

なぜ重い？どう速く？

～Nested Stochastic Modeling (NSM) の理論とベストプラクティス～

みずほ第一フィナンシャルテクノロジー 横山 大河
ムーディーズ・アナリティックス・ジャパン WANG QINAO

司会 それでは、定刻になりましたので、セッションB-3「なぜ重い？どう速く？～Nested Stochastic Modeling (NSM) の理論とベストプラクティス～」を開始させていただきたいと思ます。

本セッションの司会を担当させていただきます、あいおいニッセイ同和損害保険の谷崎と申します。よろしくお願いたします。

最初に、発表者の方々を簡単にご紹介申し上げます。みずほ第一フィナンシャルテクノロジーの横山大河さんと、ムーディーズ・アナリティックス・ジャパンのWANG QINAOさんです。横山さんからはNSMの保険会社における役割、各種NSM手法の概要や特徴等について、WANGさんからは最小二乗モンテカルロを中心としたNSMのベストプラクティスについてお話ししていただきます。最後に時間の許す限り、皆様からいただいたご質問に答える形にしていきたいと思っております。会場とスライドから質問を取り上げていきますので、スライドで質問する場合には質問の記入をお願いいたします。

それでは、横山さん、WANGさん、よろしくお願いたします。

The slide has a blue background with a white wave pattern at the bottom. In the top right corner, there is a logo for 'The Institute of Actuaries of Japan' with the tagline 'Think the Future, Manage the Risk'. The main title 'なぜ重い？どう速く？' is centered in white, followed by the subtitle '～Nested Stochastic Modeling(NSM)の理論とベストプラクティス～'. Below the subtitle, the date '2025年11月7日' and the event name 'AFIR関連研究会' are listed. The speakers' names and affiliations are listed below: '横山 大河(みずほ第一フィナンシャルテクノロジー)' and 'WANG QINAO(ムーディーズ・アナリティックス・ジャパン株式会社)'. At the bottom right, there is a small disclaimer: '本発表の記載の内容はあくまで発表者個人の意見であり、所属する団体からの意見を表明したものではありません。'

横山 ご紹介ありがとうございます。みずほ第一フィナンシャルテクノロジーの横山と申します。本日までご参加いただきましてありがとうございます。

- 本セッションでは大きく2つのパートに分けて発表いたします

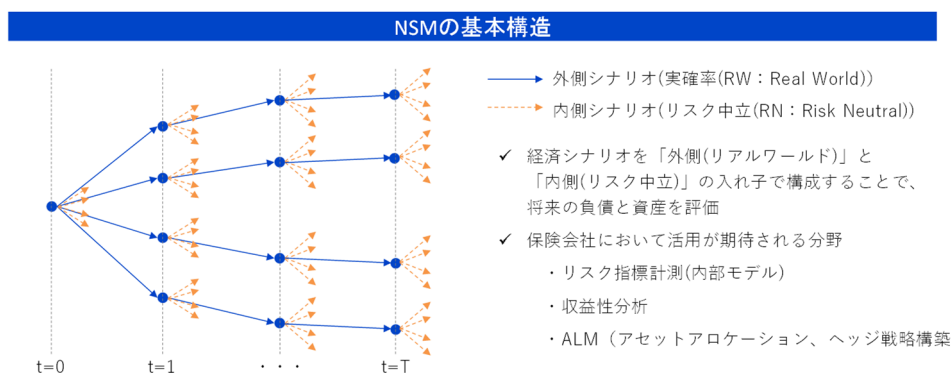


2

本日お話しするテーマですが、「Nested Stochastic Modeling (NSM) の理論とベストプラクティス」というところで、日本だと、まだ第一フォーミュラが始まったばかりで、内部モデルも、基本的に、そちらがベースになっているかと思うのですが、諸外国では、NSM 手法が内部モデルとして使われているということもありまして、少し気持ち早いのですが、「このようなものがあるよ」というところの、さらっとしたところのご紹介を、私の方からさせていただき、後半、WANG さんの方からは、より実務的な観点で、特にLSMCを中心に説明させていただくというような流れで進めさせていただきます。

はじめに NSMとは(1)

- NSMとはNested Stochastic Modeling[※]は複雑なオプション・保証を含む負債の評価に用いる入れ子型の確率的シミュレーション手法
- 保険会社においては、リスク指標(99.5%VaRなど)の計測、収益性分析、ALMなど幅広い分野での活用が期待される



※ NSP(Nested Stochastic Projection)、SoS(Stochastic on Stochastic)といった表現をすることも一般的

3

最初に、この Stochastic Nested Model は、そもそも何なのかというというと、入れ子型の確率的なシミュレーション手法になっています。左下に図がございませうけれども、リアルワールド（実測度）と、リスク中立、こちらを組み合わせることによって、各時点のリスク量の把握が、シミュレーションベースで可能に

なるというようなものになっています。

右側に役割を載せていますけれども、保険会社においては、VaRといったリスク指標の計測、収益性の分析、もしくは、ALMへの活用として、アセットアロケーションやヘッジ戦略の構築を、シミュレーションベースで行えるということが期待されています。

はじめに NSMとは(2)
公益社団法人 日本アクチュアリー会
Think the Future, Manage the Risk

- 変額年金の保証に代表されるように保険負債キャッシュフローは複雑であり、多くの場合、閉形式解を持たないため、保険負債の評価にはシミュレーション手法が必要となる
- 特に将来時点の保険負債の評価は、シミュレーションが入れ子構造(Nested)となり、計算量が膨大となる
- こうした課題にアプローチするためのNSM手法が開発されており、本発表では代表的なNSM手法の概要、特徴などに数値例を交えて紹介する

代表的なNSM手法	概要	参考
(1) クールドMC	特に工夫のないネスト型シミュレーション	-
(2) 最適計算量配分	RMSEを最小化する最適な外側と内側のシナリオ配分	Gordy et al.(2010), Hong et al.(2009)
(3) マルチレベルMC(MLMC)	レベルを設けレベル毎に外側と内側にシナリオ配分	Giles(2008), Giles et al.(2019)
(4) 最小二乗MC(LSMC)	内側シナリオを(シンプルな)基底関数で代理	Longstaff & Schwartz(2001), Bauer et al.(2012)
(5) 機械学習型	内側シナリオをニューラルネットワークなどで代理	Hejazi & Jackson(2017), Perla et al.(2025)

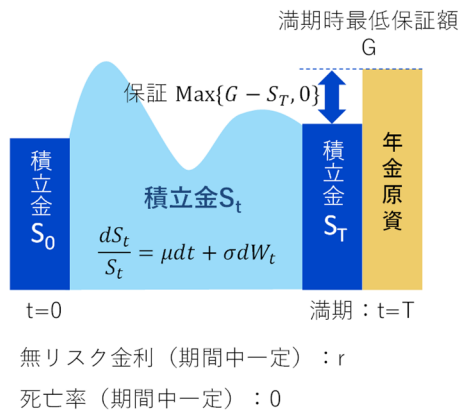
4

そもそもシミュレーションが必要だということは、既に、皆様、ご存じかと思うのですが、ちょうど裏のセクションでTVOGの話もありますが、変額年金や、そのような保障を計算しようとすると、どうしても、かなりキャッシュフロー自体が複雑になってきて、基本的には閉形式解で求められるというものがかなり少ないということになるので、シミュレーション手法が必要になってまいります。

更に、将来シミュレーションをしようとする、変額年金の現時点の価値計測を将来時点で行おうと思うと将来時点を行おうとするとリアルワールドとリスク中立の入れ子になって、計算量は、どうしてもNest構造のため膨大になります。

膨大な計算量に対する課題解決のために様々な手法が考えられておりまして、そのうちの一部をご紹介しますというものが前半のテーマでございます。

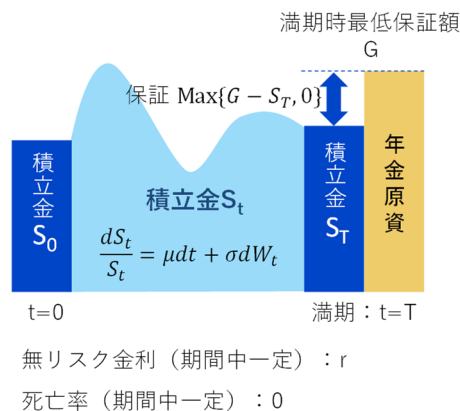
- 次のようなGMAB(Guaranteed Minimum Accumulation Benefit)を考える
- この保険の時点 t における債務 L_t の $\text{VaR}(p\%)$ を測定したい



1

まずは、シンプルな問題設定で、数値例を交えながら説明したいと思います。このようなとてもシンプルなGMABを考えていただいて、積立金があって、それを運用して積立金の原資として、年金原資としてお支払いする。ただ、あらかじめ定めた保障Gに満たない場合は、その差額分を保証します、というようなタイプの問題を考えます。

- 次のようなGMAB(Guaranteed Minimum Accumulation Benefit)を考える
- この保険の時点 t における債務 L_t の $\text{VaR}(p\%)$ を測定したい



閉形式解によるアプローチ

契約者に対して積立金を原資産、最低保証額を行使価格とするヨーロッパアンブットオプションを与えているのと同じ
⇒ プットオプション分の債務を保険会社が負う

時点 t で積立金 S_t は対数正規分布に従うので $\text{VaR}_p(S_t)$ 、
 $\text{VaR}_p(S_t) = S_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t}\Phi^{-1}(1-p)\right\}$ と求められる。

債務 L_t の $\text{VaR}(p\%)$ は、積立金が $\text{VaR}_p(S_t)$ のときのプットオプションの価格を考えればよく、Black-Scholes式より

$$\text{VaR}_p(L_t) = e^{-r(T-t)}G\Phi(-d_2(\text{VaR}_p(S_t))) - \text{VaR}_p(S_t)\Phi(-d_1(\text{VaR}_p(S_t)))$$

✓ シンプルな問題設定なので閉形式解が得られる

6

こちらに関しては、シンプルな問題設定になっておりますので、閉形式解が得られるというタイプのものになっています。要は、契約者に対してプットオプションを渡しているものになるので、プットオプションの価格を求めましょうというところをブラック・ショールズ・ベースに計算すれば、簡単に求められるというところですよ。

算式一つ一つは説明しないのですが、一つめの算式にあるものは、時点 t での積立金がどれぐらい

になるのかについては、対数正規分布で求めることができますし、その時点 t での積立金の価格が分かっているのであれば、その時点のプットオプションの価格も求められ、プットオプション自体が債務に相当しますので、時点 t での債務量のリスク量 $V a R$ が計測できる、つまり閉形式解で得られます。

シンプルな問題設定で考える ～シミュレーションによるアプローチ～

公益社団法人 日本アクチュアリー会
Think the Future, Manage the Risk

- 次のようなGMAB(Guaranteed Minimum Accumulation Benefit)を考える
- この保険の時点 t における債務 L_t の $VaR(p^0)$ を測定したい

