生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各４点（計２４点）

（１）次の**（Ａ）～（Ｅ）**の数値を大きい順に並び替えたとき、2 番目に大きいものは $\boxed{\quad ① \quad}$ であり、4 番目に大きいものは $\boxed{\quad ② \quad}$ である。このとき、①、②の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の**（Ａ）～（Ｅ）**の選択肢の中から選びなさい。

（Ａ） 転化回数 12 回、年 1.10%の名称利率における実利率

（Ｂ） $\ddot{a}_{\overline{21|}}=18.6873$、$\ddot{s}_{\overline{19|}}=21.4529$のときの年利

（Ｃ） 永久累加年金現価 $(Ia)_{\infty}=7517.836$ のときの年利

（Ｄ） 以下の条件での、ハーディの公式を用いた総資産利回り
年始総資産 50,030 億円
年末総資産 56,500 億円
利息および配当金収入 625 億円

（Ｅ） 金融機関で借りた金額を 10 年間で減債基金(注)を積み立てて返済する場合の借入金利率。ただし、減債基金の積立利率は 2.00%、実質的な借入金利率を 0.50%とし、借入金利息の返済と減債基金の積み立ては年 1 回その期末に行われる。
必要であれば、$s_{\overline{10|}}^{(2.00\%)}=10.9497$、$a_{\overline{10|}}^{(0.50\%)}=9.7304$ を用いよ。
(注) 減債基金とは、元金の返済をせずにその期の利息のみを返済する一方、元金返済のため一定額を別に積み立てたときの積立金のことをいう。

（２）x 歳における死力 μ_x が $\mu_x=\dfrac{a}{110-x}(0\leqq x<110)$ であり、${}_{10}p_{30}=\left(\dfrac{7}{8}\right)^{\frac{1}{2}}$ のとき、$a=\boxed{\quad ① \quad}$ であることから、$\mathring{e}_{30}=\boxed{\quad ② \quad}$ である。このとき、①、②の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。

【①の選択肢】

（Ａ） 0.10	（Ｂ） 0.15	（Ｃ） 0.20	（Ｄ） 0.25	（Ｅ） 0.30
（Ｆ） 0.35	（Ｇ） 0.40	（Ｈ） 0.45	（Ｉ） 0.50	（Ｊ） 0.55

【②の選択肢】

（Ａ） 52.17	（Ｂ） 52.33	（Ｃ） 52.50	（Ｄ） 52.67	（Ｅ） 52.84
（Ｆ） 53.00	（Ｇ） 53.17	（Ｈ） 53.33	（Ｉ） 53.50	（Ｊ） 53.67

（3） $A_x = 0.8499$ 、 $A_{x+1} = 0.8573$ 、予定利率 $i = 1.50\%$ のとき、 p_x の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 0.9610　（Ｂ） 0.9613　（Ｃ） 0.9616　（Ｄ） 0.9619　（Ｅ） 0.9622
（Ｆ） 0.9625　（Ｇ） 0.9628　（Ｈ） 0.9631　（Ｉ） 0.9634　（Ｊ） 0.9637

（4）30 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 30 年の生存保険で、満期まで生存すれば、満期時に生存保険金 1 を支払い、満期までに死亡すれば、死亡した年度末に既払込平準年払営業保険料の 50%に利息を付けないで支払う保険を考える。

なお、予定事業費は次のとおりとする。

予定新契約費	新契約時にのみ、生存保険金額 1 に対し 0.03
予定維持費	毎保険年度始に、生存保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

このとき、平準年払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	M_x	R_x
30	76,734	3,216,227	49,837	2,532,528
60	55,742	1,211,168	45,727	1,076,467

（Ａ） 0.0302　（Ｂ） 0.0309　（Ｃ） 0.0316　（Ｄ） 0.0323　（Ｅ） 0.0330
（Ｆ） 0.0337　（Ｇ） 0.0344　（Ｈ） 0.0351　（Ｉ） 0.0358　（Ｊ） 0.0365

（5）死亡・就業不能脱退残存表が下表のとおり与えられるとき、 ${}_2p_{60}^{a}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、死亡および就業不能はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。
また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
60	84,312	1,072	480	3,096	119
61	82,760	1,139	552	3,457	139
62	81,069	1,207	637	3,870	164

（Ａ） 0.9698　（Ｂ） 0.9703　（Ｃ） 0.9708　（Ｄ） 0.9713　（Ｅ） 0.9718
（Ｆ） 0.9723　（Ｇ） 0.9728　（Ｈ） 0.9733　（Ｉ） 0.9738　（Ｊ） 0.9743

（６）x 歳加入、保険料年払全期払込、給付日額 1,000、保険期間 5 年、予定利率 $i = 2.00\%$ の次の給付を行う災害入院保険の年払純保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

【給付内容】
災害により 5 日以上入院した場合、入院日数から 4 日を差し引いた日数と 60 日との短い方の日数に給付日額を乗じて得られる金額を災害入院給付金として支払う。ただし、入院の発生および災害入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、1 年間に 2 回以上の入院は発生しないものとする。

なお、退院までの入院日数が j 日の予定災害入院発生率は、年齢によらず 1 年間あたり q^{ahj} $(j = 1, 2, \cdots)$ とし、

$$q^{ahj} = \begin{cases} \dfrac{1}{10,000} & (j \leqq 100) \\ 0 & (j > 100) \end{cases}$$

であるとする。

（Ａ） 387　（Ｂ） 388　（Ｃ） 389　（Ｄ） 390　（Ｅ） 391
（Ｆ） 392　（Ｇ） 393　（Ｈ） 394　（Ｉ） 395　（Ｊ） 396

問題２． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各７点（計５６点）

（１）ある会社の会社員のうち、職種 A（主集団）が死亡と職種 B（副集団）への職種転換により減少していく 2 重脱退残存表を考える。職種 A はこれ以外の理由により減少することがないものとする。また、職種転換により形成される集団（副集団）は死亡のみにより減少し、職種 A に職種転換することはないものとする。このような 2 重脱退残存表が表す人員構成が定常人口を形成しており、ある年齢 x 歳と $x+1$ 歳の間で以下の条件を満たすものとする。

- x 歳の職種 A が $x+1$ 歳に達するまでに職種 A のままで死亡する確率は $\dfrac{1}{106}$
- x 歳の会社員（全員）の中央死亡率は $\dfrac{2}{213}$
- x 歳の職種 B が $x+1$ 歳までに死亡する確率（絶対死亡率）は $\dfrac{1}{111}$
- x 歳と $x+1$ 歳の間の職種 A の人数は 418 人
- x 歳と $x+1$ 歳の間の職種 B の人数は 221 人

このとき、x 歳の職種 A の絶対死亡率に最も近いものは次のうちどれか。
なお、職種 A から職種 B への職種転換および死亡はそれぞれ独立かつ 1 年を通じて一様に発生するものとする。

（Ａ） 0.00939	（Ｂ） 0.00941	（Ｃ） 0.00943	（Ｄ） 0.00946	（Ｅ） 0.00948
（Ｆ） 0.00950	（Ｇ） 0.00952	（Ｈ） 0.00955	（Ｉ） 0.00957	（Ｊ） 0.00960

（２）x 歳加入、保険期間 10 年で、契約時から経過 t 年（$0 \leqq t \leqq 10$ であり、1 年未満の端数も考慮する）で死亡した場合に t を即時に支払う死亡保険の一時払純保険料を $(\bar{I}\bar{A})^{1}_{x:\overline{10|}}$ とし、x 歳加入、保険期間 10 年で、契約時から経過 t 年（$0 \leqq t \leqq 10$ であり、1 年未満の端数も考慮する）で死亡した場合に $10-t$ を即時に支払う死亡保険の一時払純保険料を $(\bar{D}\bar{A})^{1}_{x:\overline{10|}}$ とする。

