ボーナス・マラス制度に関する一考察

黛　哲二

要旨

本論文では、ボーナス・マラス制度を考察するために、次のモデルを提案する。

- ✓ 一定の仮定のもと、定常状態に達したときの、保険期間中の平均事故件数（以下、「事故頻度」）が複数の場合の、等級、事故有係数適用期間ごとの人数分布の計算
- ✓ 等級、事故有係数適用期間ごとに存在する各事故頻度の契約者の分布から、等級および無事故係数・事故有係数の区分ごとの損害率等の計算

さらに提案したモデルを使用した検証・分析として、無事故係数・事故有係数の区分がある場合とない場合とでの、ボーナス・マラス制度により損害率が平準化する効果の計算を行う。

上記の計算結果等から、本論文の仮定のもとで、次の事項等を導くことができる。

- ✓ 等級および無事故係数・事故有係数の区分ごとの等級係数と損害率との関係
- ✓ 無事故係数・事故有係数の区分がある場合とない場合とでの、ボーナス・マラス制度の効果比較

キーワード

ボーナス・マラス制度、無事故係数、事故有係数、事故有係数適用期間、調整効果係数、調整効率性

第1章 はじめに

ボーナス・マラス制度とは、更改前契約での等級および事故件数等により更改後契約での等級が決まり、等級に応じた等級係数を基準となる保険料（以下、「基準保険料」）に掛けることにより保険料に較差をつける制度であり、日本の自動車保険で、一般に「ノンフリート等級別料率制度」と呼ばれて採用されている。

この「ノンフリート等級別料率制度」において、過去の事故の状況により、同じ等級でも等級係数が異なる「無事故係数」・「事故有係数」、および、事故有係数が適用される期間である「事故有係数適用期間」（以下、「適用期間」）が導入され、2012 年 10 月以降、1 年間を周知期間として順次開始された。

本論文では、現行の「ノンフリート等級別料率制度」に概ね従い、新規契約者の追加加入と既契約者の一部脱退があるオープンな前提のもとで、一定の仮定を置いて等級・適用期間ごとの契約者の分布状況を計算することにより、各等級での適用期間 0 年の契約（以下、「無事故契約」）、適用期間 1 年以上の契約（以下、「事故有契約」）の純保険料ベースでの基準保険料に対する保険金の割合（以下、「支払係数」）および保険料に対する保険金の割合（以下、「損害率」）を計算し、支払係数と等級係数との適合具合を分析する。

さらに、無事故係数・事故有係数の導入（以下、「制度導入」）によって、ボーナス・マラス制度により事故頻度に応じた保険料が自動的に適用される効果が、どのように変わるのかの検証を行う。

なお、本論文は、1999 年に東京で開催された ASTIN Colloquium において発表した「A Study of the Bonus-Malus System」をベースとしており、オープンな前提のもとでの各等級の契約者数の計算方法などは 1999 年の論文を踏襲している。

一方、事故頻度（保険期間中の平均事故件数）がガンマ分布に従うとしたことや、事故頻度に応じて保険料が調整される効果の指標として、調整効果係数や調整効率性を定義したことなどは、本論文で新たに加えている。

本論文の構成は、第 2 章以降以下の通りとなっている。

第 2 章　等級・適用期間ごとの契約者数の算出
第 3 章　料率および損害率等の算出
第 4 章　ボーナス・マラス制度の効果検証
第 5 章　おわりに

第2章 等級・適用期間ごとの契約者数の算出

2.1　定義

各記号を以下の通り定義する。

なお、本論文では、保険期間は常に 1 年とし、契約者の加入は年始のみに、更改および脱退は保険期間満了時のみに行われるものとする。

$a_{i,j,k,l,t,s}$ ： 制度開始から s 年経過時に加入し、加入後 $t+1$ 年経過した保険期間満了時に i 等級・適用期間 k 年の契約者のうち、更改すれば j 等級・適用期間 l 年になる契約者の割合

ここで、任意の i, j, k, l, t, s において $0 \leq a_{i,j,k,l,t,s} \leq 1$、任意の i, k, t, s において $\sum_j \sum_l a_{i,j,k,l,t,s} = 1$ となる。

また、任意の t, s おいて $a_{i,j,k,l,t,s}$ が同一となるときは、特に $a_{i,j,k,l}$ と表記する。

$$\boldsymbol{A}_{t,s} = \begin{pmatrix} a_{1,1,0,0,t,s} & a_{1,1,1,0,t,s} & \cdots & a_{i,1,k,0,t,s} & \cdots & \\ a_{1,1,0,1,t,s} & a_{1,1,1,1,t,s} & \cdots & a_{i,1,k,1,t,s} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,j,0,l,t,s} & a_{1,j,1,l,t,s} & \cdots & a_{i,j,k,l,t,s} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \cdots & & \cdots & \end{pmatrix}$$

また、任意の t, s において $\boldsymbol{A}_{t,s}$ が同一のときは、特に $\boldsymbol{A}$ と表記する。

$p_{i,j,k,l,t,s}$ ： 制度開始から s 年経過時に加入し、加入後 $t+1$ 年経過した保険期間満了時に、更改すれば i 等級・適用期間 k 年から j 等級・適用期間 l 年になる契約者のうち、当該保険期間満了時に更改する契約者の割合（以下、「更改率」）

ここで、任意の i, j, k, l, t, s において $0 \leq p_{i,j,k,l,t,s} \leq 1$ となる。

また、任意の i, j, k, l, t, s において $p_{i,j,k,l,t,s}$ が同一となるときは、特に p と表記する。

$b_{i,j,k,l,t,s}$ ： 制度開始から s 年経過時に加入し、加入後 $t+1$ 年経過した保険期間満了時に i 等級・適用期間 k 年の契約者のうち、更改して更改後 j 等級・適用期間 l 年になる契約者の割合

$b_{i,j,k,l,t,s}=p_{i,j,k,l,t,s}a_{i,j,k,l,t,s}$

$$\boldsymbol{B}_{t,s} = \begin{pmatrix} b_{1,1,0,0,t,s} & b_{1,1,1,0,t,s} & \cdots & b_{i,1,k,0,t,s} & \cdots & \\ b_{1,1,0,1,t,s} & b_{1,1,1,1,t,s} & \cdots & b_{i,1,k,1,t,s} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1,j,0,l,t,s} & b_{1,j,1,l,t,s} & \cdots & b_{i,j,k,l,t,s} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \cdots & & \cdots & \end{pmatrix}$$

また、任意の t, s において $\boldsymbol{B}_{t,s}$ が同一のときは、特に $\boldsymbol{B}$ と表記する。

$x_{i,k,t,s}$ ： 制度開始から s 年経過時に加入し、加入後 $t+1$ 年目の i 等級・適用期間 k 年の契約者数

また、任意の s において $x_{i,k,t,s}$ が同一となるときは、特に $x_{i,k,t}$ と表記する。

$$\boldsymbol{x}_{t,s} = \begin{pmatrix} x_{1,0,t,s} \\ x_{1,1,t,s} \\ \vdots \\ x_{i,k,t,s} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{x}_t = \begin{pmatrix} x_{1,0,t} \\ x_{1,1,t} \\ \vdots \\ x_{i,k,t} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

ここで、

$$\boldsymbol{x}_{1,s} = \boldsymbol{B}_{0,s}\boldsymbol{x}_{0,s} \quad , \quad \boldsymbol{x}_{2,s} = \boldsymbol{B}_{1,s}\boldsymbol{x}_{1,s} = \boldsymbol{B}_{1,s}\boldsymbol{B}_{0,s}\boldsymbol{x}_{0,s} = \left(\prod_{\tau=0}^{1}\boldsymbol{B}_{\tau,s}\right)\boldsymbol{x}_{0,s} \quad , \quad \cdots \quad ,$$

$$\boldsymbol{x}_{t,s} = \boldsymbol{B}_{t-1,s}\boldsymbol{x}_{t-1,s} = \boldsymbol{B}_{t-1,s}\boldsymbol{B}_{t-2,s}\cdots\boldsymbol{B}_{0,s}\boldsymbol{x}_{0,s} = \left(\prod_{\tau=0}^{t-1}\boldsymbol{B}_{\tau,s}\right)\boldsymbol{x}_{0,s} \quad (t \geq 1) \tag{2.1-1}$$

が成り立つ。

$y_{i,k,u}$　：制度開始後 $u+1$ 年目の i 等級・適用期間 k 年の契約者数

なお、「ノンフリート等級別料率制度」では、新規契約者（加入後 1 年目の契約者、以下同じ）に通常の料率とは異なる新規契約者用の料率を適用することから、$y_{i,k,u}$ には新規契約者数（$x_{i,k,0,u}$）は含まないものとする。

また、$u\to\infty$ のときには、特に $y_{i,k}$ と表記し、さらに、適用期間 k 年以上の契約者数を合算する場合には $y_{i,k+}$ と表記する。

$$\boldsymbol{y}_u = \begin{pmatrix} y_{1,0,u} \\ y_{1,1,u} \\ \vdots \\ y_{i,k,u} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_{1,0} \\ y_{1,1} \\ \vdots \\ y_{i,k} \\ \vdots \end{pmatrix} = \lim_{u\to\infty}\boldsymbol{y}_u$$

ここで、

$$\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{x}_{1,0} \quad , \quad \boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{x}_{2,0} + \boldsymbol{x}_{1,1} = \sum_{s=0}^{1}\boldsymbol{x}_{2-s,s} \quad , \quad \cdots \quad ,$$

$$\boldsymbol{y}_u = \boldsymbol{x}_{u,0} + \boldsymbol{x}_{u-1,1} + \cdots + \boldsymbol{x}_{1,u-1} = \sum_{s=0}^{u-1}\boldsymbol{x}_{u-s,s} \quad (u \geq 1)$$