満期時最低保証額 G

保証 $\text{Max}\{G - S_T, 0\}$

積立金 S_t

年金原資

満期: $t=T$

無リスク金利 (期間中一定) : r

死亡率 (期間中一定) : 0

入れ子型のシミュレーションによるアプローチ

リアルワールドで積立金を n 本シミュレーション
各実シナリオの中で、保証額を m 本シミュレーション
リスク中立で L_t をサンプリング

リアルワールド

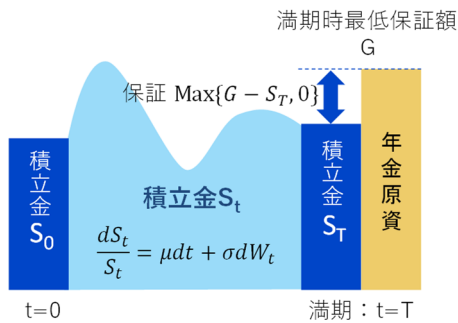
$$VaR_p(L_t) = VaR_p(e^{-r(T-t)} E^Q[\text{Max}\{G - S_T, 0\} | S_t])$$

リスク中立

より複雑なペイオフであればシミュレーションが必要なのですが、敢えてこちらのシンプルな問題設定でシミュレーションベースに行うとどのように計算するのかということを図示するものが右側でございます。時点ゼロで S_0 という積立金があって、リアルワールドで複数シミュレーションして t 年後の積立金をシミュレーションする。さらに、それぞれの t 年後の積立金のところからリスク中立で将来必要な保証額を期待値ベースで求めて割り戻してあげることで、 t 年後の積立金毎の債務が出てきますので、あとは、それを統合して見てあげれば債務の $V a R$ が出せるというような格好でございます。結果的にネストの形になっているというものです。

シンプルな問題設定で考える ～計算結果～

- 次のようなGMAB(Guaranteed Minimum Accumulation Benefit)を考える
- この保険の時点 t における債務 L_t の $\text{VaR}(p^{\circ})$ を測定したい



無リスク金利 (期間中一定) : r
死亡率 (期間中一定) : 0

計算結果の比較

前提 $S_0 = 100, G = 110$ $\sigma = 20\%, \sigma^{\circ} = 30\%$
 $r = 5.0\%, \mu = 9.0\%$ $T = 5, t = 1$ $p = 95\%$

手法	シミュレーション数 外側 内側	債務 L_t の VaR(95%)	誤差 (RMSE)
閉形式解	—	26.78558	—
(1) クルードMC	100 100	26.93480	1.479910
	1,000 1,000	26.77166	0.514797

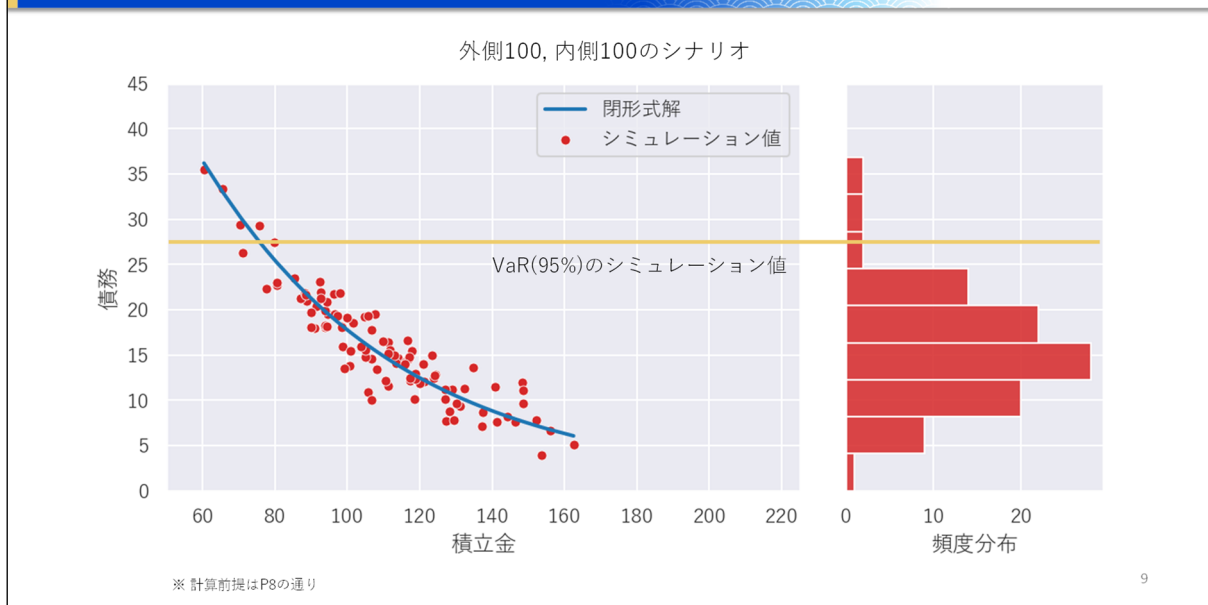
- ✓ シミュレーション結果は真の値(閉形式解)を近似
- ✓ シミュレーション数を増やすことで精度が向上

8

具体的な数値例というところで前提を幾つか置かせていただいていますけれども、適当な数字、 $S_0 = 100$ 、保証額 G を110、 σ はリアルワールドの変動として20%、 σ° がインプライド・ボラティリティで、30%、あとは、無リスク金利 r や積立金の期待収益率 μ 、期間 T と VaR の信頼水準95%というような幾つかの前提を置かせていただいております。

こちらをベースに計算すると、閉形式解では26.78558 というものが一瞬で出てまいりますし、モンテカルロ・シミュレーションベースで回すと、外側のシミュレーション100本、内側のシミュレーション100本としたパターン、あとは、外側を1,000本、内側を1,000本と計算量を増やしたパターンで見えていくと、当然、計算量を増やしたほうが解が真の値、閉形式解に近づいていっておりますし、誤差(RMSE)については500回乱数を変えてRMSEを計算しているのですが、RMSEも当然小さくなっているというところで、想像のとおりでありますけれども、シミュレーションを増やすと精度が向上するというものでございます。

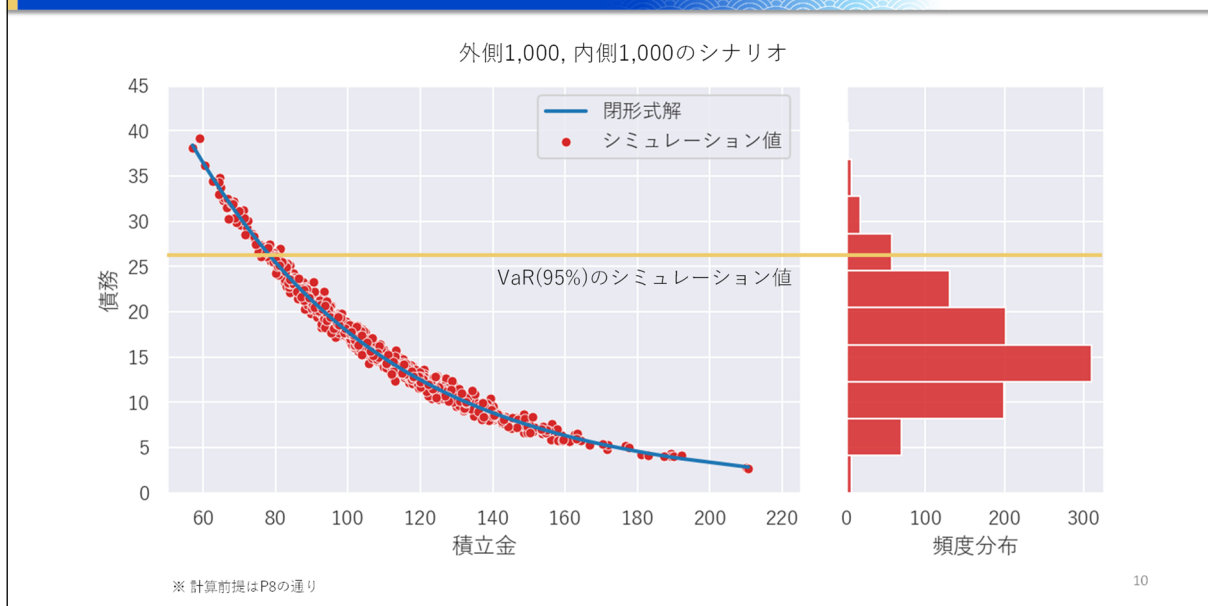
閉形式解とシミュレーション結果の比較



もう少し具体的なイメージをといるところで、赤い点でプロットしているものが、それぞれ、リアルワールドと入れ子で計算したときの各積立金と債務の関係になっています。外側 100 本、内側 100 本で回したときのシナリオでございます。

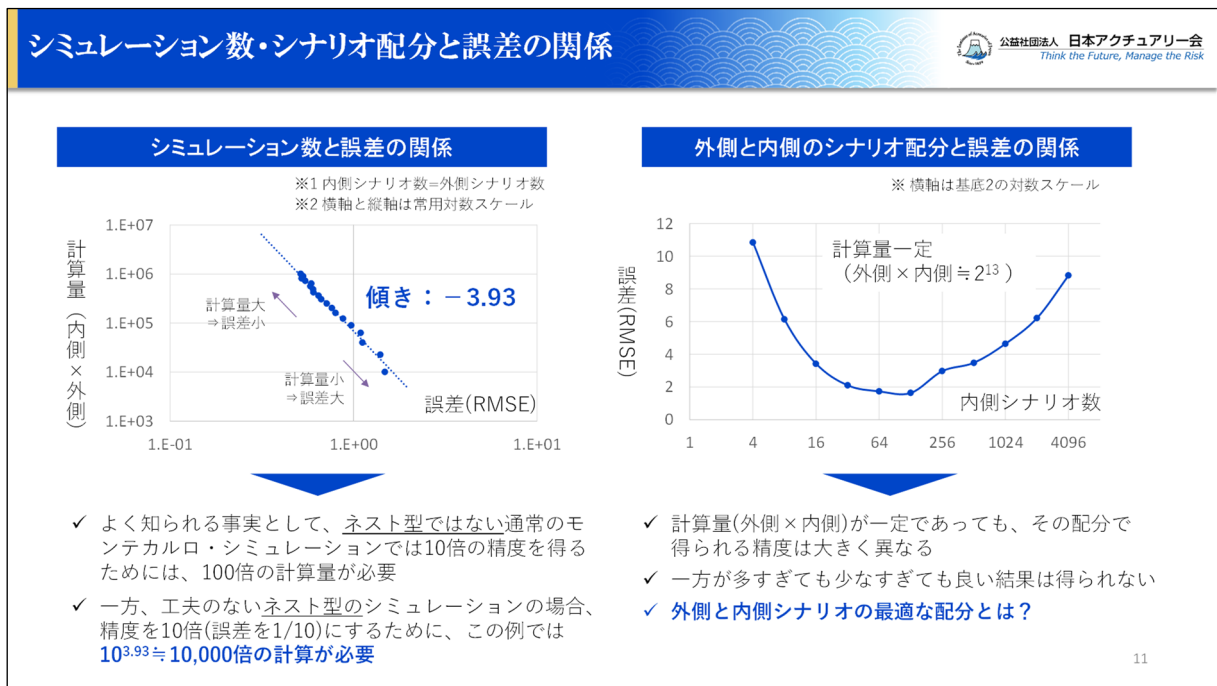
これを見ていただくと、シミュレーション値は、真の値、閉形式解を中心にばらついており、シミュレーションベースは、ある程度債務が計測できております。このシミュレーション結果を基に VaR を計算する、そのような手順になっています。