保険期間にわたり利力と死力が定数であり、$A_{x:\overline{10|}}^{\ \ 1} = 0.878492$ 、$\bar{A}^{1}_{x:\overline{10|}} = 0.028180$ となるとき、$(\bar{D}\bar{A})^{1}_{x:\overline{10|}} - (\bar{I}\bar{A})^{1}_{x:\overline{10|}}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

なお、必要であれば $\log\left(A_{x:\overline{10|}}^{\ \ 1}\right) = -0.129548$ を用いなさい。

（Ａ） 0.0058	（Ｂ） 0.0061	（Ｃ） 0.0064	（Ｄ） 0.0067	（Ｅ） 0.0070
（Ｆ） 0.0073	（Ｇ） 0.0076	（Ｈ） 0.0079	（Ｉ） 0.0082	（Ｊ） 0.0085

（3）x 歳加入、保険料連続払、保険金即時支払、保険金額 1 の終身保険において、l_x は $x \geqq 0$ において単調減少かつ微分可能な関数とする。このとき、以下の算式の①～③に当てはまる組み合わせ $\{①,②,③\}$ として適切なものは次のうちどれか。

$$\frac{d}{dx}{}_tV_x^{(\infty)} = \frac{\boxed{①}}{\boxed{②}} \cdot \left(\boxed{③} - \mu_{x+t} \right) + \frac{{}_tV_x^{(\infty)}}{\boxed{②}}$$

（A）$\{ \bar{a}_x, \bar{a}_{x+t}, {}_tp_x \cdot \mu_x \}$
（B）$\{ \bar{a}_x, \bar{a}_{x+t}, \mu_x \}$
（C）$\{ \bar{a}_x, \bar{a}_{x+t}, -\mu_x \}$
（D）$\{ -\bar{a}_x, \bar{a}_{x+t}, {}_tp_x \cdot \mu_x \}$
（E）$\{ -\bar{a}_x, \bar{a}_{x+t}, -\mu_x \}$
（F）$\{ \bar{a}_{x+t}, \bar{a}_x, {}_tp_x \cdot \mu_x \}$
（G）$\{ \bar{a}_{x+t}, \bar{a}_x, \mu_x \}$
（H）$\{ -\bar{a}_{x+t}, \bar{a}_x, {}_tp_x \cdot \mu_x \}$
（I）$\{ -\bar{a}_{x+t}, \bar{a}_x, \mu_x \}$
（J）$\{ -\bar{a}_{x+t}, \bar{a}_x, -\mu_x \}$

（4）x 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険において、$0 \leqq t \leqq n$ で死力を μ_{x+t} から $\mu_{x+t}+c$ に変更した場合の一時払純保険料を c の関数 $f(c)$ で表す（したがって $f(0)$ は死力を変更する前の一時払純保険料となる）。$c=0$ における $f(c)$ の微分係数 $f'(0) = \left. \frac{d}{dc} f(c) \right|_{c=0}$ に等しいものは次のうちどれか。

（A）$i \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$
（B）$i \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n-1}|}$
（C）$d \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$
（D）$d \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n-1}|}$
（E）$i \cdot (Ia)_{x:\overline{n}|}$
（F）$i \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|}$
（G）$d \cdot (Ia)_{x:\overline{n}|}$
（H）$d \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|}$
（I）$\delta \cdot (\bar{I}\bar{a})_{x:\overline{n}|}$
（J）$\delta \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$

（5）40 歳加入、保険料一時払、保険期間終身の次の給付を行う２つの保険種類を考える。

【給付内容】

保険種類１	保険種類２
・第 5 保険年度末以前に死亡した場合、死亡した年度末に、一時払営業保険料を保険金として支払う。 ・第 6 保険年度始以降に死亡した場合、死亡した年度末に、保険金額 1 を支払う。	・第 5 保険年度末以前に死亡した場合、死亡した年度末に、その年度末の平準純保険料式責任準備金を保険金として支払う。 ・第 6 保険年度始以降に死亡した場合、死亡した年度末に、保険金額 1 を支払う。

これらの保険の予定事業費は、新契約時にのみ一時払営業保険料に対して 0.04 とする。保険種類１の一時払営業保険料を P_1、保険種類２の一時払営業保険料を P_2 とするとき、$P_1 - P_2$ の値に最も近いものは次のうちどれか。ここで、予定利率 $i = 1.00\%$ とし、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	M_x
40	65,857	43,497
45	62,222	43,051

（Ａ） −0.04　（Ｂ） −0.03　（Ｃ） −0.02　（Ｄ） −0.01　（Ｅ） 0.00
（Ｆ） 0.01　（Ｇ） 0.02　（Ｈ） 0.03　（Ｉ） 0.04　（Ｊ） 0.05

（6）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 10 年の次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】
・満期まで生存した場合、満期時に生存保険金 1 を支払う。
・第 5 保険年度末までに死亡した場合、死亡した年度末に、既払込平準純保険料を支払う。
・第 6 保険年度始から満期までに死亡した場合、死亡した年度末に、その年度末の平準純保険料式責任準備金を支払う。

このとき、チルメル割合 0.3 での第 3 保険年度末 5 年チルメル式責任準備金 ${}_3V_x^{[5z]}$ の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、$p_x = p_{x+1} = \cdots = p_{x+9} = \dfrac{1}{1.02}$、予定利率 $i = 1.00\%$ とする。

（Ａ） 0.158　（Ｂ） 0.160　（Ｃ） 0.162　（Ｄ） 0.164　（Ｅ） 0.166
（Ｆ） 0.168　（Ｇ） 0.170　（Ｈ） 0.172　（Ｉ） 0.174　（Ｊ） 0.176

（7）30 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の養老保険において、25 年経過時点より前は保険料が正常に払い込まれていたが、25 年経過時点で保険料が払い込まれなくなったので、第 26 回目の保険料から自動的に保険料振替貸付が行われた。（保険料の払込遅延があれば、解約返戻金から契約貸付の金額を差し引いた金額の範囲内で会社が保険料相当額の貸付を行い、契約を有効に継続させる。これを保険料振替貸付という。）
このとき、保険料振替貸付と契約貸付に利息を付利した金額を控除したあとの満期保険金が 0.2 になる場合の、25 年経過時点の契約貸付の金額に最も近いものは次のうちどれか。
ただし、契約貸付および保険料振替貸付については 1 年単位で利息が元金に繰り入れられるものとし、保険料振替貸付に対する利率と契約貸付に対する利率は2.00% とする。なお、25 年経過後は追加の契約貸付および貸付金（契約貸付および保険料振替貸付の合計金額）の返済は行わないものとする。
また、必要があれば、年払純保険料 ${}_{30}P_{30}=0.0292$ 、年払営業保険料 ${}_{30}P_{30}^{*}=0.0312$ 、下表の t 年経過後の解約返戻金 ${}_{t}W$ を用いなさい。

	$t=25$	$t=26$	$t=27$	$t=28$	$t=29$
${}_{t}W$	0.8101	0.8471	0.8844	0.9223	0.9609

（Ａ） 0.568　（Ｂ） 0.570　（Ｃ） 0.572　（Ｄ） 0.574　（Ｅ） 0.576
（Ｆ） 0.578　（Ｇ） 0.580　（Ｈ） 0.582　（Ｉ） 0.584　（Ｊ） 0.586

（8）同一の生命表に従う x 歳が 2 人、y 歳が 2 人からなる 4 人の被保険者(x)、(x)、(y)、(y)について、この 4 人中ちょうど 2 人が t 年後に生存する確率 ${}_{t}p_{xxyy}^{[2]}$ は、${}_{t}p_{xx}$、${}_{t}p_{yy}$、${}_{t}p_{xy}$、${}_{t}p_{xxy}$、${}_{t}p_{xyy}$、${}_{t}p_{xxyy}$ を用いて以下のとおり表すことができる。

$${}_{t}p_{xxyy}^{[2]}=\boxed{①}\cdot({}_{t}p_{xx}+{}_{t}p_{yy})+\boxed{②}\cdot{}_{t}p_{xy}+\boxed{③}\cdot({}_{t}p_{xxy}+{}_{t}p_{xyy})+\boxed{④}\cdot{}_{t}p_{xxyy}$$