が成り立ち、さらに、式(2.1-1)より

$$\boldsymbol{y}_u = \sum_{s=0}^{u-1}\boldsymbol{x}_{u-s,s} = \sum_{s=0}^{u-1}\left(\prod_{\tau=0}^{u-s-1}\boldsymbol{B}_{\tau,s}\right)\boldsymbol{x}_{0,s} \quad (u \geq 1) \tag{2.1-2}$$

が成り立つ。

2.2　算式

式(2.1-2)から、等級・適用期間ごとの契約者数を計算するための算式を導く。

2.2.1　制度開始後 $u+1$ 年目

任意の s において $\boldsymbol{x}_{0,s}$ が同一であり、任意の $t,\ s$ において $\boldsymbol{B}_{t,s}$ が同一であるとすると式(2.1-2)は、

$$\boldsymbol{y}_u = \sum_{s=0}^{u-1}\left(\prod_{\tau=0}^{u-s-1}\boldsymbol{B}\right)\boldsymbol{x}_0 = \sum_{s=0}^{u-1}\boldsymbol{B}^{u-s}\boldsymbol{x}_0 = \sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0$$

となり、両辺に $\boldsymbol{x}_0$ を加えて $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}$ を掛けることにより、

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{y}_u+\boldsymbol{x}_0) &= (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})\left(\sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{x}_0\right) = \sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{x}_0-\left(\sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^{t+1}\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\right)\\ &= \sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{x}_0-\left(\boldsymbol{B}^{u+1}\boldsymbol{x}_0+\sum_{t=0}^{u-1}\boldsymbol{B}^{t+1}\boldsymbol{x}_0\right)\\ &= \sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0+\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{B}^{u+1}\boldsymbol{x}_0-\sum_{t=1}^{u}\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{x}_0\\ &= \boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{B}^{u+1}\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}^{u+1})\boldsymbol{x}_0\end{aligned}$$

と変換でき、$\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}$ に逆行列が存在すると仮定すれば、

$$\boldsymbol{y}_u+\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}^{u+1})\boldsymbol{x}_0$$

$$\boldsymbol{y}_u = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}^{u+1})\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{x}_0 \tag{2.2.1}$$

となる。

2.2.2　$u\to\infty$の場合

制度開始から十分に長い期間が経過し、$u\to\infty$とみなせる場合を考える。

$\boldsymbol{B}^\infty = \boldsymbol{O}$ とすると、式(2.2.1)から

$$\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}^\infty)\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{x}_0 \tag{2.2.2}$$

となる。

ここで、式(2.2.2)は、

$$\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{x}_0$$

$$\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0) = \boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0)$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0)$$

と変換でき、新規契約者数を含む契約者数 $\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}_0$ が、更改による等級・適用期間の変動および一部脱退後には、新規契約者数を含まない契約者数 $\boldsymbol{y}$ に一致することになる。

このことから、$u\to\infty$の場合は、個々の契約者の等級・適用期間が変動し、新規契約者の追加加入と既契約者の一部脱退があっても、各等級・適用期間の契約者数が変動しない定常状態であることが分かる。

2.3　仮定

定常状態（$u\to\infty$）における等級・適用期間ごとの契約者数を計算するために、いくつかの仮定を置く。

2.3.1　新規契約者

新規契約者は、全て 6 等級・適用期間 0 年とし、新規契約者数は s によらず同一とする。

2.3.2　更改率

任意の i, j, k, l, t, s において $p_{i,j,k,l,t,s}$ は、同一の値 p とする。

2.3.3　等級とその変動

等級は、最も等級係数が大きい 1 等級から最も等級係数が小さい 20 等級までの 20 段階存在するものとし、その変動の仕方は次の通りとする。（保険期間中の事故件数ごとの、等級の変動は表 2.3.3 の通り）

i.　事故が発生しない場合

20 等級を限度に、1 等級上がる。

ii.　事故が発生した場合

1 等級を限度に、「3×（保険期間中の事故件数）」等級下がる。

表 2.3.3：等級の変動

<table>
<tr><th>更改前等級</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th><th>15</th><th>16</th><th>17</th><th>18</th><th>19</th><th>20</th></tr>
<tr><th>事故件数</th><th colspan="20">更改後等級</th></tr>
<tr><td>0 件</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>20</td></tr>
<tr><td>1 件</td><td rowspan="7">1</td><td rowspan="7">1</td><td rowspan="7">1</td><td rowspan="7">1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td></tr>
<tr><td>2 件</td><td rowspan="6">1</td><td rowspan="6">1</td><td rowspan="6">1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr>
<tr><td>3 件</td><td rowspan="5">1</td><td rowspan="5">1</td><td rowspan="5">1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr>
<tr><td>4 件</td><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>5 件</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>6 件</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7 件以上</td><td>1</td></tr>
</table>

2.3.4　適用期間とその変動

適用期間は、0 年から 6 年の 7 段階存在するものとし、その変動の仕方は次の通りとする。（保険期間中の事故件数ごとの、適用期間の変動は表 2.3.4 の通り）

i.　事故が発生しない場合

0 年を限度に、1 年減る。

ii.　事故が発生した場合

1)　更改前の適用期間が 0 年の場合

6 年を限度に、「3×（保険期間中の事故件数）」年増える。

2)　更改前の適用期間が 1 年以上の場合

6 年を限度に、「3×（保険期間中の事故件数）－1」年増える。

表 2.3.4：適用期間の変動

<table>
<tr><td>更改前適用期間</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>事故件数</td><td colspan="7">更改後適用期間</td></tr>
<tr><td>0 件</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1 件</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td rowspan="2">6</td><td rowspan="2">6</td><td rowspan="2">6</td></tr>
<tr><td>2 件以上</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr>
</table>

2.4　事故頻度が均一の場合の契約者数

保険期間中の平均事故件数である事故頻度λが、等級や適用期間、加入年度、経過年数などに関わらず一定とし、保険期間中の事故件数が、平均λのポアソン分布に従うとすると、2.3.3 節、2.3.4 節より、任意の t, s において、$a_{i,j,k,l,t,s}$ は、次の通り定義できる。

$$a_{i,j,k,l}=\begin{cases} 0 & (\text{下記以外}) \\ e^{-\lambda} & \begin{pmatrix} j=\min(i+1,20)\text{かつ} \\ l=\max(k-1,0) \end{pmatrix} \\ e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^c}{c!} & \begin{pmatrix} i\geq 2+3c,\ j=i-3c\text{かつ} \\ l=\min(\max(k-1,0)+3c,6) \\ (c=1,2,3\cdots) \end{pmatrix} \\ e^{-\lambda}\lambda & \begin{pmatrix} i\leq 4,\ j=1\text{かつ} \\ k\leq 3, l=\max(k-1,0)+3 \end{pmatrix} \\ 1-\displaystyle\sum_{j=2}^{20}\sum_{l=1}^{6}a_{i,j,k,l}-\sum_{l=1}^{5}a_{i,1,k,l} & \begin{pmatrix} j=1\text{かつ} \\ l=6 \end{pmatrix} \end{cases} \qquad (2.4\text{-}1)$$

ここで、$e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^c}{c!}$ における c は、「保険期間中の事故件数」とする。

式(2.4-1)、および、2.3.2 節より任意の t, s において $\boldsymbol{B}_{t,s}$ は同一となり

$$\boldsymbol{B}=p\boldsymbol{A} \qquad (2.4\text{-}2)$$

とおける。

$p<1$ とすれば、$\boldsymbol{B}^{\infty}=p^{\infty}\boldsymbol{A}^{\infty}=0\boldsymbol{A}^{\infty}=\boldsymbol{O}$ なので、2.3.1 節、式(2.2.2)、式(2.4-2)より、

$$\boldsymbol{y}=(\boldsymbol{E}-p\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{x}_0 \qquad (2.4\text{-}3)$$

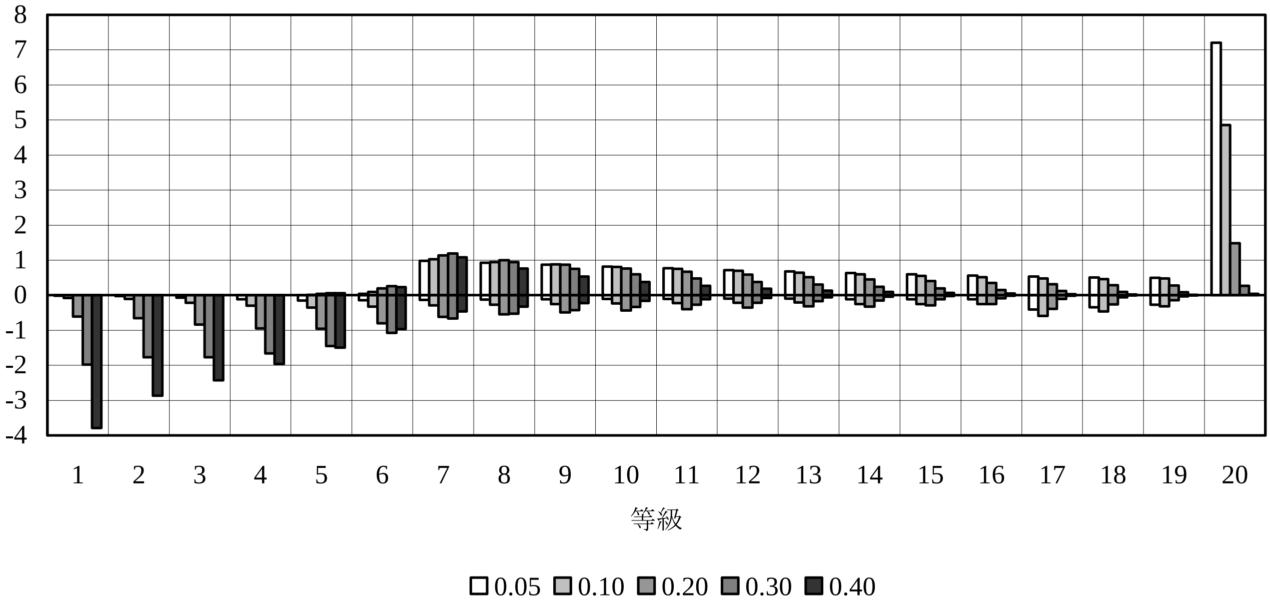
となる。

ここで、新規契約者数を 1、更改率 p を 0.95、事故頻度λを 0.05、0.10、0.20、0.30、0.40 として、$u\to\infty$とみなせる場合の各等級の無事故契約の契約者数（以下、「無事故契約者数」）$y_{i,0}$ と事故有契約の契約者数（以下、「事故有契約者数」）$y_{i,1+}$を計算すると表 2.4、図 2.4 の通りとなる。

