年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。

- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「年金受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年１回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする。
  なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題１． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各５点（計４０点）

（１）ある年金制度は定常人口にあり、毎年度初に 18 歳で a 人、22 歳で $2a$ 人の新規加入がある。年金制度からの脱退は中途退職（加入中の死亡を含む）と定年退職の 2 種類があり、いずれも年 1 回期末に発生する。定年年齢は 60 歳であり、期初に 59 歳の被保険者はその年度中に中途退職もしくは定年退職により全員脱退する。中途退職による脱退率が全年齢で 0.01 であるとき、この年金制度の期初時点の平均年齢の値として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、平均年齢の算定は期初の新規加入の直後に行うものとする。また、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜諸数値＞

$0.99^{38} = 0.68255$、$0.99^{42} = 0.65566$

（A）36.0 歳　（B）36.5 歳　（C）37.0 歳　（D）37.5 歳　（E）38.0 歳
（F）38.5 歳　（G）39.0 歳　（H）39.5 歳　（I）40.0 歳　（J）40.5 歳

（2）利力$\delta = 0.05$、x歳支給開始で連続払いの年金Aおよび年金Bはそれぞれ次のとおりである。なお、tは実数値をとるものとする。

＜年金A＞
支給開始後t年経過時に年金額$\mathring{e}_{x+t}$を生存を条件に支給する終身年金

＜年金B＞
支給開始後t年 (0≤ t ≤10)経過時に年金額tを生死によらず支給し、支給開始後t年 (t >10)経過時に年金額10を生存を条件に支給する10年保証期間付終身年金

年金Aおよび年金Bのx歳時点における年金現価が一致するとき、x歳の平均余命$\mathring{e}_x$に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。なお、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜諸数値＞
$\bar{a}_x = 17.0$、$\bar{a}_{x+10} = 16.8$、${}_{10}p_x = 0.9$、$\sqrt{e} = 1.649$

（A）18.6	（B）19.8	（C）21.0	（D）22.2	（E）23.4
（F）24.6	（G）25.8	（H）27.0	（I）28.2	（J）29.4

（３）Trowbridge モデルの年金制度の各財政方式について、次の(A)から(E)までの記載から誤っているものをすべて選びなさい。なお、誤っているものがない場合は(F)をマークしなさい。

(A) 全年齢で脱退率が 0 の場合、加入時積立方式と退職時年金現価積立方式では保険料が必ず一致する。

(B) 単位積立方式の標準保険料は、加入年齢から「定年年齢 -1 」までのすべての年齢において加入年齢方式の標準保険料を上回る。なお、加入年齢 $<$ 「定年年齢 -1 」とする。

(C) 開放基金方式において定常人口を仮定するとき、未積立債務を永久償却（未積立債務の予定利息相当分のみを償却）するものとして特別保険料を設定した場合、標準保険料と特別保険料の合計は開放型総合保険料方式の保険料と同じとなる。

(D) 開放基金方式において予定する新規加入年齢を制度上加入できる最低の年齢とするとき、中途退職による脱退者数の実績が各年齢一律に予定を上回った場合、各年齢における年金財政上の損益は全年齢で剰余が生じる。

(E) 定常人口の集団において年金制度を発足し、財政方式として到達年齢方式を採用した。このときn年度の標準保険料は、初年度の保険料から初期過去勤務債務をすべて償却した場合のn年度の積立金と単位積立方式の定常状態における積立金の差額に対応する保険料を差し引いたものになる。なお、年金制度発足後はすべて予定通り推移するものとし、標準保険料は総合保険料に基づいて算出するものとする。

（4）X 年度初に定常状態に達している年金制度において、X 年度の積立金の運用利回りが予定利率を下回った。そこで、$X+1$ 年度から $X+5$ 年度にかけて毎年「X 年度の給付×k」ずつ段階的に給付を減額（※）することにより、$X+6$ 年度初において再び定常状態になるようにする。このとき、k の値として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、計算の前提を次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

（※）X 年度の給付を B とすると、$X+1$ 年度の給付 : $(1-k)\times B$、$X+2$ 年度の給付 : $(1-2k)\times B$、…、$X+5$ 年度の給付 : $(1-5k)\times B$ となる。

＜計算の前提＞

・保険料および給付は年 1 回期末払い
・保険料は X 年度以降変更しない
・X 年度の給付は X 年度の保険料の 2 倍とする
・$X+6$ 年度以降の給付は $X+5$ 年度と同額とする
・X 年度は積立金の運用利回りが予定利率を下回ったこと以外は計算基礎率どおり推移したものとし、$X+1$ 年度以降はすべてが計算基礎率どおり推移するものとする
・X 年度の積立金の運用利回りはマイナス 8.0%
・予定利率は 2.0%

＜諸数値＞

$v^5 = 0.90573$ $\left(v = \frac{1}{1.02}\right)$、$a_{\overline{5|}} = 4.71346$ 、$Ia_{\overline{5|}} = 13.95373$

（A）0.0090	（B）0.0092	（C）0.0094	（D）0.0096	（E）0.0098
（F）0.0100	（G）0.0102	（H）0.0104	（I）0.0106	（J）0.0108

（５）ある企業はポイント制の年金制度を実施しており、標準保険料は年間付与ポイントに標準保険料率を乗じた額（開放型総合保険料方式の保険料は年間付与ポイントに保険料率を乗じた額）としている。このときある年度初に次の諸数値が得られた。なお、各記号の意味は次のとおりとする。
G^a：在職中の被保険者の給与現価、G^f：将来加入が見込まれる被保険者の給与現価

＜諸数値＞
・加入年齢方式による標準保険料率：0.30
・開放基金方式による標準保険料率：0.25
・開放型総合保険料方式による保険料率：0.16
・$G^a = 2 \times G^f$

この企業はある年度初において、将来加入する被保険者数の見込みを現在の 3 倍とするとともに、将来の年間付与ポイントを 2 倍に引き上げた（過去期間対応分の給付現価は変動がない）。この年度の制度変更後の開放型総合保険料方式による保険料率に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、将来加入する被保険者数の見込みを除き、この制度変更に伴う計算基礎率の変更はないものとする。

（Ａ）0.07　（Ｂ）0.10　（Ｃ）0.13　（Ｄ）0.16　（Ｅ）0.19
（Ｆ）0.21　（Ｇ）0.24　（Ｈ）0.27　（Ｉ）0.30　（Ｊ）0.33

（６）財政方式として加入年齢方式を採用している年金制度（保険料の払い込みは年１回期初払い、給付の支払いは年１回期末払い）の 2018 年度末の貸借対照表、2019 年度末の貸借対照表、2019 年度の損益計算書、2019 年度の利源分析表は次のとおりである。このとき 2019 年度の積立金の運用利回りに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、2019 年度は利差損益以外の差損益は発生しなかったものとし、下表の α～ζ の値は正の値とする。

2018 年度末の貸借対照表

積立金	50,000	責任準備金	60,000
未積立債務	10,000		
合計	60,000	合計	60,000

2019 年度末の貸借対照表

積立金	α	責任準備金	63,190
未積立債務	β		
合計	63,190	合計	63,190

2019 年度の損益計算書

給付金	8,000	標準保険料収入	10,000
当年度剰余金	5,435	特別保険料収入	γ
2019 年度末責任準備金	63,190	運用収益	δ
		2018 年度末責任準備金	60,000
合計	76,625	合計	76,625

2019 年度の利源分析表

利差損益	ε
特別保険料収入	γ
特別保険料収入にかかる予定利息	85
前年度末未積立債務にかかる予定利息	△ζ
当年度剰余金	5,435

（Ａ）1.6%　（Ｂ）1.7%　（Ｃ）1.8%　（Ｄ）1.9%　（Ｅ）2.0%
（Ｆ）2.1%　（Ｇ）2.2%　（Ｈ）2.3%　（Ｉ）2.4%　（Ｊ）2.5%

（７）年金制度 A と年金制度 B はそれぞれ、X 年度初において定常状態にあり、定常状態における前提は以下のとおりであった。なお、給付および保険料は年 1 回期末払いとする。