このとき、①～④の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。
なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

（Ａ） 1　（Ｂ） 2　（Ｃ） 3　（Ｄ） 4　（Ｅ） 6
（Ｆ） –1　（Ｇ） –2　（Ｈ） –3　（Ｉ） –4　（Ｊ） –6

問題３． 次の（１）、（２）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各１０点（計２０点）

（１）x 歳の健常者が次の保険に加入した場合について考える。ただし、死亡および要介護はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。また、要介護者でないものは健常者であるものとし、要介護者が回復して健常者に復帰することはないものとする。

・保険料は年払とし、終身にわたって、毎年度始に被保険者が健常者である場合に払い込む。
・被保険者が死亡した場合、健常者であるか要介護者であるかにかかわらずその年度末に死亡保険金 3 を支払う。
・被保険者が要介護者になった年度の翌年度以降、被保険者が生存している限り毎年度始に年金 1 を支払う。

(a) 次の①～⑩の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

加入時における年金の給付現価を A とすると、

$$A=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{v^t}{l_x^{aa}}\cdot\left(\boxed{\quad ① \quad}-l_x^{ii}\cdot\boxed{\quad ② \quad}\right)$$

$$=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{1}{D_x^{aa}}\cdot\left(\boxed{\quad ③ \quad}-D_x^{ii}\cdot\frac{\boxed{\quad ④ \quad}}{\boxed{\quad ⑤ \quad}}\right)$$

と書ける。

また、加入時における死亡保険金の給付現価を B とすると、

$$B=3\sum_{t=0}^{\infty}\frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}}\cdot\left(d_{x+t}^{aa}+\boxed{\quad ⑥ \quad}-l_x^{ii}\cdot\boxed{\quad ⑦ \quad}\right)$$

$$=3\sum_{t=0}^{\infty}\frac{1}{D_x^{aa}}\cdot\left(C_{x+t}^{aa}+\boxed{\quad ⑧ \quad}-D_x^{ii}\cdot\frac{\boxed{\quad ⑨ \quad}}{\boxed{\quad ⑩ \quad}}\right)$$

と書ける。

(b) 下表の計算基数が与えられているとき、平準年払純保険料 P の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

D_x^{aa}	D_x^{ii}	D_x^{i}	N_x^{aa}	N_x^{ii}	N_x^{i}	M_x^{aa}	M_x^{ii}	M_x^{i}
46,410	1,704	29,585	631,537	225,984	418,142	16,852	22,771	25,445

【(a)の選択肢】

（ア）	l_{x+t}^{aa}	（イ）	l_{x+t}^{ii}	（ウ）	l_{x+t}^{i}	（エ）	d_{x+t}^{aa}	（オ）	d_{x+t}^{ii}
（カ）	d_{x+t}^{i}	（キ）	i_{x+t}	（ク）	${}_{t}p_{x}^{aa}$	（ケ）	${}_{t}p_{x}^{i}$	（コ）	${}_{t}p_{x}^{ai}$
（サ）	${}_{t}q_{x}^{a}$	（シ）	${}_{t\|}q_{x}^{i}$	（ス）	${}_{t\|}q_{x}^{ai}$	（セ）	D_{x+t}^{aa}	（ソ）	D_{x}^{aa}
（タ）	D_{x+t}^{ii}	（チ）	D_{x}^{ii}	（ツ）	D_{x+t}^{i}	（テ）	D_{x}^{i}	（ト）	C_{x+t}^{aa}
（ナ）	C_{x}^{aa}	（ニ）	C_{x+t}^{ii}	（ヌ）	C_{x}^{ii}	（ネ）	C_{x+t}^{i}	（ノ）	C_{x}^{i}

【(b)の選択肢】

（Ａ）	0.25	（Ｂ）	0.30	（Ｃ）	0.35	（Ｄ）	0.40	（Ｅ）	0.45
（Ｆ）	0.50	（Ｇ）	0.55	（Ｈ）	0.60	（Ｉ）	0.65	（Ｊ）	0.70

（2）x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 n 年の定期保険および医療保険を考える。ここで、第 $t+1$ 保険年度 $\left(t=0,1,\cdots,n-1\right)$ における死亡脱退は絶対死亡率（q_{x+t}）に従い保険年度末に発生することとする。

(a) 次の①～⑥の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

保険金額 1 とした場合の定期保険を考える。解約脱退は絶対解約率（q_{x+t}^{W}）に従い保険年度末に発生することとし、死亡との発生順序は「死亡→解約」とする。解約脱退者に対しては解約返戻金 ${}_tW$ を返戻することとした場合、ファクラーの再帰式は

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|}^{1}+P_{x:\overline{n}|}^{1}=v\cdot\boxed{\quad ① \quad}\cdot 1+v\cdot\boxed{\quad ② \quad}\cdot{}_{t+1}W+v\cdot\boxed{\quad ③ \quad}\cdot{}_{t+1}V_{x:\overline{n}|}^{1} $$

と記載することができる。一方で、解約脱退を想定しない場合、ファクラーの再帰式は

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|}^{1}+P_{x:\overline{n}|}^{1}=v\cdot\boxed{\quad ④ \quad}\cdot 1+v\cdot\boxed{\quad ⑤ \quad}\cdot{}_{t+1}V_{x:\overline{n}|}^{1} $$

と記載することができることを考慮すると、解約脱退を想定しないファクラーの再帰式は、解約返戻金について

$$ {}_tW=\boxed{\quad ⑥ \quad} $$

という前提を置いていることが分かる。

(b) 次の⑦～⑨の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

入院給付に対して、入院日額に入院日数を乗じた金額の給付を行う医療保険を考える。被保険者が死亡した場合、死亡した年度末にその年度末の平準純保険料式責任準備金を保険金として支払う。以下においては、現価率を v、x 歳における死亡率を q_x 、1 年間の入院率を q_x^{sh} 、平均給付日数を T_x^{sh} 、平準純保険料を P、第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_tV$ とする。ここでは解約脱退は想定しない。1 年間の入院給付は年央に発生することとすると、死亡脱退は保険年度末に発生することからその年度の入院日額 1 あたりの入院給付の期待値は死亡脱退の影響を受けないため、ファクラーの再帰式は

$$ {}_tV+P=v^{\frac{1}{2}}\cdot\boxed{\quad ⑦ \quad}+v\cdot q_{x+t}\cdot{}_{t+1}V+v\cdot\boxed{\quad ⑧ \quad}\cdot{}_{t+1}V $$

$$ =v^{\frac{1}{2}}\cdot\boxed{\quad ⑦ \quad}+v\cdot\boxed{\quad ⑨ \quad}\cdot{}_{t+1}V $$

と記載することができる。ただし、${}_0V=0$ 、${}_nV=0$ とする。

(c) (b)のファクラーの再帰式を用いたとき、入院日額 1 あたりの医療保険の平準純保険料の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、加入年齢 x は 30 歳、予定利率 $i=2.00\%$ 、1 年間の入院率 $q_{x+t}^{sh}=0.001\cdot(x+t-29)$ 、平均給付日数 $T_{x+t}^{sh}=10$ 、保険期間 $n=10$ で与えられるものとする。