閉形式解とシミュレーション結果の比較



こちらは、より先ほどより計算量を増やしたパターンです。外側 1,000 本、内側 1,000 本とやると何が起ころかといいますと、この閉形式解である青い線の周りへのばらつきが当然抑えられる。これは、内側の量を増やした効果で青い線により近づく。あと、外側を増やすことによって、よりバリエーション、幅広く取れる

ので、95%のVaRのような極端な値が、より捉えやすくなるというような特徴になっています。



今申し上げたものは、シミュレーション数、内側と外側の計算数を 100 本 100 本、1,000 本 1,000 本と同じにしたものでございますけれども、内側と外側の計算数を同じにした状態で、いろいろ、もう少し計算量を増やしたり減らしたりして、その精度と計算量、プロット関係を見ているものが、左側のグラフになっています。

対数スケールで見ているのですけれども、横軸に誤差、縦軸に計算量を見ていまして、左上に行けば行くほど計算量が増え、誤差が縮小という見方です。対数スケールで見ているので、この傾きを取ってみると大体-4ぐらいになっています。これの意味するところは、下に青字で書いておりますけれども、精度を10倍にしようとするとき、10の3.93乗の計算量が必要になってくるので、何も考えずにモンテカルロ・シミュレーションをした場合、精度を求めるためには、膨大な計算が必要になってくるということがわかります。

外側と内側 100 本 100 本同じ、1,000 本 1,000 本同じ、というようなやり方だけではなくて、もう少しこの配分を変えてみたのが、右側のグラフです。計算量を一定にした上で内側のシナリオ数と外側のシナリオ数を配分した、変えたものであるのですけれども、やはり、いいバランスのところがあるということが示唆されます。つまり、内側と外側のどちらかが多すぎてもいけないし、少なすぎてもいけない、ということがわかります。

(2) 最適計算量配分

- 一定の計算量のもとで、VaRや期待ショートフォールの推定誤差(RMSE)を最小にするような外側と内側シナリオの最適配分が、Gordy et al.(2010) によって提案されている
- 相対的に内側を外側のシナリオをよりも小さく配分することで、リスク指標の推計誤差が小さくなる

内側と外側の最適な計算量配分

- ✓ 計算予算 Γ (=外側数 $N \times$ 内側数 $M + 1$) のとき、最適配分となる N^* と M^* は、

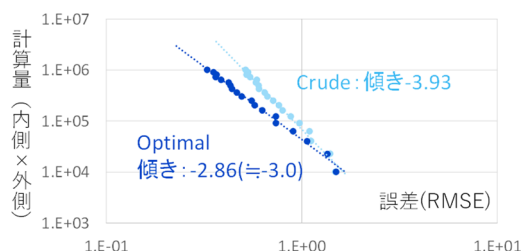
$$\begin{aligned} \text{外側シナリオ数 } N^* &= C_1 \Gamma^{2/3} \\ \text{内側シナリオ数 } M^* &= C_2 \Gamma^{1/3} \end{aligned}$$

※ C_1 と C_2 は、事前の数値検討で推定することができる。詳細は省略

- ✓ 例えば、P8の問題設定の場合の最適配分は

計算量オーダー	最適シミュレーション数	
	外側	内側
10^4	148	67
10^6	3,218	310

シミュレーション数と誤差の関係



- ✓ 最適配分のもとでは、 $RMSE \propto \Gamma^{-1/3}$ となる
⇒ 精度を10倍にするための計算量は $10^3=1,000$ 倍

12

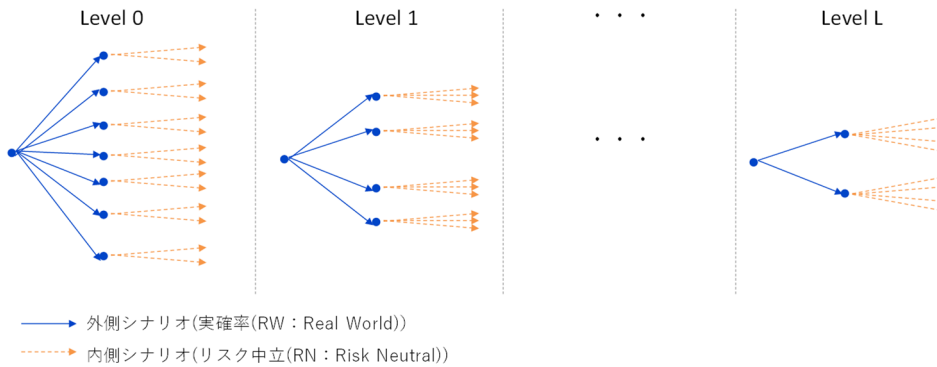
では、この外側と内側は、どれぐらいが最適なのかというところは、実は、答えが出ておまして、Gordy et al. によって提案されております。RMSEを最小にするような配分ですね。算式に深くは踏み込まないのですけれども、左側に書いていますとおり、 Γ と書いてあるものが計算の総量でございます。これを見ていただくと、外側に3分の2乗というものが付いていて、内側の方に3分の1乗というものが付いている。外側の本数をより多く配分してあげて、内側を少し少なくしてあげることによって、より精度がよくなるというようなものでございます。

例えばというところで、先ほどの簡単な問題設定での計算量のパターンでの配分がどうなっているかを見ていただくと、 10 の4乗の計算量オーダーの場合だと外側148本と内側67本、計算量が 10 の6乗だと外側3,218本と内側310本というところで、外側の方が厚めに配分されているという形でございます。

右側のグラフを見ていただくと、これは、先ほどお示したものと同じで、横軸に誤差、縦軸に計算量を取ったものです。こちらの最適な配分で計算すると、傾きが -2.86 とより緩やかになる。これは緩やかなほうがうれしいのですけれども、緩やかになっているというところで、理論的には -3 分の1乗のオーダーになって、計算量を 10 の3乗倍すれば精度が10倍になり、先ほどより効率良く精度を上げることができるというものでございます。

(3) マルチレベルモンテカルロ(1)

- Giles(2008)によって提案され、Giles et al.(2019)は、リスク管理の文脈でネスト型へ拡張
- シミュレーションを複数のレベルに分割し、各レベルでネスト型シミュレーションを実施してから統合
- レベルが増加するごとに内側シナリオを増加させることでバイアス低減を図る

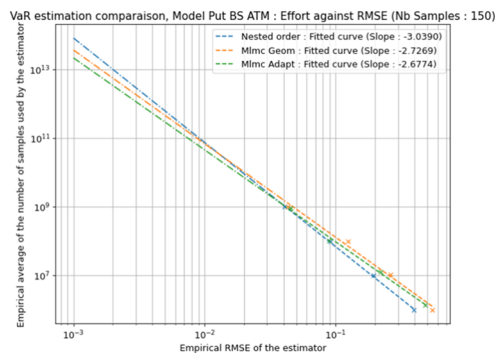


13

これとは別に、マルチレベルモンテカルロと呼ばれているようなモンテカルロ・シミュレーション手法も提案されています。こちらは何をするかといいますと、一気に全てのシミュレーションをやるのではなく、レベルを少し分けてあげて、Level 0、低いレベルのところでは多めにリアルワールドのシミュレーションをして、リスク中立、内側は少なめにする。逆に、レベルが上がっていくごとに、内側は多く、外側は少なくして、最終的に、これらの結果をうまく統合してあげることによって、より精度を上げましょと、そのような手法も確立されております。

(3) マルチレベルモンテカルロ(2)

- (2)の最適配分では、 $RMSE \propto \Gamma^{-1/3}$ に対し、マルチレベルモンテカルロ(MLMC)では概ね $RMSE \propto \Gamma^{-2/5}$
- その発展形の適応的マルチレベルモンテカルロ(Adaptive MLMC)では最大で $RMSE \propto \Gamma^{-1/2}$



- ✓ MLMC (左図のオレンジ線) は、最適配分型 (左図の青線) よりもさらに傾きが緩やか
⇒ 計算量を増加させたときに精度が高まりやすい
- ✓ また、後に紹介する最小二乗モンテカルロのような **ブロキシ前提が不要** であることもメリット
- ✓ GPUを使用した **並列計算** と相性が良いとされている

図の出所：Milliman社「Efficient computation of Solvency Capital Requirement using Multilevel Monte Carlo Methods」(2022)

14


マルチレベルモンテカルロについては私が計算した結果ではなくて、出所に記載のミリマン社の結果をそのまま持って来ております。こちらの、先ほどの最適な配分だと-3分の1乗とあったものが、-5分の2乗というところで、理論的に、よりRMSEが効率良く下がるということが言われておりますし、更に発展

させた Adaptive MLMC というものもあるのですが、こちらだと、最大のパフォーマンスが出たベースだと 2分の1 になるというような結果になっています。

左にグラフを示しているものは、先ほどからお見せしている、横軸には RMSE、縦軸に計算量を取ったものでございます。通常の青い線のものに比べて、MLMC を使ったものはよりカーブが寝ている、よりうれしい結果になっているというような結果でございます。

こちらのマルチレベルモンテカルロに、一つ、二つメリットがあるとすると、後に紹介する LSMC 最小二乗モンテカルロは、プロキシをどう置くかという前提があるのですが、そもそも、そのような前提は要らないというところがメリット。また、最近 GPU などが発展して、かなり計算量自体は取れるようになってはいますが、そのような並列計算と組み合わせることで相性がいいと言われております。

(4) 最小二乗モンテカルロ(1)


 公益社団法人 日本アクチュアリー会
Think the Future, Manage the Risk

- 最小二乗モンテカルロ(Least Square MC:LSMC)は、ネスト型シミュレーションの計算負荷の対応として、デリバティブの価値評価など広く活用されている
- 内側(リスク中立)のシミュレーションを、関数による評価に置き換えることで、計算量を大きく削減

