

損保数理（問題）

特に断りがないかぎり、消費税については考慮しないこととする。また、免責金額および支払限度額は1事故あたりのものであり、各クレームは独立であるものとする。

問題1. 次の(1)～(4)について、各問の指示に従い解答しなさい。

(1), (3) : 各5点 (2), (4) : 各6点 (計22点)

(1) ある保険会社で、割引率0% (0等級)、10% (1等級)、20% (2等級)、30% (3等級) の無事故割引制度を導入する。それぞれの契約者について、1年間に1件保険金請求をした場合には翌年度の等級を1つ、2件以上保険金請求をした場合には2つ下げる (0等級が下限)。逆に、1年間に1件も保険金請求をしなかった場合には等級を1つ上げる (3等級が上限)。
また、すべての契約者について、1年間に1件保険金請求する確率が15%、2件以上請求する確率が5%、1件も保険金請求しない確率が80%であるとする。

このとき、次の(ア)、(イ)の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。
なお、この保険商品へ新規で加入する契約者、継続しない契約者はいないものとする。

(ア) 制度発足して1年度目はすべての契約者は割引率0% (0等級) であり、2年度目以降はそれぞれの契約者の前年度の保険金請求歴に応じて各割引率が適用される。制度発足後、4年度目におけるすべての契約者の平均割引率に最も近いものは である。

【①の選択肢】

(A) 18.0% (B) 18.5% (C) 19.0% (D) 19.5% (E) 20.0%
(F) 20.5% (G) 21.0% (H) 21.5% (I) 22.0% (J) 22.5%

(イ) 制度発足から十分な期間が経過し、定常状態となった。このときすべての契約者の平均割引率に最も近いものは である。

【②の選択肢】

(A) 23.0% (B) 23.5% (C) 24.0% (D) 24.5% (E) 25.0%
(F) 25.5% (G) 26.0% (H) 26.5% (I) 27.0% (J) 27.5%

(2) 次の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

以下のような単年度支払保険金実績データのある保険種目に関して、2023 年度末の支払備金（＝「最終累計発生保険金の合計」－「2023 年度末の累計支払保険金の合計」）を累計支払保険金によるチェーンラダー法で見積もる。このとき、2023 年度末の支払備金は となる。

<事故年度別 単年度支払保険金推移>

事故年度	経過年度		
	1	2	3
2021	900	700	1,000
2022	1,000	600	
2023	500		

<条件>

- ・この保険種目は第 3 経過年度で保険金の支払を完了する（支払備金が残らない）ものとする。
- ・インフレ率は、過去実績、将来予測ともに一律で、年率 5%を用いることとする。
- ・累計支払保険金のロスディベロップメントファクターの予測値には、既知の事故年度別ロスディベロップメントファクターを単純平均した値を用いるものとする。なお、ロスディベロップメントファクターの計算にあたっては、インフレの要素を分離した修正ロスディベロップメントを用いることとする。
- ・計算の途中において、ロスディベロップメントファクターについては小数点以下第 4 位を四捨五入して小数点以下第 3 位までの数値を用い、保険金・支払備金については小数点以下第 1 位を四捨五入して整数値を用いるものとする。

【③の選択肢】

- (A) 1,700 (B) 1,735 (C) 1,770 (D) 1,805 (E) 1,840
 (F) 1,875 (G) 1,910 (H) 1,945 (I) 1,980 (J) 2,015

(3) 次の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

ある積特型積立保険の積立部分に関する条件が下表のとおりであるとする。この積特型積立保険の積立部分の年払営業保険料に最も近いものは ④ 円である。なお、計算の途中において、現価率および期始払年金現価率は、小数点以下第 5 位を四捨五入して小数点以下第 4 位までの数値を用いることとする。

