

# コーホート効果を考慮に入れた死亡率予測のモデル

法元 隆

## 概要

将来の死亡率を予測することは、先進国における公的な年金機構や民間の保険会社にとって重要な課題である。近年になって特に高齢者の死亡率の改善が加速しており、将来的に年金や医療保険の給付支出が増大するおそれがある。このような生存リスクを定量的に捉えるため、世界中の人口統計学者やアクチュアリーを中心に死亡率の将来予測モデルについて活発に議論が行われている。

本論文では、英国の死亡率研究を参考に死亡率の将来予測を行う新たなモデルを考案し、日本の死亡率の将来予測を行った。英国の死亡率研究において重要な概念に、死亡率改善率のコーホート効果がある。これは、特定の出生年の集団が他の出生年の集団よりも死亡率改善率が高いという意味である (Willets(1999) “Mortality in the next millennium ”)。コーホート効果は喫煙や食生活などの生活習慣といった、社会学や医学の分野と関わりがある。このような分野の知見をコーホート効果の面から死亡率の将来予測に反映させる仕組みを作ることが、本論文における死亡率の将来予測モデル作成の目的である。

コーホート効果の将来予測は社会の変化や医学の発展を予測することであり、死亡率に関する統計データのみでこれを行うことは難しい。本論文で考案した死亡率予測のモデルは、任意に設定した将来のコーホート効果のシナリオを死亡率の将来予測に反映させることを可能にしている。

キーワード:死亡率、将来予測、コーホート効果 cohort effect、  
死亡率改善率、シナリオ

## 1 論文の構成

2章では現在に至る死亡率研究の概要について述べる。コーホート効果の存在、様々な死亡率のモデルの紹介、および英国における最新の研究状況について説明する。

3章ではコーホート効果およびコーホート分析を行う際に生じる識別問題とその解決方法について述べる。

4章では日本の死亡率研究の状況について、特にコーホート効果の存在や死因別死亡率と生活習慣の関連について述べる。

5章では、本論文で考案した新たなモデルの具体的な内容とそれを用いた日本の死亡率の将来予測の結果を示す。

6章では、本論文のモデルの特徴について考察する。

なお、本論文では死亡率のデータとして、University of California, Berkeley(米国)、Max Planck Institute for Demographic Research(ドイツ)によって管理されている Human Mortality Database([www.mortality.org](http://www.mortality.org))のデータを利用している。

## 2 死亡率研究の概要

### 2.1 近年の年齢別死亡率の動向

かつて死亡率の研究者は“人間の活動期間には限界があり、将来の死亡率改善は制限される”という考えを共通して持っていた。しかし近年の統計によると、先進国において高齢者層の死亡率改善が進んでいることが示されている。図 1,2 は、米国・英国（イングランドおよびウェールズ）および日本における高齢者の死亡率の暦年変化を表している。それぞれの国において年齢別死亡率は暦年とともに改善していて、しかも、より高齢の方で改善が進んでいることが分かる。

### 2.2 死亡率改善のコーホート効果

死亡率の研究において近年重要視されている概念に、死亡率改善のコーホート効果 (cohort effect) が挙げられる。コーホートとは同年代に出生・結婚・出産など特定の経験をした集団、特に同じ年に出生した集団を意味する。注目するデータについてコーホートごとに何らかの傾向が発見された場合、広い意味でコーホート効果と呼ぶ。本論文においては死亡率改善率の値に着目した。すなわち、特定の出生年を中心とした集団で、死亡率改善率が周囲と比べて高い、あるいは低い傾向があることを死亡率改善のコーホート効果、あるいは単にコーホート効果と呼ぶ。

なお死亡率改善率は、中央死亡率  $m_{x,t}$  に対して以下のように定義される。

$$\text{年齢 } x \text{ および暦年 } t \text{ における死亡率改善率} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m_{x,t} - m_{x,t+1}}{m_{x,t}} \quad (1)$$

死亡率改善におけるコーホート効果という概念の重要性を指摘したのは英国のアクチュアリー、

Willets(1999)である。彼らは英国における男女それぞれの年齢別死亡率において、1925年から1945年にかけて出生したコーホートの死亡率改善率が他の世代に比べて高いことを示した。具体的な数値については図3を参照。コーホート効果の詳細については3章で述べる。

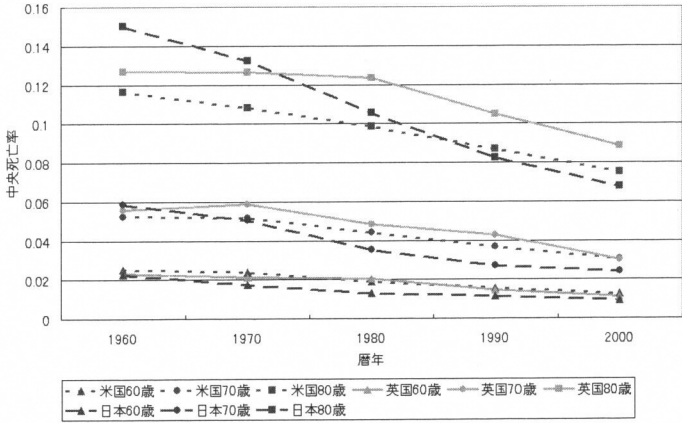


図1 米国・英国および日本における60・70・80歳の死亡率の推移 (男性)

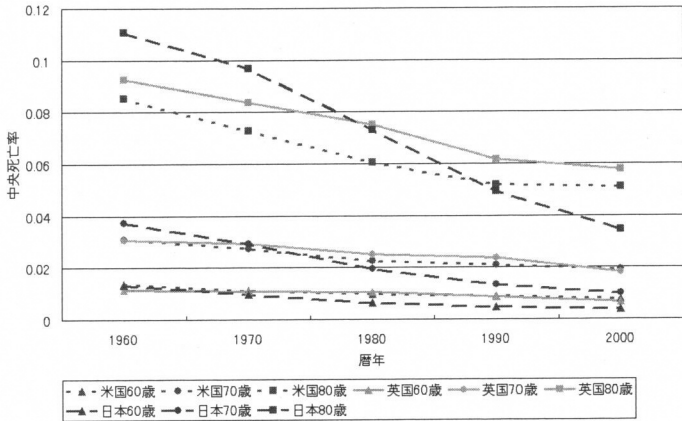


図2 米国・英国および日本における60・70・80歳の死亡率の推移 (女性)

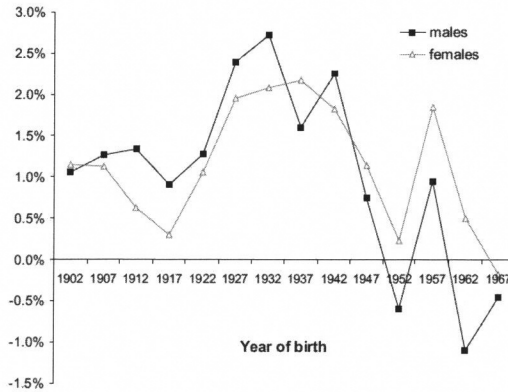


図3 英国における、出生年ごとの平均死亡率改善率

出典：Willets et al.(2004) 「Longevity in the 21st Century」 Figure2.15c 英国国民統計のうち、1961年から2001年、20歳から89歳までのデータによる。男性女性ともに、1925年から1945年の間で高い値を示している。

### 2.3 死亡率予測のモデル

死亡率の将来予測とは年齢別死亡率の将来的な変化を考察することである。死亡率予測のモデルは年齢  $x$  および暦年  $t$  における死亡率を  $x$  と  $t$  による関数や確率変数で表すものである。

以下、近年研究されている代表的なモデルをいくつか簡単に紹介する。

■Lee-Carter モデル Lee and Carter(1992) は、米国国民の暦年ごとの死亡率の変化を捉えるためのモデルを考案した。死亡率データ  $m_{x,t}$  (ただし  $x$  は年齢、 $t$  は暦年を表す) を次式で表現するモデルである。

$$\text{Lee-Carter モデル : } \log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t \quad (2)$$

右辺の各パラメータは次のような意味を持つ。

- $\alpha_x$  : 年齢  $x$  を index に持つ実数パラメータ列で、基準となる死亡率曲線 (の対数) を表す。
- $\kappa_t$  : 暦年  $t$  を index に持つ実数パラメータ列で、暦年ごとの死亡率のトレンドを表す。このパラメータが  $t$  によって様々な値を取ることで、死亡率曲線の暦年ごとの変化を表現することができる。Lee and Carter はこの値を死亡指数 (mortality index) と呼んだ。
- $\beta_x$  : 年齢  $x$  を index に持つ実数パラメータ列で、集団全体の死亡率の暦年変化に対する、各年齢ごとの死亡率への影響の度合いを表す。この値が小さい年齢では、値が大きい年齢に比べ

て暦年ごとの死亡率の変化が小さいと言える。

このモデルでは  $\kappa_t$  の将来の変化を予測することによって、将来の死亡率の予測を行うことができる。Lee and Carter(1992) が米国の死亡統計に対してこのモデルを適用した結果、 $\kappa_t$  は直線的な変化をしていると見なせた(つまり、死亡率は一定の割合で改善していることを意味する)。 $\kappa_t$  に対して適切な時系列モデルを当てはめた結果、 $\kappa_t$  をドリフト付きランダムウォークで表した。

この Lee-Carter モデルは、日本を含む先進国の死亡率予測の分野で最も広く利用されているモデルである。厚生労働省の人口問題研究所による「日本の将来推計人口 平成 18 年推計」の中では、将来の死亡率の改善傾向が鈍化するという仮定のもと、 $\kappa_t$  を指数関数と対数関数の和で表している。このように、パラメータ推定結果の考察によっては将来の死亡率曲面  $m_{x,t}$  の構造が変化する場合がある。

■P-spline モデル P-spline モデルは、年齢および暦年、あるいは年齢および出生年によるスプライン曲線群の重ね合わせで死亡率曲面を表現するものである。

$$\text{P-spline モデル: } \log m_{x,t} = \sum_{i,j} \theta_{i,j} B_{i,k}(x) B_{j,l}(t) \quad (3)$$

$B_{i,k}(x), B_{j,l}(t)$  はそれぞれ  $k$  次および  $l$  次 の B スプライン基底関数で表されたスプライン曲線である。一般に 3 次スプライン関数がいられることが多い。パラメータ  $\theta_{i,j}$  を推定する際に最尤法ではなくペナルティ付最尤法を用いることで、死亡率曲面の滑らかさを考慮に入れながらパラメータの推定を行っている。

■Age-Period-Cohort モデル Age-Period-Cohort(APC) モデルは死亡率の対数に対してコーホート分析を行うモデルである。つまり、死亡率の対数を年齢・暦年・出生年別のパラメータで表現している。

$$\text{APC モデル: } \log m_{x,t} = \mu + \alpha_x + \beta_t + \chi_c \quad (4a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (4b)$$