年金制度 A ：予定利率 i_1、給付 B_1、保険料 C_1
年金制度 B ：予定利率 i_2、給付 B_2、保険料 C_2

X 年度初に年金制度 A と年金制度 B は合併し、予定利率を i_0 とすることとした。合併に伴い給付水準の変更はなく、予定利率以外の計算基礎率は年金制度 A 、年金制度 B および合併後で相違はないものとする。このとき、合併後の給付が B_1+B_2 で一定とした場合、定常状態の保険料は $C_1+C_2+\Delta C$ であった。

ただし、実際の運営は合併から n 年後の積立金が定常状態における積立金と一致するように保険料を C_1+C_2 と固定し、給付については合併から n 年間のみ本来の給付に一定の率 α を乗ずることで調整を行うこととした。このとき、α を表す算式として最も適当なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、合併後の本来の給付は B_1+B_2 で一定であるものとし、合併から n 年後までの間、計算基礎率どおりに推移するものとする。

算式の記述にあたっては、$v_0=\frac{1}{1+i_0}$ とする。

（A）$\frac{i_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{C_1+C_2+{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}$

（B）$\frac{v_0}{1-{v_0}^{n-1}}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{\Delta C+{v_0}^n\cdot(C_1+C_2)}{(1-{v_0}^{n-1})(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^{n-1}}$

（C）$\frac{i_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{C_1+C_2+\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}$

（D）$\frac{v_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2}+\frac{C_1+C_2+{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}$

（E）$\frac{i_0}{1-{v_0}^{n-1}}\cdot\frac{i_1(B_1-C_1)+i_2(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{C_1+C_2+{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^{n-1})(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^{n-1}}$

（F）$\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_1(B_1-C_1)+i_2(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{i_0}{1-{v_0}^n}$

（G）$\frac{i_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2}+\frac{\Delta C+{v_0}^n\cdot(C_1+C_2)}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{i_0}{1-{v_0}^n}$

（H）$\frac{i_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)}+\frac{{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)}-\frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}$

（８）中途退職者には「脱退時の給与×加入年数×0.1」の一時金額を脱退時に支給し、定年退職者には脱退した年度の翌年度初から「脱退時の給与×加入年数×0.02」の年金額の 10 年確定年金（年 1 回期初払い）を支給する年金制度を考える。このとき、ある被保険者 1 人（X 年度初の年齢は 58 歳、加入年数は 10 年、給与は 100 万円）の X 年度初の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば年 1 回期初払い確定年金現価率および基数表の数値を用いなさい。

＜計算の前提＞

・財政方式は単位積立方式を採用
　なお、加入時から X 年度初までの加入期間に対応する給付額は、「脱退時の給付額×（加入時から X 年度初までの加入年数÷加入時から脱退時までの加入年数)」とする
・定年年齢は 60 歳
・新規加入は年 1 回期初に発生し、中途退職および定年退職による脱退は年 1 回期末に発生する
・期初に 59 歳の被保険者は、定年退職による脱退のみ発生し、中途退職による脱退は発生しない
・死亡による脱退は発生しない（以下の＜基数表＞も生存脱退のみを考えたものとする）
・昇給は期末（脱退前）に発生し、予定昇給率はすべての年齢で 3.0%
・予定利率は 2.0%

＜年 1 回期初払い確定年金現価率＞

$\ddot{a}_{\overline{10|}} = 9.16224$

＜基数表＞

年齢(x)	D_x	C_x
58	317.09550	21.76145
59	289.11649	−
60	283.44754	−

（A）100 万円　（B）110 万円　（C）120 万円　（D）130 万円　（E）140 万円
（F）150 万円　（G）160 万円　（H）170 万円　（I）180 万円　（J）190 万円

余白ページ

問題２． 次の（１）～（４）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各７点（計２８点）

（１）開放型総合保険料方式によって財政運営を行っている年金制度が X 年度末に定常状態であったが、$X+1$ 年度以降は積立金の運用利回りが 0.0%で推移した。なお、積立金の運用利回りが予定利率を下回ること以外は計算基礎率どおり推移したものとする。また、予定利率は 3.0%とし、保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期末に発生するものとする。このとき、次の①および②について、空欄 a から h までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、端数処理については、小数点以下第４位を四捨五入して算定しなさい。

① 保険料を毎年度初に見直した場合の $X+10$ 年度末の積立金は、X 年度末の積立金の $\boxed{a}.\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ 倍となる。なお、毎年度初の保険料の見直しは、前年度末の積立金を用いて予定利率 3.0%の前提で行うものとする。

② 仮に $X+1$ 年度以降に保険料の見直しを行わなかった場合の $X+10$ 年度末の積立金は、X 年度末の積立金の $\boxed{e}.\boxed{f}\boxed{g}\boxed{h}$ 倍となる。

（２）X年度初において責任準備金が450、積立金が300となっている年金制度があり、保険料は年１回期初払い、給付は年１回期末払いである。X年度は積立金の運用利回りがマイナス10%となり利差損が発生したものの、それ以外は計算基礎率どおりに推移した結果、期末の未積立債務は173となった。X年度の標準保険料は50、特別保険料は30であり、給付は60であった。

$X+1$年度はさらに運用が悪化し、積立金の運用利回りがマイナス20%となり利差損が発生したものの、それ以外は計算基礎率どおりに推移した（保険料および給付についてはX年度と同様）。

X年度および$X+1$年度において運用利回りが低下している状況を踏まえ、$X+2$年度初（保険料の払い込み前）に予定利率を1.0%引き下げることとした。予定利率を1.0%引き下げた後の責任準備金（$X+2$年度の保険料の払い込み前）は520であった。また、予定利率を1.0%引き下げた後の標準保険料は60であり、特別保険料に関しては償却方法を変更し、未積立債務の全額を定率償却により償却を行うこととする。なお、$X+2$年度以降においてこの年金制度が計算基礎率どおりに推移した場合、標準保険料は60のまま継続し、給付はX年度のものと同一であった。このとき、次の①および②の各問に答えなさい。

① 当該年金制度のX年度における予定利率は、$\boxed{a}.\ \boxed{b}$ %となる。a、b にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい（計算結果は%単位で小数点以下第２位を四捨五入して求めなさい）。

② $X+2$年度以降、計算基礎率どおりに推移した場合に$X+9$年度末の未積立債務が10となるように特別保険料の償却割合を設定したい。この場合、償却割合は$\boxed{c}\ \boxed{d}$ %となる。c、d にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい（計算結果は%単位で小数点以下第１位を四捨五入して求め、解答が10%未満となった場合はcに０をマークしなさい）。

（３）定年退職者のみに脱退した年度の翌年度初から「加入年数×3万円」の年金額の 10 年確定年金（年１回期初払い）を支給する年金制度を考える。このとき、次の①、②および③の各問に答えなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、計算の際には次の被保険者構成、年 1 回期初払い確定年金現価率および残存人数・現価の数値を用いなさい。また、計算過程において、給付現価は小数点以下第 1 位を四捨五入、人数現価は小数点以下第 4 位を四捨五入した数値を用いなさい。

＜計算の前提＞
・財政方式は加入年齢方式を採用
・加入年齢は55歳、定年年齢は60歳
・中途退職（加入中の死亡を含む）および定年退職による脱退は年 1 回期末に発生する
・期初に 59 歳の被保険者は、定年退職による脱退のみ発生し、中途退職（加入中の死亡を含む）による脱退は発生しない
・新規加入、保険料の払い込みは年 1 回期初に発生し、その順は「新規加入→保険料の払い込み」とする
・保険料の払い込みは 55 歳から 59 歳まで発生する
・予定利率は3.0%

＜被保険者構成（計算基準日時点）＞

年齢	加入年数				
	0年	1年	2年	3年	4年
55歳	20人				
56歳		18人			
57歳		5人	16人		
58歳			5人	13人	
59歳					12人

＜年 1 回期初払い確定年金現価率＞

$\ddot{a}_{\overline{10|}} = 8.786$

＜残存人数・現価＞

年齢	残存人数	加入年数別給付現価（単位：円）					人数現価
		0年	1年	2年	3年	4年	
55歳	1,000	?					?
56歳	900	624,500	780,625				3.206
57歳	800		723,639	904,549			2.556
58歳	700			851,827	1,064,783		1.832
59歳	600				1,023,612	1,279,515	1.000