通常のネスト型シミュレーション

外側シナリオ毎に、内側(リスク中立)のシミュレーションで求めたい変数Xを評価

最小二乗モンテカルロ

内側(リスク中立)のシミュレーションを行うことなく関数で評価

$\mu(S_t)$: 基底関数による回帰式

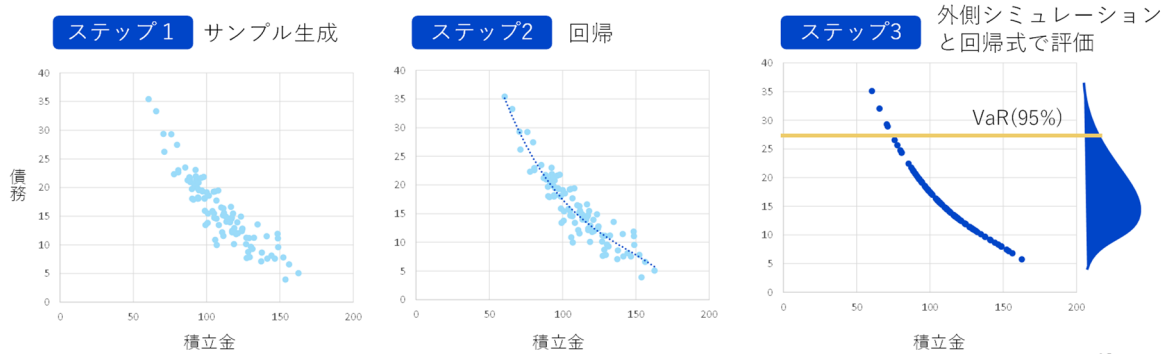
15

こちらから、次の最小二乗モンテカルロというところで、実務的には、これがスタンダードになっているようです。こちらのご説明をさせていただければと思います。

元々は、アメリカンオプションなど、複雑なペイオフを持つオプションを評価するために作られた手法でございます。通常のネスト型のシミュレーションだと、外側を回した後に内側でシミュレーションを回して価値を求めに行くという取り方をしますが、最小二乗モンテカルロの場合は、この内側のシミュレーションを一定の関数に置き換えてしまっ、計算量低減を図るというような手法でございます。

(4) 最小二乗モンテカルロ(2)

- 最小二乗モンテカルロの一般的な計算ステップは以下の通り
 - ① 少数のサンプルをネスト型シミュレーションにより生成
 - ② 生成したサンプルを適切な基底関数で回帰（以下の例は多項式近似）
 - ③ 外側シナリオのみ多数生成し、②で得られた回帰式で評価し、確率分布やリスク指標を得る



具体的にどのようなステップかというところで、後ほどWANGさんからも説明があるので、ごく簡単にしましすけれども、最初に少数のサンプルを生成してあげて、その後に、こちらをなにかしらの関数で回帰する。そうすると、この例では、「ある時点で積立金が幾らだったら債務が幾らになるか」が回帰式で得られます。そうするとリスク中立の計算が不要になってくるので、ステップ3のところではリアルワールドだけシミュレーションを回して、回帰式で債務を求めていることによって、確率分布だったりリスク指標が計算できるという手法です。

(4) 最小二乗モンテカルロ(3)

- 下表は、これまで紹介した手法(MLMC除く)と、最小二乗モンテカルロの計算結果例
- この例では、計算量を抑えつつ、高い精度（小さい誤差）を得ている

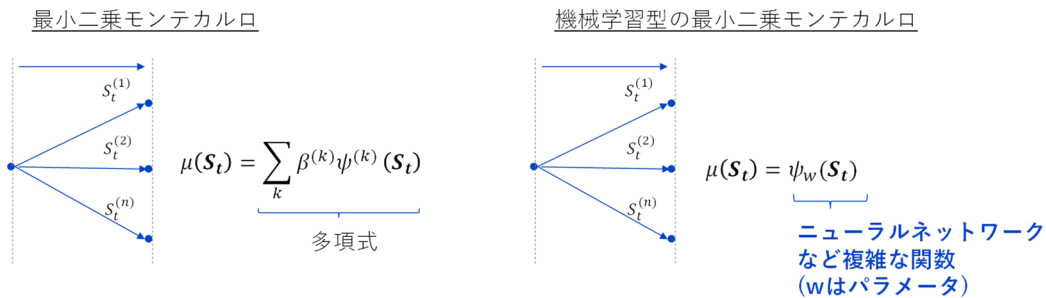
手法	シミュレーション数 外側 内側		債務 L_t の VaR(95%)	誤差 (RMSE)
閉形式解	-		26.78558	-
(1) クルードMC	100	100	26.93480	1.479910
	1,000	1,000	26.77166	0.514797
(2) 最適計算量配分	148	67	27.53933	1.496082
	3,218	310	26.96819	0.328176
(4) 最小二乗モンテカルロ*	100	100	26.88906	0.103475

※ 基底関数として3次多項式を採用。表に記載のシミュレーション数結果に基づき回帰係数を算出後、評価用に1,000回の外側シナリオを実行した結果
(注) その他の計算前提はP8の設定の通り。繰り返し数はそれぞれ500回。債務は500回の平均値、RMSEは各回の推定結果と閉形式解の差をもとに算出

具体的な数値例として、先ほどの8ページでお示した、簡単な問題設定によるものです。最小二乗モンテカルロの場合、かなりシミュレーション数が少なくても他の手法と比べてRMSEが小さくなっていることが、ご確認できるかと思います。

(5) 機械学習型(1)

- 多くのリスク因子がある場合、最上二乗モンテカルロ(LSMC)で使用する多項式回帰の工数が急増し、モデルの構築と計算が困難になる
 - また、多項式回帰では複雑な非線形関係を捉えるのが難しく、リスク因子と負債価値を十分に表現できない可能性がある
- ⇒ディープラーニングなど機械学習によるLSMCの拡張の試みがなされている



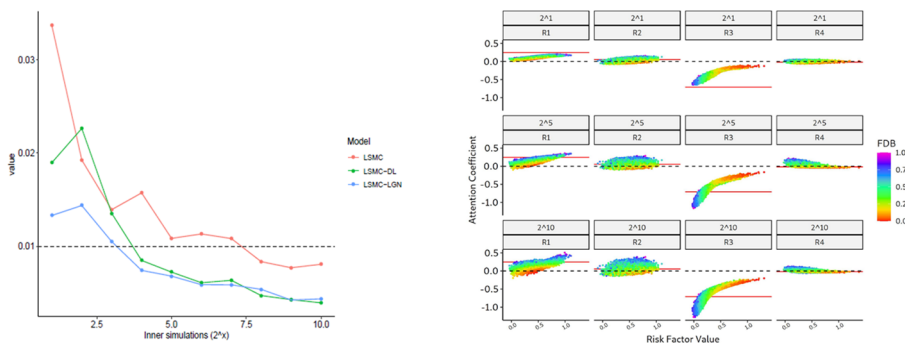
18

こちらの最小二乗モンテカルロは、すみません、少し説明を飛ばしてしまったのですが、先ほどは、どのような式を使ったかといいますと、三次多項式を回帰に使用したのですが、より複雑な関数を使うという発想もございまして、いわゆる回帰部分を機械学習に置き換えるような方法です。このようなものも、近年、研究対象になって、ございますので、ご紹介だけさせていただければと思います。

左側が通常最小二乗モンテカルロです。基本的には多項式で評価するというものでございますけれども、機械学習型に関しては、より複雑なニューラルネットワークなどを用います。先ほどまで使用してきた簡単な例だとリスクファクター自体は積立金の額1個だけで、単純なのですが、実際は、保険会社のリスクファクターは、かなり膨大にありますので、そのようなリスクファクター間の複雑な非線形関係を捉えて評価することができるということで、機械学習型の研究が近年行われているというものでございます。

(5) 機械学習型(2) 論文紹介

- Perla et al.(2025)は、保険業界のソルベンシー資本要件評価(99.5%VaR)のため、従来のLSMC手法を拡張
- 説明性の高いディープラーニング手法とされているLocalGLMnetをベースとして、LSMCを構築
- 提案されたLocalGLMnetベースのLSMCは、SCR評価において高精度かつ説明可能なモデルを提供



図の出所：Explainable Least Square Monte Carlo for Solvency Capital Requirement Evaluation, Perla et al.(2025)

19

一つ論文紹介というところで、2025年、かなり最近のものでございますけれども、こちらは保険会社のソルベンシー資本要件評価のため、LSMC手法で最小二乗モンテカルロを改良したものになっています。ご存じか分からないですけれども、LocalGLMnetという、ニューラルネットワークとGLMを組み合わせたアクチュアリーが開発したニューラルネットワークがあるのですけれども、そちらをベースにして最小二乗モンテカルロを構築するようなものになっています。このLocalGLMnet自体が、説明性が高いニューラルネットワークと言われています。アクチュアリーの中だと、やはり機械学習を用いると説明責任が果たしづらいという欠点をLocalGLMnetで補うということを、目的にしている論文でございます。

図を載せていますが、左側の図は横軸に計算量、縦軸に誤差を取ってございまして、こちらの新しい機械学習ベースのものはパフォーマンスがいいという結果になっています。右側の図は、これだけだと何が何だか分からないと思いますけれども、リスクファクターが四つあって、左二つが金利系、右二つが株系なので、それぞれによってGLMの係数がどのように変化しているのか、非線形な関係をしっかり捉えられているということを見ているというものです。下に論文の名前を載せておりますので、ご興味があれば、ご確認いただければと思います。

まとめ ～各手法の特徴、メリット・デメリット～			
手法	概要	メリット	デメリット
(1) クールドMC	外側N×内側Mの素朴なネスト推定	<ul style="list-style-type: none"> • 実装が最も簡単で頑健 • 任意のペイオフに汎用 	<ul style="list-style-type: none"> • 計算量かなり大
(2) 最適計算量配分	RMSE最小となるN,Mを理論式で最適化	<ul style="list-style-type: none"> • クールドMCよりコスト減 	<ul style="list-style-type: none"> • 計算量大 • 分散/バイアスの事前推定が必要
(3) マルチレベルMC (MLMC)	粗/細の内側の差分をレベル別に推定	<ul style="list-style-type: none"> • 理論的に良好な計算量 • プロキシ不要 	<ul style="list-style-type: none"> • 実装/チューニングがやや複雑
(4) 最小二乗モンテカルロ (LSMC)	内側を基底関数回帰で近似して代替	<ul style="list-style-type: none"> • 学習後の評価が高速 • 実務でスタンダード手法 	<ul style="list-style-type: none"> • 近似バイアス (基底ミス/過学習) • 高次元で基底選択が難しい
(5) 機械学習型 (NN等)	NN等の柔軟なプロキシで内側を置換	<ul style="list-style-type: none"> • 高非線形・高次元に対応 	<ul style="list-style-type: none"> • 説明性/検証統制が難しい • 学習データ/監査のコスト

最後、「まとめ」というところで、各手法の特徴、メリット・デメリットを載せています。先ほど、概要についてはご説明しましたので、メリット・デメリットだけをご紹介します。最初の素朴なクールドMCについては、実装が非常に簡単ですし、任意のペイオフを再現することができます。一方で、デメリットとしては、計算量が、やはり多くなってしまっています。

最適計算量配分だと、クールドMCより、よりコストを減らすことができます。といっても、計算量はまだまだ大きい。あと、説明しなかったですけれども、配分を求めるときに、少し事前のパラメータ推定必要になってきます。

マルチレベルモンテカルロについては、他の二つと比べても理論的に良好な計算量が得られるというところと、あとは、最小二乗モンテカルロで求められるようなプロキシが不要という点がメリットです。デメリットといたしましては、ややチューニングが複雑など、そのような面もございます。

最小二乗モンテカルロにつきましては、学習後評価はリアルワールドだけでいいので、かなり高速にでき

ることと、実務的にはスタンダードな手法に現在なっていることが特徴です。一方でデメリットとしたしましては、そもそもどのような関数を設定するのかといった点や、リスクファクターがかなり膨大になってくると、どのように説明変数の相互作用をどのように選択するのかといった難しさが出てきます。