ここで  $\mu$  は実数パラメータ、 $\alpha_x, \beta_t$  はそれぞれ年齢、暦年を index に持つ実数パラメータ列、 $\chi_c$  は出生年  $c$  を index に持つ実数パラメータ列である。

■Lee-Carter Age-Period-Cohort モデル Lee-Carter Age-Period-Cohort(LC-APC) モデルは Lee-Carter モデルに出生年によるパラメータを追加したものである。

$$\text{LC-APC モデル: } \log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x^{(0)} l_c + \beta_x^{(1)} \kappa_t \quad (5a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (5b)$$

式 (5a) 右辺の第二項  $\beta_x^{(0)} l_c$  が Lee-Carter モデルより新たに追加された項である。 $l_c$  は出生年  $c$  であるコーホートごとの死亡率の特徴を表すパラメータ列である。

## 2.4 英国アクチュアリー会における死亡率研究

ここでは、現在の英国アクチュアリー会における死亡率研究について、主要な2つのグループの紹介を中心に述べる。

### 2.4.1 Continuous Mortality Investigation Bureau

英国アクチュアリー会の部会である Continuous Mortality Investigation Bureau(C.M.I.B.)は死亡率や罹病率についての研究を行っている。研究結果は C.M.I.Reports の形で定期的に公表されているが、2002年からはそれに加えて、現時点での研究の状況について C.M.I.Working Papers として数多くの論文が発表されている。

近年では死亡率の将来予測を行う様々なモデルについて研究が行われている。それぞれのモデルに対して複数の前提条件を設定することで、複数の死亡率の予測結果を求めている。一部の予測は結果だけではなくシミュレーションのプログラムも含めて編集され、ライブラリーの形で一般のアクチュアリーに提供されている (C.M.I.B. (2007b) 等を参照)。

その背景には、個々のアクチュアリーが自らの責任において死亡率予測のモデルや事前に設定する条件・仮定を選択し、それによる死亡率の予測値を利用すべきだという考え方がある。

### 2.4.2 Mortality Research Steering Group

C.M.I.B.は英国のアクチュアリー達によって構成されていて、保険ビジネスや年金機構での利用を目的とした死亡率の研究に焦点が置かれている。しかし近年ではその他の分野、医学的・社会政策的な分野においても死亡率に対しての関心は高い。それらの分野についての研究が必要だという判断の下、Mortality Research Steering Group が結成された。アクチュアリーだけでなく医学や社会学の専門家も交えて死亡率に関する研究会議が行われている。

その報告である Macdonald (2008) の論文「Scoping mortality research (Report of the Mortality Research Steering Group)」では、死亡率研究についてのテーマとして以下の要素が挙げられている。

- 死亡率改善への医療の役割
- ライフスタイルと環境の役割 (喫煙および社会・経済状況を含む)
- 死亡率改善に影響を与える死因、特に冠動脈疾患
- 年齢別の死亡率改善
- 健康寿命と平均余命の関係
- 死亡率改善におけるコーホート効果
- 死亡率の推移における将来のトレンド

以上のリストを見ると、英国アクチュアリー会は社会学的・医学的な知見を死亡率研究に取り入れるべきだと考えていることが理解できる。

また、2009 年秋に予定されている会議では、重要なテーマとして以下の3つが挙げられている。

- 死亡率を変化させる要素
- 個別の死亡率リスクが与える影響
- 出生コーホートごとに差異ができる原因

コーホートについての研究は英国では重要なテーマであり、現在非常に注目されていることが分かる。

## 3 コーホート効果の分析

### 3.1 死亡率改善率のコーホート効果

#### 3.1.1 コーホート

社会学や統計学の分野において「コーホート (cohort)」とは、注目している母集団人口の中で人生の一定の時期に同一の重大な出来事を体験した集団のことを指す。出来事とは出生や大学卒業、第一子出生などを考えることができ、それぞれ出生コーホート、学歴コーホート、第一子出生コーホートなどと呼ばれる。本論文で単にコーホートと言えば、常に出生コーホートあるいはその集団の出生年を指すことにする。

コーホートの観点による統計データの分析は、出生率の分析や世論調査の分析など分野を問わず様々な場面で行われている。

#### 3.1.2 死亡率改善のコーホート効果

死亡率の推移をコーホートごとに捉える動きは英国の研究者の間で 20 世紀前半から既に行われていた。Kuh and Davey Smith(1993) は Derrick(1927)、R.A.M.Case(1956) らの研究成果を引用し、英国被保険者集団の年齢区分別の死亡率曲線がコーホートに対して平行に推移していること、コーホートごとの死亡率曲線が社会的歴史的な影響を受けている可能性を示した。

1990 年以降の英国国民統計において、従来の死亡率予測に比べて特に高齢者の死亡率が大きく改善した。高齢者の死亡率の改善は年金支出の増大を意味する。既に英国では公的私的を問わず様々な年金機構に大きな影響が出ている。

Willets(1999) は英国国民の死亡率改善率の数値が、1925 年から 1945 年出生のコーホートで高い値を示していることを発見 (図 3 参照)、死亡率の将来予測において死亡率改善率に対するコーホート効果を考える必要性を指摘した。英国アクチュアリー会は過去に行われた死亡率予測結果に対し、コーホート効果を織り込んだ修正を行っている。

さらに Willets et al.(2004) は英国国民の主要な死因について、死因別死亡率の改善率についてもコーホート効果を発見した。例えば表 1 によると、循環器系の死亡率改善率が 1930 年を中心としたコーホートで高い傾向を見せている。この傾向は他の主要な死因である癌・呼吸器障害・伝染病などについても認められていて、このコーホートは特定の死因によらずに高い死亡率改善を見

せている。

Age band	1960s	1970s	1980s	1990s
Circulatory disorders(males)				
30-39	<b>-0.6%</b>	<b>2.7%</b>	3.2%	2.4%
40-49	-3.5%	1.8%	<b>4.9%</b>	3.0%
50-59	-2.6%	0.3%	4.2%	<b>5.0%</b>
60-69	-2.3%	0.5%	2.6%	4.6%
70-79	-1.8%	1.0%	1.8%	3.2%
Circulatory disorders(females)				
30-39	<b>-0.2%</b>	<b>3.3%</b>	3.5%	-0.2%
40-49	-2.4%	2.5%	<b>6.0%</b>	0.0%
50-59	-2.7%	1.1%	4.6%	4.1%
60-69	-1.8%	1.1%	2.5%	<b>4.7%</b>
70-79	-1.5%	1.8%	2.1%	3.2%

Own figures - data source:O.N.S.(2003)

表1 循環器系の障害による死亡率の改善率

出典：Willets et al.(2004)「Longevity in the 21st century」Table2.16a,2.16b。太字は各暦年における改善率の高い年齢を表している。1930-1940年中心のコホートで高い死亡率改善率の値を示している。

老年学などの分野における研究においても、幼年期の死亡率が低いコホートは高齢においても死亡率が減少していることが確かめられている (Macdonald(2008))

### 3.1.3 コホート効果の要因

英国において1925年-1945年出生コホートの死亡率改善率が高い要因として、Willets(2004)は以下の可能性を挙げている。

**喫煙** 以前のコホートと比べて喫煙量が減少していることによる影響。

**経済状況** 世界恐慌による1930年代の不景気の影響が以前のコホートと比べて小さいという可能性。

**教育・保健医療システムの導入** 1940年代後半における教育システムや国営の保健医療制度 the National Health Service の導入による影響。

**食生活の改善** 戦後において食生活が改善したことによる影響。

特に喫煙習慣など過去も含めた生活習慣が将来の肺癌や心臓病などの特定の死因に対するリスク要因となることが、様々な研究において主張されている。

個人の喫煙習慣は20歳代における喫煙習慣によって大きく影響を受ける (Willets(2004))。喫煙習慣が社会的歴史的な事情によって変化するならば、'どの時代で成年を迎えたか' によって肺癌な



どの死亡率が変化することが考えられる。それは言い換えれば出生年・世代ごとに死亡率が変化するという主張であり、コーホート効果の存在理由の一つであると、筆者は考える。

### 3.1.4 コーホート効果の将来予測

英国アクチュアリー会は、‘92シリーズ’と呼ばれる死亡率の将来予測の結果に対して将来のコーホート効果を考慮した修正を行っている。それによると、英国男性被保険者データにおいて1926年を中心とした出生年の幅においてコーホート効果が顕著に現れている。1992年から2000年における死亡率統計においてその幅は33年（つまり1910年–1942年出生コーホートでコーホート効果がある）であるが、年齢が高くなるとともにその幅は狭くなり、最終的には消滅すると推測されている。将来コーホート効果が消滅するまでの期間を10年とする見積もりを短期コーホート予測、20年とする見積もりを中期コーホート予測、40年とする見積もりを長期コーホート予測として、それぞれの場合における将来の死亡率の変化を試算している。

3.1.3節で述べたように、コーホート効果を引き起こす要因として社会的な環境の変化が考えられており、その将来を予測することはほぼ不可能だと筆者は考える。つまり、決定論的に一つの予測値を出すのではなく、コーホート効果が将来どのように変化するか複数のシナリオを考えた上で、それぞれの場合における死亡率や平均寿命、年金現価の見積もりを用意することが必要である。

## 3.2 コーホート分析

### 3.2.1 標準コーホート表

コーホート分析と呼ばれる分析において利用されるデータ形式として、標準コーホート表がある。標準コーホート表とは、分析の対象とするデータを等しい幅の年齢および暦年ごとに集計した表である。標準コーホート表の例として、表2は日本国内の合計特殊出生率の推移を示している。表を縦に見れば同じ暦年のデータ、横に見れば同じ年齢のデータ、そして左上から右下に斜めに見れば同じコーホートのデータを見ることができる。

コーホート分析では、表2の値は年齢効果 (age effect) と時代効果 (period effect) およびコーホート効果 (cohort effect) の3つの要因で説明される。即ち調査対象の年齢による影響、調査時期による影響、そして調査対象の出生年による影響によって表中の値が変動する、と考える。

標準コーホート表のデータを表現する最も単純なモデルは、年齢・暦年ごとの統計データ  $D_{x,t}$  を年齢  $x$ ・暦年  $t$ ・コーホート  $c$  によるパラメータ  $\mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  の和で表すモデルである。コーホートを表す変数  $c$  は暦年  $t$  および年齢  $x$  の差で表される。

$$D_{x,t} = \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}} + \text{const.} \quad (6a)$$

$$\text{ただし、} c = t - x \quad (6b)$$

年齢	1970年	1975年	1980年	1985年	1990年	1995年	2000年
15-19	<b>0.0209</b>	0.0205	0.0189	0.0229	0.0180	0.0185	0.0269
20-24	0.5184	<b>0.5128</b>	0.3855	0.3173	0.2357	0.2022	0.1965
25-29	1.0515	0.9331	<b>0.9140</b>	0.8897	0.7031	0.5880	0.4967
30-34	0.4314	0.3569	0.3529	<b>0.4397</b>	0.4663	0.4677	0.4620
35-39	0.0984	0.0751	0.0666	0.0846	<b>0.1079</b>	0.1311	0.1572
40-44	0.0133	0.0106	0.0083	0.0094	0.0113	<b>0.0148</b>	0.0194
45-49	0.0008	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	<b>0.0005</b>