表 2.4：無事故契約者数 $y_{i,0}$、事故有契約者数 $y_{i,1+}$

i	$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.10$		$\lambda = 0.20$		$\lambda = 0.30$		$\lambda = 0.40$	
	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$
1	0.0000	0.0132	0.0000	0.0777	0.0000	0.6096	0.0000	1.9846	0.0000	3.7863
2	0.0000	0.0201	0.0000	0.1040	0.0000	0.6540	0.0000	1.7655	0.0000	2.8641
3	0.0000	0.0728	0.0000	0.2163	0.0000	0.8421	0.0000	1.7743	0.0000	2.4244
4	0.0001	0.1170	0.0009	0.3026	0.0043	0.9434	0.0072	1.6644	0.0063	1.9603
5	0.0034	0.1508	0.0126	0.3571	0.0415	0.9534	0.0617	1.4515	0.0548	1.4952
6	0.0439	0.1408	0.0928	0.3261	0.1975	0.8033	0.2605	1.0726	0.2349	0.9618
7	0.9830	0.1302	1.0246	0.2888	1.1371	0.6191	1.1898	0.6655	1.0838	0.4626
8	0.9236	0.1225	0.9480	0.2689	0.9963	0.5485	0.9456	0.5312	0.7629	0.3260
9	0.8679	0.1153	0.8771	0.2512	0.8731	0.4868	0.7516	0.4240	0.5371	0.2297
10	0.8155	0.1087	0.8115	0.2352	0.7653	0.4324	0.5975	0.3379	0.3781	0.1616
11	0.7663	0.1039	0.7509	0.2269	0.6712	0.3946	0.4750	0.2735	0.2661	0.1146
12	0.7200	0.0996	0.6950	0.2189	0.5890	0.3564	0.3778	0.2189	0.1874	0.0807
13	0.6766	0.0957	0.6435	0.2111	0.5174	0.3188	0.3005	0.1736	0.1319	0.0564
14	0.6358	0.1127	0.5963	0.2514	0.4553	0.3276	0.2392	0.1503	0.0929	0.0417
15	0.5976	0.1172	0.5531	0.2548	0.4012	0.2927	0.1905	0.1170	0.0654	0.0285
16	0.5619	0.1188	0.5141	0.2485	0.3547	0.2511	0.1519	0.0880	0.0461	0.0190
17	0.5294	0.4113	0.4820	0.5907	0.3173	0.3854	0.1218	0.1029	0.0325	0.0181
18	0.5014	0.3487	0.4592	0.4629	0.2879	0.2586	0.0983	0.0598	0.0230	0.0092
19	0.4974	0.2708	0.4746	0.3180	0.2785	0.1466	0.0822	0.0291	0.0166	0.0039
20	7.2062	0.0000	4.8525	0.0000	1.4880	0.0000	0.2644	0.0000	0.0360	0.0000
計	16.3299	2.6701	13.7888	5.2112	9.3757	9.6243	6.1154	12.8846	3.9559	15.0441
合計	19.0000		19.0000		19.0000		19.0000		19.0000	

図 2.4：無事故契約者数 $y_{i,0}$（＋表示）、事故有契約者数 $y_{i,1+}$（－表示）



2.5　契約者の事故頻度にばらつきがある場合の契約者数

契約者により事故頻度が異なる場合を考える。

2.5.1　事故頻度λ

毎年の新規契約者数を n 人、低い方から m 番目（m：1～n）の事故頻度をλ_m、事故頻度が従う累積分布関数を F として、

$$\lambda_m = F^{-1}\left(\frac{m-0.5}{n}\right)$$

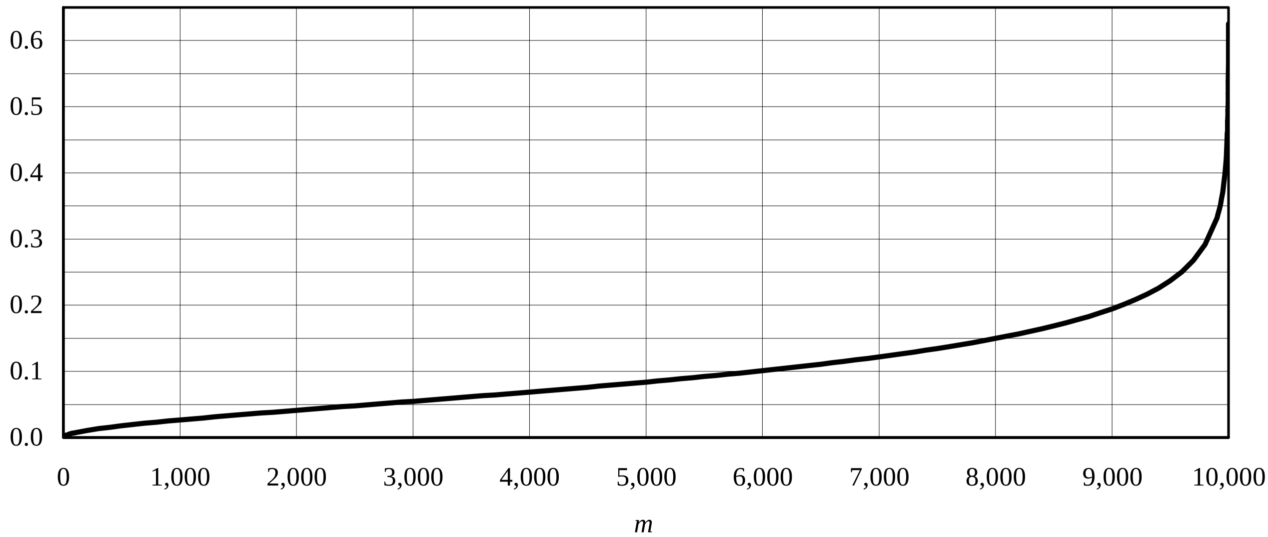
とする。

ここで、事故頻度が形状母数 2、尺度母数 0.05 のガンマ分布に従うとし、n を 10,000 としたときのλ_mを計算すると表 2.5.1、図 2.5.1 の通りとなる。

表 2.5.1：事故頻度λ_m

m	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
λ_m	0.0266	0.0412	0.0549	0.0688	0.0839	0.1011	0.1219	0.1497	0.1945	0.6253

図 2.5.1：事故頻度λ_m



2.5.2　等級、無事故契約・事故有契約ごとの契約者数

事故頻度λでの $y_{i,k}$、$\boldsymbol{y}$ を $y_{i,k}^{(\lambda)}$、$\boldsymbol{y}^{(\lambda)}$ とし、式(2.4-3)と同様に $\boldsymbol{y}^{(\lambda_m)}$ を計算し、$\boldsymbol{y}^{(\lambda_m)}$ を合算して各等級の無事故契約者数 $y_{i,0}$ と事故有契約者数 $y_{i,1+}$を計算すると表 2.5.2、図 2.5.2-1 の通りとなり、さらに、図 2.5.2-1 を割合で示すと図 2.5.2-2 の通りとなる。

表 2.5.2：無事故契約者数 $y_{i,0}$、事故有契約者数 $y_{i,1+}$

m	1～2,000		2,001～4,000		4,001～6,000		6,001～8,000		8,001～10,000		1～10,000	
i	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$	$y_{i,0}$	$y_{i,1+}$
1	0	7	0	35	0	101	0	291	0	1,729	0	2,161
2	0	11	0	51	0	139	0	365	0	1,662	0	2,228
3	0	63	0	168	0	326	0	642	0	1,925	0	3,125
4	0	107	0	266	1	474	3	844	9	2,026	13	3,716
5	2	144	8	338	19	573	37	956	84	1,961	150	3,971
6	44	135	97	315	154	527	234	859	395	1,595	923	3,431
7	1,932	127	1,973	290	2,021	473	2,096	740	2,260	1,175	10,284	2,804
8	1,826	120	1,852	272	1,880	442	1,921	684	1,950	1,022	9,429	2,540
9	1,726	113	1,738	256	1,749	414	1,760	634	1,688	894	8,660	2,311
10	1,631	107	1,631	241	1,627	388	1,613	589	1,465	784	7,966	2,110
11	1,541	102	1,530	231	1,513	374	1,479	566	1,274	708	7,338	1,981
12	1,457	97	1,436	222	1,408	361	1,357	542	1,112	635	6,769	1,857
13	1,377	92	1,347	214	1,310	349	1,245	517	972	566	6,251	1,737
14	1,301	103	1,265	253	1,220	418	1,144	598	853	584	5,783	1,956
15	1,230	106	1,187	263	1,137	429	1,053	591	751	525	5,357	1,913
16	1,162	106	1,115	266	1,061	424	972	560	664	454	4,973	1,811
17	1,099	463	1,050	874	996	1,113	906	1,175	595	728	4,646	4,352
18	1,041	405	995	734	948	894	861	888	542	498	4,386	3,419
19	1,004	334	993	562	971	636	888	582	528	290	4,384	2,404
20	16,887	0	13,931	0	11,133	0	7,809	0	3,098	0	52,858	0
計	35,258	2,742	32,149	5,851	29,146	8,854	25,378	12,622	18,240	19,760	140,171	49,829
合計	38,000		38,000		38,000		38,000		38,000		190,000	