それを補うために、機械学習型というところで、非線形性や高次元に対応しているというものでありますけれども、当然、説明性は課題になってきます。

本パートの総括



- 本パートではNSMの保険会社における役割、各種NSM手法の概要や特徴等について発表しました。
- 次のパートでは、WANGさんより、LSMCを中心としたNSMのベストプラクティスについて説明します。

21

こちらのパートでNSMの基本的な概要や特徴について、ご説明させていただきました。

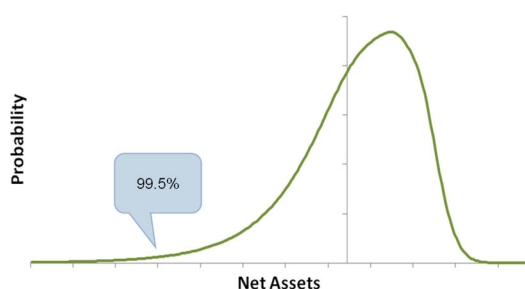
次のパートは、WANGさんから、LSMCを中心として、理論というより実践面、実務面を中心に、お話をさせていただければと思います。



WANG どうも、MOODY'SのWANGです。よろしくお願いいたします。

資本計算:概念

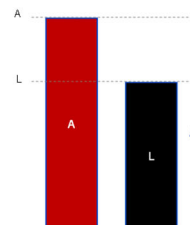
1年先純資産の分布



上記分布を計算するために:

- » 経済的(又は他の)イベントの発生率
- » 各イベント下B/Sがどうなる

Time Zero Economic Balance Sheet



オプション・保証付きの
負債評価にあたっては、
市場整合的 シナリオが
必要

Nested stochastic:

- » 足元の純資産を計算するために、シミュレーションが必要
- » 1年先の分布を算出するために、nestedシミュレーションが必要

MOODY'S

2

では、私の方から、まず、実務的な観点から、なぜL SMCが必要なのかを説明して、そして、他の負債に関しまして、他の近似の手法を説明させていただきたいと思います。

まずは、資本計算から始めさせていただきたいと思います。保険会社の資本、特に純資産を計算するためには、よくグラフのように歪みを持っている分布が多くありますけれども、そのような分布を計算するためには、やはり各イベントの発生率と、そして、各イベント下のバランスシートがどうなるかを算出する必要があります。また、実際に規制資本を計算する際には、多くの場合は200年に1度、99.5パーセントイルを計算することがよくありますけれども、保険会社としては、やはり、単に99.5パーセントイルだけではなくてより発生しやすいイベント、そして、そのイベント下の財務諸表への影響を把握する必要もありますので、分布を全体的に把握する必要があります。

そして、足元の負債を計算するためには、よくALMを使用して、そして、市場整合的なリスク中立のシナリオを計算する際によく使われていますけれども、実際に、例えば1年先、更に、その2年先、3年先の負債、そして、資本を把握するためには、まず、足元からリアルワールドのシナリオを1本1本回して、そして、それぞれのリアルワールドのシナリオに対して、リスク中立のシナリオがどうなるか、そして、各リスク中立のシナリオに対して計算された負債がどうなるかを、把握する必要があります。その場合は、先ほども簡単に説明させていただいた入れ子型、Nested stochasticのシミュレーションが必要になります。

負債近似一般的な手法

ストレス&相関

- 最も基本的なアプローチであり、標準フォーミュラに基づく手法
- シンプルで理解しやすいが、非線形性による近似誤差の影響を受けやすい



カーブフィッティング/最小二乗モンテカルロ法 (LSMC)

- 負債を基礎的なリスク要因の関数として記述しようとする試み
- LSMCは、市場で知られている中で最も効率的なアプローチとされている



複製ポートフォリオ

- 技術的な制約により人気が低下している
- 単純な商品には有効な場合もあるが、複雑な商品には非常に困難であることが判明している



MOODY'S

3

そして、負債近似につきましては、多くの場合は三つの手法が、より実務的に多く使われています。

まずは、ストレス&相関という手法です。これは、どちらかといいますと標準フォーミュラに、規制資本に近い手法となります。なぜなら、シンプルで非常に理解しやすいということで、例えば、ベースシナリオとストレスシナリオを5本生成して、そして、ある程度相関を使って計算するため、特にリソース的にも、そこまで多くを求められないので、どのような保険会社でも簡単に適用できるということがメリットです。ですが、非線形的な、例えば、より極端なイベントにつきましては近似誤差がどんどん大きくなるということがデメリットの一つです。

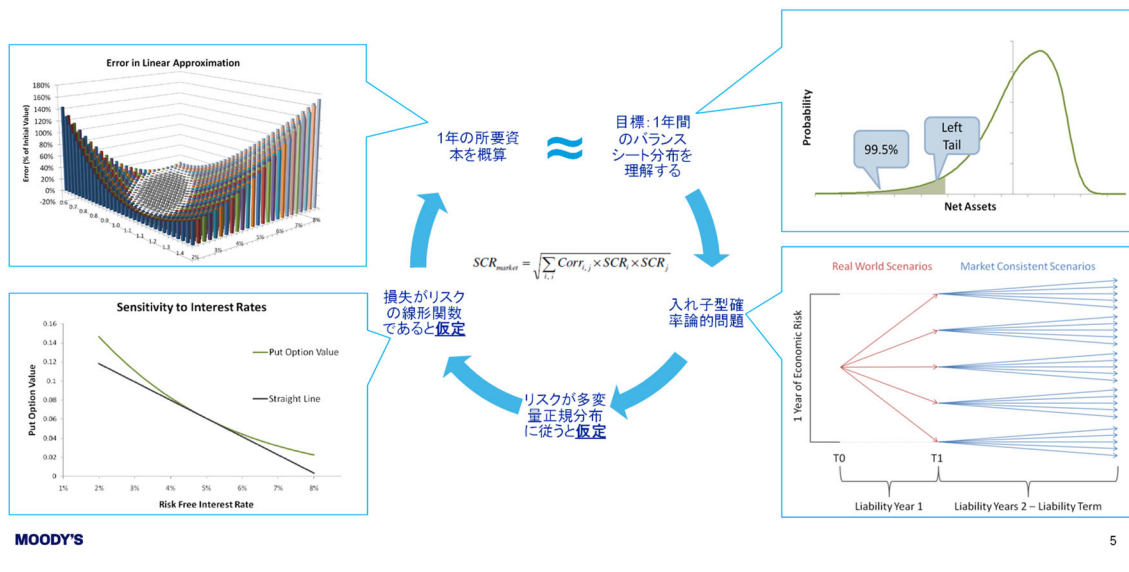
そして、もう一つが、カーブフィッティング、もしくは、最小二乗モンテカルロの手法です。こちらは、主に負債のリスク要因として、どのような経済変数が実際に動いて影響しているかを把握しながら、実際の負債の評価を試みるということになります。そして、後ほど、またカーブフィッティングとLSMC、両方とも説明しますが、やはり、その中ではLSMCの方が最も効率的なアプローチと認められています。

最後に、複製ポートフォリオ。こちら、欧州の場合は随分前からよく使われている手法の一つになっていましたが、やはり技術的な制約によって最近人気は結構低下しているものです。特に、資産として例えばプライベートクレジットやプライベートアセットを使用する場合は、どのように非流動性プレミアムを計測するのか、それは結構論点になっていますので、複雑な商品に関しましては非常に適用しにくいということが大きなデメリットの一つとなります。

標準フォーミュラに関する感想

4

シミュレーション・モデルvsストレス&相関



続きまして、まず標準フォーミュラに関しまして説明したいと思います。実際に標準フォーミュラと Nested stochasticにも大きく関係しています。なぜなら、実際にストレス&相関の場合は、まずは1年間、1年先のバランスシートの分布を理解することが目標ということ。そして、入れ子型、Nested stochasticを実際に回してからリアルワールドのシナリオとリスク中立、マーケットコンシステントのシナリオをそれぞれ回して生成します。そこから代表的なシナリオとして、まずリアルワールドのシナリオを抽出して、損失につながる線形関数をアサンプションとして設定します。最後に、実際に1年のその総資本を概算する際には、こちらの限定された領域に対して計算することが、代表的なストレスシナリオを使用することによって、こちらの所要資本を計測することができるようになります。実際に見ているものがストレスシナリオ、例えば金利のシナリオ五つで計算された結果となりますけれども、その裏には、実際にNested stochasticを回した

結果が、実際にそのストレスのシナリオに既に含まれていることとなります。

シミュレーション・モデルvsストレス&相関

- Tier 1/内部モデルを採用する保険会社は、通常、経済資本（EC）に対してStress & Correlate手法を採用していない
 - 企業はシミュレーションベースの経済資本アプローチを採用している。
- この意思決定の主な要因：
 - 規制面：Stress & Correlate手法は、Tier 1保険会社のリスクプロファイルを適切に捉える手法とは見なされていない。
 - 結果の正確性への懸念：ECの数値が、基礎となるリスクプロファイルや市場との相互作用を反映していない可能性があるとの懸念。
 - ユーステスト（活用可能性）：Stress & CorrelateによるECモデルは、資本管理や財務計画など他の業務用途への活用が困難。
- 北米およびアジア太平洋地域（APAC）では、多くの保険会社が市場のベストプラクティスとして、シミュレーションベースのモデルアプローチを経済資本（EC）に採用
 - ECモデルの開発は、規制ではなく社内のニーズによって推進されている
 - 企業はECモデルを開発する際、「最終的な目的を念頭に置いて」開始し、モデルがユーステスト（活用可能性）を満たすようになっている
- ヨーロッパでは、複数のStress & Correlate（S&C）クライアントが、資産配分（SAA）や財務計画などの他の業務用途に対して、Proxyモデリングを採用している事例が見られます。
 - 企業は規制対応にはS&Cを維持しつつ、新たな用途にはProxyモデルを採用しています。

MOODY'S

6

ですが、特に欧州とアジアパシフィック、他の地域の事例を見てみると、やはり Tier 1、いわゆる大手の生保会社に対しては、やはり標準フォーミュラに満足できず、より内部モデルを採用することが多く見られています。やはり経済資本を計算する際には、標準フォーミュラの場合は、特に足元の金融環境にかかわらずストレスシナリオが基本的には一定とされていることがデメリットの一つですけれども、やはり中小の保険会社に対してはリソースが限られている場合は標準フォーミュラを使用することが非常にありがたいこととなりますけれども、大手の生保会社に対しては、より会社のリスクプロファイルを正確に把握するためには、標準フォーミュラだけではなくて、より内部モデル的な手法を使用することで正確性が向上できると期待されています。

そして、実際に経済資本のモデルを開発するためには、やはり、単純に規制を満たせるわけではなくて、社内のニーズによって推進されていることが一般的です。ですので、単純に規制資本を年1回、もしくは年2回に報告するだけではなくて、より、例えばALMを推進するために、アセットと負債のインタラクションを単純に99.5パーセンタイルだけではなくて、どのパーセンタイルでも把握できるようにECモデルを開発することが一般的です。

また、資産配分する際にも、SAAを行う際にも、やはり、負債と資産がどのようなインタラクションができているのかが、非常にモデリングに対しては重要なポイントになっています。なので、ストレス&相関よりは、よりシミュレーション手法を採用する会社が多く見られています。