表2 標準コーホート表の例:合計特殊出生率

出典:厚生労働省「人口動態統計」第1表-2 母の年齢(5歳階級)別にみた合計特殊出生率の年次推移。例えば太字のセルのデータはすべて1951-1955年出生コーホートにおけるデータである。

### 3.3 識別問題とその解決

コーホート分析において常に留意しなければならない問題として、識別問題 (identification problem) が存在する。これは、パラメータ推定の際に統計データ以外にパラメータに関する条件を新たに設定しなければ、パラメータ推定値が一意に定まらない、という問題である。本論文では、ある種のモデルの場合においてどのような条件を設定すれば識別問題を解決することができるか、具体的な式の形で提示することに成功した。

この節ではまず識別問題について具体例を交えて解説し、その一つの解決策として中村(1982)の提案したパラメータの漸進的変化の条件を紹介する。最後に、筆者が導出した、識別問題を解決するために追加すべき条件を述べる。この節で述べた識別問題についての議論は、本論文で新たに考案したモデル(5で述べる)についても成立する。

#### 3.3.1 識別問題

標準コーホート表のデータを説明する3つの要素、年齢・暦年・コーホートは互いに独立ではなく、式(6b)による線形従属の関係にある。この影響により、式(6a)だけではデータを年齢効果・時代効果・コーホート効果の3要素に一意的に分解できないという問題が生じる。

例として、年齢・暦年それぞれ4つの区分の標準コーホート表(表3)を考える。

表3は一見して、「若年より高齢の方が値が高い」「暦年が後ろの方が値が低い」という傾向がある。表中のデータ  $D_{x,t}$  は年齢  $x$  および暦年  $t$ 、コーホート  $c$  についての関数を用いて

$$D_{x,t} = 70 + x(x-1) - 10t \quad (7a)$$

$$= 70 + f_1(x) + g_1(t) + h_1(c) \quad (7b)$$

$$\text{ただし、} f_1(x) = x(x-1), \quad g_1(t) = -10t, \quad h_1(c) = 0 \quad (7c)$$

と表現できる。この場合、年齢効果を表す関数  $f_1(x)$  (あるいは  $\mu_x^{\Delta se}$ ) が、 $x \in [1, 4]$  の範囲にお

年齢 \ 暦年	1	2	3	4
1	60	50	40	30
2	62	52	42	32
3	66	56	46	36
4	72	62	52	42

表3 年齢効果と時代効果のみで表現される標準コーホート表

いて加齢とともに増加している。

一方で表3のデータは、「昔の出生コーホートに比べて最近の出生コーホートの方が値が低い」「コーホート効果を割り引いて考えると、むしろ若年より高齢の方が値が低い」という2つの効果の組み合わせでも表現できる。式で表すと以下ようになる。

式(7a)の右辺に  $t = c + x$  を代入して整理すると、

$$D_{x,t} = 70 + x(x - 11) - 10c \quad (8a)$$

$$= 70 + f_2(x) + g_2(t) + h_2(c) \quad (8b)$$

$$\text{ただし、} f_2(x) = x(x - 11), \quad g_2(t) = 0, \quad h_2(c) = -10c \quad (8c)$$

となる。この式では年齢効果を表す関数  $f_2(x)$  が、加齢とともに減少している。

つまり、表3に対して、式(7)の意味する「若年より高齢の方が値が高くなる」という年齢効果と、式(8)の意味する「若年より高齢の方が値が低くなる」という年齢効果、つまり互いに相反する意味合いの年齢効果が導出可能となってしまう。

このとき、両者のモデルで将来予測の結果が異なる場合がある。具体的に以下に示す。

式(7)および式(8)のモデルを用いて表3の将来、つまり  $t > 4$  における値を予測する際に「年齢効果・コーホート効果は現在と同じ放物線や線形のトレンドで推移し、時代効果は  $t \geq 4$  では不変である」というシナリオを用意する。それぞれの場合における時代効果の関数は以下になる。

$$g_1(t) = \begin{cases} -10t & (t \in [1, 4]) \\ -40 & (t \geq 4) \end{cases} \quad (9a)$$

$$g_2(t) = 0 \quad (t \geq 1) \quad (9b)$$

モデル式(7)での将来予測値を  $D^{\text{Future}}(x, t)$ 、モデル式(8)での将来予測値を  $D^{\text{Future}'}(x, t)$  とした場合、例えば  $t = 5$  での予測結果が異なってくる。

$$D_{x,5}^{\text{Future}} = 70 + f_1(x) + g_1(5) + h_1(5-x) \quad (10a)$$

$$= 30 + x(x-1), \quad (10b)$$

$$D_{x,5}^{\text{Future}'} = 70 + f_2(x) + g_2(5) + h_2(5-x) \quad (10c)$$

$$= 70 + x(x-11) - 10(5-x) \quad (10d)$$

$$= 20 + x(x-1) \quad (10e)$$

予測結果が異なるのは、標準コーホート表 3 に影響を与える年齢効果・時代効果・コーホート効果について異なる解釈、つまり式 (7) と式 (8) で異なる表現をしたためである。

このように、標準コーホート表に対して 3 つの効果に一意的に分離できない問題を、Blalock(1966) は識別問題 (identification problem) と呼んだ。識別問題とは、言い換えればデータに対する年齢効果・時代効果・コーホート効果の解釈方法の問題と言える。この問題を解決するには、3 つの効果の一意性を満たすべく、別途新たに条件を設定することが必要である。例えば「コーホート効果のパラメータ推定値の分散が最小になるモデルを採用する」という条件を設定すると、モデル式 (7) が採用され、表 3 を表現する 3 効果 (関数  $f_1(x), g_1(t), h_1(c)$ ) が一意的に求まる。

つまり、コーホート分析においては識別問題の解決のためにどのような仮定・条件を新たに設定したかが、分析方法の検討において非常に重要になる。

### 3.3.2 パラメータの漸進的変化の条件

中村 (1982) は識別問題解決のために追加する条件として、パラメータの漸進的変化の条件を提示した。これは、「隣同士」のパラメータの差をできるだけ小さくするという条件である。その量は次式で表現される。

$$\frac{1}{\sigma_A^2} \sum_i (\mu_i^{\text{Age}} - \mu_{i+1}^{\text{Age}})^2 + \frac{1}{\sigma_P^2} \sum_j (\mu_j^{\text{Period}} - \mu_{j+1}^{\text{Period}})^2 + \frac{1}{\sigma_C^2} \sum_k (\mu_k^{\text{Cohort}} - \mu_{k+1}^{\text{Cohort}})^2 \quad (11)$$

$\sigma_A, \sigma_P, \sigma_C$  はそれぞれのパラメータ同士の差に重みを与える効果を持つ。(11) が最小となるのは、パラメータ  $\mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  がそれぞれ  $x, t, c$  によらない定数である場合 (つまりそれぞれのパラメータ同士の差はゼロとなる) である。これではモデルの当てはまりを著しく悪くさせてしまう。実際のパラメータ推定値を求める際には、(11) の値とモデルの当てはまりのトレードオフを考慮する。パラメータ  $\mu_x^{\text{Age}}$  たちに対する超パラメータと呼ぶべきこの  $\sigma_A, \sigma_P, \sigma_C$  は赤池のベイズ型情報量規準 ABIC により決定される。詳細は中村 (1982) を参照されたい。

### 3.3.3 識別問題解決のための条件

本論文では、識別問題の解決のために追加すべき条件を、特定のモデル式の場合に対して導出した。以下にその結果を示す。

年齢  $x$  および暦年  $t$  による標準コーホート表のデータ  $D_{x,t}$  ( $x = 0, 1, \dots, X$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$ ) を説明するモデルとして、以下の式を考える。

$$D_{x,t} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}} + \epsilon_{x,t} \quad (12a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (c = -X, \dots, T) \quad (12b)$$

$\mu^{\text{Mean}}$  は実数パラメータ、 $\mu_x^{\text{Age}}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  はそれぞれ年齢・暦年・コホート  
を index とする実数パラメータ、 $\epsilon_{x,t}$  はモデルとデータの誤差を表す項である。ここ  
で、 $\mu^{\text{Mean}}$ 、 $\mu_x^{\text{Age}}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  が (12) 式を満たしている場合、例えば  $\mu^{\text{Mean}'} = \mu^{\text{Mean}}$ 、  
 $\mu_x^{\text{Age}'} = \mu_x^{\text{Age}} + x$ 、 $\mu_t^{\text{Period}'} = \mu_t^{\text{Period}} - t$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}'} = \mu_c^{\text{Cohort}} + c$  とすると、これらも (12) 式を  
満たしている。

このように、データ  $D_{x,t}$  に対して (12) 式を満たすパラメータ  $\mu^{\text{Mean}}$ 、 $\mu_x^{\text{Age}}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  は一  
意に決定できない。この問題を解決するためには、(12) 式に新たに条件を加えた上でパラメータ推  
定を行う必要がある。

最初に考えられるのは、 $\mu^{\text{Mean}}$  以外のそれぞれのパラメータの平均が 0 になるように「標準化」す  
ることである。モデル式 (12) のパラメータ推定値  $\mu^{\text{Mean}}$ 、 $\mu_x^{\text{Age}}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  に対し、「標準化」  
されたパラメータ  $\mu^{\text{Mean}'}$ 、 $\mu_x^{\text{Age}'}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}'}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}'}$  を以下のように定義する。

$$\mu^{\text{Mean}'} = \mu^{\text{Mean}} + \frac{1}{X+1} \sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}} + \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}} + \frac{1}{X+T+1} \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}}$$

$$\mu_x^{\text{Age}'} = \mu_x^{\text{Age}} - \frac{1}{X+1} \sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}}$$

$$\mu_t^{\text{Period}'} = \mu_t^{\text{Period}} - \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}}$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}'} = \mu_c^{\text{Cohort}} - \frac{1}{X+T+1} \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}}$$

「標準化」されたパラメータとは、 $\mu_x^{\text{Age}'}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}'}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}'}$  が以下の意味で平均が 0 となっている  
ことを意味する。

$$\sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}'} = \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}'} = \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}'} = 0$$

このとき、 $\mu^{\text{Mean}'}$ 、 $\mu_x^{\text{Age}'}$ 、 $\mu_t^{\text{Period}'}$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}'}$  をパラメータとするモデルも同じデータを説明するこ  
とが容易に理解できる。つまり式 (12) の  $\epsilon_{x,t}$  と同じ誤差項を用いて次式が成り立つ。

$$D_{x,t} = \mu^{\text{Mean}'} + \mu_x^{\text{Age}'} + \mu_t^{\text{Period}'} + \mu_c^{\text{Cohort}'} + \epsilon_{x,t}$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (c = -X, \dots, T)$$

しかし、標準化の条件を追加しただけでは識別問題は解決できない。パラメータの標準化の条件のみでモデル式 (12) のパラメータ推定を行った場合、パラメータ推定値の組が一次元の自由度を持って変化できることが、以下の補題および定理によって確かめられる。