図 2.5.2-1：無事故契約者数 $y_{i,0}$（＋表示）、事故有契約者数 $y_{i,1+}$（－表示）

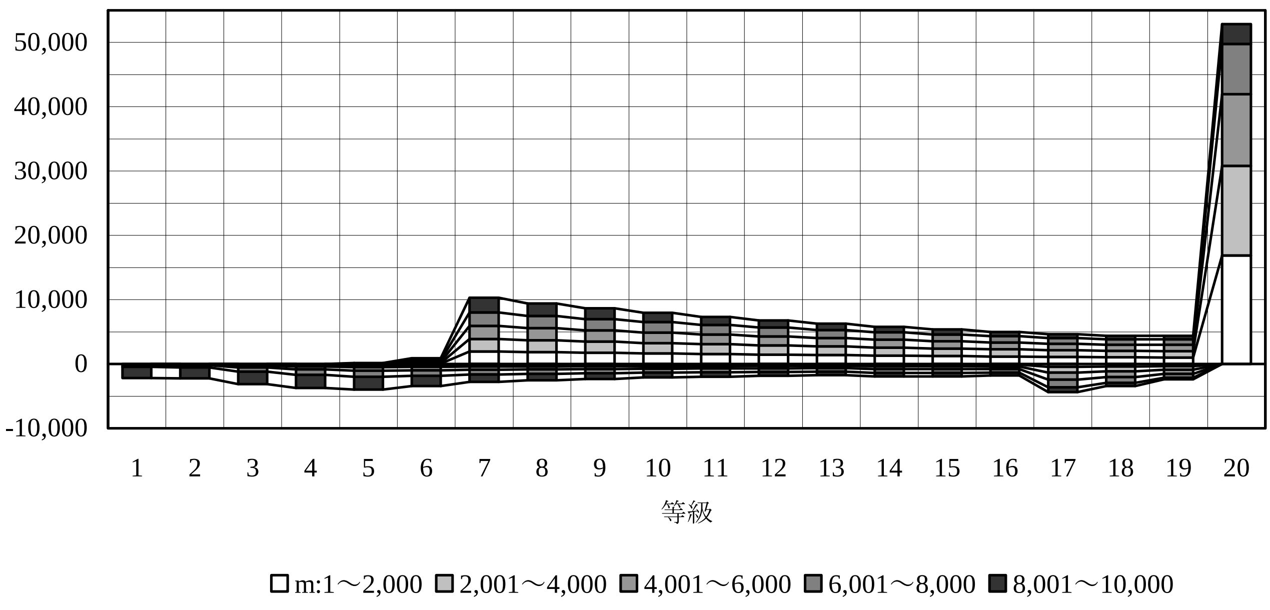
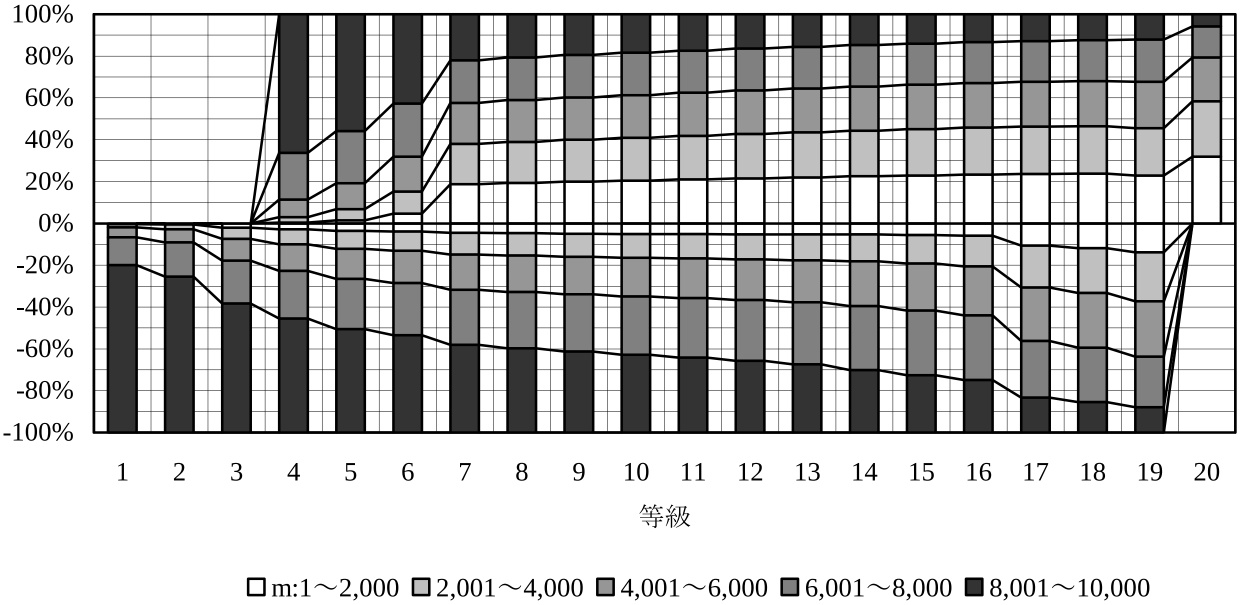


図 2.5.2-2：事故頻度別契約者割合　無事故契約（＋表示）、事故有契約（－表示）



2.6　結果の要点

本論文の仮定のもとでは、図 2.5.2-1 より、次のことが分かる。

- ✓ 無事故契約では、20 等級に契約者が集中する。
- ✓ 事故有契約では、無事故契約の 20 等級のように極端に集中するところはないものの、3～6 等級のあたりと 17～19 等級のあたりの 2 か所で、若干の集中が発生する。

また、図 2.5.2-2 より、次のことが分かる。

- ✓ 無事故契約では、6 等級と 7 等級の間、および、19 等級と 20 等級の間で、事故頻度の違いによる割合の変動が比較的大きくなっている。
- ✓ 事故有契約では、16 等級と 17 等級、さらには 18 等級、19 等級と等級が上がるに従って、事故頻度が低い契約の割合がやや顕著に増えていく。
- ✓ 4・5 等級では、無事故契約よりも事故有契約の方が、事故頻度が低い契約の割合が多い。

第3章 料率および損害率等の算出

全契約者の基準保険料は同一とし、等級係数のみで保険料に較差が発生するとして、2.5 節の仮定のもとで、基準保険料や損害率等の計算を試みる。なお、基準保険料等は、事業費については考慮しない純保険料ベースとする。

3.1　基準保険料

基準保険料をπ、i 等級・適用期間 k 年の等級係数を $z_{i,k}$（適用期間 k 年以上で同一となる場合には $z_{i,k+}$と表記）とし

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_{1,0} & z_{1,1} & \cdots & z_{i,k} & \cdots \end{pmatrix}$$

とすると、保険料合計は、

$$保険料合計 = \pi \boldsymbol{zy}$$

となり、また、1 事故当たりの保険金を等級や適用期間、加入時期、経過年数、事故の件数などに関わらず C とすると、保険金合計は、

$$保険金合計 = C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m \sum_{i=1}^{20} y_{i,0+}^{(\lambda_m)}$$

となる。

以上から、収支相等の原則により、

$$\pi \boldsymbol{zy} = C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m \sum_{i=1}^{20} y_{i,0+}^{(\lambda_m)}$$

$$\pi = \frac{C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m \sum_{i=1}^{20} y_{i,0+}^{(\lambda_m)}}{\boldsymbol{zy}}$$

となる。

ここで、等級係数を表 3.1 の通りとし、C を 260,000 すると、

$$\pi = 45{,}422$$

となる。

表 3.1：等級係数

等級	1	2	3	4	5	6	
$z_{i,0+}$	1.64	1.28	1.12	0.98	0.87	0.81	
等級	7	8	9	10	11	12	13
$z_{i,0}$	0.70	0.60	0.57	0.55	0.53	0.52	0.51
$z_{i,1+}$	0.80	0.79	0.78	0.77	0.75	0.73	0.71
等級	14	15	16	17	18	19	20
$z_{i,0}$	0.50	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	0.37
$z_{i,1+}$	0.69	0.67	0.64	0.62	0.60	0.58	0.56

なお、表 3.1 の値は、損害保険料率算出機構が 2011 年の純率改定で、直近のリスク実態をもとに見直しを行った後の等級係数に従っている。

3.2 等級、無事故契約・事故有契約ごとの支払係数および損害率

等級、無事故契約・事故有契約ごとの保険金合計、保険料合計は、

$$保険金合計 = C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m y_{i,*}^{(\lambda_m)}$$ （*は 0 または 1+、以下同様）

$$保険料合計 = \pi z_{i,*} y_{i,*}$$

となるので、支払係数、損害率は、

$$支払係数 = \frac{保険金合計}{基準保険料 \times 契約者数合計} = \frac{C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m y_{i,*}^{(\lambda_m)}}{\pi y_{i,*}}$$

$$\text{損害率} = \frac{\text{保険金合計}}{\text{保険料合計}} = \frac{C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m y_{i,*}^{(\lambda_m)}}{\pi z_{i,*} y_{i,*}} = \frac{\text{支払係数}}{\text{等級係数}}$$

