+i)^n$ であるので、 ${}_{10} p_{30} = 0.9928$ となる。

$$\text{これより、} P_2 = \frac{65,987/73,421 + 0.02 \cdot (1 - 0.9928)}{1 - 1.02 \cdot (1 - 0.9928)} = 0.9055$$

$${}^*P_2 = 0.9055 \cdot 1.02 + 0.02 = 0.9436$$

$$\text{よって、} \frac{{}^*P_2}{{}^*P_1} = 8.0926$$

解答：(A)

問題 4.

設問	解答	配点	設問	解答	配点		
(1)	①	(V)	(1)	⑫	(G)	1 点 (完答のみ)	
	②	(X)		⑬	(H)		
	③	(Y)		⑭	(P)		
	④	(AA)		⑮	(Q)	1 点 (完答のみ)	
	⑤	(AB)		⑯	(M)		
	⑥	(AD)		⑰	(N)	2 点 (完答のみ)	
	⑦	(D)		⑱	(G)		
	⑧	(J)		⑳	(A)		
	⑨	(K)		1 点 (完答のみ)	(2)	(B)	3 点
	⑩	(S)					
	⑪	(U)					

(1)

この保険の支出現価は、次の合計額となる。

- A. x 歳の就業者が n 年間のうちに就業者のまま死亡した場合に保険年度末に保険金 1 を支払う保険の支出現価
 B. x 歳の就業者が n 年間のうちに就業不能状態となり死亡した場合に保険年度末に保険金 1 を支払う保険の支出現価

A は、計算基数を用いて、
$$\frac{\text{①}M_x^{aa} - \text{②}M_{x+n}^{aa}}{D_x^{aa}}$$
 と表せる。

B は、計算基数を用いて、
$$\frac{\text{③}M_x^{ii} - \text{④}M_{x+n}^{ii} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑤}M_x^i - \text{⑥}M_{x+n}^i}{\text{⑦}D_x^i}}{D_x^{aa}}$$
 と表せる。

この定期保険の年払純保険料について、以下 3 通りの手法で考える。

(a) 収入現価の計算を就業者に限定して算出する方法

年払純保険料を P とする。被保険者が就業者であるときにのみ保険料が払い込まれるものとする
 と、収入現価は計算基数を用いて、 $P \cdot \frac{\text{⑧}N_x^{aa} - \text{⑨}N_{x+m}^{aa}}{D_x^{aa}}$ であるから年払純保険料は、

$$P = \frac{\text{⑩}M_x - \text{⑪}M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{\text{⑤}M_x^i - \text{⑥}M_{x+n}^i}{\text{⑦}D_x^i}}{\text{⑧}N_x^{aa} - \text{⑨}N_{x+m}^{aa}}$$

となる。

(b) 保険料払込免除特約を付ける方法

A、B の給付を行う保険で、被保険者の生存中に保険料が払い込まれるとしたものを主契約と呼ぶ。これに保険料払込免除特約を付けることで、被保険者が就業者であるときにのみ保険料が払い込まれるようにする。主契約の支出現価は(a)と同様である。収入現価は主契約の年払純保険料

を P' とすると計算基数を用いて、
$$P' = \frac{\boxed{12}N_x - \boxed{13}N_{x+m} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{14}N_x^i - \boxed{15}N_{x+m}^i}{\boxed{7}D_x^i}}{D_x^{aa}}$$
 で

ある。したがって、

$$P' = \frac{\boxed{10}M_x - \boxed{11}M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{5}M_x^i - \boxed{6}M_{x+n}^i}{\boxed{7}D_x^i}}{\boxed{12}N_x - \boxed{13}N_{x+m} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{14}N_x^i - \boxed{15}N_{x+m}^i}{\boxed{7}D_x^i}}$$
 となる。

次に、保険料払込免除特約について考える。免除する主契約の保険料現価は、主契約の年払純保険料 P' と計算基数を用いて、

$$P' \cdot a_{x:m-1}^{ai} = P' \cdot (\ddot{a}_{x:m}^a - \ddot{a}_{x:m}^{aa}) = P' \cdot \left(\frac{\boxed{16}N_x^{ii} - \boxed{17}N_{x+m}^{ii}}{D_x^{aa}} - \frac{D_x^{ii}}{D_x^{aa}} \cdot \frac{\boxed{14}N_x^i - \boxed{15}N_{x+m}^i}{\boxed{7}D_x^i} \right)$$