近似モデル化

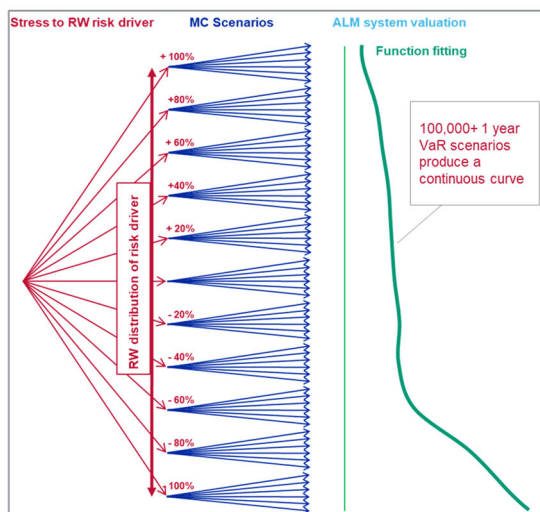
7

Full Nested Stochastic

Full Nested Stochastic手法では、各1年VaRシナリオに対して、市場整合的シナリオのフルセットが必要となります。これは、生命保険会社のALM（アセット・ライアビリティ・マネジメント）モデルにとっては現実的ではない

シナリオ・バジェット	
1年VaRシナリオ	100,000+
市場整合的シナリオ/CTE	5,000 (決定論的1本)
計	500,000,000+

MOODY'S



8

続きまして、近似モデル化のところに進みたいと思います。まず、先ほど、横山さんが話した、そのようなクルド・ネステッド、こちらも名前が少し異なりますが、FULL Nested Stochastic 手法では、まず、1年のVaRのシナリオを生成して、そして、市場整合的なシナリオを、それぞれのリアルワールドのシナリオに対して生成することになります。こちらの重要な概念としては、シナリオ・バジェットということですが、つまり、全体的に何本もシナリオを生成することになります。

こちらのFullのネステッドの場合は、まず、その1年VaRのシナリオを仮に10万本のシナリオを生成して、そして、各リアルワールドのシナリオに対して、市場整合的リスク中立のシナリオを5,000本生成すると、全体的に5億も超えるシナリオを生成する必要があります。そのようなシナリオを生成すると、右側の緑の線、その滑らかな曲線で全体的な分布を全部計測することができるようになりますけれども、5億の

シナリオでは、やはり下流のALMでは非現実的なことが分かります。

カーブフィッティング

カーブフィッティング手法では、選定された一連のポイントに対して、正確な評価値（5,000の市場整合的シナリオを使用）を用いて、多項式関数（すなわち多次元の曲面）を当てはめます。これは、シナリオ全体の予算を効率的に活用する方法とは言えません。ALMモデルには依然として制約があり、このアプローチでは数百ポイント程度しか当てはめることができない可能性があります。

シナリオ・バジェット	
1年VaRシナリオ	50
市場整合的シナリオ/CTE	5,000 (決定論的1本)
計	250,000

MOODY'S 9

それを近似するためには、先ほどのカーブフィッティングとLSMC、両方の手法がありますけれども、カーブフィッティングの場合は、特に全体的な分布に注目せず、より重要度が高いポイントだけに絞られていって計算することになります。

例えば、こちらの一例としては、まずシナリオとして50本を生成します。例えば2%ずつでシナリオを生成してから、各リアルワールドのシナリオに対して、また同じように市場整合的なシナリオを5,000本生成することになります。すると、全体的に25万本のシナリオを生成することになりますので、先ほどと比べて非常にシナリオ・バジェットが小さく抑えられましたが、やはり各ポイントに対しては非常に正確度が高いと考えられます。けれども、ポイントとポイントのところで曲線がどのように次のポイントにたどり着くのか、やはり判明できないということが、こちらのカーブフィッティングのデメリットの一つとなります。右側の緑線が正確な結果になりまして、二つのポイントの間にいろいろな可能性がありますので、灰色の線が、その可能性として描いていることとなります。

カーブフィッティング

2つの根本的な欠点：

- モデル作業者が関数の形式を指定する必要があること

どのパラメータが重要で、どれをゼロと仮定しても問題ないかを判断する際に主観が入りやすい

- シミュレーションの効率性が、リスク要因や可能なパラメータの数が増えるにつれて低下すること

例えば、2次項までのフィッティングを行う場合、負債が1、2、3、4つのリスク要因によって左右されるときに必要な完全なストレステスト評価の総数は、それぞれ2、5、9、14となる

MOODY'S

10

そして、カーブフィッティングにつきまして、二つの根本的な欠点です。まず、モデル作業者が関数が実際にどうなっているかを事前に指定する必要があるが、やはり主観が入りやすいということが、その欠点の一つ。

もう一つが、シミュレーションの効率性ですけれども、リスク要因が多ければ多いほど、やはりパラメータの数もどんどん増えていって、実際にオーバーフィッティングになる可能性もあります。仮に2次項までのフィッティングを行う場合は、負債が例えば短期金利、長期金利、そして、為替と株、その四つのリスク要因によって左右される場合、2次項までの項目がどんどん増えていって、計14個になるようなケースもあります。ですので、実際に重要度を評価した上で、例えば、2次項が特に不要で1次項、もしくは、ある場合は金利がもう少し増えていて3次項まで、為替が1次項など、そのような組み合わせを、それぞれ試す必要が出てくると。ですので、やはりカーブフィッティングは、非常に主観的な要因が入っているということです。

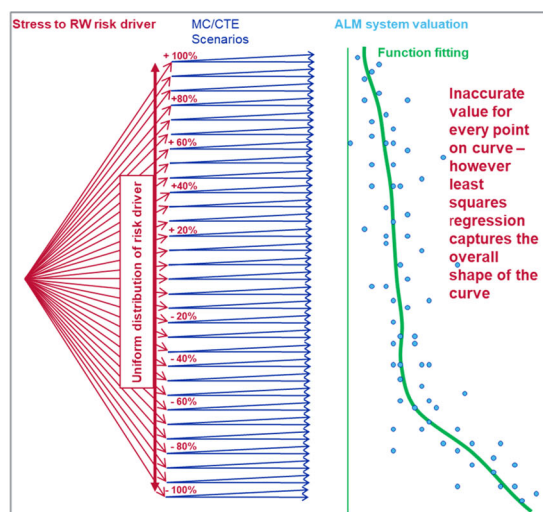
LSMC

LSMCアプローチでは、フィッティングポイントの数を増やすことができますが、使用するマーケット・コンシステント・シナリオの数が減るため、関連する評価の精度は犠牲になります。

巧妙な点は、マーケット・コンシステント・シナリオが互いに独立している限り、同じシナリオ予算であっても、フィットの精度はカーブフィッティングよりもはるかに高くなるということです。

シナリオバジェット	
1年VaRシナリオ	50,000 (MC) / 1,000 (CTE)
市場整合的シナリオ	2 (MC) / 100 (CTE)
計	100,000

MOODY'S



11

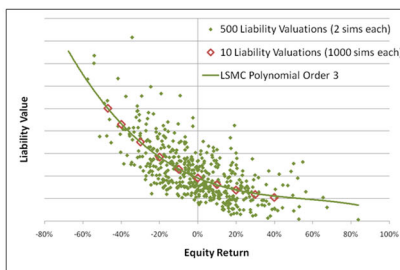
続きまして、LSMC、最小二乗モンテカルロです。こちらは、その手法の基礎としては、先ほどカーブフィッティングの場合は50本しかないということでしたけれども、こちらのLSMCの場合は、実際にリアルワールドのシナリオよりは、より多くリアルワールドのシナリオを生成することによって、ある程度非現実的なシナリオも生成することになります。

すると、リアルワールドの本数が増えることによって、実際に市場整合的なシナリオを特に多く生成する必要がなくなりまして、こちらの場合は、基本、各リアルワールドのシナリオに対して2本のリスク中立のシナリオ、アップ・ダウンしかないということで、全体的なシナリオの本数が、こちらは10万本に抑えられています。先ほどのカーブフィッティングの場合は、正確度ともかく、全体的に25万本のシナリオが必要ですが、こちらは正確性を保ちながら全体的に10万本のシナリオで全部計測できるようになります。

そして、右側の緑の線を見てみると、1本1本のシナリオに対しては正確度が全部ずれていますけれども、全体的な分布が、こちらのシナリオ生成によって全部、正確性が把握できることが、こちらのLSMCのメリットです。

LSMC

- 基本的な考え方は、各評価における誤差が独立しており、ランダムかつ偏りが無いということ
 - そのため、標準的な回帰手法を用いて関数をフィットさせることで、誤差が相殺される
- 回帰を用いて誤差を打ち消すことで、以下のような利点を得られる：
 - より効率的：多くの「外部シナリオ」を考慮でき、広範な空間をカバー可能
 - 統計的分析が可能：回帰フィッティング手法により、フィットの品質に関する統計的な分析結果が自動的に得られる



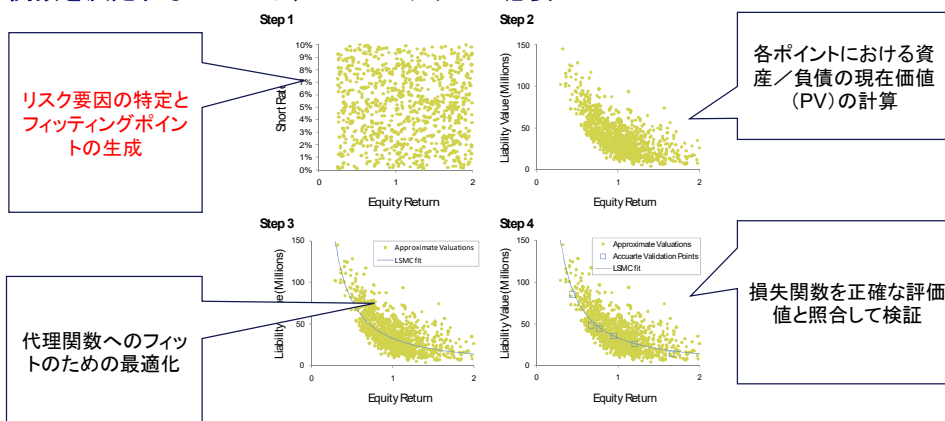
MOODY'S

12

そして、こちらも先ほど説明させていただいたように、基本的な考え方としては、各評価、いわゆる各シナリオに対して、それぞれ誤差がありますけれども、やはりシナリオ1とシナリオ2、それぞれの誤差が独立しておりますので、ランダム性かつ偏りが無いということで、全体的なシナリオを使用することによって誤差が全部相殺されるということです。そして、実際に多くの、いわゆる、外側のシナリオを考慮することによって、より広い空間をカバーすることができるということが、LSMCの特徴です。

LSMCの手順

近似関数を決定するためには、4つのステップが必要



MOODY'S

13

実際の手順としては、まず、リスク要因の特定とフィッティングポイントの生成が最初のステップとなります。やはり、実際リスク要因として、例えば一般的に考えられるものが、短期金利、長期金利、そして、国内、国外のそれぞれの金利、または為替レート、そして株価、それぞれのリスク要因を最初に特定して、あとは、実際に何次項まで考慮できるのかを設定する必要があります。けれども、特に全部使うわけではな