項目	条件	備考
保険期間	5 年	
払込方法	年払（期始払）	
各回の分割金	20 万円	満期返れい金を分割払原資として、5 回に分割して毎年支払う。分割払基準日と第 1 回分割金支払日は保険期間満了時とし、2 回目以降の分割金支払日は前回の支払日から 1 年後とする。なお、分割金支払期間中に死亡や解約等が生じた場合も、分割金は同じ条件で必ず 5 回支払われるものとする。
予定利率	1%	
予定契約消滅率	1%	
維持費率	2%	年払積立保険料に対する割合
代理店手数料率	3%	年払積立保険料に対する割合

【④の選択肢】

- (A) 190,000 (B) 191,000 (C) 192,000 (D) 193,000 (E) 194,000
 (F) 195,000 (G) 196,000 (H) 197,000 (I) 198,000 (J) 199,000

(4) ある保険会社の火災保険の料率は、地域（都市か郊外か）および構造（耐火か非耐火か）の二つの危険標識で複合的に区分されている。この火災保険に関するある年度の実績統計が下表のとおりであったとする。この複合リスクについて、次の（ア）、（イ）の各問に答えなさい。

<エクスポージャ>

	耐火	非耐火
都市	560	440
郊外	200	300

<クレーム総額>

	耐火	非耐火
都市	560	1,540
郊外	300	1,350

(ア) 次の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

地域・構造別の相対クレームコスト指数 $Y_i (i=1,2,3,4)$ について、 Y_i の従う指数型分布族を正規分布

$$f(y_i; \mu_i, \omega_i, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi/\omega_i}} \exp\left(-\frac{(y_i - \mu_i)^2}{2\phi/\omega_i}\right) \quad (\text{ここで、}\mu_i = E(Y_i), \omega_i \text{ はエクスポージャ})、$$

リンク関数を $g(x) = x$ とする一般化線形モデルを用いて計算したとき、地域「都市」、構造「非耐火」に対応する相対クレームコスト指数の推定値（料率係数の値）に最も近いものは ⑤ である。
なお、一般化線形モデルのパラメータは最尤法で推定するものとする。

【⑤の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 1.28 | (B) 1.30 | (C) 1.32 | (D) 1.34 | (E) 1.36 |
| (F) 1.38 | (G) 1.40 | (H) 1.42 | (I) 1.44 | (J) 1.46 |

(イ) クラス料率に関する次の (A) ~ (C) の記述のうち、内容が正しくないものをすべて選び『⑥』に解答しなさい。なお、いずれも正しい場合、(D) を選択しなさい。

【⑥の選択肢】

- (A) 複合分類リスクの構造が乗法型で、複合等級リスクが互いに独立でポアソン分布に従う場合、料率係数の決定方法として最尤法を用いることができるが、この場合、結果は Minimum Bias 法を用いた結果に一致する。
- (B) 一般化線形モデルにおいては、目的変数は指数型分布族に従うものと仮定することが一般的だが、指数型分布族は、平均と分散を用いてその分布を表現でき、かつ、分散は平均の関数として表現できる。
- (C) R.Bailey と L.Simon が発表した論文の中では、料率の満たすべき基準として 4 つの条件を挙げているが、Minimum Bias 法は、そのうち「実際のデータとの誤差の総計が最小になること」のみに着目した手法である。

問題 2. 次の (1) ~ (5) について、各問の指示に従い解答しなさい。

(1), (3) : 各 7 点 (2), (4), (5) : 各 8 点 (計 38 点)

(1) ある保険契約のクレーム 1 件あたりの損害額分布は、パレート分布 $f(x) = qx^{-(q+1)} (x > 1)$ に従うことが分かっている。この保険契約にはエクセス方式の免責が適用されており、免責金額が 4 のときに支払のあった 15 件のクレーム額 (損害額 - 免責金額) が以下のとおり記録されているとき、次の (ア), (イ) の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

クレーム No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	合計
クレーム額	12	2	1	2	1	3	2	2	12	7	2	2	92	10	1	151

なお、必要があれば $4^{0.1} = 1.149$ 、 $10^{0.1} = 1.259$ 、 $30^{0.1} = 1.405$ 、 $40^{0.1} = 1.446$ を使用すること。