【(a)、(b)の選択肢】

（ア）	1	（イ）	0	（ウ）	$\frac{1}{2}$
（エ）	q_{x+t}	（オ）	q_{x+t}^{W}	（カ）	$(1-q_{x+t})$
（キ）	$(1-q_{x+t}^{W})$	（ク）	$q_{x+t}\cdot(1-q_{x+t}^{W})$	（ケ）	$q_{x+t}^{W}\cdot(1-q_{x+t})$
（コ）	$(1-q_{x+t})\cdot(1-q_{x+t}^{W})$	（サ）	$q_{x+t}\cdot(1-\frac{q_{x+t}^{W}}{2})$	（シ）	$q_{x+t}^{W}\cdot(1-\frac{q_{x+t}}{2})$
（ス）	$(1-\frac{q_{x+t}}{2})\cdot(1-\frac{q_{x+t}^{W}}{2})$	（セ）	$q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}$	（ソ）	$q_{x+t}\cdot q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}$
（タ）	$(1-q_{x+t})\cdot q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}$	（チ）	$(1-q_{x+t})\cdot(1-q_{x+t}^{W})\cdot q_{x+t}^{sh}\cdot T_{x+t}^{sh}$	（ツ）	${}_{t}V_{x:\overline{n}\rceil}^{1}$
（テ）	$v^{\frac{1}{2}}\cdot{}_{t}V_{x:\overline{n}\rceil}^{1}$	（ト）	$v\cdot{}_{t}V_{x:\overline{n}\rceil}^{1}$	（ナ）	$(1-v)\cdot{}_{t}V_{x:\overline{n}\rceil}^{1}$

【(c)の選択肢】

（Ａ）	0.033	（Ｂ）	0.043	（Ｃ）	0.053	（Ｄ）	0.063	（Ｅ）	0.073
（Ｆ）	0.083	（Ｇ）	0.093	（Ｈ）	0.103	（Ｉ）	0.113	（Ｊ）	0.123

以上

生保数理（解答例）

問題１.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**①（Ｄ）②（Ｅ）**	4点	（４）	**（Ｃ）**	4点
（２）	**①（Ｉ）②（Ｈ）**	4点	（５）	**（Ｈ）**	4点
（３）	**（Ｆ）**	4点	（６）	**（Ｉ）**	4点

※（１)、（２）は完答の場合のみ得点。

（１）

（Ａ）　実利率$=\left(1+\dfrac{0.011}{12}\right)^{12}-1=0.0111$

（Ｂ）　$a_{\overline{20}|}=\ddot{a}_{\overline{21}|}-1=18.6873-1=17.6873$、$s_{\overline{20}|}=\ddot{s}_{\overline{19}|}+1=21.4529+1=22.4529$

$\dfrac{1}{a_{\overline{20}|}}-\dfrac{1}{s_{\overline{20}|}}=i$ より、年利 $i=\dfrac{1}{17.6873}-\dfrac{1}{22.4529}=0.0120$

（Ｃ）　$(Ia)_{\infty}=\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}$ より、年利 $i=0.0116$

（Ｄ）　ハーディの公式より、総資産利回り$=\dfrac{2\times 625}{50,030+56,500-625}=0.0118$

（Ｅ）　借入金利率 i %で借りた金額を T とすると、毎年の返済額は $T\times i+T\times\dfrac{1}{s_{\overline{10}|}^{(2.00\%)}}$

これが、0.50%による元利均等返済方法による毎年の返済額と等しいことから、

$T\times\dfrac{1}{a_{\overline{10}|}^{(0.50\%)}}=T\times i+T\times\dfrac{1}{s_{\overline{10}|}^{(2.00\%)}}$

したがって、　$i=\dfrac{1}{a_{\overline{10}|}^{(0.50\%)}}-\dfrac{1}{s_{\overline{10}|}^{(2.00\%)}}=\dfrac{1}{9.7304}-\dfrac{1}{10.9497}=0.0114$

解答：①**（Ｄ）**②**（Ｅ）**

（2）

$$ {}_{t}p_{30}=\exp\left(-\int_0^t \mu_{30+y}dy\right)=\exp\left(-\int_0^t \frac{a}{80-y}dy\right)=\exp\left(a\Big[\log(80-y)\Big]_0^t\right) $$

$$ =\exp\left(a\cdot\log\left(\frac{80-t}{80}\right)\right)=\left(\frac{80-t}{80}\right)^a $$

したがって、

$$ {}_{10}p_{30}=\left(\frac{80-10}{80}\right)^a=\left(\frac{7}{8}\right)^a=\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{1}{2}} $$

より、$a=\dfrac{1}{2}$となる。

$$ \mathring{e}_{30}=\int_0^{80}{}_{t}p_{30}dt=\int_0^{80}\left(\frac{80-t}{80}\right)^{\frac{1}{2}}dt=\frac{-1}{\sqrt{80}}\cdot\frac{2}{3}\left[(80-t)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{80}=\frac{1}{\sqrt{80}}\cdot\frac{2}{3}\cdot 80^{\frac{3}{2}}=53.3333 $$

解答：①（Ｉ）②（Ｈ）

（3）

$$ A_x=v\cdot q_x+v^2\cdot p_x\cdot q_{x+1}+\cdots+v^{\omega-x}\cdot{}_{\omega-x-1}p_x\cdot q_{\omega-1} $$

$$ A_{x+1}=v\cdot q_{x+1}+v^2\cdot p_{x+1}\cdot q_{x+2}+\cdots+v^{\omega-x-1}\cdot{}_{\omega-x-2}p_{x+1}\cdot q_{\omega-1} $$ から、

$$ A_x=v\cdot q_x+v^2\cdot p_x\cdot q_{x+1}+\cdots+v^{\omega-x}\cdot{}_{\omega-x-1}p_x\cdot q_{\omega-1} $$

$$ =v\cdot q_x+v\cdot p_x\cdot\left(v\cdot q_{x+1}+v^2\cdot p_{x+1}\cdot q_{x+2}+\cdots+v^{\omega-x-1}\cdot{}_{\omega-x-2}p_{x+1}\cdot q_{\omega-1}\right) $$

$$ =v\cdot q_x+v\cdot p_x\cdot A_{x+1} $$

$$ =v\cdot(1-p_x)+v\cdot p_x\cdot A_{x+1} $$

$$ p_x=\frac{1-(1+i)A_x}{1-A_{x+1}}=\frac{1-(1+0.015)\times 0.8499}{1-0.8573}=0.962519 $$

解答：（Ｆ）

（4）

求める平準年払営業保険料を P とすると、

$$P=\frac{A_{30:\overline{30|}}^{\ \ \ \ 1}+0.03+0.001\cdot\ddot{a}_{30:\overline{30|}}}{0.97\cdot\ddot{a}_{30:\overline{30|}}-0.5\cdot(IA)_{30:\overline{30|}}^{1}}$$

ここで、

$$A_{30:\overline{30|}}^{\ \ \ \ 1}=\frac{D_{60}}{D_{30}}=0.726432$$

$$\ddot{a}_{30:\overline{30|}}=\frac{N_{30}-N_{60}}{D_{30}}=26.129995$$

$$(IA)_{30:\overline{30|}}^{1}=\frac{R_{30}-R_{60}-30\cdot M_{60}}{D_{30}}=1.097962$$

よって、

$$P=\frac{0.726432+0.03+0.001\cdot 26.129995}{0.97\cdot 26.129995-0.5\cdot 1.097962}=0.031559$$

解答：**（C）**

（5）

$$ {}_2p_{60}^{a} = {}_2p_{60}^{aa} + {}_2p_{60}^{ai} $$

まず、

$$ {}_2p_{60}^{aa} = \frac{l_{62}^{aa}}{l_{60}^{aa}} = \frac{81,069}{84,312} = 0.961536 $$