### 補題 3.1

$x = 0, 1, \dots, X$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$ ,  $c = -X, -X + 1, \dots, T$  の範囲のパラメータ

$\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  が次の式により標準化されていると仮定する。

$$\sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}} = \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}} = \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}} = 0 \quad (15)$$

さらに、それらパラメータが任意の  $x, t$  に対して  $0 = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_{t-x}^{\text{Cohort}}$  を満たす場合、パラメータは実数  $r$  を用いて以下のように表せる。

$$\mu^{\text{Mean}} = 0 \quad (16a)$$

$$\mu_x^{\text{Age}} = \frac{2x - X}{2} r \quad (16b)$$

$$\mu_t^{\text{Period}} = \frac{-2t + T}{2} r \quad (16c)$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}} = \frac{2c - T + X}{2} r \quad (16d)$$

■証明  $p = \mu_0^{\text{Age}}, r = \mu_1^{\text{Age}} - \mu_0^{\text{Age}}, q = \mu_0^{\text{Period}}$  とする。

$$0 = \mu^{\text{Mean}} + \mu_0^{\text{Age}} + \mu_0^{\text{Period}} + \mu_0^{\text{Cohort}} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_1^{\text{Age}} + \mu_1^{\text{Period}} + \mu_0^{\text{Cohort}} \quad \text{より、}$$

$$\mu_1^{\text{Period}} = \mu_0^{\text{Period}} - (\mu_1^{\text{Age}} - \mu_0^{\text{Age}}) = q - r \quad \text{となる。}$$

$$\text{同様に、} \quad 0 = \mu^{\text{Mean}} + \mu_0^{\text{Age}} + \mu_1^{\text{Period}} + \mu_1^{\text{Cohort}} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_1^{\text{Age}} + \mu_2^{\text{Period}} + \mu_1^{\text{Cohort}} \quad \text{より、}$$

$$\mu_2^{\text{Period}} = \mu_1^{\text{Period}} - (\mu_1^{\text{Age}} - \mu_0^{\text{Age}}) = q - 2r \quad \text{となる。}$$

以上の手順を繰り返すことで、各  $t$  に対して  $\mu_t^{\text{Period}} = q - tr$  となる。

また、 $\mu_x^{\text{Age}}$  についても同様に、

$$0 = \mu^{\text{Mean}} + \mu_1^{\text{Age}} + \mu_0^{\text{Period}} + \mu_{-1}^{\text{Cohort}} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_2^{\text{Age}} + \mu_1^{\text{Period}} + \mu_{-1}^{\text{Cohort}} \quad \text{より、}$$

$$\mu_2^{\text{Age}} = \mu_1^{\text{Age}} + (\mu_0^{\text{Period}} - \mu_1^{\text{Period}}) = p + 2r \quad \text{となる。}$$

これを繰り返すことで、 $\mu_x^{\text{Age}} = p + xr$  となる。

これを  $\sum \mu_t^{\text{Period}} = \sum \mu_x^{\text{Age}} = 0$  に代入して整理すると、 $q = \frac{T}{2}r, p = -\frac{X}{2}r$  となる。

ここで、各  $x, t$  に対して  $0 = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_{t-x}^{\text{Cohort}}$  より、

$$0 = \mu^{\text{Mean}} + \frac{T-X}{2}r - (t-x)r + \mu_{t-x}^{\text{Cohort}}$$

$t-x=c$  として、  $\mu_c^{\text{Cohort}} = -\mu^{\text{Mean}} + cr - \frac{T-X}{2}r$  と表せる。

$c$  について和を取ると、

$$\begin{aligned} \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}} &= -(T+X+1)\mu^{\text{Mean}} + r \left( \frac{T-X}{2} \right) (T+X-1) - \left( \frac{T-X}{2} \right) r (T+X-1) \\ &= -(T+X+1)\mu^{\text{Mean}} = 0 \end{aligned}$$

よって、 $\mu^{\text{Mean}} = 0$  となる。またその時、他のパラメータを  $r$  で表すと、

$$\begin{aligned} \mu_x^{\text{Age}} &= \frac{2x-X}{2}r \\ \mu_t^{\text{Period}} &= \frac{-2t+T}{2}r \\ \mu_c^{\text{Cohort}} &= \frac{2c-T+X}{2}r \end{aligned}$$

となる。 □

### 定理 3.1

$x = 0, 1, \dots, X$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$ ,  $c = -X, -X+1, \dots, T$  の範囲のデータ  $D_{x,t}$  に対し、モデル式 (12) のパラメータ推定値を  $\mu^{\text{Mean}(0)}$ ,  $\mu_x^{\text{Age}(0)}$ ,  $\mu_t^{\text{Period}(0)}$ ,  $\mu_c^{\text{Cohort}(0)}$  とする。つまり、誤差項  $\epsilon_{x,t}$  を用いて次式が成り立つとする。

$$D_{x,t} = \mu^{\text{Mean}(0)} + \mu_x^{\text{Age}(0)} + \mu_t^{\text{Period}(0)} + \mu_c^{\text{Cohort}(0)} + \epsilon_{x,t} \quad (17a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (c = -X, \dots, T) \quad (17b)$$

また、同じ推定結果となるパラメータ  $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  が存在する、つまり上式と同じ誤差項  $\epsilon_{x,t}$  を用いて次式が成り立つと仮定する。

$$D_{x,t} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}} + \epsilon_{x,t} \quad (18a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (c = -X, \dots, T) \quad (18b)$$

いずれもパラメータは標準化されている、つまり次式が成り立つと仮定する。

$$\sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}^{(0)}} = \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}^{(0)}} = \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}^{(0)}} = 0$$

$$\sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}} = \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}} = \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}} = 0$$

このとき、実数  $\lambda$  が存在して以下の式が成り立つ。

$$\mu^{\text{Mean}} = \mu^{\text{Mean}^{(0)}} \quad (19a)$$

$$\mu_x^{\text{Age}} = \mu_x^{\text{Age}^{(0)}} + \lambda(2x - X) \quad (19b)$$

$$\mu_t^{\text{Period}} = \mu_t^{\text{Period}^{(0)}} + \lambda(-2t + T) \quad (19c)$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}} = \mu_c^{\text{Cohort}^{(0)}} + \lambda(2c - T + X) \quad (19d)$$

■証明 式 (18a) - 式 (17a) より、

$$0 = \left( \mu^{\text{Mean}} - \mu^{\text{Mean}^{(0)}} \right) + \left( \mu_x^{\text{Age}} - \mu_x^{\text{Age}^{(0)}} \right) + \left( \mu_t^{\text{Period}} - \mu_t^{\text{Period}^{(0)}} \right) + \left( \mu_c^{\text{Cohort}} - \mu_c^{\text{Cohort}^{(0)}} \right)$$

と変形できる。ここで、 $\mu^{\text{Mean}^{(1)}}$ ,  $\mu_x^{\text{Age}^{(1)}}$ ,  $\mu_t^{\text{Period}^{(1)}}$ ,  $\mu_c^{\text{Cohort}^{(1)}}$  を以下の式で定義する。

$$\mu^{\text{Mean}^{(1)}} = \mu^{\text{Mean}} - \mu^{\text{Mean}^{(0)}}$$

$$\mu_x^{\text{Age}^{(1)}} = \mu_x^{\text{Age}} - \mu_x^{\text{Age}^{(0)}}$$

$$\mu_t^{\text{Period}^{(1)}} = \mu_t^{\text{Period}} - \mu_t^{\text{Period}^{(0)}}$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}^{(1)}} = \mu_c^{\text{Cohort}} - \mu_c^{\text{Cohort}^{(0)}}$$

このとき  $\mu^{\text{Mean}^{(1)}}$ ,  $\mu_x^{\text{Age}^{(1)}}$ ,  $\mu_t^{\text{Period}^{(1)}}$ ,  $\mu_c^{\text{Cohort}^{(1)}}$  は補題 3.1 の条件を満たすので、補題 3.1 より

$$\mu^{\text{Mean}^{(1)}} = 0$$

$$\mu_x^{\text{Age}^{(1)}} = \frac{2x - X}{2} r$$

$$\mu_t^{\text{Period}^{(1)}} = \frac{-2t - T}{2} r$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}^{(1)}} = \frac{2c - T + X}{2} r$$

となる。 $\frac{r}{2} = \lambda$  と置き、 $\mu^{\text{Mean}^{(1)}}$ などを  $\mu^{\text{Mean}}$ ,  $\mu^{\text{Mean}^{(0)}}$ などで表せば、目的の式が得られる。□

つまり、モデル (12) の標準化されたパラメータ推定値は、実数  $\lambda$  を用いて定理 3.1 の式 (19) の形で表されることが示された。どの  $\lambda$  を用いても、データに対するモデル (12) の当てはめ結果は同じになる (つまり  $\mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}}$  は  $\lambda$  で不変)。

モデルのパラメータ推定値を一意に決定するには、この  $\lambda$  が定まるための条件を追加することが必要である。この条件は通常、 $\lambda$  を  $\mu_0^{\text{Age}^{(0)}}$ ,  $\dots$ ,  $\mu_X^{\text{Age}^{(0)}}$ ,  $\mu_0^{\text{Period}^{(0)}}$ ,  $\dots$ ,  $\mu_T^{\text{Period}^{(0)}}$ ,



$\mu_{-X}^{\text{Cohort}(0)}, \dots, \mu_T^{\text{Cohort}(0)}$  の関数で表すことに相当する。例えば、追加する条件を「 $\mu_0^{\text{Age}} = \mu_1^{\text{Age}}$ 」とすれば、これは「 $\lambda = \frac{\mu_0^{\text{Age}(0)} - \mu_1^{\text{Age}(0)}}{2}$ 」と同値である（式 (19b) に代入して確かめられる）。

この条件は、データ  $D_{x,t}$  に対する条件のみによって決定することはできない。パラメータ推定値がどのような値となるのが望ましいかといった、研究者の判断によって定められるだろう。

■結論 以上の議論により明らかになった、識別問題の解決のために必要な条件についての結論は以下ようになる。この結論は、本論文で新たに考案したモデルのパラメータ推定の際に用いられる。

$x = 0, 1, \dots, X, t = 0, 1, \dots, T$  の範囲の標準コーホート表のデータ  $D_{x,t}$  を表現するモデルとして、以下のモデル式を考える。

$$D_{x,t} = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}} + \epsilon_{x,t} \quad (21a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (c = -X, \dots, T) \quad (21b)$$

このモデルに対し次のような条件を加えることで、パラメータ推定値  $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  が一意に定まる。

1. パラメータ標準化の条件

$$\sum_{x=0}^X \mu_x^{\text{Age}} = \sum_{t=0}^T \mu_t^{\text{Period}} = \sum_{c=-X}^T \mu_c^{\text{Cohort}} = 0 \quad (22)$$