(ア) 上記 15 件のサンプルデータを用いてモーメント法によりパラメータ q を推定した場合、推定値に最も近いものは である。

【①の選択肢】

- (A) 1.10 (B) 1.20 (C) 1.30 (D) 1.40 (E) 1.50
 (F) 1.60 (G) 1.70 (H) 1.80 (I) 1.90 (J) 2.00

(イ) 免責金額を 4 から 10 に変更するとともに、支払限度額として 30 を新設した場合、保険金支払とならない事故も含んだすべての契約に対する支払保険金の期待値の減少率に最も近いものは である。ただし、パラメータ q は (ア) で選択した数値を用いることとする。

【②の選択肢】

- (A) 30% (B) 35% (C) 40% (D) 45% (E) 50%
 (F) 55% (G) 60% (H) 65% (I) 70% (J) 75%

(2) ある保険会社では保険期間が1年の保険種目を取り扱っており、保険料データおよびクレームデータを以下のとおり記録しているとき、(ア)～(ウ)の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

<保険料データ>

2022 年度末 未経過保険料	60
2023 年度 計上保険料	240
2023 年度末 未経過保険料	50

<クレームデータ>

クレーム No.	事故発生日	状況
1	2022/6/29	2022 年度末に支払備金 60 を計上。 2023/7/24 に保険金 80 を支払い、支払完了。
2	2022/11/4	2022 年度末に支払備金 40 を計上。 2023 年度末に支払備金を 15 に修正。 2024/6/8 に保険金 10 を支払い、支払完了。
3	2023/1/20	2022 年度末に支払備金 50 を計上。 2023/5/10 に保険金 20 を支払い、 2023 年度末に支払備金を 40 に修正。(※)
4	2023/3/15	2023 年度に入ってから事故報告を受け、 2023/4/22 に保険金 10 を支払い、支払完了。
5	2023/4/30	2023 年度末に支払備金 90 を計上。(※)
6	2023/7/3	2023/10/2 に保険金 25 を支払い、支払完了。

(※) 以降直近まで支払備金の修正なし。

<条件>

- ・年度は4月～3月とする。
- ・計算の途中において端数処理は行わず、計算結果はパーセント表示における小数点以下第2位を四捨五入して小数点以下第1位まで求めることとし、計算結果が10%未満となった場合、パーセント表示における10の位の欄は0(選択肢A)を選択すること。

(ア) 2023 年度のリトンベース損害率は . %である。

(イ) 2023 年度のアールドベース損害率(会計年度統計ベース)は . %である。

(ウ) 2023 年度のアールドベース損害率(会計年度 - 事故年度統計ベース)は . %である。

【③～⑪の選択肢】

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
(F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

(3) それぞれ独立したリスクの集団がある。リスクは A と B の二つのクラスに分類され、無作為に一つのリスクを抽出したときクラス A から抽出する確率を 0.6、クラス B から抽出する確率を 0.4 とする。ここで、次の条件が与えられたとする。

- ・それぞれのリスクは、観察期間 1 年において 1 回だけ事故が発生する確率が 30%で、1 回も事故が発生しない確率が 70%である。
- ・クラス A のクレーム額は、すべて 1 である。
- ・クラス B のクレーム額は、すべて c (定数、 $c > 1$) である。

無作為に一つのリスクを抽出して 1 年間のクレームを観察し、翌年のクレームコストの期待値を算出するとき、次の (ア)、(イ) の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

(ア) $c = 6$ のとき、Bühlmann モデルの信頼度 Z に最も近い値は である。

(イ) $c > 1$ のとき、Bühlmann モデルの信頼度 Z の上限に最も近い値は である。

【⑫、⑬の選択肢】

- | | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{10}$ | (B) $\frac{1}{9}$ | (C) $\frac{1}{8}$ | (D) $\frac{1}{7}$ | (E) $\frac{1}{6}$ |
| (F) $\frac{1}{5}$ | (G) $\frac{1}{4}$ | (H) $\frac{1}{3}$ | (I) $\frac{1}{2}$ | (J) 1 |