となり、計算結果は表 3.2 の通りとなる。

表 3.2：等級係数、支払係数、損害率

等級	等級係数（再掲）		支払係数			損害率		
	無事故	事故有	無事故	事故有	（計）	無事故	事故有	（計）
1	1.64		－	1.3536	1.3536	－	82.54%	82.54%
2	1.28		－	1.2502	1.2502	－	97.67%	97.67%
3	1.12		－	1.0749	1.0749	－	95.97%	95.97%
4	0.98		1.0841	0.9824	0.9828	110.62%	100.25%	100.28%
5	0.87		0.9814	0.9185	0.9208	112.80%	105.58%	105.84%
6	0.81		0.8451	0.8816	0.8738	104.33%	108.83%	107.88%
7	0.70	0.80	0.5946	0.8270	0.6444	84.95%	103.38%	89.33%
8	0.60	0.79	0.5785	0.8080	0.6272	96.41%	102.27%	97.95%
9	0.57	0.78	0.5639	0.7905	0.6116	98.93%	101.34%	99.57%
10	0.55	0.77	0.5507	0.7743	0.5975	100.12%	100.55%	100.24%
11	0.53	0.75	0.5386	0.7600	0.5856	101.62%	101.33%	101.54%
12	0.52	0.73	0.5275	0.7454	0.5744	101.44%	102.11%	101.63%
13	0.51	0.71	0.5173	0.7307	0.5637	101.44%	102.91%	101.85%
14	0.50	0.69	0.5081	0.7082	0.5586	101.61%	102.64%	101.94%
15	0.49	0.67	0.4996	0.6875	0.5490	101.95%	102.61%	102.17%
16	0.48	0.64	0.4919	0.6670	0.5387	102.49%	104.21%	103.05%
17	0.47	0.62	0.4860	0.5756	0.5293	103.40%	92.84%	97.56%
18	0.46	0.60	0.4820	0.5523	0.5128	104.78%	92.04%	98.36%
19	0.45	0.58	0.4835	0.5217	0.4970	107.44%	89.95%	100.20%
20	0.37	0.56	0.3921	－	0.3921	105.98%	－	105.98%

ここで、表中の「（計）」欄の値は、無事故契約と事故有契約とを混在させた場合の値として、次の算式で計算している。

$$\text{支払係数} = \frac{C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m y_{i,0+}^{(\lambda_m)}}{\pi y_{i,0+}}$$

$$\text{損害率} = \frac{C\sum_{m=1}^{10000}\lambda_m y_{i,0+}^{(\lambda_m)}}{\pi z_{i,0} y_{i,0} + \pi z_{i,1+} y_{i,1+}}$$

また、表 3.2 の支払係数と等級係数とをグラフにすると図 3.2-1 の通りとなり、損害率をグラフにすると図 3.2-2 の通りとなる。

なお、図 3.2-2 において 1～6 等級については、無事故契約と事故有契約とで等級係数が共通であることから（計）の損害率を表示している。

図 3.2-1：支払係数、等級係数

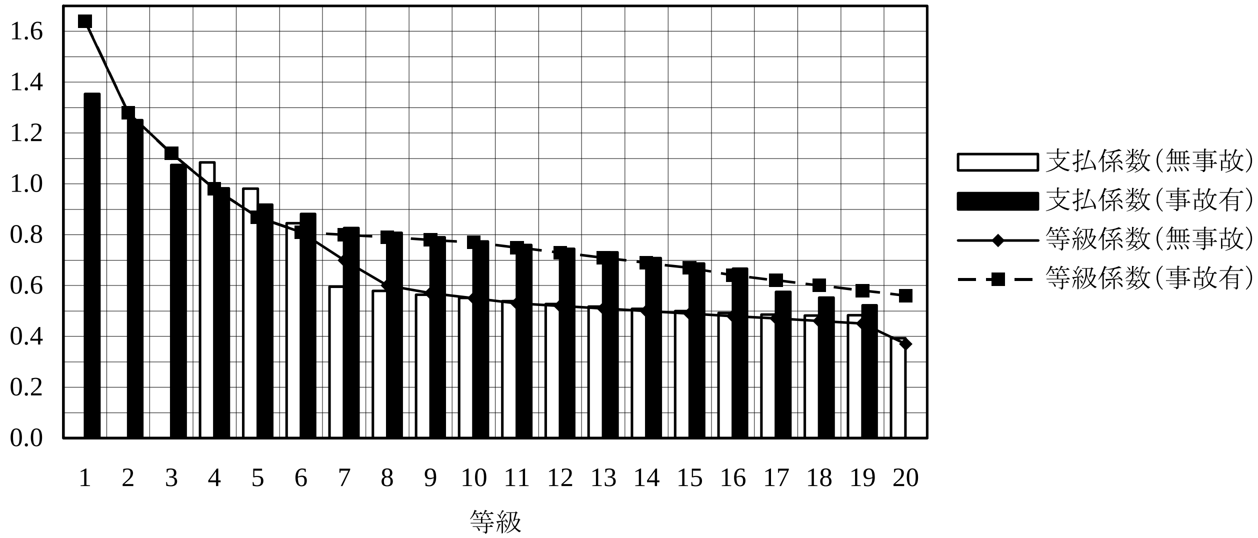
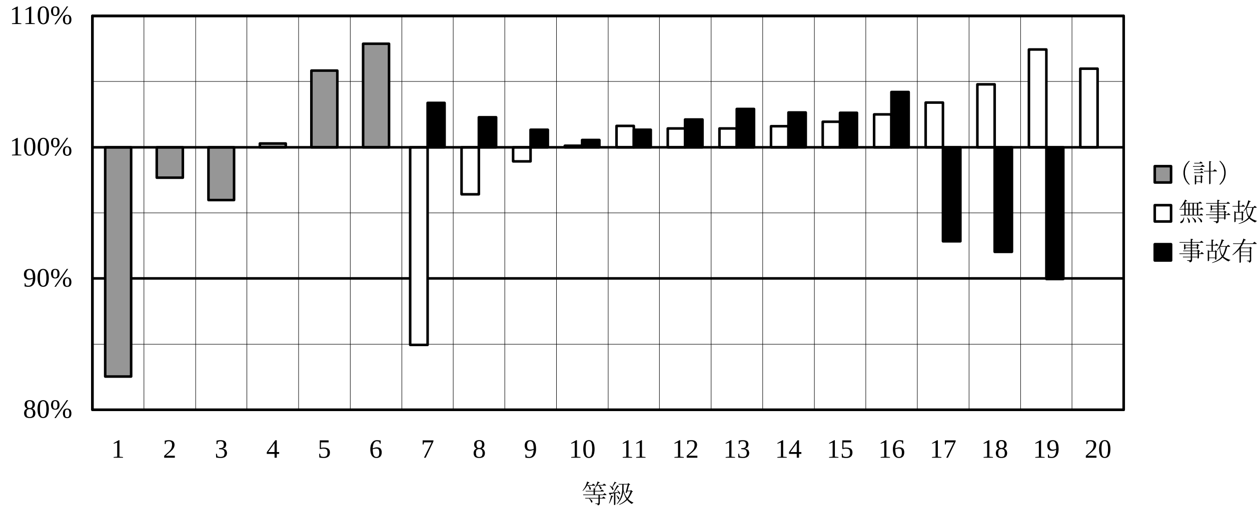


図 3.2-2：損害率



3.3　考察

本論文の仮定のもとでは、表 3.2 から、いずれの等級、無事故契約・事故有契約においても、損害率が概ね 100%±10%の範囲に入っており、等級係数の設定が適切であると判断できるが、一部損害率が高い個所、あるいは、低い個所について考察すると、以下の通りとなる。

3.3.1　1 等級

表 3.2 では、1 等級の損害率が低く、等級係数の設定が大きめのように見える。

しかしながら、本論文の仮定では想定していないような事故頻度が高い契約者が加入する場合には、それらの契約者は 1 等級に集中し、1 等級の支払係数が高くなることが想定される。

例えば、2.5 節の仮定にさらに$\lambda = 1.00$の新規契約者が 10 加入するとした場合には、2 等級の支払係数は 132.05%で 7.03%（損害率は 103.17%で 5.50%）の上昇のみであるのに対し、1 等級の支払係数は 155.81%で 20.45%（損害率は 95.00%で 12.46%）上昇する。

3.3.2　4・5 等級無事故契約

表 3.2 では、4・5 等級無事故契約については、損害率が高めとなっている。（4・5 等級では、無事故契約の方が事故有契約よりも、支払係数および損害率が高くなっている。）

しかし、4・5 等級では、無事故契約と事故有契約で共通の等級係数となっており、無事故契約と事故有契約とを混在させた（計）の損害率は、4・5 等級のいずれも 110%以下となり、大きく逸脱するものとはなっていない。

3.3.3　7 等級無事故契約

表 3.2 では、7 等級無事故契約の損害率が低めとなっている。

7 等級無事故契約には、1 年目が無事故であった加入後 2 年目の契約者が多くを占めているため、実績面では事故発生状況等が不安定となることが考えられる。

また、本論文の仮定のもとでは、新規契約者は全て 6 等級としているが、実際の制度では 7 等級が適用される新規契約者も存在し、このことも、損害率が低めとなっている原因の一つと考えられる。（例えば、新規契約者の半分に 7 等級が適用されるとすると、7 等級無事故契約の損害率は 88.02%と 3.07%上昇する。）