2. 以下の式を満たす実数  $\lambda$  が定まるための、 $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  についての条件

$$\mu^{\text{Mean}} = \mu^{\text{Mean}(0)} \quad (23a)$$

$$\mu_x^{\text{Age}} = \mu_x^{\text{Age}(0)} + \lambda(2x - X) \quad (23b)$$

$$\mu_t^{\text{Period}} = \mu_t^{\text{Period}(0)} + \lambda(-2t + T) \quad (23c)$$

$$\mu_c^{\text{Cohort}} = \mu_c^{\text{Cohort}(0)} + \lambda(2c - T + X) \quad (23d)$$

ただし、 $\mu^{\text{Mean}(0)}, \mu_x^{\text{Age}(0)}, \mu_t^{\text{Period}(0)}, \mu_c^{\text{Cohort}(0)}$  もモデル式 (21) を満たす標準化されたパラメータである。

この  $\mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  についての条件とは、 $\lambda$  を  $\mu_0^{\text{Age}(0)}, \dots, \mu_X^{\text{Age}(0)}, \mu_0^{\text{Period}(0)}, \dots, \mu_T^{\text{Period}(0)}, \mu_{-X}^{\text{Cohort}(0)}, \dots, \mu_T^{\text{Cohort}(0)}$  の関数で表すことに相当する。

パラメータ推定値に望ましい性質とは何か、ということについての研究者の判断によってこの条件は定められるだろう。

## 4 日本国民の死亡率に関する研究

日本は世界的に見ても国民全体の死亡率が低い、平均寿命の高い国であるが、現在もおお死亡率の改善が継続している。そのため、日本国民の死亡率については諸外国においても重要な研究対象となっており、英国を中心に様々な研究がなされている。

### 4.1 死亡率改善率の歴史的推移

**平均改善率の推移** それぞれの暦年における、年齢ごとの死亡率改善率の平均値の推移を図 4,5 に示した。いずれも平均改善率の変化に大きな違いはない。女性の場合は、長期的に見て平均改善率はゆるやかに減少しているとも解釈できる。

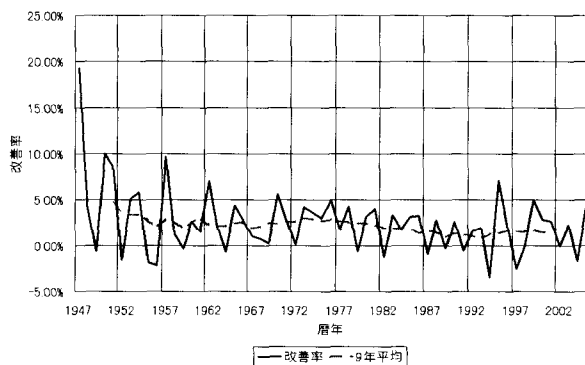


図 4 日本男性の死亡率改善率の推移

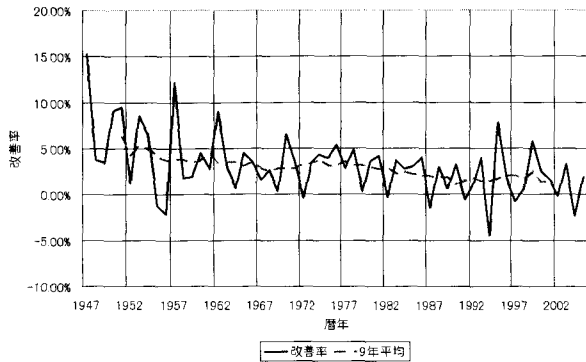


図5 日本女性の死亡率改善率の推移

年齢別の平均改善率の推移 次に年齢別の死亡率改善率の推移(10年おき)を図6,7に示す。

全体的に男性より女性の方が20-60歳の年齢幅において改善率が減少してきている。1996-2005年と1986-1995年の最近20年で見ると、若年および80歳以上では大きな差はなく、60-70歳では男性で改善率が大きく増加している。

男性60歳以上において、1976-1985年から1986-1995年にかけて死亡率改善率が減少し1996-2005年にかけて前の水準に戻るといった現象が起きている。50-60歳では逆に1976-1985年から1986-1995年にかけて死亡率改善率が大きく増加している。この理由は定かではないが、興味深い点である。

国立社会保障・人口問題研究所『平成18年度将来推計人口』によると“男女とも特に高齢層での改善が著しい”とあるが、図6,7はそれを裏付けていると言える。

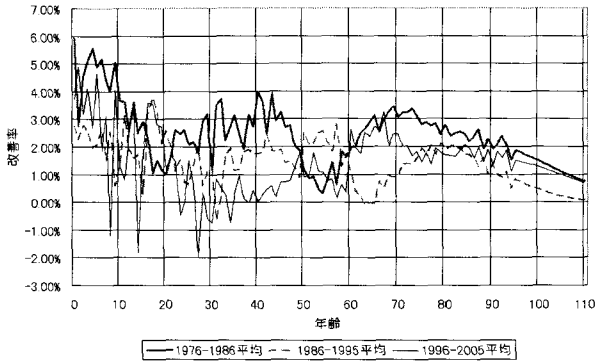


図 6 日本男性の年齢別死亡率改善率(10年平均)

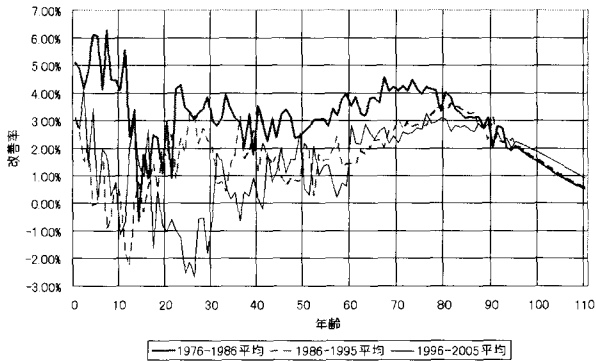


図 7 日本女性の年齢別死亡率改善率(10年平均)

## 4.2 コーホート効果

図 8,9 は日本男性および女性のコーホート効果を表したグラフである。1947-2006 年における死亡率のデータから、出生年別に死亡率改善率を求めている。

前後 9 年平均の値で見ると男女ともに 1910-1940 年の範囲においてコーホート効果が確認されるが、男性より女性の方が改善率が高い。また、グラフの大きな特徴として、終戦前後のコーホートで突発的な改善率の急激な上昇および下降が発見される。このコーホートは全ての年齢・暦年において死亡率が大きく改善あるいは悪化している。

図 10,11 はドイツおよび米国の男性のコーホート効果を表している。これらの国にも 1910 年-1940 年のコーホート効果が確認できるが、日本とは異なり 1960 年以降のコーホートも改善率が高くなっている。興味深いことに、これら 2 カ国の改善率においても、'終戦世代'の死亡率改善率の異常な振る舞いを確認できる。ドイツでは第一次世界大戦付近の出生コーホートにも同様の現象が見られた。世界的に見られるこのコーホートの性質と戦争の因果関係は不明である。将来このような突発的変化が起きた場合、特定のコーホートの死亡率が前後のコーホートと比べて大きく変化する。

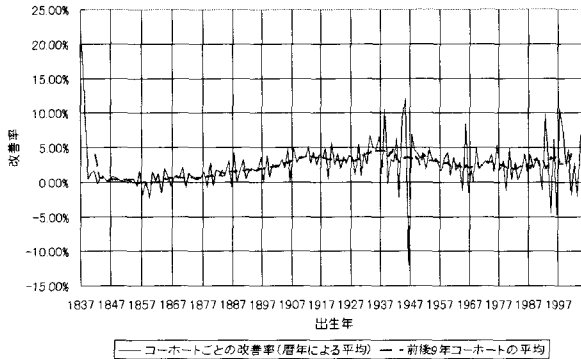


図 8 日本男性の出生年別平均死亡率改善率

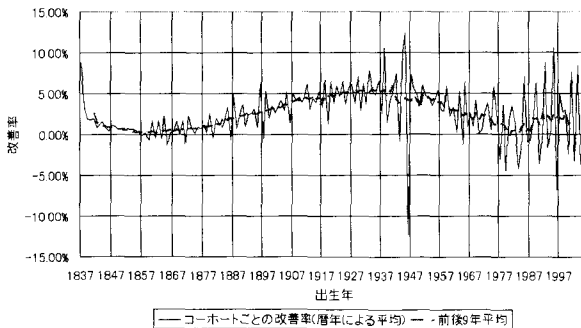


図 9 日本女性の出生年別平均死亡率改善率

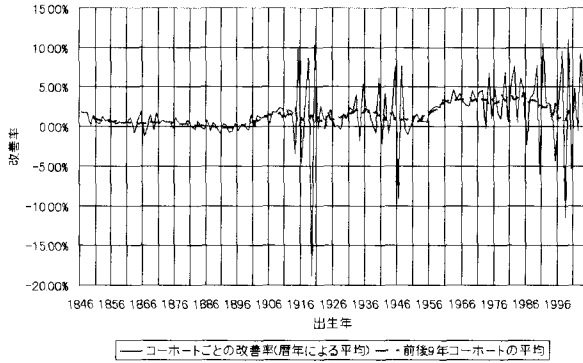


図 10 ドイツ男性の出生年別死亡率改善率

…一次大戦前後および二次大戦前後に改善率の大きな変動が見られる。

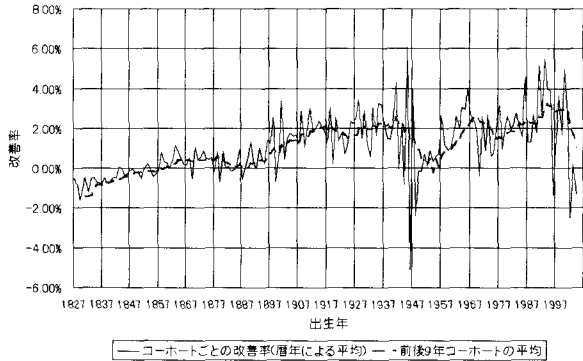


図 11 米国男性の出生年別死亡率改善率

二次大戦前後に改善率の大きな変動が見られる。

### 4.3 日本における死亡率研究

日本における死亡率研究では、死因別の死亡率と生活習慣の関係を中心に様々な調査が行われている。特に喫煙や飲酒傾向と特定疾患の相関関係が確認されていて、喫煙・飲酒習慣が様々な死因別死亡率に影響を与えている可能性が指摘されている。

#### 4.3.1 死因構造の歴史的な推移

20世紀の日本では、保健医療の発展や生活習慣の変化に伴い、時代によって異なる死因で死亡率改善が見られる。

齋藤他(2007)などによると、戦後は結核などの感染症、胃腸炎、肺炎による死亡率が大きく減少した。特に乳幼児の感染症の死亡率が減少したことにより、平均寿命が大幅に増加した。脳血管疾患による死亡は1970年から減少を続け、代わりに悪性新生物や心疾患、肺炎による死亡が増加した。1980年代以降では、悪性新生物が死因の順位が最も高くなっている。このことは、日本人の食生活の欧米化により塩分摂取量が減少し、代わりにタンパク質摂取量が増加したためであると考えられている。