(4) ある保険会社で販売している保険種目の契約ポートフォリオから生じる年間の支払保険金総額 S は下表の分布に従っているものとする。

s	$P(S = s)$	$s \times P(S = s)$
50	0.55	27.5
100	0.31	31
150	0.05	7.5
200	0.04	8
300	0.02	6
500	0.02	10
1,000	0.01	10
合計	1	100

また、この契約ポートフォリオから得られる保険料総額を P とし、再保険を手配する場合の再保険料を P' 、正味支払保険金総額（支払保険金総額－再保険金総額）を S' とする。さらに、リスク量に対してリターンがどの程度確保されているかを表す指標として、正味支払保険金総額 S' の $98\%VaR$ 、 $95\%TVaR$ をリスク量と捉え、 RoR_{VaR} 及び RoR_{TVaR} を以下のとおり定義する。

$$RoR_{VaR} = \frac{P - P' - E(S')}{98\%VaR}$$

$$RoR_{TVaR} = \frac{P - P' - E(S')}{95\%TVaR}$$

保険料総額 $P = 130$ のとき、次の (ア)、(イ) の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

(ア) 再保険を手配しない場合、年間の正味支払保険金総額 S' （支払保険金総額 S と等しい。）の $98\%VaR$ の値に最も近いものは であり、 $95\%TVaR$ の値に最も近いものは である。また、 RoR_{VaR} の値に最も近いものは であり、 RoR_{TVaR} の値に最も近いものは である。

【⑭、⑮の選択肢】

- (A) 200 (B) 300 (C) 500 (D) 520 (E) 540
(F) 560 (G) 580 (H) 600 (I) 900 (J) 1,000

【⑯、⑰の選択肢】

- (A) 3.0% (B) 3.3% (C) 5.0% (D) 5.2% (E) 5.4%
(F) 5.6% (G) 5.8% (H) 6.0% (I) 10.0% (J) 15.0%

(イ) この契約ポートフォリオに、支払保険金総額 S がエクセスポイント 300 を超える部分を 200 ま
でカバー(*)する再保険の手配を考える。

(*) 例えば、 $S = 600$ の場合は、 $\min(200, 600 - 300) = 200$ を再保険金として回収する。

(a) 再保険料 $P' = 15$ のとき、 RoR_{VaR} の値に最も近いものは であり、 RoR_{TVaR} の値
に最も近いものは である。

【18、19の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| (A) 3.0% | (B) 4.0% | (C) 4.4% | (D) 4.8% | (E) 5.2% |
| (F) 5.6% | (G) 6.0% | (H) 7.0% | (I) 10.0% | (J) 15.0% |

(b) 次の (A) ~ (C) のうち、内容が正しいものをすべて選び『20』に解答しなさい。なお、
いずれも誤っている場合、(D) を選択しなさい。

【20の選択肢】

- (A) 再保険を手配しない場合と比較し、 RoR_{VaR} が大きくなる場合に再保険を採用するとい
う基準を用いて判断する場合、この再保険案は採用される。
- (B) 再保険を手配しない場合と比較し、 RoR_{TVaR} が大きくなる場合に再保険を採用するとい
う基準を用いて判断する場合、この再保険案は採用される。
- (C) この再保険案ではなく、エクセスポイント 500 のストップロス再保険を手配することを
考えた場合、再保険を手配しない場合と比較し、98% VaR は変わらないが、95% $TVaR$ は
小さくなる。

(5) ある火災保険と賠償責任保険の一体型保険商品において、以下の諸条件が成り立っている。

- ・火災保険の年間損害発生件数 N_1 と賠償責任保険の年間損害発生件数 N_2 は、どちらも以下の確率分布に従う。

損害発生件数 (N_1 または N_2)	0	1
発生確率	0.4	0.6

- ・火災保険の損害額 X_1 と賠償責任保険の損害額 X_2 は、どちらも対数正規分布 $LN(2,1)$ に従う ($\log X_i \sim N(2,1), (i=1,2)$)。
- ・損害発生件数と損害額は独立だが、損害発生件数どうし、損害額どうしは独立ではなく、それらの従属関係は以下で表される。