※加入年数別給付現価および人数現価は被保険者 1 人あたりの数値である
※解答にあたり上表「?」の数値が必要であれば、計算のうえ使用しなさい

① この年金制度の被保険者 1 人あたりの標準保険料に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A）166千円　（B）167千円　（C）168千円　（D）169千円　（E）170千円
（F）172千円　（G）174千円　（H）176千円　（I）178千円　（J）180千円

② ①の解答として選択肢の中から選んだ標準保険料を適用した場合、計算基準日時点における制度全体の被保険者の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A）37,000千円　（B）37,200千円　（C）37,400千円　（D）37,600千円　（E）37,800千円
（F）38,000千円　（G）38,200千円　（H）38,400千円　（I）38,600千円　（J）38,800千円

③ ①の解答として選択肢の中から選んだ標準保険料を適用し、計算基準日時点で 56 歳である18人について計算基礎率どおりに推移した場合、該当者の 1 年後（保険料の払い込み前）の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A）7,035千円　（B）7,060千円　（C）7,085千円　（D）7,110千円　（E）7,135千円
（F）7,160千円　（G）7,185千円　（H）7,210千円　（I）7,235千円　（J）7,260千円

（4）財政方式として加入年齢方式を採用している年金制度を考える。この年金制度の給付内容および計算の前提は次のとおりとする。このとき、次の①および②の各問に答えなさい。なお、計算過程において被保険者 1 人あたりの標準保険料は小数点以下第 6 位を四捨五入して用いなさい。

＜給付内容＞
・定年退職者には脱退した年度の翌年度から、年金額 1 の 10 年保証期間付終身年金（年 1 回期初払い）を支給する
・中途退職者には給付を行わない

＜計算の前提＞
・加入年齢は 20 歳、定年年齢は 60 歳
・中途退職による脱退は年 1 回期央に死亡脱退のみ発生し、生存脱退は発生しない
・定年退職による脱退は年 1 回期末に発生する
・期初に「定年年齢−1」歳の被保険者は、期央の中途退職と期末の定年年齢到達により脱退する
・新規加入および標準保険料の払い込みは年 1 回期初に発生し、その順は「新規加入→標準保険料の払い込み」とする
・標準保険料の払い込みは加入年齢から「定年年齢−1」歳まで発生する
・予定利率は 2.0%
・予定死亡率は被保険者、年金受給権者ともに、65 歳以下のすべての年齢で 2.0%
・x 歳支給開始で年 1 回期初払いの終身年金現価率 $\ddot{a}_x$ および 10 年有期年金現価率 $\ddot{a}_{x:\overline{10|}}$ は表 1 のとおりとする
・X 年度末の諸数値（定年退職による脱退後）は表 2 のとおりとし、財政上の剰余金および未積立債務はともに無い
・$0.98^{40} = 0.44570$、$0.98^{45} = 0.40288$、$1.02^{40} = 2.20804$、$1.02^{45} = 2.43785$

表 1

年齢(x)	$\ddot{a}_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{10|}}$
60	13.17352	8.26443
65	10.44400	7.27990

表 2

S^p	年金受給権者の給付現価	200
S^a	在職中の被保険者の給付現価	300
G^a	在職中の被保険者の人数現価	2,000

① X 年度末の積立金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A）200	（B）210	（C）220	（D）230	（E）240
（F）250	（G）260	（H）270	（I）280	（J）290

② $X+1$ 年度初（$X+1$ 年度の新規加入前かつ給付の支払い前）に定年年齢を 65 歳に変更し、給付内容を、65 歳定年退職者に対してのみ脱退した年度の翌年度から年金額 1 の 10 年保証期間付終身年金（年 1 回期初払い）を支給するものに変更する。なお、$X+1$ 年度初に年金受給権者である者への給付内容は変更せず、その他の計算の前提も変更しない。このとき、制度変更後の在職中の被保険者の人数現価は 2,560 となった。
本制度変更で発生する剰余金に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

（A）10	（B）20	（C）30	（D）40	（E）50
（F）60	（G）70	（H）80	（I）90	（J）100

問題３． n 年度初に定常状態である Trowbridge モデルの年金制度において、１年間の財政運営が行われた場合の責任準備金と積立金の推移について考える。ここで、「１年間の責任準備金と積立金の推移」とは期初に新規加入者が加入した直後、かつ、保険料の払い込みと給付の支払いが発生する直前の時点から次のそれらが起こる直前までとし、「損益」とは「積立金の変動額－責任準備金の変動額」を意味することとする。また、財政方式は標準保険料を適用した平準保険料方式（開放型を含む）とし、各記号の意味は次のとおりとする。

＜記号＞

x_e	加入年齢
x_r	定年年齢
ω	最終年齢（$\omega > x_r$）
l_x	x 歳の定常人口時の人数
S_x	x 歳の者 l_x 人の給付現価
G_x	x 歳の者 l_x 人の人数現価
P	被保険者１人あたりの標準保険料
F	積立金（保険料の払い込み、給付の支払いの直前における積立金とする）
i	予定利率

このとき、次の①～㉑に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。ただし、①と③の解答はそれぞれ順不同とする。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。

（１６点）

（１）n 年度初から $n+1$ 年度初までの１年間の財政運営で予定どおり推移した場合の損益について考える。n 年度初にx歳の者に対する１年間の責任準備金の変動、積立金の変動および損益は、n 年度初の被保険者等の区分に応じて次のとおり表すことができる。

＜分析表Ｉ＞

n 年度初の被保険者等の区分		責任準備金の変動	積立金の変動	損益
被保険者	現在の被保険者 $x_e \le x \le x_r - 1$	① － ② ＋ ③	④	⑤ － ⑥
	将来の被保険者	⑦ － ⑧	⑨	⑩ － ⑪
年金受給権者	$x_r \le x \le \omega - 1$	⑫ － ⑬	－ ⑭	－ ⑮
年度初の積立金から生じる利息収入			⑯	⑰
合計		0	0	0

［①～⑰の選択肢］

（A）l_x	（B）il_x	（C）$(1+i)l_x$	（D）Pl_x
（E）iPl_x	（F）$(1+i)Pl_x$	（G）S_x	（H）iS_x
（I）$(1+i)S_x$	（J）S_{x_e}	（K）iS_{x_e}	（L）$(1+i)S_{x_e}$
（M）PG_x	（N）iPG_x	（O）$(1+i)PG_x$	（P）PG_{x_e}
（Q）iPG_{x_e}	（R）$(1+i)PG_{x_e}$	（S）F	（T）iF
（U）$(1+i)F$	（V）0		

（2）n 年度初から $n+1$ 年度初までの 1 年間の財政運営が予定どおり推移しなかった場合について考える。各年度初の財政状況および n 年度 1 年間の収支が次のとおりであったとき、n 年度初の被保険者等の各区分全体の予定と実績との差損益（差損は負値、差益は正値）を次のとおり表すことができる。なお、＜各年度初の財政状況＞において、n年度初に現在の被保険者であった者の$n+1$年度初時点における給付現価は S^aに含まれ、S^pに含まれないものとし、n 年度初に将来の被保険者であった者の$n+1$ 年度初における給付現価と人数現価はそれぞれ S^f と G^f に含まれ、 S^a と G^a に含まれないものとする。

＜各年度初の財政状況＞

項目		n 年度初	$n+1$ 年度初
S^p	年金受給権者の給付現価	800	300
S^a	現在の被保険者の給付現価	2,450	2,900
S^f	将来の被保険者の給付現価	24,800	24,600
G^a	現在の被保険者の人数現価	3,500	3,600
G^f	将来の被保険者の人数現価	124,000	123,000
F	積立金	2,550	？
P	被保険者 1 人あたりの標準保険料	0.2	
i	予定利率	2.0%	