#### 4.3.2 喫煙率の年次推移

喫煙は悪性新生物や呼吸器疾患・心疾患など様々な病気に影響を与えると言われている(旭他(2001b)等を参照)。喫煙率の動向を調べることは死因別死亡率の研究の上で重要である。

表4は喫煙率の国際比較である。日本男性の喫煙率は他国よりも高く、逆に女性は低い値となっている。図12,13は日本たばこ産業株式会社の調査による、男女それぞれの年齢区分別の喫煙率の年次推移を表している。これを見ると、男性の喫煙率は全ての年齢区分において減少傾向にある一方で、女性は若年層で喫煙率の上昇傾向が見られる。日本の喫煙率は男女の差が小さくなる方向で推移しているとも考えられる。

	男性	女性	年次
日本	47%	12%	2000
フランス	30%	21%	2002-2005
カナダ	24%	20%	2001
スウェーデン	14%	19%	2002-2005
ドイツ	37%	30%	2002-2005
米国	24%	18%	2005
英国	25%	23%	2005

表4 男性女性の喫煙率の国際比較

出典:S.J.Richards et al. “Two - dimensional mortality data:patterns and projections”

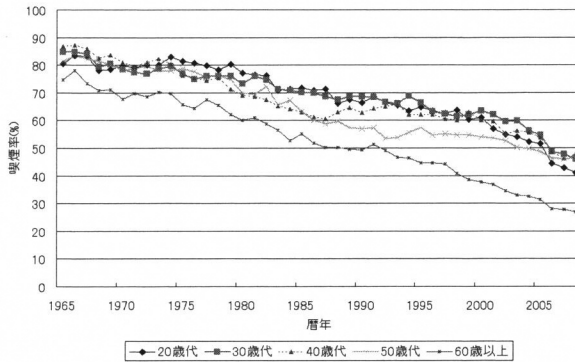


図 12 年齢区分別の喫煙率の推移 (男性)

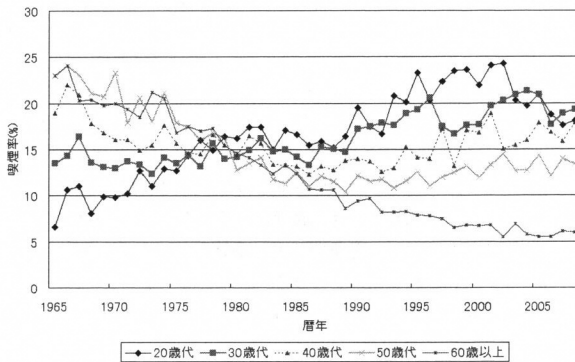


図 13 年齢区分別の喫煙率の推移 (女性)

#### 4.3.3 日本における死亡率の将来予測

厚生労働省の社会保障・人口問題研究所による『日本の将来推計人口』では、日本国民の死亡率の将来予測が行われている。それによると、死亡率曲線の年齢シフト等による補整を行った後、Lee-Carter モデルを修正したモデルを用いて将来予測が行われている。ここではオリジナルの Lee-Carter モデルとは異なり、将来の死亡率改善が鈍化することを仮定している。Lee-Carter モデルの式 (2) における  $k_t$  をドリフト付ランダムウォーク、つまり直線ではなく、指数関数と対数関数の和で表現している。また、式 (2) における右辺の項数を増やすなどの拡張を行ったモデルを



考察する研究なども行われている (小暮・長谷川 (2005) 等を参照)。

## 5 モデリングおよび将来予測

この節では、コーホート効果に着目した死亡率改善率に対するモデリングを行った。そして、将来の死亡率改善率のシナリオを複数用意し、シミュレーションによって将来の平均寿命や年金現価を予測した。なお本論文では‘シナリオ’と言えば、死亡率あるいはモデルのパラメータの将来予測の際に導入する仮定、あるいはその仮定を元に生成された将来予測の結果を意味する。

### 5.1 モデル式およびパラメータ推定

#### 5.1.1 考え方

死亡率の将来予測を行うモデルを作るにあたって、以下の点を考慮した。

- 死亡率改善率のコーホート効果を表現する。

昨今の死亡率研究の話題は、将来の死亡率改善がどの程度継続するか、ということにある。英国の死亡率研究におけるコーホート効果の考察は、死亡率改善率の値に対して行われている。本論文では死亡率改善率を直接表現するパラメータを用いて将来予測を行えるようなモデル式を導入した。

- 複数の将来予測のシナリオを容易に設定できる。

コーホート効果の将来予測とは、社会や医療の発展を予測することであり、死亡率に関する統計データの分析だけでこれを行うことは難しい。また、英国の死亡率研究においては、決定論的な唯一のモデルを用いて死亡率予測を行うのではなく、将来の死亡率に関する異なる仮定による複数のシナリオを用意して予測を行い、それぞれの結果を比較検討している。

これを踏まえて、比較的容易な手順によってコーホートについての仮定を将来予測に組み込んだシナリオを複数作り、それぞれのシナリオにおける死亡率の予測に分かりやすい差ができるようにした。

以上の観点により、死亡率の将来予測を行う新しいモデルを考案した。

#### 5.1.2 モデル式

中央死亡率  $m_{x,t}$  の統計データに対して死亡率改善を表す量を標準コーホート表の形で用意し、コーホート分析を行う。モデル式を以下の式で設定した。

$$\log \left( \frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}} \right) = \mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}} + \epsilon_{x,t} \quad (24a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (24b)$$

各項はそれぞれ次の意味を持つ。

$\log\left(\frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}}\right)$ : 年齢  $x$  における、暦年  $t$  年とその 1 年後の死亡率の比に対数を取ったものである。Lee-Carter モデル式 (2) の左辺は  $\log(m_{x,t})$  であるのに対し、こちらでは暦年による差分をとっている。この値が正であれば  $x$  歳における死亡率は  $t$  年から  $t+1$  年にかけて悪化しており、負なら改善していることを意味している。

$\mu^{\text{Mean}}$ : 定数パラメータであり、平均的な死亡率改善の度合いを表す。

$\mu_x^{\text{Age}}$ : 年齢  $x$  を index に持つパラメータ列であり、年齢ごとの死亡率改善の傾向を表している。  
 $\mu_{x_1}^{\text{Age}} > \mu_{x_2}^{\text{Age}}$  であれば、 $x_1$  歳に比べて  $x_2$  歳の方が早く死亡率改善が進んでいる (あるいは、死亡率の悪化が減速されている) と言える。

$\mu_t^{\text{Period}}$ : 暦年  $t$  を index に持つパラメータ列であり、暦年ごとの死亡率改善の傾向を表している。  
 $\mu_{t_1}^{\text{Period}} > \mu_{t_2}^{\text{Period}}$  であれば、 $t_1$  年から  $t_1+1$  年にかけての死亡率改善よりも  $t_2$  年から  $t_2+1$  年にかけての死亡率改善がより進んでいると言える。

$\mu_c^{\text{Cohort}}$ : 出生コホート  $c$  を index にもつパラメータ列であり、死亡率改善のコホート効果を表している。コホートは年齢と暦年を用いて  $c = t - x$  と表される。

$\epsilon_{x,t}$ : 誤差項であり、モデルと統計で得られた標本の誤差を表している。

このモデルを用いて年齢  $x$ , 暦年  $t$  における死亡率を表現すると以下の式になる。

$$m_{x,t}(\text{モデル値}) = \hat{m}_{x,t_0} \times \exp\left(\sum_{i=t_0}^{t-1} (\mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_i^{\text{Period}} + \mu_{i-x}^{\text{Cohort}})\right) \quad (t = t_0+1, t_0+2, \dots) \quad (25)$$

上式の  $\hat{m}_{x,t_0}$  は初期値となる死亡率曲線、つまり基準となる暦年  $t_0$  における年齢別死亡率の曲線を表す。本論文においては、統計データの値をそのまま用いて初期値とした。つまり  $\hat{m}_{x,t_0} = m_{x,t_0}$  とした。

この式の特徴は以下の 2 つである。

1.  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の導入により、将来のコホート効果のシナリオを直接生成することができる。
2. 全てのパラメータが死亡率改善の度合いを表しており、死亡率改善の動向をより視覚的に捉えることができる。

### 5.1.3 パラメータの推定方法

パラメータの推定にはモデル式の左辺の値  $\log\left(\frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}}\right)$  に対する最小二乗法を用いた。

モデル式 (24) は、 $D_{x,t} = \log\left(\frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}}\right)$  とおけば、3.3.3 で議論したモデル式 (12) と一致する。つまりこのモデルには 3.3.1 で述べた識別問題が存在することが分かる。識別問題を解決するために、3.3.3 の結論に記載された条件を追加してパラメータ推定を行った。つまり、式 (22) によるパラメータの標準化の条件とともに、式 (23) における  $\lambda$  を決定するための条件として、以下

に述べる年齢パラメータの漸進的変化の条件を加えた。

年齢パラメータの漸進的変化の条件 年齢パラメータ  $\mu_x^{\text{Age}}$  の漸進的変化の条件とは、年齢パラメータの‘隣同士’の  $\mu_x^{\text{Age}}$  の差をできるだけ小さくすることである。

例えば、50歳における死亡率改善率が51歳における死亡率改善率より著しく高い、あるいは低い、そのような死亡率曲線の将来のシナリオを想定することは現実にはそぐわないと考えた。 $\mu_{50}^{\text{Age}}$  と  $\mu_{51}^{\text{Age}}$  の差が大きいと、将来の暦年  $t$  における死亡率曲線で  $m_{50,t}$  と  $m_{51,t}$  の値が大きく離れてしまい、その意味で死亡率曲線の形が歪む可能性が高くなるからである。

この条件に相当する、式 (23) における  $\lambda$  を求めるには、‘隣同士’の差の二乗和を表す量

$$\begin{aligned} D &= \sum_{x=0}^{X-1} \left( \mu_x^{\text{Age}} - \mu_{x+1}^{\text{Age}} \right)^2 \\ &= \sum_{x=0}^{X-1} \left( \mu_x^{\text{Age}(0)} - \mu_{x+1}^{\text{Age}(0)} - 2\lambda \right)^2 \end{aligned}$$

を最小化すればよい。この値は  $\lambda$  の2次関数で表される。 $\lambda^2$  の係数は正なので、求める  $\lambda$  は次式を満たす。

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \lambda} &= -4 \sum_{x=0}^{X-1} \left( \mu_x^{\text{Age}(0)} - \mu_{x+1}^{\text{Age}(0)} - 2\lambda \right) = 0 \\ \text{これを整理して、} \quad &8\lambda X - 4 \left( \mu_0^{\text{Age}(0)} - \mu_X^{\text{Age}(0)} \right) = 0 \\ \lambda &= \frac{\mu_0^{\text{Age}(0)} - \mu_X^{\text{Age}(0)}}{2X} \text{ となる。} \end{aligned} \quad (27)$$