- ・確率変数 N_1 と N_2 の (ピアソンの積率) 相関係数の値は、 -0.25

- ・確率変数 (X_1, X_2) のコピュラ $C(u, v)$ の式は、 $C(u, v) = \frac{uv}{u+v-uv}$

このとき、次の (ア), (イ) の空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

(ア) $P(N_1 + N_2 = 0)$ の値に最も近いものは である。

【㉑の選択肢】

- (A) 0.06 (B) 0.08 (C) 0.10 (D) 0.12 (E) 0.14
(F) 0.16 (G) 0.18 (H) 0.20 (I) 0.22 (J) 0.24

(イ) 損害ごとに免責金額 d (エクセス方式、火災保険と賠償責任保険で同額) を設定し、免責金額設定後の支払保険金総額を S_d とする (個々の損害額から免責金額を控除した金額が個々の支払保険金となる)。

$d = e^2$ としたとき、 $P(S_d > 0)$ の値に最も近いものは である。

【㉒の選択肢】

- (A) 0.50 (B) 0.51 (C) 0.52 (D) 0.53 (E) 0.54
(F) 0.55 (G) 0.56 (H) 0.57 (I) 0.58 (J) 0.59

問題3. 次の(1)～(4)について、各問の指示に従い解答しなさい。

(1)～(4) : 各10点 (計40点)

(1) ベイズの定理を用い、いくつかの前提条件の下で、最終累計支払保険金の確率分布を導く。

事故発生から N 年で支払が完了すると仮定し、事故年度 $i (i=1, \dots, N)$ の、経過年数 $k (k=1, \dots, N)$ における累計支払保険金 $C_{i,k}$ を確率変数と考え、 $C_{i,1}, \dots, C_{i,N-i+1}$ が得られているときに、最終累計支払保険金 $C_{i,N}$ を推定することを考える。

確率変数 $C_{i,k}$ に対して次の前提を置く。

前提条件 1 $C_{i,N} (i=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu, \sigma^2)$ に従う。

前提条件 2 $C_{i,k} | C_{i,N}=x (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu_k(x), \sigma_k^2(x))$ に従う。

前提条件 3 $E(C_{i,k} | C_{i,N}=x) = p_k x (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$

前提条件 4 $V(C_{i,k} | C_{i,N}=x) = \beta_k^2 x^2 (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$

このとき、次の(ア), (イ)の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

(再掲)

前提条件 1 $C_{i,N} (i=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu, \sigma^2)$ に従う。

前提条件 2 $C_{i,k} |_{C_{i,N}=x} (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu_k(x), \sigma_k^2(x))$ に従う。

前提条件 3 $E(C_{i,k} | C_{i,N}=x) = p_k x (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$

前提条件 4 $V(C_{i,k} | C_{i,N}=x) = \beta_k^2 x^2 (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$

(ア) 前提条件 1 より、

$$\begin{cases} \mu = \log \boxed{\text{①}} - \frac{\boxed{\text{②}}}{2} \\ \sigma^2 = \log \left(1 + \frac{\boxed{\text{③}}}{\boxed{\text{④}}} \right) \end{cases}$$

であり、また、前提条件 2,3,4 より、

$$\begin{cases} \mu_k(x) = \log \boxed{\text{⑤}} - \frac{\boxed{\text{⑥}}}{2} \\ \sigma_k^2(x) = \log \left(1 + \frac{\boxed{\text{⑦}}}{\boxed{\text{⑧}}} \right) \end{cases}$$

となる。これより、 $\sigma_k^2(x)$ は x に依存しない定数であることがわかるので、以降の問題では、

$\sigma_k^2(x) = \sigma_k^2$ とする。

【①～⑧の選択肢】

- | | | | | |
|-------------------|---------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) σ |
| (F) σ^2 | (G) $E(C_{i,N})$ | (H) $E(C_{i,N})^2$ | (I) $V(C_{i,N})$ | (J) $V(C_{i,N})^2$ |
| (K) $\sigma_k(x)$ | (L) $\sigma_k^2(x)$ | (M) p_k | (N) p_k^2 | (O) β_k |
| (P) β_k^2 | (Q) x | (R) x^2 | (S) $p_k x$ | (T) $p_k^2 x$ |
| (U) $p_k x^2$ | (V) $p_k^2 x^2$ | (W) e | (X) e^2 | (Y) e^3 |