3.3.4　19 等級事故有契約

表 3.2 では、17～19 等級事故有契約の損害率が低めとなっている。（19 等級では、90%を下回っている。）

17～19 等級事故有契約の契約者は、20 等級に滞留している比較的事故頻度が低い契約者が事故を起こすことにより発生するため、16 等級までの事故有契約の契約者とは、傾向が異なることが考えられる。

一方、本論文の仮定のもとでは、事故の内容に関わらず、1 回の事故につき等級が 3 等級下がるとしているが、実際の制度では 1 回の事故につき等級が 1 等級下がる事故（1 等級ダウン事故）も存在し、1 等級ダウン事故がない場合には、19 等級事故有契約の契約者は、事故を起こした後 2 年間は無事故であったことになるが、1 等級ダウン事故がある場合には、20 等級で 1 等級ダウン事故を起こすと翌年は 19 等級事故有契約となるので、19 等級事故有契約では 1 等級ダウン事故の影響が大きめに出る可能性がある。

これらの損害率が 100%と乖離している個所については、実績の状況を加味しながら、仮定の置き方や等級係数の設定の検討が必要と思われる。

第4章 ボーナス・マラス制度の効果検証

次に、事故頻度λの契約者 1 人当たりの平均保険料・平均保険金・損害率を計算し、事故頻度の異なる契約者間の損害率の比を比較することにより、ボーナス・マラス制度の料率調整効果（事故頻度に応じて保険料が調整され、損害率が平準化する効果、以下「調整効果」）を検証するとともに、制度導入による調整効果の変動についての分析も試みる。

4.1 制度導入をしない場合の等級係数

制度導入の有無による調整効果の比較のために、制度導入をしない場合の等級係数として、各等級の等級係数を表 2.5.2 における無事故契約・事故有契約の契約者数で加重平均して、表 4.1 の通り仮定する。

表 4.1：制度導入をしない場合の等級係数

等級	1	2	3	4	5	6	
$z_{i,0+}$	1.6400	1.2800	1.1200	0.9800	0.8700	0.8100	
等級	7	8	9	10	11	12	13
$z_{i,0+}$	0.7214	0.6403	0.6142	0.5961	0.5768	0.5652	0.5535
等級	14	15	16	17	18	19	20
$z_{i,0+}$	0.5480	0.5374	0.5227	0.5425	0.5213	0.4960	0.3700

4.2 λごとの平均保険料、平均保険金および損害率ならびにλ間における調整効果係数

$P(\lambda)$を事故頻度λの契約者 1 人当たりの平均保険料、$L(\lambda)$を事故頻度λの契約者 1 人当たりの平均保険金、$R(\lambda)$を事故頻度λの契約者の損害率とすると、

$$P(\lambda)=\frac{\boldsymbol{\pi z y}^{(\lambda)}}{\sum_{i=1}^{20} y_{i,0+}^{(\lambda)}}$$

$$L(\lambda)=C\lambda$$

$$R(\lambda)=\frac{L(\lambda)}{P(\lambda)}$$

となる。

また、事故頻度の異なる契約者間の損害率の比は、調整効果が高くなると 1 に近づき、調整効果が低くなると 1 人当たりの平均保険金の比に近づくことから、$g(\lambda,\mu)$を事故頻度λの契約者と事故頻度μの契約者との間の調整効果係数として

$$\begin{aligned} g(\lambda,\mu) &= 1-\frac{\log R(\mu)-\log R(\lambda)}{\log L(\mu)-\log L(\lambda)} \\ &= 1-\frac{\log\frac{L(\mu)}{P(\mu)}-\log\frac{L(\lambda)}{P(\lambda)}}{\log L(\mu)-\log L(\lambda)} = 1-\frac{\log L(\mu)-\log L(\lambda)-(\log P(\mu)-\log P(\lambda))}{\log L(\mu)-\log L(\lambda)} \\ &= \frac{\log P(\mu)-\log P(\lambda)}{\log L(\mu)-\log L(\lambda)} \end{aligned}$$

と定義すると、事故頻度λの契約者と事故頻度μの契約者において、完全に調整がなされ損害率が同一となる場合には$g(\lambda,\mu)=1$となり、調整が全くされず 1 人当たりの平均保険料が同一になる場合には、$g(\lambda,\mu)=0$となる。

$P(\lambda)$、$L(\lambda)$および$R(\lambda)$ならびに事故頻度の異なる契約者間の平均保険金の比、損害率の比および調整効果係数を算出すると表 4.2 の通りとなる。

表 4.2： $P(\lambda)$、$L(\lambda)$、$R(\lambda)$、平均保険金の比、損害率の比、調整効果係数

m	2,000	4,000	6,000	8,000	10,000
λ_m	0.0412	0.0688	0.1011	0.1497	0.6253
$P(\lambda_m)$	22,364	23,764	25,588	28,777	58,027
	22,860	23,936	25,413	28,204	58,063
$L(\lambda_m)$	10,715	17,892	26,288	38,922	162,587
$R(\lambda_m)$	47.91%	75.29%	102.73%	135.25%	280.19%
	46.87%	74.75%	103.44%	138.00%	280.02%
平均保険金の比	1.6697	1.4693	1.4806	4.1773	
損害率の比	1.5714	1.3645	1.3166	2.0716	
	1.5947	1.3839	1.3341	2.0291	
調整効果係数	0.1184	0.1922	0.2992	0.4906	
	0.0897	0.1556	0.2656	0.5050	

上段：制度導入をした場合、下段：制度導入をしない場合

4.3　事故頻度λにおける調整効率性

調整効果係数$g(\lambda,\mu)$において$\mu=(1+h)\lambda$とすると、

$$g(\lambda,(1+h)\lambda)=\frac{\log P((1+h)\lambda)-\log P(\lambda)}{\log L((1+h)\lambda)-\log L(\lambda)}=\frac{\log P((1+h)\lambda)-\log P(\lambda)}{\log C(1+h)\lambda-\log C\lambda}$$

$$=\frac{\log P((1+h)\lambda)-\log P(\lambda)}{\log(1+h)+\log C\lambda-\log C\lambda}=\frac{\log P((1+h)\lambda)-\log P(\lambda)}{\log(1+h)}$$

$$\log P((1+h)\lambda)=g(\lambda,(1+h)\lambda)\log(1+h)+\log P(\lambda)$$

$$=\log(1+h)^{g(\lambda,(1+h)\lambda)}+\log P(\lambda)=\log P(\lambda)(1+h)^{g(\lambda,(1+h)\lambda)}$$

$$P((1+h)\lambda)=P(\lambda)(1+h)^{g(\lambda,(1+h)\lambda)} \tag{4.3}$$

となり、$g(\lambda,\mu)$を拡張して、事故頻度λにおける調整効率性として

$$g(\lambda)=\lim_{\mu\to\lambda}g(\lambda,\mu)=\lim_{h\to 0}g(\lambda,(1+h)\lambda)$$

と定義すると、$g(\lambda)$はロイマランタ効率性として知られる指標と一致する。

ここで、式(4.3)より $h\to 0$ において

$$P((1+h)\lambda)=P(\lambda)(1+h)^{g(\lambda,(1+h)\lambda)}\approx P(\lambda)(1+g(\lambda)h)$$

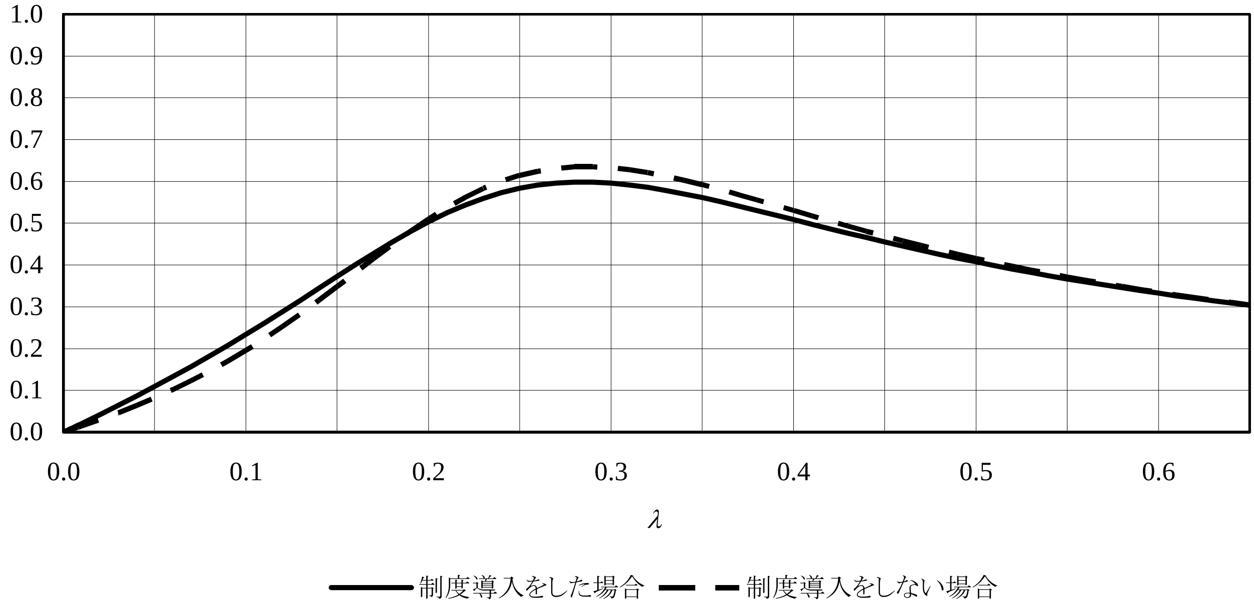
となることから、調整効率性$g(\lambda)$は事故頻度の変動率に対する定常状態における平均保険料の変動率の比と解釈でき、その計算結果は表 4.3、図 4.3 の通りとなる。