実際に推定値を求める際には、次の手順を踏んだ。まず、数値計算により標準化されたパラメータ推定値を一組得て、それを  $\mu^{\text{Mean}(0)}, \mu_x^{\text{Age}(0)}, \mu_t^{\text{Period}(0)}, \mu_c^{\text{Cohort}(0)}$  とする。次に式 (27) により  $\lambda$  を計算し、 $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  を以下の式で求めた。

$$\begin{aligned} \mu^{\text{Mean}} &= \mu^{\text{Mean}(0)} \\ \mu_x^{\text{Age}} &= \mu_x^{\text{Age}(0)} + \lambda(2x - X) \\ \mu_t^{\text{Period}} &= \mu_t^{\text{Period}(0)} + \lambda(-2t + T) \\ \mu_c^{\text{Cohort}} &= \mu_c^{\text{Cohort}(0)} + \lambda(2c - T + X) \end{aligned}$$

## 5.2 日本男性の将来予測

日本男性の0-110歳、1977年-2006年における死亡率データに対してモデル(24)とパラメータ標準化の条件および年齢パラメータの漸進的変化の条件によるパラメータの推定およびシミュレーションによる死亡率や平均寿命などの将来予測を行った。なお、110歳超の年齢層はすべて110歳として死亡率のデータを用意した。

### 5.2.1 パラメータ推定結果

0-110 歳、1977 年-2006 年の死亡率に対して死亡率改善率は 0-110 歳、1977-2005 年までの値として得られるため、推定されるパラメータ  $\mu_t^{\text{Period}}$  は  $t = 1977, \dots, 2005$ 、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  は  $c = 1876, \dots, 2005$  までの範囲となる。

■  $\mu^{\text{Mean}}$  の分析  $\mu^{\text{Mean}} = -0.0198$  となった。これは、1977 年から 2006 年の平均的な死亡率改善の度合いを示している。

年間の平均改善率が約  $1 - \exp(\mu^{\text{Mean}}) = 0.0196$  であることを意味する。

■  $\mu_x^{\text{Age}}$  の分析  $\mu_x^{\text{Age}}$  の推定結果を図 14 に示す。

特に若年および高齢において死亡率改善が高いことが分かる。

■  $\mu_t^{\text{Period}}$  の分析  $\mu_t^{\text{Period}}$  の推定結果は図 15 のようになった。全期間を通じて原点付近を振動する動きを見せている。グラフに対し強引に回帰直線を引いてみたところ、死亡率改善の鈍化傾向を示した。しかし  $t$  と  $\mu_t^{\text{Period}}$  の相関係数は 0.182 であり、 $\mu_t^{\text{Period}}$  が  $t$  に対して直線傾向であると結論することはできない。

Box and Jenkins(1970) の方法を用いて標本自己相関や標本偏自己相関による  $\mu_t^{\text{Period}}$  に時系列モデルの当てはめを検討した結果、移動平均モデル MA(1) が妥当だと判断した。

■  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の分析  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の推定結果は図 16 のようになった。全体的に値の振動が大きく、1947 年や 1967 年などのように、突発的に上下に大きく変化することがある。これは図 8,9 の傾向と合致している。

また、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  を当てはめる時系列モデルとして、自己回帰移動平均モデル ARMA(1,8) が妥当であると判断した。

■ 誤差の分析 誤差項  $\epsilon_{x,t}$  に対し符号検定を行った結果、誤差項は正負に等しく分布されていた。

$\epsilon_{x,t}$  の絶対値を図 17 に示した。これによると、超高齢の年齢層で誤差の値が大きいためにわかれる。これは、超高齢において死者数および生存者数が非常に少ないためであると考えられる。

また、図 18 は、1987 年および 2007 年における死亡率曲線を、モデルによって当てはめた値と実際の統計データと比較したものである。若年層を除いて非常に当てはまりがよいと言えるだろう。

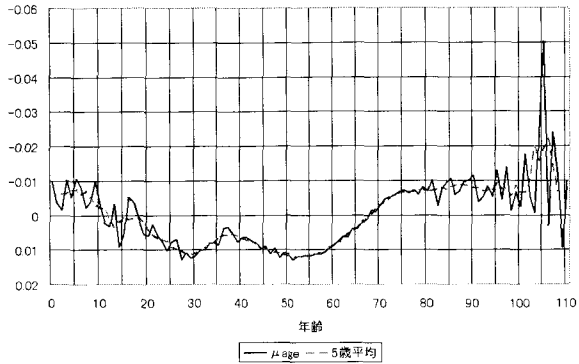


図 14 日本男性  $\mu_x^{Age}$  の推定値

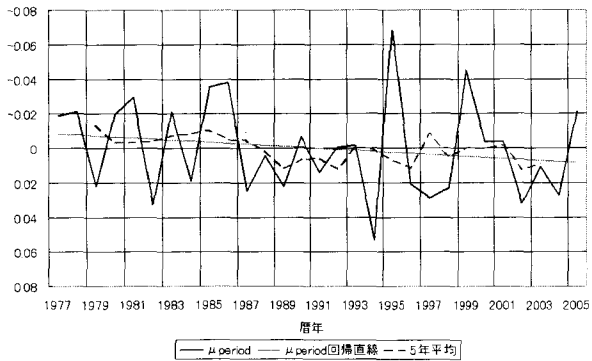


図 15 日本男性  $\mu_t^{Period}$  の推定値

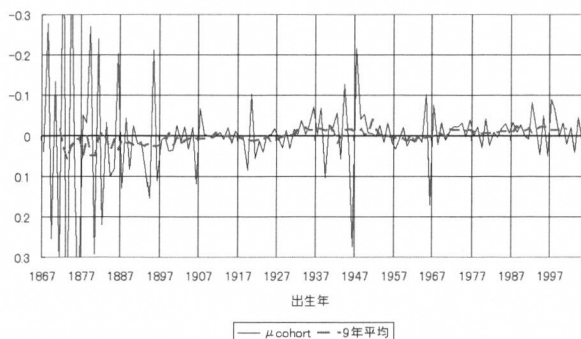


図 16 日本男性  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の推定値

前後 9 年間の平均で見ると 1920 年代後半と 1940 年代後半、1970 年以降の値が高い。

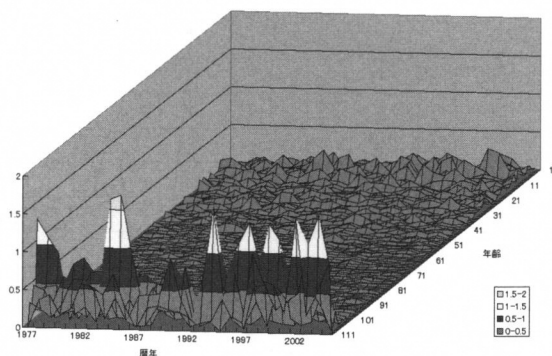


図 17 日本男性  $\epsilon_{x,t}$  の分布 (絶対値)

若年および特に高齢において誤差の分散が大きくなっている。これは他の年齢に比べて当てはめが不安定であることを示している。

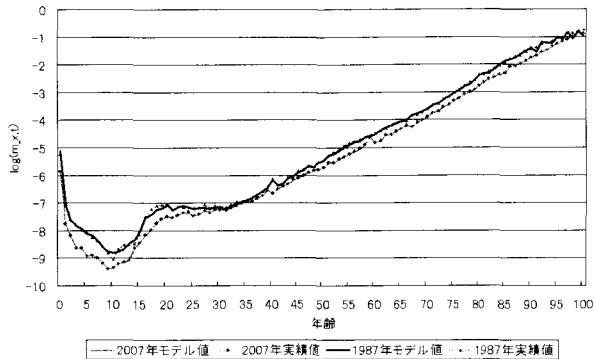


図 18 日本男性死亡率曲線のモデル値と実績値

### 5.2.2 将来予測におけるシナリオ

推定したパラメータ  $\mu^{\text{Mean}}$ ,  $\mu_x^{\text{Age}}$ ,  $\mu_t^{\text{Period}}$ ,  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  をもとに、死亡率の将来予測を行う。将来予測を行うパラメータは  $\mu_t^{\text{Period}}$  および  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  である。それぞれのパラメータの予測は以下の手順で行う。

■  $\mu_t^{\text{Period}}$  のシナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  のシナリオとして、以下の2つのパターンを用意した。信頼区間を表すグラフも併せて掲載した。

1.  $\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンドを仮定しない場合 (図 19)

将来、平均的には値が不変であると仮定し、Box and Jenkins による方法で時系列モデルを当てはめた。その結果、移動平均モデル MA(1) を採用した。

2.  $\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンドを仮定する場合 (図 20)

$\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンドがある、すなわち死亡率改善が暦年ごとに鈍化することを仮定する。最終的に平均的な改善率が 0 となるように (つまり  $\mu^{\text{Mean}} + \mu_t^{\text{Period}}$  の平均が 0 となるようにした。  $\mu^{\text{Mean}} = -0.0198$  である。)  $\mu_t^{\text{Period}}$  が 0.0198 に達するまで直線的に変化するよう設定した。この変化の割合は、図 (15) の  $\mu_t^{\text{Period}}$  回帰直線をもとに決定した。

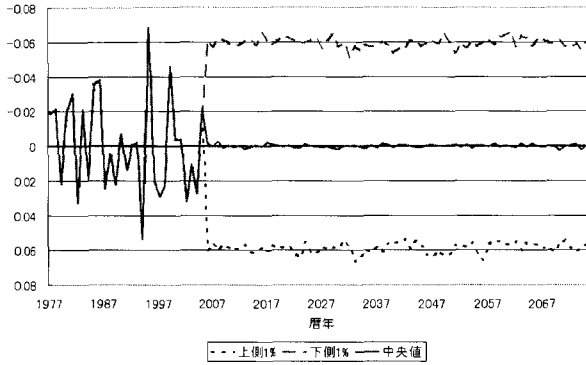


図 19 日本男性  $\mu_t^{\text{Period}}$  の予測（線形トレンドなし）

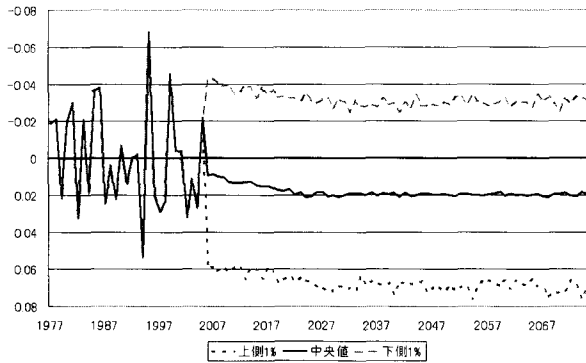


図 20 日本男性  $\mu_t^{\text{Period}}$  の予測（線形トレンドあり）



■ $\mu_c^{\text{Cohort}}$  のシナリオ パラメータ推定によって得られた  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  は、直近で  $c = 2005$  年コーホートになる。しかし  $\mu_{2005}^{\text{Cohort}}$  は 2005 年および 2006 年の 0 歳における死亡率でのみ決められているため、その値が 2005 年出生コーホートにおける普遍的な値とするには疑問がある。そのため、他のコーホートと比べてデータ数が不十分な  $\mu_{1978}^{\text{Cohort}}, \dots, \mu_{2005}^{\text{Cohort}}$  については、既に得られた  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の値も参考にしてシミュレーションを行い、値を再推定した。