(再掲)

前提条件 1 $C_{i,N} (i=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu, \sigma^2)$ に従う。

前提条件 2 $C_{i,k} |_{C_{i,N}=x} (i=1, \dots, N, k=1, \dots, N)$ は対数正規分布 $LN(\mu_k(x), \sigma_k^2(x))$ に従う。

(イ) 次に、前提条件 1,2 の下で、経過年数 k までの情報に基づく最終累計支払保険金 $C_{i,N} |_{C_{i,k}=y}$ の確率分布を求める。

$C_{i,N}$ 、 $C_{i,k} |_{C_{i,N}=x}$ の確率密度関数をそれぞれ、 $f(x)$ 、 $g(y|x)$ とする。

ベイズの定理より、 $C_{i,N} |_{C_{i,k}=y}$ の確率密度関数 $h(x|y)$ は、

$$h(x|y) = \frac{f(x)g(y|x)}{\int f(x)g(y|x)dx}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_k^2 x}} \cdot \exp\left[-\frac{\{\log x - v_k(y)\}^2}{2\tau_k^2}\right]$$

ここで、

$$\begin{cases} v_k(y) = \frac{\textcircled{9}}{\sigma^2 + \sigma_k^2} \mu + \frac{\textcircled{10}}{\sigma^2 + \sigma_k^2} \left(\log \frac{y}{\textcircled{11}} + \frac{\textcircled{12}}{2} \right) \\ \tau_k^2 = \frac{\textcircled{13}}{\sigma^2 + \sigma_k^2} \end{cases}$$

である。つまり、 $C_{i,N} |_{C_{i,k}=y}$ は、対数正規分布 $LN(v_k(y), \tau_k^2)$ に従うことがわかる。

したがって、 $C_{i,N} |_{C_{i,k}=y}$ の期待値は、

$$E(C_{i,N} | C_{i,k} = y) = \exp\left\{ \frac{\textcircled{14}}{\sigma^2 + \sigma_k^2} \left(\textcircled{15} + \frac{\textcircled{16}}{2} \right) + \frac{\textcircled{17}}{\sigma^2 + \sigma_k^2} \left(\log \frac{y}{\textcircled{18}} + \frac{\textcircled{19}}{2} \right) \right\}$$

となる。

【⑨～⑲の選択肢】

- | | | | | |
|----------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|------------------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) μ |
| (F) μ^2 | (G) σ | (H) σ^2 | (I) σ_k | (J) σ_k^2 |
| (K) $\sigma\sigma_k$ | (L) $\sigma^2\sigma_k$ | (M) $\sigma\sigma_k^2$ | (N) $\sigma^2\sigma_k^2$ | (O) p_k |
| (P) p_k^2 | (Q) β_k | (R) β_k^2 | (S) y | (T) y^2 |

(2) ある保険商品 A, B に対して、再保険を付した場合の保有分に係る調整係数を求めたい。このとき、次の (ア), (イ) の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

(ア) 保険商品 A は、保険金支払件数が平均 1 のポアソン分布に従い、支払保険金 1 件の金額 X の分布が区間 $(0, 1)$ 上の一様分布に従う (個々の支払保険金の額および保険金支払件数は独立であるものとする。つまり、支払保険金総額は複合ポアソン分布に従うものとする)。また、毎年の収入保険料 $c = 1$ である。

(a) 保険商品 A に対して、再保険付加率 100% の 40% 比例再保険を付した場合の正味保有分に係る調整係数 R が満たすべき方程式は、

$$1 + \boxed{20} R = \frac{\exp(\boxed{21} R) - \boxed{22}}{\boxed{23} R}$$

となる。

【20～23の選択肢】

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 0.1 | (B) 0.2 | (C) 0.3 | (D) 0.4 | (E) 0.5 |
| (F) 0.6 | (G) 0.7 | (H) 0.8 | (I) 0.9 | (J) 1.0 |