となる。

特約保険料 P^D は、被保険者が就業者であるときにのみ主契約の保険料とともに払い込まれるものとする。すなわち、第 m 保険年度始においても特約保険料の払込を必要とする場合、収入現価は $P^D \cdot \ddot{a}_{x:m}^{aa}$ であるので、計算基数を用いて、

$$P^D = P' \cdot \left(\frac{\boxed{16}N_x^{ii} - \boxed{17}N_{x+m}^{ii} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{14}N_x^i - \boxed{15}N_{x+m}^i}{\boxed{7}D_x^i}}{\boxed{8}N_x^{aa} - \boxed{9}N_{x+m}^{aa}} \right)$$
 となる。

主契約と特約の年払純保険料の合計 $P + P^D$ は、

$$P = (P' + P^D)$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}}{N_x - N_{x+m} - D_x^{ii} \cdot \frac{N_x^i - N_{x+m}^i}{D_x^i}} \cdot \left(1 + \frac{N_x^{ii} - N_{x+m}^{ii} - D_x^{ii} \cdot \frac{N_x^i - N_{x+m}^i}{D_x^i}}{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}} \right)$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}}{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}}$$

これは、(a) で求めた保険料と一致する。

(c) 被保険者の生存中に払込を行う保険料払込免除特約を無数に付ける方法

(b) において、保険料払込免除特約の保険料が被保険者の生存中に払い込まれるとする一方で、この保険料払込免除特約に対しても追加的に保険料払込免除特約を付ける。これを繰り返す。主契約の保険料 P' に対する保険料払込免除特約を考える。被保険者の生存中に特約保険料 P^1 が払い込まれる場合、特約保険料の収入現価は $P^1 \cdot \boxed{18}\ddot{a}_{x:m}^a$ 、免除する主契約の保険料現価は

$$P' \cdot \boxed{19}a_{x:m-1}^{ai}$$

であるから、 $P^1 \cdot \boxed{18}\ddot{a}_{x:m}^a = P' \cdot \boxed{19}a_{x:m-1}^{ai}$ を満たす。

次に、就業不能後に特約保険料 P^1 の支払いを免除する新たな保険料払込免除特約を考える。この特約の保険料を P^2 とし、被保険者の生存中に保険料が払い込まれる場合、

$$P^2 \cdot \boxed{18}\ddot{a}_{x:m}^a = P^1 \cdot \boxed{19}a_{x:m-1}^{ai}$$

を満たす。

以下同様にこれを繰り返せば、主契約とすべての特約を含む、保険契約全体の保険料は

$P'+\sum_{i=1}^{\infty}P^i$ と表されるが、これは、初項 P' 、公比 $\frac{\textcircled{19}a_{x:m-1}^{ai}}{\textcircled{18}\ddot{a}_{x:m}^a}$ の等比級数である。したがって、

$$\begin{aligned}
 P'+\sum_{i=1}^{\infty}P^i &= P' \cdot \frac{1}{1-\frac{\textcircled{19}a_{x:m-1}^{ai}}{\textcircled{18}\ddot{a}_{x:m}^a}} = P' \cdot \frac{\textcircled{18}\ddot{a}_{x:m}^a}{\textcircled{20}\ddot{a}_{x:m}^{aa}} \\
 &= \frac{M_x - M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}}{N_x - N_{x+m} - D_x^{ii} \cdot \frac{N_x^i - N_{x+m}^i}{D_x^i}} \cdot \frac{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}}{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}} \\
 &= \frac{M_x - M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}}{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}}
 \end{aligned}$$

これは(a)、(b)で求めた保険料と一致する。

(2)

$$P'+\sum_{i=1}^{\infty}P^i = P' \cdot \frac{1}{1-\frac{a_{x:m-1}^{ai}}{\ddot{a}_{x:m}^a}}$$

を用いれば、
$$P'+\sum_{i=1}^{\infty}P^i = 0.0068 \cdot \frac{1}{1-\frac{0.55}{19.86}} = 0.006994$$

(別解)

与えられた基数より、

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{M_x - M_{x+n} - D_x^{ii} \cdot \frac{M_x^i - M_{x+n}^i}{D_x^i}}{N_x^{aa} - N_{x+m}^{aa}} \\
 &= \frac{(4,327 + 5,564) - (760 + 3,578) - 856 \cdot \left(\frac{11,246 - 3,311}{39,840}\right)}{940,908 - 171,251} \\
 &= 0.006993
 \end{aligned}$$

解答 (B)

以上