くて、フィッティングする際に、やはり、その重要度が低い場合は、自動的にフィルタリングして重要度が高い項目だけが残ることになります。

次のステップとしては、シナリオのフィッティングをするために、各リアルワールドとリスク中立のシナリオをそれぞれ生成した上で、こちらの生成されたシナリオをALMのエンジンに入れて、負債のPVを計算することになります。そして、フィッティング用のシナリオとは別に検証用のシナリオも生成します。検証用のシナリオの場合は、少しスライドが戻りますが、検証用のために特に5万本もシナリオを生成するわけではなくて、やはり1,000本のシナリオだけで十分と考えられます。そして、外側が1,000本で、内側が100本のシナリオを生成すると、外側、先ほどフィッティング用のシナリオと同じように、全体的に10万本のシナリオが生成されていますけれども、こちらの検証用の場合は、よりリスク中立の正確度が高いと考えられます。

そして、検証用のシナリオ、それぞれ、またもう1回ALMのエンジンに入れて検証すると、実際に選出されたフィッティングの関数がうまくフィッティングできているかを評価できるようになります。というのが、こちらのLSMCの手順ということです。



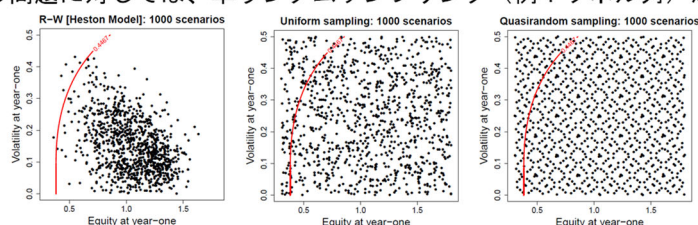
そして、先ほどシナリオバジェットという概念に簡単に言及いたしましたが、実際に有効活用するために、どのようなシナリオを選出するのが非常に重要なポイントです。

フィッティングポイントの選択

→ ストレスは実世界（RW）である必要はない、重要なのは、空間を「効率的に」カバーすること

→ 1年のVaRを推定する目的においては、一様サンプリングの方が実世界サンプリングよりも優れているという証拠もある

- 高次元の問題に対しては、準ランダムサンプリング（例：ソボル列）が一般的に使用される



Source: Cathcart, M. (2012), Monte Carlo simulation approaches to the valuation and risk management of unit-linked insurance products with guarantees, Heriot-Watt University PhD thesis.

MOODY'S

15

やはり、ストレスが、特にリアルワールド、実世界のシナリオだけに限らず、より広範囲でフィッティングポイントを生成することも可能です。ですので、実際にランダムショックを生成する際にも、サンプリングする際にも、特にリアルワールドに限らず、より準ランダムなサンプリング、こちらの一例としてはソボル列を使用することが特に優れているということが証明されています。

シナリオのフィッティング

→ 限られたシナリオ予算に加え、複雑な負債および高次元のリスク要因が存在する場合、フィットの品質に影響を及ぼす可能性がある

→ 標準的なアプローチでは、各リスク要因の経済的な範囲に基づいてサイズが決定される**N次元のハイパーキューブ**を生成

- これにより、関心のあるすべての領域がサンプリングされることが保証されますが...
- 一様分布のジョイントテール部分に多くのシナリオが無駄に使われてしまう
- シナリオバジェットの効率的な活用とは言えない
- **RW分布は使用できない**

→ SOBOLの低乖離列を、RWシナリオエンジンに組み込まれた結合挙動と組み合わせる方法：

- 直交化による方法
- 既存の依存関係ドライバーと低乖離列を組み合わせる方法

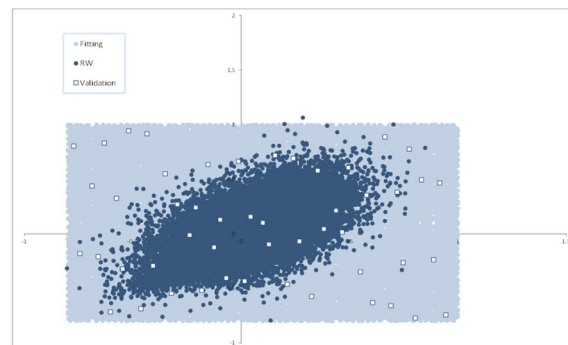
MOODY'S

16

そして、シナリオのフィッティングのプロセスとしては、ランダムの変数を生成する際には、よく二つの手法が用いられます。例えば、各リスク要因に対してN次元のハイパーキューブを生成することになりますが、例えば、短期、長期金利、そして、為替と株式の場合は四次元のハイパーキューブそれぞれを生成することになります。すると、やはりテール部分、あまり現実ではないところでも、多くのシナリオが生成されていて、そこに無駄なシナリオが使われてしまうと、関心があるリアルワールドの現実世界ではあり得るシ

ナリオが使用されるシナリオのバジェットが少なくなります。その代わりにソボルという手法を使用することによって、つまりリアルワールドより、もう少し広い範囲で生成することによって、特に無駄なシナリオ・バジェット使いがなくなります。

例:USD vs EUR株:ハイパーキューブ法

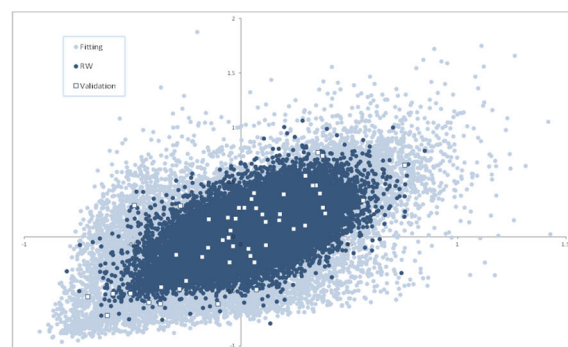


MOODY'S

17

こちらが、実際のグラフを示している一例です。例えばハイパーキューブ法では二つ、ドルとユーロの株を生成する場合、こちらの二次元の場合は、こちらの全部の空間では生成することになりますけれども、やはり、このような右下と左上のところに、あまり現実ではないところには多くのシナリオが生成されていて、こちらが特に無駄なシナリオ使いになります。そして、こちらの黒い点では、より現実的なリアルワールドなシナリオが絞られていて、検証する際にも、こちらの白いポイントになります。

例:USD vs EUR株:構造的な手法



MOODY'S

18

それに対して、ソボル手法や、そのような構造的な手法を使用すると、リアルワールドよりは少し広めに

フィッティング用のシナリオを生成することによって、より効率的に、そのような実際にあり得る空間を全部カバーできていますけれども、そのシナリオも少なめに生成することができるようになります。

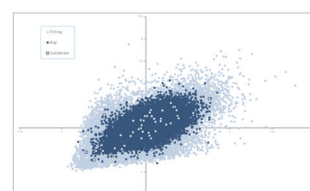
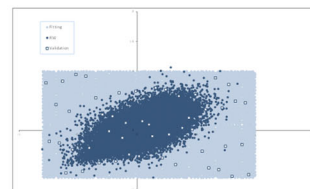
仕組み

→ 乱数生成による $N(0,1)$ の疑似乱数ショックを、SOBOLの $U[-3.5, 3.5]$ の低乖離数に置き換える

- これにより、各リスクドライバーの周辺範囲が完全にサンプリングされることが保証される
- さらに、結合挙動を活用して、フィッティング・シナリオの配置を誘導する

→ 十分なカバレッジを確保するために：

- ショックの一様分布を使用する
- ショックの範囲を1/200レベルを大きく超えるまで拡張する
- 例：3.5標準偏差（sds）を仮定すると、1/4000確率のイベントに相当する
- この手法は、フィッティングと（疑似）ランダムな検証の両方に適用可能



MOODY'S

19

こちら、実際に仕組みとしては乱数を生成することによって、またソボルのショックに一様の $U[-3.5, 3.5]$ までの低下率に置き換えることになります。そして、こちらの使用につきましては参考として入れていますが、かなり高度な内容ですので、一旦割愛させていただきます。

複数年予測

20

そして、今までは1年の予測だけを簡単に説明しましたが、では、例えば1年の予測から複数年の予測に拡張する際には、どのような手法が一般的なのかを説明したいと思います。

B/Sを予測

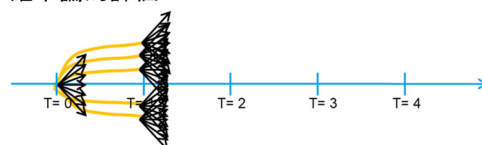
→ 決定論的計画シナリオ + 決定論的評価



→ 決定論的計画シナリオ + 確率論的評価



→ 確率論的計画シナリオ + 確率論的評価



MOODY'S

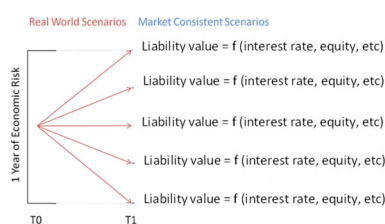
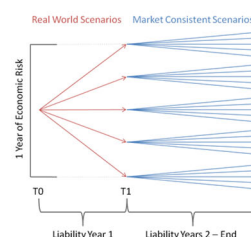
21

こちら、バランスシートを将来に予測するために、多くの場合は三つの手法があります。やはり、各社が実際に、シナリオ・バジェット、そして、ALMの計算能力の制限によって最適なアプローチを選択することが推奨されています。より基本的な決定論的+決定論的、つまり外側と内側それぞれ1本ずつ、もしくは、決定論的なシナリオと確率論的な評価、つまり、リアルワールドに対しては1本のシナリオ、そして1年先のところでリスク中立のシナリオ、より規制資本に近い手法になります。最後に、より高度なアプローチですけれども、リアルワールドでも確率論的なシナリオ、そして、将来的リスク中立でも確率論的な評価を使用することが、3番めの手法になります。

足元の資本計算

→ 典型的な考慮事項

- » 近似関数の適合度
- » 考慮されるリスク要因
- » RW予測：YCの形状、ボラティリティなど
- » MC評価：市場価格やIVへの適合度
- » この例では、時間依存型の複数年近似関数
- » 経路依存性