(b) 保険商品 A に対して、(a) の代わりに、再保険付加率 100%、エクセスポイント 0.3 である ELC 再保険を付した場合の正味保有分に係る調整係数 R が満たすべき方程式は、

$$1 + \boxed{24} R = \frac{\exp(\boxed{25} R) - 1}{R} + \boxed{26} \cdot \exp(\boxed{27} R)$$

となる。

【24～27の選択肢】

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 0.1 | (B) 0.2 | (C) 0.3 | (D) 0.4 | (E) 0.5 |
| (F) 0.6 | (G) 0.7 | (H) 0.8 | (I) 0.9 | (J) 1.0 |

(イ) 保険商品 B は、保険金支払件数が平均 1.6 のポアソン分布に従い、支払保険金 1 件の金額 X の分布が、

$$P(X=1)=0.3, \quad P(X=2)=0.7$$

に従う（個々の支払保険金の額および保険金支払件数は独立であるものとする。つまり、支払保険金総額は複合ポアソン分布に従うものとする）。また、毎年の収入保険料 $c=3.6$ である。

保険商品 B に対して、再保険付加率 100%、エクセスポイント 3 であるストップロス再保険を付した場合の正味保有分に係る調整係数 R が満たすべき方程式は、

$$\exp\left(-\boxed{\textcircled{28}}R\right) \cdot \left(\boxed{\textcircled{29}} + \boxed{\textcircled{30}}e^R + \boxed{\textcircled{31}}e^{2R} + \boxed{\textcircled{32}}e^{3R}\right) = 1$$

となる。

なお、必要があれば、 $e^{-1.6} = 0.202$ として計算すること。

【**⑳**の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 2.10 | (B) 2.20 | (C) 2.30 | (D) 2.40 | (E) 2.50 |
| (F) 2.60 | (G) 2.70 | (H) 2.80 | (I) 2.90 | (J) 3.00 |

【**㉑～㉓**の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 0.10 | (B) 0.15 | (C) 0.20 | (D) 0.25 | (E) 0.30 |
| (F) 0.35 | (G) 0.40 | (H) 0.45 | (I) 0.50 | (J) 0.55 |

(3) N 年度末にサープラスを 1,500 万円保有している保険会社が、契約 A と契約 B の 2 つの契約の引受を開始する。前提を以下のとおりとしたとき、次の (ア) , (イ) の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、この問題においては 1 度でもサープラスが 0 万円未満となった場合に保険会社は破産したものとみなす。

<前提>

- ・ 1 年間の収入保険料は、契約 A と契約 B それぞれ 1,000 万円であり、年度期初に払い込まれる。
- ・ 1 年間の保険金支払額の発生確率は下表のとおりであり、保険金は年央に支払う。なお、保険金支払額は契約ごと年度ごとに独立に決まるものとする。

	発生確率	
	契約 A	契約 B
0 万円	50%	60%
1,000 万円	40%	20%
2,000 万円	10%	20%

- ・ 代理店手数料は保険料の 20% で、保険料収入時に支払う。
- ・ 社費は契約 A と契約 B それぞれ年額 150 万円であり、年央に支払う。
- ・ 無事故戻しの制度や運用益はないものとする。

(ア) この保険会社が N+2 年度末までに破産する確率に最も近いものは、 である。

【㉓の選択肢】

- (A) 12.0% (B) 12.4% (C) 12.8% (D) 13.2% (E) 13.6%
 (F) 14.0% (G) 14.4% (H) 14.8% (I) 15.2% (J) 15.6%

(イ) 契約ごとの 1 年間の保険金支払額に限度額 (1,000 万円は下回らないものとする) を設定して破産確率を小さくすることを検討する。

「N+1 年度末までに破産する確率が 0%」となる最大の限度額に最も近いものは、 万円である。「N+1 年度末までに破産する確率が 0%」かつ「N+2 年度末までに破産する確率が 4%以下」となる最大の限度額に最も近いものは、 万円である。