＜n年度 1 年間の収支＞

項目		n 年度
B	年金受給権者に対する年金給付額	550
C	年金制度への保険料拠出額	500
j	運用利回り	3.0%

＜分析表Ⅱ＞

n 年度初の被保険者等の区分		責任準備金の変動の予定額	積立金の変動の予定額	予定と実績との差損益
被保険者	現在の被保険者 $x_e \le x \le x_r - 1$	⑱	？	⑲
	将来の被保険者	？	？	？
年金受給権者	$x_r \le x \le \omega - 1$	？	？	⑳
年度初の積立金から生じる利息収入			？	㉑
合計		？	？	？

［⑱の選択肢］

（Ａ）500	（Ｂ）505	（Ｃ）510	（Ｄ）515	（Ｅ）520
（Ｆ）525	（Ｇ）530	（Ｈ）535	（Ｉ）540	（Ｊ）545

［⑲の選択肢］

（Ａ）100	（Ｂ）105	（Ｃ）110	（Ｄ）115	（Ｅ）120
（Ｆ）125	（Ｇ）130	（Ｈ）135	（Ｉ）140	（Ｊ）145

［⑳の選択肢］

（Ａ）-51.5	（Ｂ）-51	（Ｃ）-50.5	（Ｄ）-50	（Ｅ）-49.5
（Ｆ）-49	（Ｇ）-48.5	（Ｈ）-48	（Ｉ）-47.5	（Ｊ）-47

［㉑の選択肢］

（Ａ）25.5	（Ｂ）26	（Ｃ）26.5	（Ｄ）27	（Ｅ）27.5
（Ｆ）28	（Ｇ）28.5	（Ｈ）29	（Ｉ）29.5	（Ｊ）30

問題４． 年金制度 A は、定年退職者の年金原資に対して給付利率 3.0% で算定した年金額（年金原資を給付利率および保証期間に対応する確定年金現価率で除したもの）を、定年退職時から10 年確定年金として支給し、中途退職者には給付を行わない。保険料および給付は年１回期初払いとする。n 年度末時点における諸数値および財政方式は次の諸数値等のとおりである。このとき、次の（１）～（３）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、解答にあたって必要であれば、m 年確定年金現価率（年１回期初払い）および基数表（予定利率：2.0%）を用いなさい。

（１６点）

＜諸数値等＞

年金受給権者の給付現価	5,200
在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	9,000
在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	15,800
将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	21,000
在職中の被保険者の人数現価	10,500
将来加入が見込まれる被保険者の人数現価	15,000
被保険者数	500
積立金	12,000
予定利率	2.0%
財政方式	加入年齢方式
定年年齢	60歳

＜m年確定年金現価率（年１回期初払い）＞

m	予定利率		
	2.0%	2.5%	3.0%
1	1.00000	1.00000	1.00000
2	1.98039	1.97561	1.97087
3	2.94156	2.92742	2.91347
4	3.88388	3.85602	3.82861
5	4.80773	4.76197	4.71710
6	5.71346	5.64583	5.57971
7	6.60143	6.50813	6.41719
8	7.47199	7.34939	7.23028
9	8.32548	8.17014	8.01969
10	9.16224	8.97087	8.78611
11	9.98259	9.75206	9.53020
12	10.78685	10.51421	10.25262

13	11.57534	11.25776	10.95400
14	12.34837	11.98318	11.63496
15	13.10625	12.69091	12.29607
16	13.84926	13.38138	12.93794
17	14.57771	14.05500	13.56110
18	15.29187	14.71220	14.16612
19	15.99203	15.35336	14.75351
20	16.67846	15.97889	15.32380

＜基数表（予定利率：2.0%）＞

年齢 (x)	D_x	N_x
60	30,478	573,241
65	26,451	428,953
70	22,487	304,622
75	18,411	200,240

（1）年金制度 A において財政再計算を行った場合について、次の空欄①～③に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、財政再計算前後で計算基礎率は同一であるものとする。

財政再計算後の被保険者 1 人あたりの標準保険料は ① 、年金制度 A 全体の責任準備金は ② である。未積立債務を償却期間 10 年以上 20 年以下の弾力償却にて償却するものとする。$n+1$ 年度から $n+3$ 年度までは償却期間 20 年の特別保険料、$n+4$ 年度から $n+5$ 年度までは償却期間 10 年の特別保険料、$n+6$ 年度以降は償却期間 15 年の特別保険料によって償却するものとする。

この場合、n 年度末からの償却期間は ③ 年である。ただし、償却期間は特別保険料収入現価の合計が未積立債務を下回らない範囲で最も短い期間とする。なお、償却期間 k 年の特別保険料とは、n 年度末における未積立債務を予定利率に対応する k 年確定年金現価率で除したものとする。

［①の選択肢］

（A）1.0　（B）1.1　（C）1.2　（D）1.3　（E）1.4
（F）1.5　（G）1.6　（H）1.7　（I）1.8　（J）1.9

［②の選択肢］

（A）14,400　（B）14,700　（C）15,000　（D）15,300　（E）15,600
（F）15,900　（G）16,200　（H）16,500　（I）16,800　（J）17,100

［③の選択肢］

（A）11　（B）12　（C）13　（D）14　（E）15
（F）16　（G）17　（H）18　（I）19　（J）20

（2）n 年度末に年金制度 A が２つの年金制度 B および C に分割された。分割後の給付設計は分割前と同じである。年金受給権者の 40% および在職中の被保険者の 40% が年金制度 B に移り、残りは年金制度 C に移ることとなった。年金制度 A、B および C の年齢構成は同じであり、人員規模のみが異なるものとする。将来の被保険者の見込みについて、年金制度 B は年金制度 A の40%、年金制度 C は年金制度 A の60%とし、その他の計算基礎率は年金制度 A、B および C で同一であるものとする。積立金は、年金制度 A の財政方式に基づく n 年度末における責任準備金の比率にて分割するものとする。年金制度 B は財政方式として閉鎖型総合保険料方式を採用し、保険料および給付は年１回期初払いとする。このとき、次の空欄①～④に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、空欄 a および b に当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、計算結果が 10 未満となる場合は a に 0 をマークし、解答に至る計算過程においては、端数処理前の数値を用いなさい。

$n+1$ 年度における年金制度 B の被保険者 1 人あたりの保険料は $\boxed{①}$ である。

ここで、定常人口の制度で計算基礎率どおりに推移し、保険料を毎年度見直した場合、閉鎖型総合保険料方式における積立金は、$\boxed{②}$ における定常状態の積立金に収束する。

年金制度 B が定常人口であり、$n+1$ 年度以降は計算基礎率どおりに推移し、保険料を毎年見直した場合、$n+t$ 年度末における積立金 F_{n+t} と $n+t+1$ 年度末における積立金 F_{n+t+1} には
$F_{n+t+1} = \boxed{③} \times F_{n+t} + \boxed{④}$
の関係が成り立ち、n 年度末以降で初めて F_{n+t} が $\boxed{②}$ における定常状態の積立金の 85% を超えるのは、$n+\boxed{a}\ \boxed{b}$ 年度末となる。

［①の選択肢］

（A）1.50　（B）1.53　（C）1.56　（D）1.59　（E）1.62
（F）1.65　（G）1.68　（H）1.71　（I）1.74　（J）1.77

［②の選択肢］

（A）賦課方式　（B）加入時積立方式　（C）加入年齢方式　（D）単位積立方式
（E）開放基金方式　（F）退職時年金現価積立方式　（G）完全積立方式

［③の選択肢］

（A）0.81　（B）0.83　（C）0.85　（D）0.87　（E）0.89
（F）0.91　（G）0.93　（H）0.95　（I）0.97　（J）0.99

［④の選択肢］

（A）150　（B）155　（C）160　（D）165　（E）170
（F）175　（G）180　（H）185　（I）190　（J）195

（3）n 年度末に年金制度 A が 2 つの年金制度 B および C に分割された。年金受給権者の全員および在職中の被保険者の 60% が年金制度 C に移り、残りは年金制度 B に移ることとなった。制度 A、B および C の在職中の被保険者の年齢構成は同じであり、在職中の被保険者の人員規模のみが異なるものとする。将来の被保険者の見込みについて、年金制度 B は年金制度 A の40%、年金制度 C は年金制度 A の60%とし、計算基礎率は年金制度 A、B および C で同一であるものとする。積立金は、年金制度 A の財政方式に基づく n 年度末における責任準備金の比率にて分割するものとする。年金制度 C は財政方式として開放基金方式を採用し、保険料および給付は年 1 回期初払いとする。このとき、次の空欄①～③に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選び、空欄 c および d に当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、計算結果が 10 未満となる場合は c に 0 をマークし、解答に至る計算過程においては、端数処理前の数値を用いなさい。