次に

$$ {}_2p_{60}^{ai} = \frac{l_{62}^{ii} - l_{60}^{ii} \cdot {}_2p_{60}^{i}}{l_{60}^{aa}} \quad \cdots\cdots \quad ① $$

を計算する。

$$ q_{60}^{i} = \frac{d_{60}^{ii}}{l_{60}^{ii} + 0.5 i_{60}} = \frac{119}{3,096 + 0.5 \times 480} = 0.0356715 $$

$$ q_{61}^{i} = \frac{d_{61}^{ii}}{l_{61}^{ii} + 0.5 i_{61}} = \frac{139}{3,457 + 0.5 \times 552} = 0.0372355 $$

であるから、 ${}_2p_{60}^{i} = p_{60}^{i} \cdot p_{61}^{i} = (1 - 0.0356715) \cdot (1 - 0.0372355) = 0.928421$

数値を①に代入して、

$$ {}_2p_{60}^{ai} = \frac{3,870 - 3,096 \times 0.928421}{84,312} = 0.0118086 $$

よって、

$$ {}_2p_{60}^{a} = {}_2p_{60}^{aa} + {}_2p_{60}^{ai} = 0.961536 + 0.0118086 = 0.973345 $$

解答：（Ｈ）

（6）

災害入院保険の年払純保険料 P は、給付日額 δ 、予定災害入院発生率 q^{ahj} 、現価率 v を用いて以下のように表すことができる。

$$ P = v^{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{j=5}^{64} (j-4) \cdot q^{ahj} \cdot \delta + v^{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{j=65}^{\infty} 60 \cdot q^{ahj} \cdot \delta $$

数値を代入すると、

$$ P = \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} \times \sum_{j=5}^{64} (j-4) \times \frac{1}{10,000} \times 1,000 + \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} \times \sum_{j=65}^{100} 60 \times \frac{1}{10,000} \times 1,000 $$

$$ = \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{10,000} \times 1,000 \times \left(\frac{1}{2} \times 60 \times 61\right) + \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} \times 60 \times \frac{1}{10,000} \times 1,000 \times 36 $$

$$ = \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{10,000} \times 1,000 \times 3990 $$

$$ = 395.07 $$

解答：（Ｉ）

問題２.

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（G）**	7 点	（５）	**（E）**	7 点
（２）	**（B）**	7 点	（６）	**（D）**	7 点
（３）	**（G）**	7 点	（７）	**（D）**	7 点
（４）	**（H）**	7 点	（８）	**①（A）②（D） ③（J）④（E）**	7 点

※（８）は完答の場合のみ得点。

（１）

x 歳の職種 A の人数を l_x^{aa}、x 歳の職種 B の人数を l_x^{ii}、x 歳と $x+1$ 歳の間における職種 A の死亡者数を d_x^{aa}、x 歳と $x+1$ 歳の間における職種 B の死亡者数を d_x^{ii}、x 歳と $x+1$ 歳の間において職種 A が職種 B に職種転換する数を i_x とおくと、

$l_x^{aa}-d_x^{aa}-i_x=l_{x+1}^{aa}$ より、$l_x^{aa}-l_{x+1}^{aa}=d_x^{aa}+i_x$ …①

$l_x^{ii}-d_x^{ii}+i_x=l_{x+1}^{ii}$ より、$l_x^{ii}-l_{x+1}^{ii}=d_x^{ii}-i_x$ …②

である。一方、問題文の前提を書き下すと以下である。

$\dfrac{d_x^{aa}}{l_x^{aa}}=\dfrac{1}{106}$ より、$l_x^{aa}=106d_x^{aa}$ …③

$\dfrac{d_x^{aa}+d_x^{ii}}{\left(\dfrac{l_x^{aa}+l_x^{ii}+l_{x+1}^{aa}+l_{x+1}^{ii}}{2}\right)}=\dfrac{2}{213}$ より、$l_x^{aa}+l_x^{ii}+l_{x+1}^{aa}+l_{x+1}^{ii}=213\left(d_x^{aa}+d_x^{ii}\right)$ …④

$\dfrac{d_x^{ii}}{l_x^{ii}+\frac{1}{2}i_x}=\dfrac{1}{111}$ より、$l_x^{ii}+\dfrac{1}{2}i_x=111d_x^{ii}$ …⑤

$\dfrac{l_x^{aa}+l_{x+1}^{aa}}{2}=418$ より、$l_x^{aa}+l_{x+1}^{aa}=836$ …⑥

$\dfrac{l_x^{ii}+l_{x+1}^{ii}}{2}=221$ より、$l_x^{ii}+l_{x+1}^{ii}=442$ …⑦

④に⑥と⑦を代入すると、

$1278=213\left(d_x^{aa}+d_x^{ii}\right)$ より、$d_x^{aa}+d_x^{ii}=6$ …④’

②と⑦の辺々を加算すると

$2l_x^{ii}=d_x^{ii}-i_x+442$ より、$l_x^{ii}+\dfrac{1}{2}i_x=\dfrac{1}{2}d_x^{ii}+221$

これと⑤を比較すると、

$111d_x^{ii}=\dfrac{1}{2}d_x^{ii}+221$ であることから、$d_x^{ii}=2$

④’より $d_x^{aa}=4$、③より $l_x^{aa}=424$、⑥より $l_{x+1}^{aa}=412$、①より $i_x=8$、⑤より $l_x^{ii}=218$、⑦より $l_{x+1}^{ii}=224$ であることがわかる。

以上から、x 歳の会社員の職種 A の絶対死亡率は

$$\frac{d_x^{aa}}{l_x^{aa}-\frac{1}{2}i_x}=\frac{4}{424-\frac{1}{2}\cdot 8}=0.0095238$$

解答：（**G**）

（2）

利力をδ、死力をμとする。$A_{x:\overline{10|}}^{\ \ 1}=0.878492$ であるから

$$A_{x:\overline{10|}}^{\ \ 1}=v^{10}\cdot{}_{10}p_x=e^{-10\delta}\cdot e^{-10\mu}=e^{-10(\delta+\mu)}=0.878492 \quad \cdots \quad ①$$

となる。これを解いて

$$\delta+\mu=\frac{-0.129548}{-10}=0.0129548 \quad \cdots \quad ②$$

$\bar{A}_{x:\overline{10|}}^{1}=0.028180$ であるから

$$\bar{A}_{x:\overline{10|}}^{1}=\int_0^{10}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt=\int_0^{10}e^{-\delta\cdot t}\cdot e^{-\mu\cdot t}\cdot\mu dt=\frac{\mu}{\delta+\mu}\cdot\left(1-e^{-10(\delta+\mu)}\right)$$

$$=\frac{\mu}{0.0129548}\cdot(1-0.878492)$$

$$=9.37938\mu=0.028180$$

となる（途中で①、②の結果を使用した）。これを解いて

$$\mu=\frac{0.028180}{9.37938}=0.00300446 \quad \cdots \quad ③$$

が得られ、また②、③から

$$\delta=0.0129548-0.00300446=0.00995034 \quad \cdots \quad ④$$

が得られる。

したがって

$$(\bar{I}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}=\int_0^{10}t\cdot v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt=\int_0^{10}t\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot e^{-\mu\cdot t}\cdot\mu dt=\mu\cdot\int_0^{10}t\cdot e^{-(\delta+\mu)\cdot t}dt$$

$$=\frac{\mu}{(\delta+\mu)^2}\cdot\int_0^{10(\delta+\mu)}t\cdot e^{-t}dt=\frac{\mu}{(\delta+\mu)^2}\cdot\left\{1-\left(10\left(\delta+\mu\right)+1\right)\cdot e^{-10(\delta+\mu)}\right\}$$

$$=\frac{0.00300446}{0.0129548^2}\cdot\left\{1-\left(10\times 0.0129548+1\right)\cdot 0.878492\right\}=0.137867$$