表 4.3：調整効率性 $g(\lambda)$

λ	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60
$g(\lambda)$	0.1092	0.2337	0.3725	0.5032	0.5838	0.5958	0.5087	0.4075	0.3326
	0.0819	0.1959	0.3482	0.5094	0.6145	0.6328	0.5302	0.4157	0.3351

上段：制度導入をした場合、下段：制度導入をしない場合

図 4.3：調整効率性 $g(\lambda)$



4.4　考察

本論文の仮定のもとでは、表 4.2 より、次のことが分かる。

✓ 平均保険金の比よりも損害率の比の方が小さくなっていること、および、調整効果係数が 0 より大きくなっていることから、ボーナス・マラス制度により調整効果は一定程度あるものの、完全に調整させる（損害率の比が 1 程度になる、あるいは、調整効果係数が 1 程度になる）までには至らない。

✓ 表 4.2 掲載の範囲では、事故頻度が高くなるほど調整効果係数が大きくなっており、調整効果が高くなる。

✓ *m* が 8,000 以下の範囲では、制度導入をした場合の方が損害率の比が小さく、また、調整効果係数が大きくなり、制度導入により調整効果が向上している。

また、図 4.3 より、次のことが分かる。

✓ 事故頻度が極めて低い場合には、調整効率性はほとんど 0 である。

✓ 事故頻度が 0.25～0.30 程度で調整効率性が最も高くなる。

✓ 事故頻度が 0.20 以上においては、制度導入をしない方が調整効率性は高いが、多くの契約者が該当すると考えられる事故頻度が 0.15 よりも低い範囲においては、制度導入をした方が調整効率性は高くなっており、全体でみた場合には、制度導入により、事故

頻度に応じた保険料が自動的に適用される効果が向上するといえる。

第5章 おわりに

本論文により、無事故契約と事故有契約との支払係数の差異を捉え、また、無事故係数・事故有係数の区分がある場合とない場合とでの、ボーナス・マラス制度の効果を比較するという当初の目的は十分に達成できた。

また、同種の分析を行う際の有用なモデルとして、本論文が活用できるのではないかと考える。

一方、本論文においては、各契約者の保険期間中の平均事故件数である事故頻度は不変としたり、経過年数や保険期間中の事故件数によらず更改率は同一としたりするなど、あくまでも一定の仮定のもとで分析を行っているため、実際の状況との間にある程度の乖離が存在することも否定できない。

特に、事故頻度に関しては、

・ 新規契約当初における運転の慣れ
・ 高齢化などの年齢推移
・ 車両補償などにおける補償範囲の変更
・ 等級を維持しての契約者の変更

などにより一定の変動が想定される。

また、更改率に関しても、

・ 契約者の年齢
・ 加入からの経過年数
・ 事故の有無・件数

などにより契約者間で相違することが想定される。

今後は、モデルをさらに発展させるとともに、各種統計データなどを使用して精緻な仮定を置き、より実際の状況を反映した結果を導き、等級係数などを含めた料率算定や制度設計等の各種施策決定に活かせるようにしていくことが課題と言える。

最後に、本論文の執筆に当たり、数々の有用な助言・提案をしてくれた、日本アクチュアリー会の ASTIN 関連研究会のメンバーに敬意を表したい。

（そんぽ２４損害保険株式会社　商品業務部）

参考文献

[1] 神谷信一、東城和仁 [2006], 『ボーナスーマラス制度は逆選択に対して有効か？』, 日本保険・年金リスク学会誌：ジャリップジャーナル Vol.1 No.2 p35-52

[2] 損害保険料率算出機構 [2011], 『自動車保険参考純率改定説明資料』, http://www.giroj.or.jp/service/ryoritsu/jsiryo201110.pdf

[3] De Pril, N. [1978], *The Efficiency of a Bonus-Malus System*, ASTIN Bulletin Vol.10 No.1 p59-72

[4] Lemaire, J. & Zi, H. [1994]. *A Comparative Analysis of 30 Bonus-Malus Systems*, ASTIN Bulletin Vol.24 No.2 p287-309

[5] Loimaranta, K. [1972]. *Some asymptotic properties of bonus systems*, ASTIN Bulletin Vol.6 No.3 p233-245

[6] Mahmoudvand, R., Edalati, A. & Shokoohi, F. [2013]. *Bonus-Malus System in Iran: An Empirical Evaluation*, Journal of Data Science Vol.11 No.1 p29-41

[7] Mayuzumi, T. [1999], *A Study of the Bonus-Malus System*, ASTIN Colloquium Tokyo, Japan, http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Tokyo/Mayuzumi.pdf