年金制度 C の給付設計を分割前の年金制度 A と同じとした場合、年金制度 C の被保険者 1 人あたりの標準保険料は $\boxed{\text{①}}$、未積立債務は $\boxed{\text{②}}$ である。

年金制度 C は、在職中の被保険者の給付を給付利率 2.5% の10年保証期間付終身年金（保証期間終了後の年金額は保証期間における年金額の 50%）に変更する（年金受給権者の給付は見直さない）。このときの被保険者 1 人あたりの標準保険料は $\boxed{\text{③}}$ となり、未積立債務を償却割合 30% の定率償却によって償却した場合、n 年度以降初めて特別保険料の年額が $\boxed{\text{③}}$ による標準保険料の年額を下回るのは $n+\boxed{c}\boxed{d}$ 年度となる。

［①、③の選択肢］

（A）1.0	（B）1.1	（C）1.2	（D）1.3	（E）1.4
（F）1.5	（G）1.6	（H）1.7	（I）1.8	（J）1.9

［②の選択肢］

（A）5,325	（B）5,400	（C）5,475	（D）5,550	（E）5,625
（F）5,700	（G）5,775	（H）5,850	（I）5,925	（J）6,000

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

中途退職による脱退率が全年齢で 0.01 であるため、l_x は次のとおり表せる。

$$l_x = \begin{cases} a \times 0.99^{x-18} & (18 \leqq x \leqq 21) \\ a \times 0.99^{x-18} + 2a \times 0.99^{x-22} & (22 \leqq x \leqq 59) \end{cases}$$

平均年齢は

$$\frac{\sum_{x=18}^{59} x \times l_x}{\sum_{x=18}^{59} l_x}$$

であり、まず、分子の数値を求めると

$$\sum_{x=18}^{59} x \times l_x = \sum_{x=18}^{21} x \times a \times 0.99^{x-18} + \sum_{x=22}^{59} x \times (a \times 0.99^{x-18} + 2a \times 0.99^{x-22})$$

$$= a \sum_{x=18}^{59} x \times 0.99^{x-18} + 2a \sum_{x=22}^{59} x \times 0.99^{x-22}$$

$$= a \times \frac{1}{1-0.99}\left(18 - 59 \times 0.99^{42} + \frac{0.99 - 0.99^{42}}{1-0.99}\right)$$

$$+ 2a \times \frac{1}{1-0.99}\left(22 - 59 \times 0.99^{38} + \frac{0.99 - 0.99^{38}}{1-0.99}\right)$$

$$= a \times 3769.916$$

次に、分母の数値を求めると

$$\sum_{x=18}^{59} l_x = \sum_{x=18}^{21} a \times 0.99^{x-18} + \sum_{x=22}^{59} (a \times 0.99^{x-18} + 2a \times 0.99^{x-22})$$

$$= a \sum_{x=18}^{59} 0.99^{x-18} + 2a \sum_{x=22}^{59} 0.99^{x-22}$$

$$= a \times \frac{1 - 0.99^{42}}{1-0.99} + 2a \times \frac{1 - 0.99^{38}}{1-0.99}$$

$$= a \times 97.924$$

以上より、平均年齢は

$$\frac{a \times 3769.916}{a \times 97.924} = 38.498 \ldots$$

よって、解答は（**F**）

（２）

$$（年金Aの年金現価） = \int_0^\infty \mathring{e}_{x+t} \cdot e^{-\delta t} \cdot {}_t p_x \, dt$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty {}_s p_{x+t}\, ds \cdot e^{-\delta t} \cdot {}_t p_x\, dt$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{l_{x+t+s}}{l_x} \cdot e^{-\delta t} \cdot dsdt$$

$$= \int_0^\infty \left\{ \int_0^\infty \frac{l_{x+s}}{l_x} ds - \int_0^t \frac{l_{x+s}}{l_x} ds \right\} \cdot e^{-\delta t} \cdot dt$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{l_{x+s}}{l_x} \cdot e^{-\delta t}\, dsdt - \int_0^\infty \int_0^t \frac{l_{x+s}}{l_x} \cdot e^{-\delta t}\, dsdt$$

$$= \int_0^\infty \frac{l_{x+s}}{l_x} ds \cdot \int_0^\infty e^{-\delta t} dt - \int_0^\infty \int_s^\infty \frac{l_{x+s}}{l_x} \cdot e^{-\delta t}\, dtds$$

$$= \frac{\mathring{e}_x}{\delta} - \int_0^\infty \frac{l_{x+s}}{l_x} \cdot e^{-\delta s} \cdot \frac{1}{\delta} ds$$

$$= \frac{\mathring{e}_x - \bar{a}_x}{\delta} \qquad \cdot\cdot\cdot \quad (\mathrm{i})$$

（年金Bの年金現価） $= \int_0^{10} t \cdot v^t dt + 10 \cdot {}_{10|}\bar{a}_x$

$$= \frac{1}{\delta^2} - \frac{10}{\delta} \cdot e^{-10\delta} - \frac{1}{\delta^2} \cdot e^{-10\delta} + 10 \cdot e^{-10\delta} \cdot {}_{10}p_x \cdot \bar{a}_{x+10} \qquad \cdot\cdot\cdot \quad (\mathrm{ii})$$

題意より、（ｉ）と（ii）が等しいことを用いると、$\mathring{e}_x = 23.39175 \ldots$となる。
よって、解答は(Ｅ)

（３）

（A）退職時年金現価積立方式の被保険者１人あたりの保険料は ${}^T P = \ddot{a}_{x_r}$である。（教科書 P.68）

一方で、加入時積立方式の被保険者１人あたりの保険料は${}^{In}P = \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}$である。（教科書 P.72）

全年齢で脱退率が 0 の場合$l_{x_e} = l_{x_r}$より、${}^{In}P = \frac{v^{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{v^{x_e}}$となることから、予定利率が 0%の場合を除いて保険料は一致しないため誤り

（B）教科書 P.121（6-17）式より、${}^E P = \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y\, {}^U P_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y}$であり、

${}^U P_y$はyに関して単調増加であることから、

$$\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y\, {}^U P_{x_e}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y} < \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y\, {}^U P_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y} < \frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y\, {}^U P_{x_r-1}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y}$$

したがって、${}^U P_{x_e} < {}^E P < {}^U P_{x_r-1}$が成立することから誤り

（C）正しい（教科書 P.105 第 5 章練習問題 2）

（D）開放基金方式の場合、一定の若年齢層の責任準備金は一般的に負値となる。これらの年齢層の脱退が予定を上回った場合、負値の減少が予定より大きく財政上不足要因となることがあるため誤り

（E）正しい（教科書 P.89～90）

よって、解答は**（A）**、**（B）**、**（D）**

（4）

$X+\ t$ 年度初の積立金を F_t 、X 年度の給付を B 、X 年度の保険料を C とする。

・X 年度の給付は X 年度の保険料の 2 倍であるため、$B=2C\cdots$ ①

・X 年度初で定常状態であるため、

$F_0=F_0\times(1+0.02)+C-B$

$0.02F_0=B-C\cdots$ ②

・X 年度の運用利回りがマイナス 8.0%となったことから、

$F_1=F_0\times(1-0.08)+C-B$

$\quad=0.92F_0-0.02F_0$　　※②を利用

$\quad=0.9F_0\ \cdots$ ③

・$X+1$ 年度の給付 : $(1-k)\times B$、$X+2$ 年度の給付 : $(1-2k)\times B$、…、$X+5$ 年度の給付 : $(1-5k)\times B$ と表せるから、$1\leqq t\leqq 5$ において、