なお、限度額設定後の保険料については、純保険料=保険金期待値としたうえで、社費額、代理店手数料率、予定利潤率 (5%) は限度額設定前と同一として計算する。

【㉔の選択肢】

- (A) 1,200 (B) 1,220 (C) 1,240 (D) 1,260 (E) 1,280
 (F) 1,300 (G) 1,320 (H) 1,340 (I) 1,360 (J) 1,380

【㉕の選択肢】

- (A) 1,010 (B) 1,030 (C) 1,050 (D) 1,070 (E) 1,090
 (F) 1,110 (G) 1,130 (H) 1,150 (I) 1,170 (J) 1,190

(4) 保険料算出原理に関する次の (ア) ~ (ウ) の各問に答えなさい。ただし、以下で θ は正定数とし、必要であれば自然対数の値として $\log 2 = 0.693$ 、 $\log 3 = 1.099$ 、 $\log 5 = 1.609$ を用いること。

(ア) 次の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。

N は平均 2.5 のポアソン分布に従う。このとき、 $P(N = k) = E[1_{N=k}]$ に対し、

$$P^Q(N = k) = \frac{E[\exp(\theta N) \cdot 1_{N=k}]}{E[\exp(\theta N)]}$$

をポアソン分布に対するエッシャー変換後の確率関数と定義し、 $P(N = k)$ と区別する。

N のエッシャー変換後の確率分布が平均 4 のポアソン分布であるとき、 θ の値に最も近いもの

は である。

ただし、 $1_{N=k} = \begin{cases} 1 \cdots N = k \text{ の場合} \\ 0 \cdots \text{上記以外} \end{cases}$ と定義する。

【㉔の選択肢】

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) 0.40 | (B) 0.41 | (C) 0.42 | (D) 0.43 | (E) 0.44 |
| (F) 0.45 | (G) 0.46 | (H) 0.47 | (I) 0.48 | (J) 0.49 |

(イ) 次の記述のうち、空欄に当てはまる最も適切なものを選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

連続な確率変数 X に対し、ワン変換後の確率分布 $F^Q(x) = P^Q(X \leq x) = \Phi[\Phi^{-1}(F(x)) - \theta]$ を定義し、通常の $F(x) = P(X \leq x)$ と区別する。ただし、標準正規分布に従う確率変数 Z に対し、 $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ である。また、ワン変換後の確率分布の期待値を $E^Q[X]$ と表記し、ワン変換前の確率分布の期待値 $E[X]$ と区別する。

このとき、確率変数 $Y = \max\left\{A \exp\left(\zeta\theta - \frac{1}{2}\theta^2\right) - K, 0\right\}$ に対し、

$$E[Y] = AE\left[\exp\left(\zeta\theta - \frac{1}{2}\theta^2\right) \cdot 1_{A \exp\left(\zeta\theta - \frac{1}{2}\theta^2\right) - K > 0}\right] - KE\left[1_{A \exp\left(\zeta\theta - \frac{1}{2}\theta^2\right) - K > 0}\right]$$
 を計算したい。

ただし、 A, K は正定数であり、 $\zeta = \Phi^{-1}(F(X))$ である。

ワン変換後の確率分布の下で、 $\zeta^Q = \Phi^{-1}(F^Q(X))$ を定義し、標準正規分布の密度関数 $\phi(x)$ を

標準正規分布表 (実数 z に対し、確率 $\Phi(z)$ を返す表)

z	*=0	*=1	*=2	*=3	*=4	*=5	*=6	*=7	*=8	*=9
0.0*	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1*	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2*	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3*	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4*	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5*	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6*	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7*	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8*	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9*	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0*	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1*	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2*	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3*	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4*	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5*	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6*	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7*	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8*	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9*	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0*	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1*	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2*	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3*	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4*	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5*	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6*	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7*	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8*	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9*	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

以上