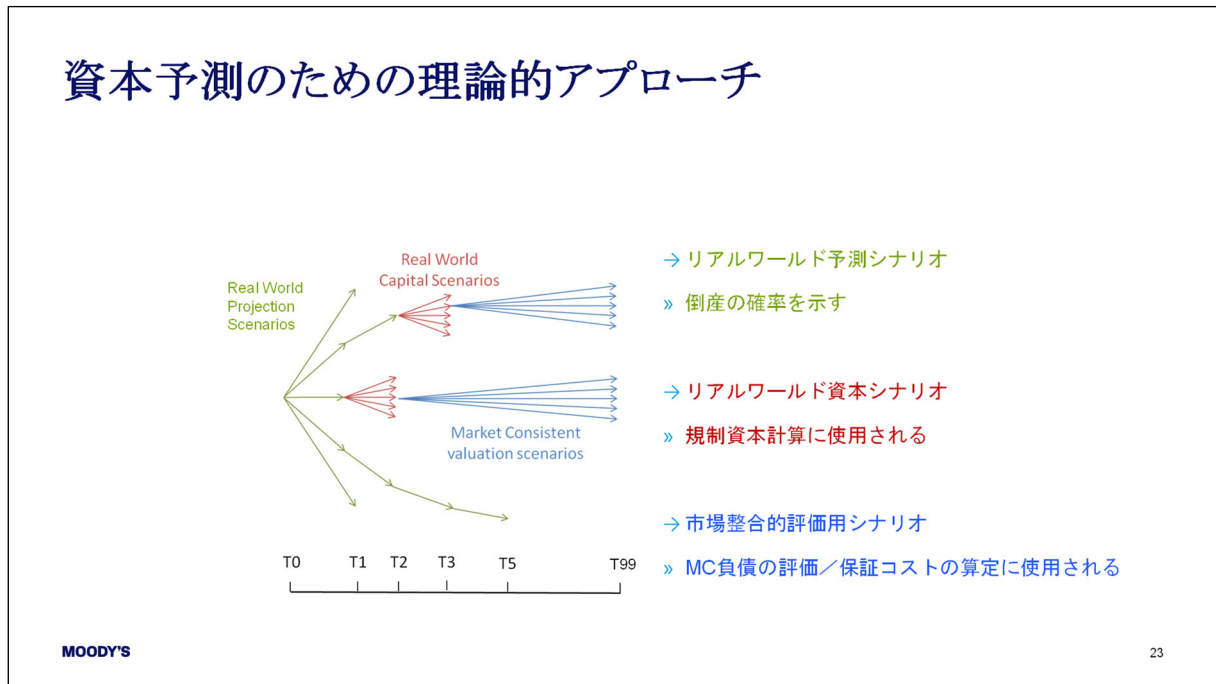


MOODY'S

22

やはり、考慮事項としては幾つかありますけれども、まず、足元の資本計算に対しては、まず、近似関数の適合度と、実際にリスク要因として何個あり得るかによって考える必要があります。そして、リアルワー

ルドの予測と、実際にMC、リスク中立の評価につきましても、やはりシナリオを計算する際に、イールドカーブがうまく表現できているのか、ボラティリティが実際に現実的なボラティリティを全部考慮に入れているのか、そして、モデルの選択、実際にリアルワールドとMC、同じモデルを使用したいのか、もしくは、用途別によってモデルが変わっても構いませんが、ボラティリティへのフィッティングを、より現実的に把握することも考えられます。

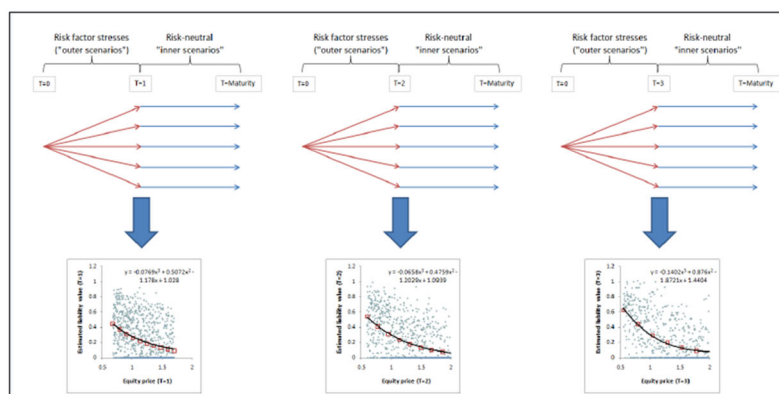


そして、理論的になりますと、やはり各社が実際にリアルワールドとリスク中立のシナリオを予測する際にも、規制資本も考えないといけないということもあります。例えば、1年先の規制資本や2年先の規制資本などを考慮する際には、このような三つの段階的なアプローチを使用することも考えられます。

例えば、まず足元からリアルワールドの予測シナリオが発生していて、そして、各リアルワールドのシナリオに対して規制資本用のシナリオをかけることとなります。こちら、必ず規制資本のストレスシナリオだけではなくて、各社が内部モデルを使用する際にも、内部モデル用のシナリオを、こちらの赤いところで適用することも考えられます。

また、赤いこの資本シナリオの更に次のものは、市場整合的な評価用のシナリオにリスク中立のシナリオを入れることが考えられます。本来であれば、全部こちらのFull Nestedで計算する必要がありますけれども、限られた計算能力の中で、どのような近似手法で算出することがベストなのかは、各社が直面しないといけない課題の一つとなります。

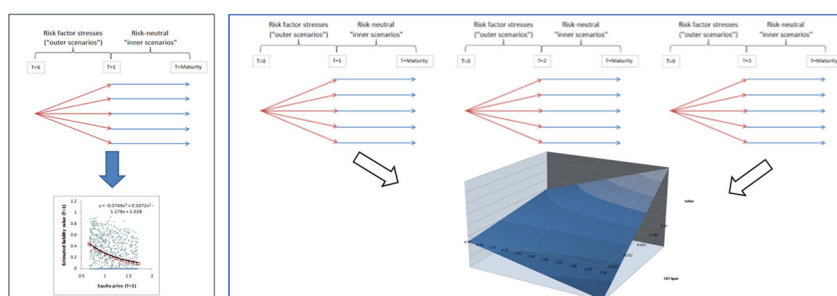
カーブフィッティング/LSMC 複数年の枠組み



MOODY'S

24

LSMC: 複数年予測



目標
単年から複数年のアプリケーションへ拡張する際に、最小限の判断で対応可能。機能の生成は、堅牢かつ客観的なアルゴリズムに基づいている

拡張可能性
時間を1つの追加リスク要因として扱うことができる。シナリオバリエーションの線形的なスケーリングは必要ない

正確性
広い分析および応用において高品質な結果が得られる。多くの保証に内在するパス依存性を捉えている

MOODY'S

25

そして、複数年のシナリオを生成する際には、実際に二つの考えるアプローチがあります。実際に、1年先、2年先、3年先の資本を考慮する際には、同じ分布になっているのか、同じ関数を使いたいのか、もしくは、一つの関数一つの年限に対して生成する、つまり、1年先は関数1を使用し、2年先の資本はもう一つの関数を使うことによって、そのような使い分けで関数を選択することも可能です。一つの年限に対して関数一つ作ることが、いわゆる年限の倍数になりますけれども、それに対して、一つの関数を複数年適用することによって一つの関数だけを生成することで十分ですので、より効率的ではないかと考えられますが、そのような複数年用の関数を生成するためには、時間軸 t を一つの変数として、こちらの関数の中に入れることが、より一般的なアプローチということです。

私の発表は以上となります。ご清聴ありがとうございました。

司会 ありがとうございます。

それでは、質問に入ります。会場で質問のある方は、挙手をお願いいたします。

よろしいでしょうか。では、一旦、スライドの方から質問を読み上げさせていただきます。2点、質問をスライドの方でいただいております。

1点めです。「分かりやすい説明をありがとうございます。最小二乗モンテカルロ法で将来価値は何かしらの関数で仮定されるという話でしたが、具体的にどのような関数を仮定することが一般的なのでしょうか。また、説明変数として何を使うのが合理的なのでしょうか」。よろしくをお願いいたします。

WANG はい、ありがとうございます。

先ほどのところにも書いてありますけれども、基本は、まず後半の部分から回答させていただきたいと思いますが、やはり説明関数としては、例えば外貨建ての商品であれば、ドルの短期金利や長期金利、そして為替レートと、もし、株も投資している場合は、その外貨の株、また、実際の国内の金利も考えられるのではないかとということです。

そして、実際にリスク要因の近似多項式の形式としては、1次項と2次項、また、場合によって3次項なども考えられます。例えば、金利の場合は r の1次項、2次項、また、金利と株の、例えば $r \times$ 株など、そのような2次項の形式も考えられます。もちろん、実際にフィッティングする際にも重要度によってフィルタリングを行って、そのような2次項を外している場合もありますが、やはり目的としては、100%そのような動きを取るわけではなくて、限られていた、例えばシナリオ・バジェットの下でどこまでうまく表現できるか、99%の正確性を持っているのか、既に非常に高いフィッティングができていると考えられます。

司会 ありがとうございます。

次の2点めのスライドのご質問を読み上げさせていただきます。

「クラスタリング等によりモデルポイント数やシナリオ数を目的変数の精度の低下を抑えつつ高圧縮を図る方法も併せて使うことが実務的に有効ではないでしょうか。複製ポートフォリオでは、負債を資産にマップすることから負債特性を十分に表わしにくいですが、負債を負債にマップする方法、マップするモデルポイントの削減は、その弱点を補うことができるのではないかと」というご質問をいただいております。

WANG さん、こちらについて、いかがでしょうか。

WANG はい、ありがとうございます。

やはり実際の目的によって必ず一つの手法が圧倒的に優れているわけではなくて、目的によって、そして、実際のリソースによって、どちらがベストなのか、それによって変わります。

こちらのL SMCの優れているポイントとしては、限られていたシナリオ・バジェットの下で全体的な分布がうまく表現できるということが、そのL SMCのメリットです。もちろん複製ポートフォリオの場合も、簡単な商品であれば、特にそのような非流動性プレミアムを考慮する必要がなければ、複製ポートフォリオを使用して、そして、限られていたところで実際に、そのような分布を表現することも考えられるのではないかとということです。

司会 ありがとうございます。

改めまして、会場からご質問のある方、いらっしゃいますでしょうか。

A すみません、ご説明ありがとうございました。

横山さんのご説明の中で、「線形な関数によって近似がうまくいかない場合にはLSMCに変えて機械学習等を活用する方法もある」といったご説明があったかと思うのです。その際に、どのような、例えば、評価をするとき、あるいは、説明変数が入っているときには、線形な関数でうまくいって、どのようなときに非線形な関数、非線形な関係が強くなるということが知られているのでしょうか。もし、把握されていましてら教えていただければと思います。

横山 ご説明が不足しておったのですが、通常のLSMCにおいても2次項や3次項といった非線形な関係を取り扱うことは可能です。ただリスクファクターがかなり多くなってくると空間は膨大になってきて、そもそも、どのような関数が適切かを選択することが難しくなってきます。機械学習の場合、重要な変数を自動的に取捨選択してくれるような目的、また、より2次項、3次項では表現しきれない複雑な条件を考慮するために機械学習手法が考えられています。一方で、実務で使われているかといいますと、恐らく、そこまでではなくて、まだまだ研究レベルなのではないかと考えております。

A 分かりました。ありがとうございます。

司会 ありがとうございます。

他に会場からご質問のある方がいらっしゃいましたら、挙手をお願いいたします。よろしいでしょうか。

では、横山様、WANG様、有益なお話をどうもありがとうございました。聴講している皆さんも非常に参考になったのではないかと思います。

時間が来ましたので、こちらのセッションは終了したいと思います。

改めまして、横山さん、WANGさん、発表者のお二方に盛大な拍手の方を、よろしくをお願いいたします。