$F_{t+1}=F_t\times(1+i)+C-(1-tk)\times B$

両辺に v^t をかけると、

$v^tF_{t+1}=v^{t-1}F_t+v^tC-(1-tk)v^tB$

$t=1,\cdots,5$ について辺々加えると、

$$\sum_{t=1}^{5}v^tF_{t+1}=\sum_{t=1}^{5}v^{t-1}F_t+C\sum_{t=1}^{5}v^t-B\left(\sum_{t=1}^{5}v^t-k\sum_{t=1}^{5}tv^t\right)$$

$v^5F_6=F_1+a_{\overline{5}|}C-\left(a_{\overline{5}|}-Ia_{\overline{5}|}k\right)B\cdots$ ④

・$X+6$ 年度初に再び定常状態になるため、

$F_6=F_6\times(1+0.02)+C-(1-5k)\times B$

$0.02F_6=(1-5k)\times B-C\cdots$ ⑤

①～⑤と問題文の諸数値をもとに k について解くと、$k=0.010399\cdots$

よって、解答は（H）

（5）

記号の定義をつぎのとおりとする。

S^p ：年金受給権者の給付現価

S^a_{PS} ：在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価

S^a_{FS} ：在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価

S^f ：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価

F ：積立金

加入年齢方式の標準保険料率：$\frac{S^f}{G^f}=0.30$

開放基金方式の標準保険料率：$\frac{S^a_{FS}+S^f}{G^a+G^f}=0.25$

開放型総合保険料方式の保険料率：$\frac{S^p+S^a_{PS}+S^a_{FS}+S^f-F}{G^a+G^f}=0.16$

将来加入する被保険者数の見込みを現在の3倍、将来の年間付与ポイントを2倍に引き上げたときの開放型総合保険料方式の保険料率は、

$$\frac{S^p + S^a_{PS} + 2 \times S^a_{FS} + 6 \times S^f - F}{2 \times G^a + 6 \times G^f}$$

$$= \frac{\left(S^P + S^a_{PS} + S^a_{FS} + S^f - F\right) + S^a_{FS} + S^f + 4 \times S^f}{2 \times G^a + 6 \times G^f}$$

$$= \frac{0.16 \times \left(G^a + G^f\right) + 0.25 \times \left(G^a + G^f\right) + 1.2 \times G^f}{2 \times G^a + 6 \times G^f}$$

ここで、$G^a = 2 \times G^f$より、

$$= \frac{0.48 \times G^f + 0.75 \times G^f + 1.2 \times G^f}{10 \times G^f}$$

$= 0.243$

よって、解答は（**G**）

（６）

2019 年度の積立金の運用利回りをjとし、予定利率をiとする。

2019 年度は利差損益以外の差損益は発生しなかったことから、

2019 年度末責任準備金＝（2018 年度末責任準備金＋標準保険料収入）×（1＋ i）－給付金

$63{,}190 = (60{,}000 + 10{,}000) \times (1 + i) - 8{,}000$

よって、$i = 0.017$

次に、特別保険料収入にかかる予定利息が 85 であることから、

特別保険料収入$= 85 \div 0.017 = 5{,}000$

次に、2019 年度末未積立債務＝2018 年度末未積立債務－当年度剰余金であることから、

2019 年度末未積立債務$= 10{,}000 - 5{,}435 = 4{,}565$

よって、2019 年度末積立金$= 63{,}190 - 4{,}565 = 58{,}625$

一方、

2019 年度末積立金＝（2018 年度末積立金＋標準保険料収入＋特別保険料収入）×（1+j）－給付金であるから、

$58{,}625 = (50{,}000 + 10{,}000 + 5{,}000) \times (1 + j) - 8{,}000$

したがって、$j = 0.025$となる。

よって、解答は（**J**）

（７）

合併前の定常状態における年金制度Aおよび年金制度Bの積立金をF_A、F_Bとすると、以下の極限方程式が成立する。

$$F_A = \frac{B_1 - C_1}{i_1},\ F_B = \frac{B_2 - C_2}{i_2}$$

合併から$t(0 \le t \le n)$年後の積立金をF_tとおくと、F_tについて、以下の漸化式が成立する。

$$F_t = (1+i_0)\cdot F_{t-1} + C_1 + C_2 - \alpha\cdot(B_1+B_2) \qquad ・・・①$$

また、$t=0$のとき

$$F_0 = F_A + F_B = \frac{B_1 - C_1}{i_1} + \frac{B_2 - C_2}{i_2} \qquad ・・・②$$

$t=n$のとき、題意より、F_nは合併後の計算基礎率に基づいた定常状態の積立金と一致するので、
以下の極限方程式を満たす。

$$F_n = \frac{B_1 + B_2 - (C_1 + C_2 + \Delta C)}{i_0} \qquad ・・・③$$

①～③の算式を用いると、

$$\alpha = \frac{i_0}{1-{v_0}^n}\cdot\frac{i_2(B_1-C_1)+i_1(B_2-C_2)}{i_1 i_2(B_1+B_2)} + \frac{C_1+C_2+{v_0}^n\cdot\Delta C}{(1-{v_0}^n)(B_1+B_2)} - \frac{{v_0}^n}{1-{v_0}^n}$$

となる。
よって、解答は(**A**)

（８）
当該被保険者がX年度末に 59 歳で中途退職により脱退した場合、脱退時の給与は 100 万円×1.03＝103 万円、加入年数は 11 年となる。$X+1$年度末に 60 歳で定年退職により脱退した場合、脱退時の給与は 100 万円×1.03×1.03＝106.09 万円、加入年数は 12 年となる。
単位積立方式による責任準備金は過去の加入期間に対応する給付現価に一致することから、

$$\frac{10}{11}\times\frac{C_{58}}{D_{58}}\times 1{,}030{,}000\times 11\times 0.1+\frac{10}{12}\times\frac{D_{60}}{D_{58}}\times 1{,}060{,}900\times 12\times 0.02\times \ddot{a}_{\overline{10|}} = 1{,}808{,}441.956\ldots$$

よって、解答は(**I**)

問題２.
（１）
①
保険料を毎年度初に見直した場合の $X+t$ 年度末の積立金を F_t 、給付を B 、$X+t$ 年度の保険料を C_t とする。
開放型総合保険料方式の場合、$X+t$ 年度の保険料 C_t を算定する際、F_{t-1} を定常状態として保険料を決定するため、C_t とF_{t-1} の間には
$F_{t-1}\times 1.03 + C_t - B = F_{t-1}$ …(ⅰ)
が成り立つ。
$X+1$ 年度以降は積立金の運用利回りが 0.0%で推移したため、
$F_{t-1}\times 1.00 + C_t - B = F_t$ …(ⅱ)
が成り立つ。(ⅰ)と(ⅱ)から、
$F_t = 0.97F_{t-1}$

よってF_{10} は

$F_{10} = 0.97^{10} F_0$

$\quad = 0.73742 \ldots F_0$

よって、解答は$a = 0$、$b = 7$ 、$c = 3$、$d = 7$

②

保険料の見直しを行わなかった場合の $X + t$ 年度末の積立金を F'_t 、給付を B 、保険料を C とする。

X 年度末では定常状態であったため

$F'_0 \times 1.03 + C - B = F'_0$…(ⅲ)

が成り立つ。

$X + 1$ 年度以降は積立金の運用利回りが 0.0%で推移したため、

$F'_{t-1} \times 1.00 + C - B = F'_t$ …(ⅳ)

が成り立つ。(ⅲ)と(ⅳ)から、

$F'_t = F'_{t-1} - 0.03F'_0$

よってF'_{10} は

$F'_{10} = (1 - 0.03 \times 10)\, F'_0$

$\quad = 0.7F'_0$

よって、解答は$e = 0$、$f = 7$ 、$g = 0$、$h = 0$

（２）

①

求める予定利率をiとし、t年($X \leq t \leq X + 10$)度初の責任準備金をV_t、積立金をF_tとおく。V_X, V_{X+1}等の関係式は以下のとおり。

$$V_{X+1} = (1 + i) \times (V_X + 50) - 60 \qquad ・・・(ⅰ)$$

$$F_{X+1} = (1 - 0.1) \times (F_X + 50 + 30) - 60 \qquad ・・・(ⅱ)$$

題意より$V_{X+1} - F_{X+1} = 173$，$V_X = 450$，$F_X = 300$となるので、これらを(ⅰ)および(ⅱ)に代入すると、$i = 3.0\%$となる。