ここで、$(\bar{D}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}$ については、

$$(\bar{D}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}=\int_0^{10}(10-t)\cdot v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt=10\cdot\int_0^{10}v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt-\int_0^{10}t\cdot v^t\cdot{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt$$

となり、これは$10\bar{A}_{x:\overline{10|}}^{1}-(\bar{I}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}$と等しいので、

$$(\bar{D}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}=10\times 0.028180-0.137867=0.143933$$

したがって

$$(\bar{D}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}-(\bar{I}\bar{A})_{x:\overline{10|}}^{1}=0.143933-0.137867=0.006066$$

解答：（**B**）

（3）

${}_tV_x^{(\infty)} = \bar{A}_{x+t} - \dfrac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x} \cdot \bar{a}_{x+t} = 1 - \delta \cdot \bar{a}_{x+t} - \dfrac{1-\delta \cdot \bar{a}_x}{\bar{a}_x} \cdot \bar{a}_{x+t} = 1 - \dfrac{\bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x}$ だから、

$$\frac{d}{dx}{}_tV_x^{(\infty)} = -\frac{\dfrac{d\bar{a}_{x+t}}{dx} \cdot \bar{a}_x - \bar{a}_{x+t} \cdot \dfrac{d\bar{a}_x}{dx}}{\left(\bar{a}_x\right)^2}$$

いま、$\dfrac{d\,{}_tp_x}{dx} = \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{l_{x+t}}{l_x}\right) = \dfrac{\dfrac{dl_{x+t}}{dx} \cdot l_x - l_{x+t} \cdot \dfrac{dl_x}{dx}}{\left(l_x\right)^2} = \dfrac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \dfrac{1}{l_{x+t}} \cdot \dfrac{dl_{x+t}}{dx} - \dfrac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \dfrac{1}{l_x} \cdot \dfrac{dl_x}{dx} = -{}_tp_x \cdot \left(\mu_{x+t} - \mu_x\right)$

であるから

$$\frac{d\bar{a}_x}{dx} = \frac{d}{dx}\int_0^\infty v^t \cdot {}_tp_x dt = \int_0^\infty v^t \cdot \frac{d\,{}_tp_x}{dx} dt = \mu_x \cdot \int_0^\infty v^t \cdot {}_tp_x dt - \int_0^\infty v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t} dt = \mu_x \cdot \bar{a}_x - \bar{A}_x$$

同様に

$$\frac{d\bar{a}_{x+t}}{dx} = \mu_{x+t} \cdot \bar{a}_{x+t} - \bar{A}_{x+t}$$

これらを代入して

$$\frac{d}{dx}{}_tV_x^{(\infty)} = -\frac{\left(\mu_{x+t} \cdot \bar{a}_{x+t} - \bar{A}_{x+t}\right) \cdot \bar{a}_x - \bar{a}_{x+t} \cdot \left(\mu_x \cdot \bar{a}_x - \bar{A}_x\right)}{\left(\bar{a}_x\right)^2} = -\frac{\bar{a}_{x+t} \cdot \left(\mu_{x+t} - \mu_x\right) - \bar{A}_{x+t} + \dfrac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x} \cdot \bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x}$$

$$= \frac{\bar{a}_{x+t}}{\bar{a}_x} \cdot \left(\mu_x - \mu_{x+t}\right) + \frac{{}_tV_x^{(\infty)}}{\bar{a}_x}$$

解答：（**G**）

（4）

死力を μ_{x+t} から $\mu_{x+t}+c$ に変更した場合の $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$、${}_tp_x$ をそれぞれ $\ddot{a}^{(c)}_{x:\overline{n|}}$、${}_tp^{(c)}_x$ と書くとき、

$$ {}_tp^{(c)}_x = \exp\left(-\int_0^t(\mu_{x+s}+c)ds\right) = \exp\left(-c\cdot t-\int_0^t\mu_{x+s}ds\right) = e^{-c\cdot t}\cdot\exp\left(-\int_0^t\mu_{x+s}ds\right) = e^{-c\cdot t}\cdot{}_tp_x $$

となるので、

$$ f(c) = 1-d\cdot\ddot{a}^{(c)}_{x:\overline{n|}} = 1-d\cdot\left(1+v\cdot p^{(c)}_x+v^2\cdot{}_2p^{(c)}_x+\cdots+v^{n-1}\cdot{}_{n-1}p^{(c)}_x\right) $$

$$ = 1-d\cdot\left(1+v\cdot e^{-c}\cdot p_x+v^2\cdot e^{-2c}\cdot{}_2p_x+\cdots+v^{n-1}\cdot e^{-(n-1)c}\cdot{}_{n-1}p_x\right) $$

これを c で微分して、

$$ \frac{d}{dc}f(c) = -d\cdot\left(-v\cdot e^{-c}\cdot p_x-2v^2\cdot e^{-2c}\cdot{}_2p_x-\cdots-(n-1)\cdot v^{n-1}\cdot e^{-(n-1)c}\cdot{}_{n-1}p_x\right) $$

$$ = d\cdot\left(v\cdot e^{-c}\cdot p_x+2v^2\cdot e^{-2c}\cdot{}_2p_x+\cdots+(n-1)\cdot v^{n-1}\cdot e^{-(n-1)c}\cdot{}_{n-1}p_x\right) $$

したがって

$$ f'(0) = \left.\frac{d}{dc}f(c)\right|_{c=0} = d\cdot\left(v\cdot p_x+2v^2\cdot{}_2p_x+\cdots+(n-1)\cdot v^{n-1}\cdot{}_{n-1}p_x\right) = d\cdot(Ia)_{x:\overline{n-1|}} $$

解答：（Ｈ）

（５）

予定新契約費をαとする。まず、保険種類１の一時払営業保険料P_1を求める。

ファクラーの再帰式より、

${}_tV_{40}-P_1\cdot v\cdot q_{40+t}=v\cdot p_{40+t}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (0\leqq t<5)$

${}_tV_{40}-v\cdot q_{40+t}=v\cdot p_{40+t}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (5\leqq t)$

これらの算式の両辺に$v^{40+t}\cdot l_{40+t}$を乗じて計算基数を用いると、

$D_{40+t}\cdot {}_tV_{40}-P_1\cdot C_{40+t}=D_{40+t+1}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (0\leqq t<5)$

$D_{40+t}\cdot {}_tV_{40}-C_{40+t}=D_{40+t+1}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (5\leqq t)$

$0\leqq t$において上記算式を合計すると、

$D_{40}\cdot {}_0V_{40}=P_1\cdot\left(C_{40}+C_{41}+\cdots+C_{44}\right)+C_{45}+C_{46}+\cdots+C_{\omega-1}$

${}_0V_{40}=P_1\cdot\left(1-\alpha\right)$であることから、

$P_1\cdot\left(1-\alpha\right)=\dfrac{P_1\cdot\left(M_{40}-M_{45}\right)}{D_{40}}+\dfrac{M_{45}}{D_{40}}$ より、 $P_1=\dfrac{\dfrac{M_{45}}{D_{40}}}{1-\alpha-\dfrac{M_{40}-M_{45}}{D_{40}}}=0.685780$

保険種類２の一時払営業保険料P_2も同様にして求める。

ファクラーの再帰式より、

${}_tV_{40}-{}_{t+1}V_{40}\cdot v\cdot q_{40+t}=v\cdot p_{40+t}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (0\leqq t<5)\quad\cdots$①

${}_tV_{40}-v\cdot q_{40+t}=v\cdot p_{40+t}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (5\leqq t)\quad\cdots$②