＜参考：**R** のプログラム例＞

ASTIN 関連研究会のメンバーであった小林　育生氏（日本生命保険相互会社）が、本論文の各計算結果の確認のために作成した R のプログラムを､小林氏の承諾を得て掲載する。

```
#表 2.4 の再現
#保険期間中の事故件数の平均λを 5 通りに設定し、定常状態の契約者数の分布を求める

ij <- 20                          #等級の種類数
kl <- 7                           #適用期間の種類数
p <- 0.95                         #更改率
lambdas <- c(0.05,0.10,0.20,0.30,0.40)
                                  #事故頻度（保険期間中の事故件数の平均）λ
y01 <- matrix(1:ij,ij,1)          #等級
for (lam in 1:5) {
lambda <- lambdas[lam]
E <- diag(ij*kl)                  #単位行列
Pois <- dpois(c(0:6),lambda)      #事故が 0～6 件である確率
A <- matrix(0,ij*kl,ij*kl)        #遷移行列のハコ
for (i in 1:ij)                   #無事故の遷移確率を反映
  for (k in 0:(kl-1))
    A[min(i,(ij-1))*kl+max(k-1,0)+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[0+1]
for (c in 1:6)                    #事故有（更改後 2 等級以上）の遷移確率を反映
  for (i in (2+c*3):ij)
    for (k in 0:(kl-1))
      A[(i-3*c-1)*kl+min(max(k-1,0)+3*c,(kl-1))+1,(i-1)*kl+k+1] <-
                                                                 Pois[c+1]
for (i in 1:4)                    #事故有（更改後 1 等級 5 年以下）の遷移確率を反映
  for (k in 0:3)
    A[max(k-1,0)+3+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[1+1]
A[kl,] <- 1-colSums(A[c(1:(kl-1),(kl+1):(ij*kl)),])
                                  #事故有（更改後 1 等級 6 年）の遷移確率を反映
x0 <- rep(0,length=ij*kl)
x0[(6-1)*kl+1] <- 1               #新規契約者数（6 等級 0 年に 1 人）
y <- solve(E - p * A) %*% x0 - x0
                                  #定常状態の契約者数
```

```
yjl <- matrix(y,ij,kl,byrow=T)
                              #行列化
y01 <- cbind(y01,yjl[,1],rowSums(yjl[,2:kl]))
                              #適用期間0年と1年以上の契約者数
}
table24 <- rbind(y01,colSums(y01))
                              #全等級の合計を最後の行につける
table24[ij+1,1] <- 0
round(table24,4)


#表2.5.1の再現
#事故頻度λがガンマ分布に従うと仮定して、λの分布を求める

m <- 1000*c(1:10)
lam <- round(qgamma((m-0.5)/10000,shape=2,scale=0.05),4)
                              #ガンマ分布に従うλ
options(scipen=100)           #指数表現にならないようにする
rbind(m,lam)


#表2.5.2の再現
#ガンマ分布に従う10,000通りのλに基づき定常状態の契約者数の分布を求める

ij <- 20                      #等級の種類数
kl <- 7                       #適用期間の種類数
p <- 0.95                     #更改率
m <- c(1:10000)               #1～10,000の番号
y01m <- array(0,dim=c(ij,kl,10000))
                              #10,000通りの定常状態の契約者数のハコ
for (m in 1:10000) {
lambda <- qgamma((m-0.5)/10000,shape=2,scale=0.05)
                              #ガンマ分布に従う、事故頻度λ
E <- diag(ij*kl)              #単位行列
Pois <- dpois(c(0:6),lambda)  #事故が0～6件である確率
A <- matrix(0,ij*kl,ij*kl)    #遷移行列のハコ
```

```
for (i in 1:ij)                   #無事故の遷移確率を反映
  for (k in 0:(kl-1))
    A[min(i,(ij-1))*kl+max(k-1,0)+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[0+1]
for (c in 1:6)                    #事故有（更改後 2 等級以上）の遷移確率を反映
  for (i in (2+c*3):ij)
    for (k in 0:(kl-1))
      A[(i-3*c-1)*kl+min(max(k-1,0)+3*c,(kl-1))+1,(i-1)*kl+k+1] <-
                                                                  Pois[c+1]
for (i in 1:4)                    #事故有（更改後 1 等級 5 年以下）の遷移確率を反映
  for (k in 0:3)
    A[max(k-1,0)+3+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[1+1]
A[kl,] <- 1-colSums(A[c(1:(kl-1),(kl+1):(ij*kl)),])
                                  #事故有（更改後 1 等級 6 年）の遷移確率を反映
x0 <- rep(0,length=ij*kl)
x0[(6-1)*kl+1] <- 1               #新規契約者数（6 等級 0 年に 1 人）
y <- solve(E - p * A) %*% x0 - x0
                                  #定常状態の契約者数
y01m[,,m] <- matrix(y,ij,kl,byrow=T)
                                  #行列化
}
y01m5 <- array(0,dim=c(ij,kl,5))
                                  #2,000 通りずつ集計するためのハコ
for (m5 in 1:5)
  y01m5[,,m5] <- apply(y01m[,,c(((m5-1)*2000+1):(m5*2000))],c(1,2),sum)
y01m52 <- matrix(0,ij,10)         #適用期間 0 年と 1 年以上の別に集計するためのハコ
y01m52[,2*c(1:5)-1] <- y01m5[,1,]
y01m52[,2*c(1:5)] <- apply(y01m5[,c(2:kl),],c(1,3),sum)
table252 <- cbind(y01m52,rowSums(y01m52[,2*c(1:5)-1]),
                              rowSums(y01m52[,2*c(1:5)]))
                                  #10,000 通りをすべて集計したものを右につける
table252 <- rbind(table252,colSums(table252))
                                  #全等級の合計を最後の行につける
round(table252,0)
```

```
#3.1節のπの再現
#基準保険料πを求める
#※必ず「表2.5.2の再現」を実行したうえで実行する

C <- 260000                    #1事故当たりの保険金
z <- c(1.64,1.28,1.12,0.98,0.87,0.81,0.70,0.60,0.57,0.55)
z <- c(z,0.53,0.52,0.51,0.50,0.49,0.48,0.47,0.46,0.45,0.37)
z <- c(z,1.64,1.28,1.12,0.98,0.87,0.81,0.80,0.79,0.78,0.77)
z <- c(z,0.75,0.73,0.71,0.69,0.67,0.64,0.62,0.60,0.58,0.56)
z <- matrix(z,ij,2)            #等級係数
ym <- apply(y01m,3,sum)        #定常状態の契約者数
lam <- qgamma((c(1:10000)-0.5)/10000,shape=2,scale=0.05)
                               #ガンマ分布に従う、事故頻度λ
pai <- C*sum(lam*ym)/sum(z*table252[c(1:ij),c(11,12)])
                               #基準保険料
round(pai,0)


#表3.2の再現
#※必ず「表2.5.2の再現」と「3.1節のπの再現」を実行したうえで実行する

S <- matrix(0,ij,kl)           #保険金合計のハコ
for (i in 1:ij) for (k in 1:kl) S[i,k] <- sum(lam*y01m[i,k,])
table32 <- cbind(c(1:ij),z)    #等級と等級係数
table32 <- cbind(table32,C*cbind(S[,1],rowSums(S[,c(2:kl)]))/pai/
                                        table252[c(1:ij),c(11,12)])
table32 <- cbind(table32,C*rowSums(S)/pai/
                                rowSums(table252[c(1:ij),c(11,12)]))
                               #支払係数
table32 <- cbind(table32,C*cbind(S[,1],rowSums(S[,c(2:kl)]))/pai/z/
                                        table252[c(1:ij),c(11,12)])
table32 <- cbind(table32,C*rowSums(S)/pai/
                                rowSums(z*table252[c(1:ij),c(11,12)]))
                               #損害率
table32[,c(4:9)] <- round(table32[,c(4:9)],4)
table32
```

```
#表 4.2 の再現
#※必ず「表 2.5.2 の再現」と「3.1 節のπの再現」を実行したうえで実行する

zb <- rowSums(table252[c(1:ij),c(11,12)]*z)/
       rowSums(table252[c(1:ij),c(11,12)])
                                  #制度導入をしない場合の等級係数
table42 <- matrix(0,12,5)
for (m in 1:5){
  table42[1,m] <- m*2000       #番号
  table42[2,m] <- qgamma((table42[1,m]-0.5)/10000,shape=2,scale=0.05)
                                  #ガンマ分布に従う、事故頻度λ
  table42[3,m] <- (sum(pai*z*cbind(y01m[,1,m*2000],
                         rowSums(y01m[,2:kl,m*2000])))/sum(y01m[,,m*2000]))
                                  #契約者 1 人当たりの平均保険料
  table42[4,m] <- (sum(pai*zb*rowSums(y01m[,1:kl,m*2000]))/
                    sum(y01m[,,m*2000]))
  table42[5,m] <- C*table42[2,m]
                                  #契約者 1 人当たりの平均保険金
  table42[6,m] <- table42[5,m]/table42[3,m]
                                  #損害率
  table42[7,m] <- table42[5,m]/table42[4,m]
}
for (m in 1:4){
  table42[8,m] <- table42[5,m+1]/table42[5,m]
                                  #平均保険金の比
  table42[9,m] <- table42[6,m+1]/table42[6,m]
                                  #損害率の比
  table42[10,m] <- table42[7,m+1]/table42[7,m]
  table42[11,m] <- (log(table42[3,m+1])-log(table42[3,m]))/
                    (log(table42[5,m+1])-log(table42[5,m]))
                                  #調整効果係数
  table42[12,m] <- (log(table42[4,m+1])-log(table42[4,m]))/
                    (log(table42[5,m+1])-log(table42[5,m]))
}
```

```
table42[c(3:5),] <- round(table42[c(3:5),])
table42[c(2,6:12),] <- round(table42[c(2,6:12),],4)
options(scipen=100)           #指数表現にならないようにする
table42


#表 4.3 の再現
#調整効率性を求め、制度導入前後で比較する
#※必ず「表 2.5.2 の再現」と「3.1 節のπの再現」と「表 4.2 の再現」を実行した
#うえで実行する

ij <- 20                      #等級の種類数
kl <- 7                       #適用期間の種類数
p <- 0.95                     #更改率
lambdas <- c(0.05,0.10,0.15,0.20,0.25,0.30,0.40,0.50,0.60)
                              #事故頻度λ
lambdas <- c(lambdas,1.00000000001*lambdas)
                              #λを微小増加させた事故頻度μ
y01 <- matrix(1:ij,ij,1)      #等級
for (lam in 1:18) {
lambda <- lambdas[lam]
E <- diag(ij*kl)              #単位行列
Pois <- dpois(c(0:6),lambda)  #事故が 0～6 件である確率
A <- matrix(0,ij*kl,ij*kl)    #遷移行列のハコ
for (i in 1:ij)               #無事故の遷移確率を反映
  for (k in 0:(kl-1))
    A[min(i,(ij-1))*kl+max(k-1,0)+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[0+1]
for (c in 1:6)                #事故有（更改後 2 等級以上）の遷移確率を反映
  for (i in (2+c*3):ij)
    for (k in 0:(kl-1))
      A[(i-3*c-1)*kl+min(max(k-1,0)+3*c,(kl-1))+1,(i-1)*kl+k+1] <-
                                                              Pois[c+1]
for (i in 1:4)                #事故有（更改後 1 等級 5 年以下）の遷移確率を反映
  for (k in 0:3)
    A[max(k-1,0)+3+1,(i-1)*kl+k+1] <- Pois[1+1]
```

```
A[kl,] <- 1-colSums(A[c(1:(kl-1),(kl+1):(ij*kl)),])
                              #事故有（更改後１等級６年）の遷移確率を反映
x0 <- rep(0,length=ij*kl)
x0[(6-1)*kl+1] <- 1           #新規契約者数（6 等級 0 年に１人）
y <- solve(E - p * A) %*% x0 - x0
                              #定常状態の契約者数
yjl <- matrix(y,ij,kl,byrow=T)
                              #行列化
y01 <- cbind(y01,yjl[,1],rowSums(yjl[,2:kl]))
                              #適用期間 0 年と１年以上の契約者数
}
table43 <- matrix(0,3,9)
for (lam in 1:9){
  table43[1,lam] <- lambdas[lam]
                              #事故頻度λ
  Plam <- sum(pai*z*y01[,lam*2+c(0,1)])/sum(y01[,lam*2+c(0,1)])
                              #事故頻度λでの平均保険料（制度導入後）
  Pmyu <- sum(pai*z*y01[,lam*2+c(18,19)])/sum(y01[,lam*2+c(18,19)])
                              #事故頻度μでの平均保険料（制度導入後）
  table43[2,lam] <- (log(Pmyu)-log(Plam))/
                   (log(C*lambdas[lam+9])-log(C*lambdas[lam]))
                              #調整効率性（制度導入後）
  Plamb <- sum(pai*zb*rowSums(y01[,lam*2+c(0,1)]))/sum(y01[,lam*2+c(0,1)])
                              #事故頻度λでの平均保険料（制度導入前）
  Pmyub <- sum(pai*zb*rowSums(y01[,lam*2+c(18,19)]))/
                                               sum(y01[,lam*2+c(18,19)])
                              #事故頻度μでの平均保険料（制度導入前）
  table43[3,lam] <- (log(Pmyub)-log(Plamb))/
                   (log(C*lambdas[lam+9])-log(C*lambdas[lam]))
                              #調整効率性（制度導入前）
}
round(table43,4)
```

A STUDY OF THE BONUS-MALUS SYSTEM

Tetsuji Mayuzumi

Abstract

In this paper, a model which calculates the followings is suggested for the purpose to consider the bonus-malus system:

- ✓ distribution of number of policyholders within each non-claim discount class (NCDC), and within each category of period during which premium surcharge rating applies when steady state is reached with multiple average number of accidents per policy year (accident frequency) under certain assumptions; and
- ✓ loss ratio and other criteria of each NCDC and per rating class; with claims and without claims, based on the distribution of policyholders of each accident frequency who belong to a class and a category of period during which premium surcharge rating applies.

Furthermore, as validation and analysis using the suggested model, the following calculation is conducted equalization effect of loss ratio by bonus-malus system comparing the cases there exist rating differentiation between the categories with and without claim, and not.

Based on the above calculation results, the following results have been derived under the assumptions set out in this paper:

- ✓ relationship between coefficients of NCDC and loss ratios of each NCDC, and of each rating category with and without claim; and
- ✓ comparison of effect of bonus-malus system in cases there exist rating differentiation between the categories with and without claim, and not.