よって、解答は$a = 3$、$b = 0$

②

$X + 1$年度の実際の運用利回りがマイナス 20%であったことを踏まえ、F_{X+2}，F_{X+1}の関係式は以下のとおりである。

$$F_{X+2} = (1 - 0.2) \times (F_{X+1} + 50 + 30) - 60$$

これを解くと、$F_{X+2} = 229.6$となる。

次に、$X+2$年度以降の考察をする。償却割合をαとする。

$X+2$年度以降は予定利率を 1.0%引き下げていることを踏まえると、$t(X+3 \leq t \leq X+10)$において、責任準備金V_t、積立金F_tは以下の漸化式を満たす。

$$F_t = (1+0.02) \times \{F_{t-1} + 60 + \alpha \times (V_{t-1} - F_{t-1})\} - B \quad \cdot\cdot\cdot(\text{iii})$$

$$V_t = (1+0.02) \times \{V_{t-1} + 60\} - B \quad \cdot\cdot\cdot(\text{iv})$$

これらの漸化式を(ⅳ)−(ⅲ)により解くと、

$$V_{X+10} - F_{X+10} = \{(1-\alpha) \times (1+0.02)\}^8 \times (V_{X+2} - F_{X+2})$$

$X+9$年度末の未積立債務「$V_{X+10} - F_{X+10}$」が 10 となるためには以下の条件を満たす必要がある。

$$\{(1-\alpha) \times (1+0.02)\}^8 \times (V_{X+2} - F_{X+2}) = 10 \quad \cdot\cdot\cdot(\text{v})$$

(ⅴ)をαについて解くと、α= 0.356534…となる。

よって、解答は$c=3$、$d=6$

（３）

①

55歳かつ加入年数0年の被保険者1人あたりの給付現価は、

$$600 \div 1{,}000 \times \left(\frac{1}{1+0.03}\right)^5 \times 5 \times 30{,}000 \times 8.786 = 682{,}099.27 \ldots$$

被保険者1人あたりの人数現価は、

$$\left(1{,}000 + 900 \times \left(\frac{1}{1+0.03}\right) + 800 \times \left(\frac{1}{1+0.03}\right)^2 + 700 \times \left(\frac{1}{1+0.03}\right)^3 + 600 \times \left(\frac{1}{1+0.03}\right)^4\right)$$

$$\div 1{,}000 = 3.8015545 \ldots$$

となり被保険者1人あたりの標準保険料は、

$$682{,}099 \div 3.802 = 179{,}405.3 \ldots$$

よって、解答は（**J**）

②

責任準備金=被保険者の給付現価−被保険者の人数現価×被保険者1人あたりの標準保険料であることから、

制度全体の被保険者の責任準備金

$$= \sum \left(給付現価 - 人数現価 \times 180{,}000\right) \times 人数 = 37{,}407{,}703$$

よって、解答は（**C**）

③

計算基礎率どおりに推移したことから該当者の責任準備金は、

$$18 \times 800 \div 900 \times (904{,}549 - 2.556 \times 180{,}000) = 7{,}111{,}504$$

よって、解答は（**D**）

（４）

①

新規加入の被保険者 1 人あたりの給付現価S_{20}は、

$$S_{20}=\frac{D_{60}}{D_{20}}\left(\ddot{a}_{\overline{10|}}+\ddot{a}_{60}-\ddot{a}_{60:\overline{10|}}\right)=\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{40}(9.16224+13.17352-8.26443)=2.84034\ldots$$

新規加入の被保険者 1 人あたりの人数現価G_{20}は、

$$G_{20}=\frac{N_{20}-N_{60}}{D_{20}}=1+\left(\frac{0.98}{1.02}\right)+\cdots+\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{39}=\left(1-\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{40}\right)\Big/\left(1-\left(\frac{0.98}{1.02}\right)\right)=20.35274\ldots$$

よって標準保険料は${}^{EAN}P=\frac{S_{20}}{G_{20}}=0.139555\ldots\fallingdotseq 0.13956$

したがってX年度末の責任準備金Vは、

$V=S^p+S^a-{}^{EAN}P\times G^a=200+300-0.13956\times 2{,}000=220.88$

X年度末において剰余金および未積立債務は発生していないため、積立金はVと等しくなる。

よって、解答は（C）

②

制度変更後の新規加入の被保険者 1 人あたりの給付現価S'_{20}は

$$S'_{20}=\frac{D_{65}}{D_{20}}\left(\ddot{a}_{\overline{10|}}+\ddot{a}_{65}-\ddot{a}_{65:\overline{10|}}\right)=\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{45}(9.16224+10.44400-7.27990)=2.03705\ldots$$

制度変更後の新規加入の被保険者 1 人あたりの人数現価G'_{20}は

$$G'_{20}=\frac{N_{20}-N_{65}}{D_{20}}=1+\left(\frac{0.98}{1.02}\right)+\cdots+\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{44}=\left(1-\left(\frac{0.98}{1.02}\right)^{45}\right)\Big/\left(1-\left(\frac{0.98}{1.02}\right)\right)=21.28586\ldots$$

よって制度変更後の標準保険料は${}^{EAN}P'=\frac{S'_{20}}{G'_{20}}=0.095699\ldots\fallingdotseq 0.09570$

また、制度変更後の在職中の被保険者の給付現価$S^{a\prime}$は

$$S^{a\prime}=S^a\times\frac{D_{65}}{D_{60}}\times\frac{\ddot{a}_{\overline{10|}}+\ddot{a}_{65}-\ddot{a}_{65:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{\overline{10|}}+\ddot{a}_{60}-\ddot{a}_{60:\overline{10|}}}=S^a\times\frac{S'_{20}}{S_{20}}=300\times\frac{2.03705}{2.84034}=215.15557\ldots$$

したがって、制度変更後の責任準備金V'は、

$V'=S^p+S^{a\prime}-{}^{EAN}P'\times G^{a\prime}=200+215.15557-0.09570\times 2{,}560=170.16357$

よって、制度変更により発生する剰余金は$220.88-170.16357=50.71643$

よって、解答は（E）

問題３.

（１）

教科書 P.119 を参照。

よって、解答は

①（H） ②（N） ③（F） ④（F） ⑤（N） ⑥（H） ⑦（J） ⑧（P） ⑨（V） ⑩（P） ⑪（J） ⑫（H）

⑬（C） ⑭（C） ⑮（H） ⑯（T） ⑰（T）　（注）①と③の解答は順不同

（２）

n年度初の現在の被保険者の責任準備金は、$2{,}450-3{,}500\times 0.2=1{,}750$

従って、n年度初の現在の被保険者の責任準備金の変動の予定額は、

$1{,}750\times 0.02+500\times 1.02=545$

保険料収入と保険料収入に係る予定運用収益は、$500\times 1.02=510$

保険料収入と保険料収入に係る実際の運用収益は、$500\times 1.03=515$

$n+1$年度初の現在の被保険者の責任準備金は、$2{,}900-3{,}600\times 0.2=2{,}180$

従って、現在の被保険者の予定と実績との差損益は、

$\bigl(515-(2{,}180-1{,}750)\bigr)-(510-545)=120$

n年度初の受給権者の責任準備金の変動の予定額は、$800\times 0.02-550\times 1.02=-545$

給付支払と給付支払に係る予定運用収益は、$-550\times 1.02=-561$

給付支払と給付支払に係る実際の運用収益は、$-550\times 1.03=-566.5$

受給権者の予定と実績との差損益は、$\bigl(-566.5-(300-800)\bigr)-(-561-(-545))=-50.5$

年度初の積立金から生じる予定運用収益は、$2{,}550\times 0.02=51$

年度初の積立金から生じる実際の運用収益は、$2{,}550\times 0.03=76.5$

年度初の積立金から生じる運用収益の予定と実績との差損益は、$76.5-51=25.5$

よって、解答は⑱（Ｊ）、⑲（Ｅ）、⑳（Ｃ）、㉑（Ａ）

問題４．

予定利率iのn年確定年金現価率を$\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(i)}$、年金制度 X(X=A,B,C)に対して、年金受給権者の給付現価を${}^{X}S^{p}$、在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価を${}^{X}S_{FS}^{a}$、在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価を${}^{X}S_{PS}^{a}$、在職中の被保険者の給付現価を${}^{X}S^{a}$、将来加入が見込まれる被保険者の給付現価を${}^{X}S^{f}$、在職中の被保険者の人数現価を${}^{X}G^{a}$、将来加入が見込まれる被保険者の人数現価を${}^{X}G^{f}$、被保険者数を${}^{X}L$とする。