①は$p_{40+t}=1-q_{40+t}$を用いて、さらに両辺にv^tを乗じて、②は保険種類１の場合と同様にして整理すると、

$v^t\cdot {}_tV_{40}=v^{t+1}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (0\leqq t<5)$

$D_{40+t}\cdot {}_tV_{40}-C_{40+t}=D_{40+t+1}\cdot {}_{t+1}V_{40}\quad (5\leqq t)$

$0\leqq t<5$、$5\leqq t$において上記算式をそれぞれ合計すると、

${}_0V_{40}=v^5\cdot {}_5V_{40}\quad (0\leqq t<5)$

$D_{45}\cdot {}_5V_{40}=C_{45}+C_{46}+\cdots+C_{\omega-1}$

これらと${}_0V_{40}=P_2\cdot\left(1-\alpha\right)$より、 $P_2=\dfrac{v^5\cdot\dfrac{M_{45}}{D_{45}}}{1-\alpha}=0.685743$

与えられた値を代入して、 $P_1-P_2=0.685780-0.685743=0.000037$

解答：（**E**）

（6）

年払純保険料を P、予定死亡率を q、予定利率 i の割引率を $v_{(i)}$、予定利率 i、保険期間 t 年の期始払確定年金および累加年金の年金現価をそれぞれ $\ddot{a}_{\overline{t}|}^{(i)}$、 $I\ddot{a}_{\overline{t}|}^{(i)}$ とする。

$${}_{t-1}V_x + P - q \cdot v_{(1.00\%)} \cdot t \cdot P = (1-q) \cdot v_{(1.00\%)} \cdot {}_tV_x \quad (1 \leqq t \leqq 5) \quad \cdots①$$

$${}_{t-1}V_x + P - q \cdot v_{(1.00\%)} \cdot {}_tV_x = (1-q) \cdot v_{(1.00\%)} \cdot {}_tV_x \quad (6 \leqq t \leqq 10) \quad \cdots②$$

②の式を整理すると

$${}_{t-1}V_x + P = v_{(1.00\%)} \cdot {}_tV_x \quad (6 \leqq t \leqq 10) \quad \cdots③$$

予定死亡率が一定であるため、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ は年齢によらず、 $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(3.02\%)}$ となる。

①の式には$v_{(1.00\%)}^{t-1} \cdot (1-q)^{t-1}$ を、③の式には$v_{(1.00\%)}^{t-1} \cdot (1-q)^5$ を乗じて、

それぞれの式を足して整理すると

$$P \cdot (\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)} - v_{(1.00\%)} \cdot q \cdot I\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)} + v_{(1.00\%)}^5 \cdot (1-q)^5 \cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}^{(1.00\%)}) = v_{(1.00\%)}^{10} \cdot (1-q)^5$$

$$P = \frac{v_{(1.00\%)}^{10} \cdot (1-q)^5}{\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)} - v_{(1.00\%)} \cdot q \cdot I\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)} + v_{(1.00\%)}^5 \cdot (1-q)^5 \cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}^{(1.00\%)}}$$

$$= \frac{0.99010^{10} \cdot 0.98039^5}{4.7153 - 0.99010 \cdot 0.019610 \cdot 13.865 + 0.99010^5 \cdot 0.98039^5 \cdot 4.9020}$$

$$=0.094567$$

①の式に$v_{(1.00\%)}^{t-1} \cdot (1-q)^{t-1}$ を乗じた式を、$t = 1, 2, 3$まで足して${}_3V_x^{[5z]}$を計算すると、

$${}_3V_x^{[5z]} = {}_3V_x - 0.3 \cdot \frac{\ddot{a}_{\overline{2}|}^{(3.02\%)}}{\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)}}$$

$$= \frac{\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(3.02\%)} - q \cdot v_{(1.00\%)} \cdot I\ddot{a}_{\overline{3}|}^{(3.02\%)}}{v_{(1.00\%)}^3 \cdot (1-q)^3} \cdot P - 0.3 \cdot \frac{\ddot{a}_{\overline{2}|}^{(3.02\%)}}{\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.02\%)}}$$

$$= \frac{2.9129 - 0.019610 \cdot 0.99010 \cdot 5.7681}{0.99010^3 \cdot 0.98039^3} \cdot 0.094567 - 0.3 \cdot \frac{1.9707}{4.7153}$$

$$= 0.16422$$

解答：（D）

（7）

t 年経過時点の契約貸付の金額を ${}_tL$ 、契約貸付に対する利率を i' とすると、

$\left({}_tL+{}_{30}P_{30}^{*}\right)\cdot\left(1+i'\right)\le{}_{t+1}W$

となれば貸付可能となる。

題意より、満期時の貸付金額は、

$\left({}_{29}L+{}_{30}P_{30}^{*}\right)\cdot\left(1+i'\right)=\left(\left({}_{28}L+{}_{30}P_{30}^{*}\right)\cdot\left(1+i'\right)+{}_{30}P_{30}^{*}\right)\cdot\left(1+i'\right)$

$=\cdots$

$$={}_{25}L\cdot\left(1+i'\right)^5+\left(1+i'\right)\cdot\frac{\left(1+i'\right)^5-1}{i'}\cdot{}_{30}P_{30}^{*}$$

よって、満期時の貸付金額は、25 年経過時点の契約貸付の金額の終価と、25 年経過以降の年払営業保険料の終価の合計であることがわかる。

これが 0.8 となれば、保険料振替貸付と契約貸付に利息を付利した金額を控除したあとの満期保険金が 0.2 となる。

$${}_{25}L=\frac{1}{\left(1+i'\right)^5}\cdot\left(0.8-\left(1+i'\right)\cdot\frac{\left(1+i'\right)^5-1}{i'}\cdot{}_{30}P_{30}^{*}\right)=0.57458$$

なお、順に計算していけば、各年度の保険料振替貸付が可能なことは確認できる。

解答：（D）

（8）

同一の生命表に従う x 歳、y 歳、z 歳、w 歳からなる 4 人の被保険者(x)、(y)、(z)、(w)のうち 4 人中 2 人が t 年後に生存し、残りの 2 人が t 年内に死亡する確率は

$$\begin{aligned}{}_tp_{\overline{xyzw}}^{[2]}&={}_tp_{xy}\cdot(1-{}_tp_z)\cdot(1-{}_tp_w)+{}_tp_{xz}\cdot(1-{}_tp_y)\cdot(1-{}_tp_w)+{}_tp_{xw}\cdot(1-{}_tp_y)\cdot(1-{}_tp_z)\\&\quad+{}_tp_{yz}\cdot(1-{}_tp_x)\cdot(1-{}_tp_w)+{}_tp_{yw}\cdot(1-{}_tp_x)\cdot(1-{}_tp_z)+{}_tp_{zw}\cdot(1-{}_tp_x)\cdot(1-{}_tp_y)\\&=({}_tp_{xy}+{}_tp_{xz}+{}_tp_{xw}+{}_tp_{yz}+{}_tp_{yw}+{}_tp_{zw})-3\cdot({}_tp_{xyz}+{}_tp_{xyw}+{}_tp_{xzw}+{}_tp_{yzw})+6\cdot{}_tp_{xyzw}\end{aligned}$$

であるので、 $z=x$ 、 $w=y$ とすると、

$${}_tp_{\overline{xxyy}}^{[2]}=({}_tp_{xx}+{}_tp_{yy})+4\cdot{}_tp_{xy}-6\cdot({}_tp_{xxy}+{}_tp_{xyy})+6\cdot{}_tp_{xxyy}$$

とできる。

解答：①（A）②（D）③（J）④（E）

問題３.