（１）

①

求める被保険者１人あたりの標準保険料を${}^{E}P$とすると、

$${}^{E}P=\frac{{}^{A}S^{f}}{{}^{A}G^{f}}=1.4$$

②

責任準備金を${}^{E}V$とすると、

$${}^{E}V={}^{A}S^{p}+{}^{A}S^{a}-{}^{E}P\times{}^{A}G^{a}=15{,}300$$

③
求める償却期間tは、
$$\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{20}|}^{(2.0\%)}}\times\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(2.0\%)}+\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(2.0\%)}}\times\left(\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(2.0\%)}-\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(2.0\%)}\right)+\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(2.0\%)}}\times(\ddot{a}_{\overline{t}|}^{(2.0\%)}-\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(2.0\%)})\geq 1$$
を満たす最小のものであり、これを解くと、$\ddot{a}_{\overline{t}|}^{(2.0\%)}\geq 12.9329\cdots$
したがって、求めるtは15
よって、解答は①（**E**）、②（**D**）、③（**E**）

（２）
①
年金制度 B に配分される積立金は、4,800であるから、n年度の被保険者 1 人あたりの保険料を${}^{C}P_n$とすると、$n+1$年度の被保険者 1 人あたりの保険料は、
$${}^{C}P_{n+1}=\frac{{}^{B}S^{p}+{}^{B}S^{a}-F_n}{{}^{B}G^{a}}=1.71428\cdots$$

②
定常人口のもとでは、閉鎖型総合保険料方式の積立金は、加入年齢方式の積立金に収束する（教科書P.88～89）。

③、④、a、b
n年度の年金制度 B 全体の保険料を${}^{C}C_n$とすると、
$${}^{C}C_n={}^{C}P_n\times{}^{B}L$$
であり、年間の給付額をB、予定利率をiとすると、
$$F_{n+1}=\left(F_n+{}^{C}C_{n+1}-B\right)\times(1+i)$$
$$=\left(F_n+{}^{C}P_{n+1}\times{}^{B}L-B\right)\times(1+i)$$
$$=\left(F_n+\frac{{}^{B}S^{p}+{}^{B}S^{a}-F_n}{{}^{B}G^{a}}\times{}^{B}L-B\right)\times(1+i)$$
$$=F_n\times\left(1-\frac{{}^{B}L}{{}^{B}G^{a}}\right)\times(1+i)+\left(\frac{{}^{B}S^{p}+{}^{B}S^{a}}{{}^{B}G^{a}}\times{}^{B}L-B\right)\times(1+i)$$
$d=\frac{i}{1+i}$とすると、定常人口では、$B=d\left({}^{B}S^{p}+{}^{B}S^{a}+{}^{B}S^{f}\right)=400$が成立しており、
${}^{B}L=200$なので、
$$F_{n+1}=0.97143\cdots\times F_n+174.857\cdots$$
$$F_{n+1}-6{,}120=(F_n-6{,}120)\times 0.97143\cdots$$
$$F_{n+t}=(F_n-6{,}120)\times(0.97143\cdots)^{t}+6{,}120>6{,}120\times 85\%$$
となり、求めるtは13。
よって、解答は①（**H**）、②（**C**）、③（**I**）、④（**F**）、$a=1$、$b=3$

（３）

①

求める被保険者１人あたりの標準保険料を${}^{OAN}P$とすると、

$${}^{OAN}P = \frac{{}^{C}S_{FS}^{a} + {}^{C}S^{f}}{{}^{C}G^{a} + {}^{C}G^{f}} = 1.176\cdots$$

②

年金制度 C の分割後の開放基金方式による責任準備金は、${}^{C}S^{p} + {}^{C}S_{PS}^{a} = 14{,}680$

ここで、年金制度 C に配分される積立金は、年金制度 C にかかる分割前の加入年齢方式による責任準備金が

${}^{C}S^{p} + {}^{C}S^{a} - {}^{E}P \times {}^{C}G^{a} = 5{,}200 + 5{,}400 + 9{,}480 - 1.4 \times 6{,}300 = 11{,}260$であることから、

$12{,}000 \times 11{,}260 \div 15{,}300 = 8{,}831.3\cdots$

よって未積立債務は、$5{,}848.6\cdots$となる。

③、c、d

年金原資1に対して、変更前の制度の60歳時点の年金現価aは、

$$a = \frac{\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(2.0\%)}}{\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(3.0\%)}}$$

同様に、変更後の制度の60歳時点の年金現価bは

$$b = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(2.5\%)}} \times \left(\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(2.0\%)} + 0.5 \times \frac{N_{70}}{D_{60}}\right)$$

したがって、現在および将来の被保険者の給付現価が現行制度に比べてb/a倍大きくなるため、被保険者１人あたりの標準保険料は、

$$\frac{{}^{C}S_{FS}^{a} + {}^{C}S^{f}}{{}^{C}G^{a} + {}^{C}G^{f}} \times \frac{b}{a} = 1.780\cdots$$

年金制度 C 全体の標準保険料は、

$$\frac{{}^{C}S_{FS}^{a} + {}^{C}S^{f}}{{}^{C}G^{a} + {}^{C}G^{f}} \times \frac{b}{a} \times {}^{C}L = 534.2125\cdots$$

責任準備金は、

$${}^{C}S^{p} + {}^{C}S_{PS}^{a} \times \frac{b}{a} = 19{,}548.9\cdots$$

となり、未積立債務は、$10{,}717.6\cdots$

よって、$n+t$年度期初の未積立債務は、$10{,}717.6\cdots \times (0.7 \times 1.02)^{t-1}$となり、

$n+t$年度の特別保険料の年額は、$10{,}717.6\cdots \times (0.7 \times 1.02)^{t-1} \times 0.3$

これが、標準保険料を下回るtは、7となる。

よって、解答は①（**C**）、②（**H**）、③（**I**）、$c = 0$、$d = 7$

以上

問題番号			正答	配点
問題１. （４０点）	（１）		（F）	５点
	（２）		（E）	５点
	（３）		（A）、（B）、（D）	完答で５点
	（４）		（H）	５点
	（５）		（G）	５点
	（６）		（J）	５点
	（７）		（A）	５点
	（８）		（I）	５点
問題２. （２８点）	（１）	①*abcd*	0737	完答で４点
		②*efgh*	0700	完答で３点
	（２）	①*ab*	30	完答で２点
		②*cd*	36	完答で５点
	（３）	①	（J）	１点
		②	（C）	３点
		③	（D）	３点
	（４）	①	（C）	２点
		②	（E）	５点
問題３. （１６点）	（１）	①	（H）	完答で３点 ①と③は順不同
		②	（N）	
		③	（F）	
		④	（F）	
		⑤	（N）	
		⑥	（H）	
		⑦	（J）	完答で２点
		⑧	（P）	
		⑨	（V）	
		⑩	（P）	
		⑪	（J）	
		⑫	（H）	完答で２点
		⑬	（C）	
		⑭	（C）	
		⑮	（H）	
		⑯	（T）	完答で１点
		⑰	（T）	

	（２）	⑱	（Ｊ）	２点
		⑲	（Ｅ）	２点
		⑳	（Ｃ）	２点
		㉑	（Ａ）	２点
問題４．（１６点）	（１）	①	（Ｅ）	１点
		②	（Ｄ）	１点
		③	（Ｅ）	２点
	（２）	①	（Ｈ）	１点
		②	（Ｃ）	１点
		③	（Ｉ）	完答で２点
		④	（Ｆ）	
		ab	13	完答で２点
	（３）	①	（Ｃ）	１点
		②	（Ｈ）	１点
		③	（Ｉ）	２点
		cd	07	完答で２点