設問			解答	配点
（１）	(a)	①	**（イ）**	2 点（完答のみ）
		②	**（ケ）**	
		③	**（タ）**	1 点（完答のみ）
		④	**（ツ）**	
		⑤	**（テ）**	
		⑥	**（オ）**	2 点（完答のみ）
		⑦	**（シ）**	
		⑧	**（ニ）**	1 点（完答のみ）
		⑨	**（ネ）**	
		⑩	**（テ）**	
	(b)		**（Ｆ）**	4 点

設問			解答	配点
（２）	(a)	①	**（エ）**	2 点（完答のみ）
		②	**（ケ）**	
		③	**（コ）**	
		④	**（エ）**	1 点（完答のみ）
		⑤	**（カ）**	
		⑥	**（ツ）**	1 点
	(b)	⑦	**（セ）**	2 点（完答のみ）
		⑧	**（カ）**	
		⑨	**（ア）**	
	(c)		**（Ｃ）**	4 点

（１）

(a)

A は a_x^{ai} と等しいので、

$$A = a_x^{ai} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x^{ai}$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot \frac{1}{l_x^{aa}} \cdot \left(\boxed{\text{①}\, l_{x+t}^{ii}} - l_x^{ii} \cdot \boxed{\text{②}\, {}_t p_x^{i}} \right)$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{D_x^{aa}} \cdot \left(\boxed{\text{③}\, D_{x+t}^{ii}} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{\text{④}\, D_{x+t}^{i}}}{\boxed{\text{⑤}\, D_x^{i}}} \right)$$

と書ける。

B については健常者の状態での死亡と要介護者の状態での死亡を考慮して、

$$B = 3\sum_{t=0}^{\infty} \frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}} \cdot \left(d_{x+t}^{aa} + \boxed{\text{⑥}\, d_{x+t}^{ii}} - l_x^{ii} \cdot \boxed{\text{⑦}\, {}_{t|}q_x^{i}} \right)$$

$$= 3\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{D_x^{aa}} \cdot \left(C_{x+t}^{aa} + \boxed{\text{⑧}\, C_{x+t}^{ii}} - D_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{\text{⑨}\, C_{x+t}^{i}}}{\boxed{\text{⑩}\, D_x^{i}}} \right)$$

(b)

平準年払純保険料 P は給付現価 $A+B$ を年金現価 $\ddot{a}_x^{aa}=\dfrac{N_x^{aa}}{D_x^{aa}}$ で割ることにより求められる。

A については総和の範囲を $t=1,2,\cdots$ から $t=0,1,2,\cdots$ に変えても同じ数値となることに注意して整理すると

$$P=\frac{A+B}{\ddot{a}_x^{aa}}=\frac{1}{N_x^{aa}}\sum_{t=0}^{\infty}\left(D_{x+t}^{ii}-D_x^{ii}\cdot\frac{D_{x+t}^{i}}{D_x^{i}}+3C_{x+t}^{aa}+3C_{x+t}^{ii}-3D_x^{ii}\cdot\frac{C_{x+t}^{i}}{D_x^{i}}\right)$$

$$=\frac{1}{N_x^{aa}}\cdot\left(N_x^{ii}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{i}}\cdot N_x^{i}+3M_x^{aa}+3M_x^{ii}-3\cdot\frac{D_x^{ii}}{D_x^{i}}\cdot M_x^{i}\right)$$

$$=\frac{1}{N_x^{aa}}\cdot\left(N_x^{ii}+3M_x^{aa}+3M_x^{ii}-\frac{D_x^{ii}}{D_x^{i}}\cdot\left(N_x^{i}+3M_x^{i}\right)\right)$$

となるので、基数表の数値を代入して、

$$P=\frac{1}{631,537}\cdot\left(225,984+3\cdot 16,852+3\cdot 22,771-\frac{1,704}{29,585}\cdot\left(418,142+3\cdot 25,445\right)\right)$$

$$=0.50096$$

解答：（Ｆ）

（２）

(a)

保険金額 1 とした場合の定期保険を考える。解約脱退は絶対解約率（q_{x+t}^{W}）に従い保険年度末に発生することとし、死亡との発生順序は「死亡→解約」とする。解約脱退者に対しては解約返戻金 ${}_{t}W$ を返戻することとした場合、ファクラーの再帰式は

$${}_{t}V^{1}_{x:\overline{n}|} + P^{1}_{x:\overline{n}|} = v \cdot \boxed{① \ q_{x+t}} \cdot 1 + v \cdot \boxed{② \ q_{x+t}^{W} \cdot (1-q_{x+t})} \cdot {}_{t+1}W$$

$$+ v \cdot \boxed{③ \ (1-q_{x+t}) \cdot (1-q_{x+t}^{W})} \cdot {}_{t+1}V^{1}_{x:\overline{n}|}$$

と記載することができる。一方で、解約脱退を想定しない場合、ファクラーの再帰式は

$${}_{t}V^{1}_{x:\overline{n}|} + P^{1}_{x:\overline{n}|} = v \cdot \boxed{④ \ q_{x+t}} \cdot 1 + v \cdot \boxed{⑤ \ (1-q_{x+t})} \cdot {}_{t+1}V^{1}_{x:\overline{n}|}$$

と記載することができることを考慮すると、解約脱退を想定しないファクラーの再帰式は、解約返戻金について

$${}_{t}W = \boxed{⑥ \ {}_{t}V^{1}_{x:\overline{n}|}}$$

という前提を置いていることが分かる。

(b)

入院給付に対して、入院日額に入院日数を乗じた金額の給付を行う医療保険を考える。被保険者が死亡した場合、死亡した年度末にその年度末の平準純保険料式責任準備金を保険金として支払う。以下においては、現価率を v、x 歳における死亡率を q_x 、１年間の入院率を q_x^{sh} 、平均給付日数を T_x^{sh} 、平準純保険料を P、第 t 保険年度末の平準純保険料式責任準備金を ${}_{t}V$ とする。ここでは解約脱退は想定しない。１年間の入院給付は年央に発生することとすると、死亡脱退は保険年度末に発生することからその年度の入院日額 1 あたりの入院給付の期待値は死亡脱退の影響を受けないため、ファクラーの再帰式は

$${}_{t}V + P = v^{\frac{1}{2}} \cdot \boxed{⑦ \quad q_{x+t}^{sh} \cdot T_{x+t}^{sh}} + v \cdot q_{x+t} \cdot {}_{t+1}V + v \cdot \boxed{⑧ \ (1-q_{x+t})} \cdot {}_{t+1}V$$

$$= v^{\frac{1}{2}} \cdot \boxed{⑦ \quad q_{x+t}^{sh} \cdot T_{x+t}^{sh}} + v \cdot \boxed{⑨ \ 1} \cdot {}_{t+1}V$$

と記載することができる。ただし、${}_{0}V = 0$ 、${}_{n}V = 0$ とする。

(c)

(b)の考察の結果から、t+1 保険年度の入院日額 1 あたりの入院給付の期待値は、

$v^{\frac{1}{2}}\cdot q^{sh}_{30+t}\cdot T^{sh}_{30+t}=(1.02)^{-0.5}\cdot 0.001\cdot(1+t)\cdot 10$

で与えられる。したがって、求める平準純保険料 P は、

$$P=\frac{\sum_{t=0}^{9} v^t\cdot v^{\frac{1}{2}}\cdot q^{sh}_{x+t}\cdot T^{sh}_{x+t}}{\sum_{t=0}^{9} v^t}=0.01\cdot(1.02)^{-0.5}\times\frac{\sum_{t=0}^{9}(1.02)^{-t}\cdot(t+1)}{\sum_{t=0}^{9}(1.02)^{-t}}$$

$$=0.01\cdot(1.02)^{-0.5}\cdot\frac{\sum_{t=0}^{9}(1.02)^{-t}\cdot(t+1)}{\sum_{t=0}^{9}(1.02)^{-t}}=0.05284$$

解答：（**C**）

以上