$\mu_c^{\text{Cohort}}$  の推定として、以下の 3 パターンのシナリオを用意し、信頼区間を表すグラフを掲載した。

1. 時系列モデルによるシナリオ (図 21)

$\mu_c^{\text{Cohort}}$  がパラメータ推定値と同じトレンドで将来も推移すると仮定。パラメータ推定値に対して時系列モデル ARMA(1,8) を直接当てはめ、将来予測を行った。

2. 60 年周期コーホート効果のシナリオ (図 22)

4.3.2 節で述べたように、近年の日本男性の喫煙率は減少傾向にある。これにより、1977 年から 2006 年出生コーホートの死亡率改善率が高くなると考えられる。

また、その後 2007 年から 2036 年出生コーホートでは新種の感染症に対する被害が拡大して死亡率改善が鈍化し、2037 年から 2066 年出生コーホートでは感染症等に対する保健医療制度の発展により死亡率改善が加速するシナリオを考えた。つまり、30 年ごとに死亡率改善の高いコーホート・低いコーホートが交互に現れるシナリオである。

周期の 60 年は、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の推定結果である図 16 に対して目視による判断により、仮定として設定したものである。将来のコーホート効果についての研究はあまり行われておらず、コーホート効果の周期性を裏付けるものはまだ発見されていない。

3. 90 年間高改善率シナリオ (図 23)

喫煙率の減少による死亡率改善の効果が高く、1977 年以後 90 年間の出生コーホートで死亡率改善率が高いシナリオを用意した。

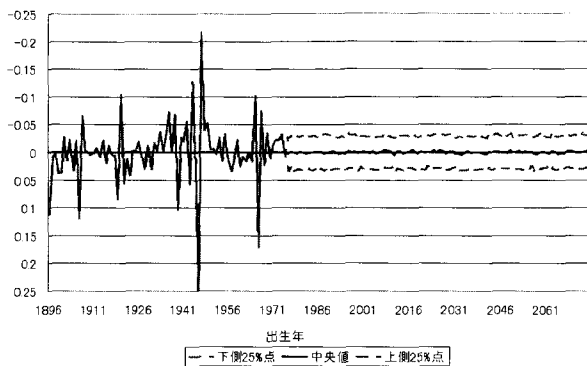


図 21 日本男性  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の予測 (時系列モデルによるシナリオ)

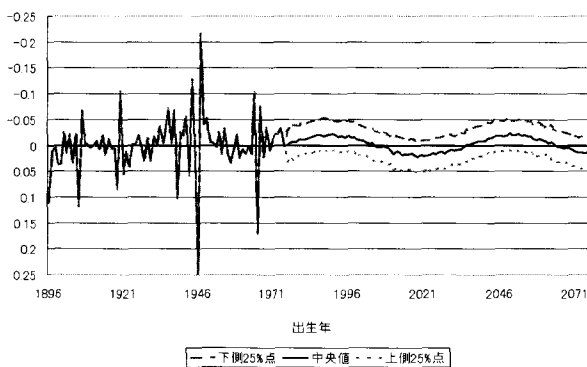


図 22 日本男性  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の予測 (60年周期コーホート効果シナリオ)

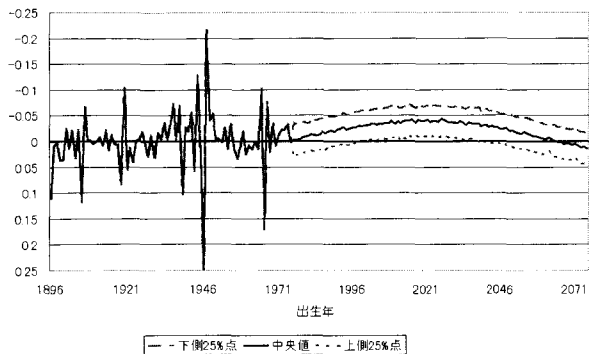


図 23 日本男性  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の予測 (90 年間高改善率シナリオ)

### 5.2.3 予測結果

以上の方法をもとに、 $\mu_t^{\text{Period}}$  に関する 2 つのシナリオ、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  に関する 3 つのシナリオそれぞれのケースにおける 2007-2076 年の死亡率の予測値を求め、暦年ごとの年齢別死亡率の分布を表す代表的な値 summary statistics として平均寿命と終身年金現価の値を計算した。

参考として、人口問題研究所の平成 18 年度将来推計人口による平均寿命の値も掲載した。

■死亡率曲線の変化 図 24、25、26 に 3 つのシナリオごとの死亡率曲線の変化を示した。いずれもシミュレーションにおける中央値を採用している。いずれのシナリオにおいても、暦年とともに、55 歳付近の死亡率曲線に新たな‘瘤’のような、上に凸の部分が生まれる。これは  $\mu_x^{\text{Age}}$  が 55 歳付近で高く (死亡率改善が小さく) なっているためである。また、死亡率曲線が暦年を経るごとに smooth でなくなっているのは、予め推定した  $\mu_x^{\text{Age}}$  の曲線が smooth でないためである。

図 27 は、図 25 を拡大したものである。これは 60 年周期コーホート効果のシナリオによる死亡率曲線の変化である。これを見ると、2010 年-2030 年は 25-35 歳、2030 年-2050 年は 45-55 歳、2050-2070 年は 65-75 歳において死亡率改善が大きいことがわかる。これらの世代はすべて 1975-2005 年出生コーホートを指している。つまり 1975-2005 年出生コーホートの死亡率が大きく改善していることが確かめられる。

また、 $\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンド、死亡率改善が暦年とともに鈍化するシナリオによる死亡率曲線の変化を図 28、29、30 に示した。3 つのシナリオいずれも、線形トレンドを考慮しないシナリオに比べて死亡率改善が鈍化、あるいは死亡率が悪化することが確かめられる。

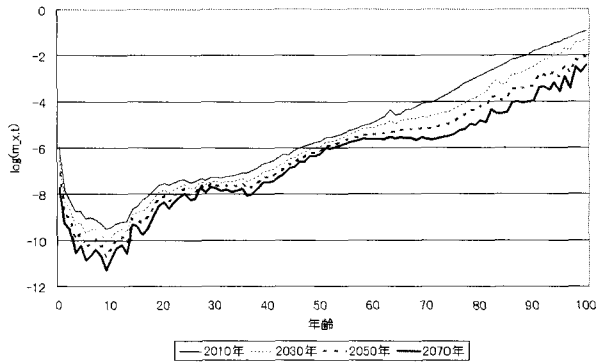


図 24 日本男性死亡率曲線の変化 (時系列モデルによるシナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドなし)

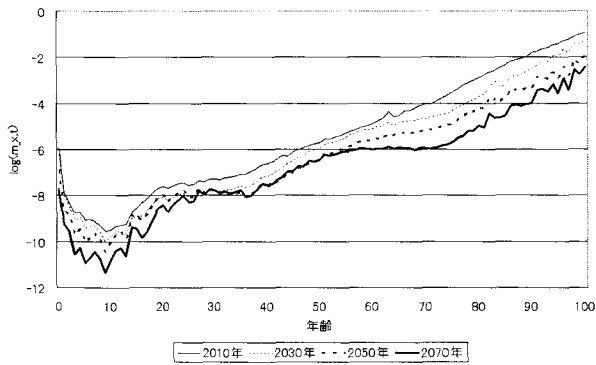


図 25 日本男性死亡率曲線の変化 (60年周期コーホート効果シナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドなし)

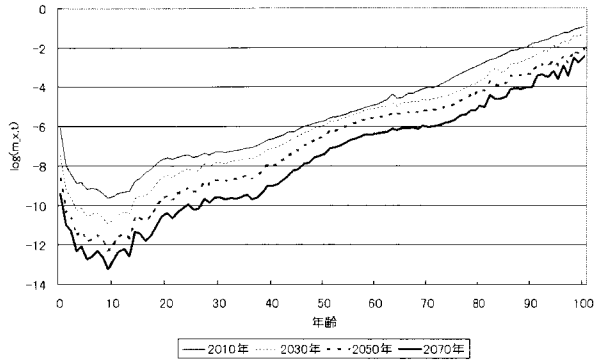


図 26 日本男性死亡率曲線の変化 (90 年間高改善率シナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドなし)

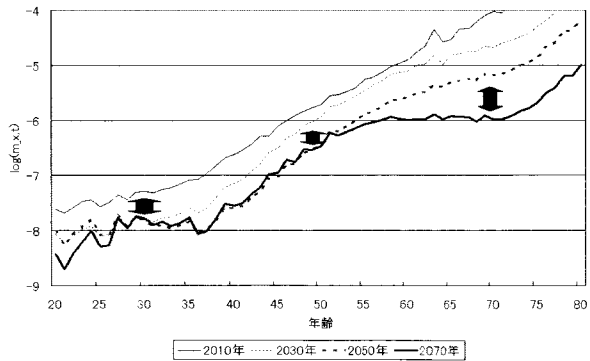


図 27 図 25 を一部拡大したもの

1975 年–2005 年出生コーホートに相当する、図中矢印の部分において死亡率改善が大きい。

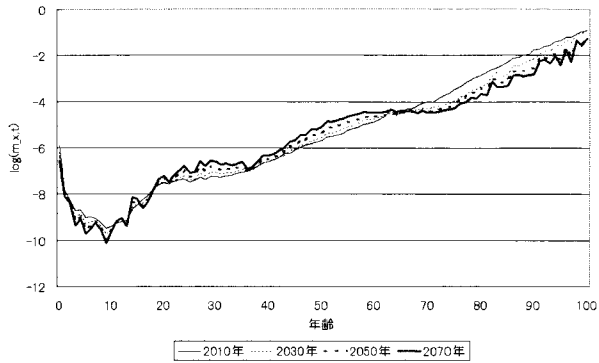


図 28 日本男性死亡率曲線の変化 (時系列モデルによるシナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドあり)

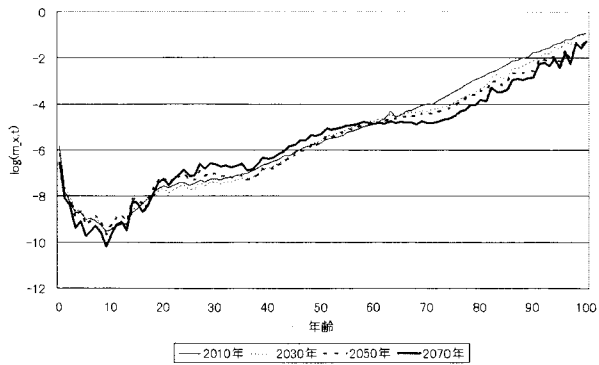


図 29 日本男性死亡率曲線の変化 (60年周期コーホート効果シナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドあり)

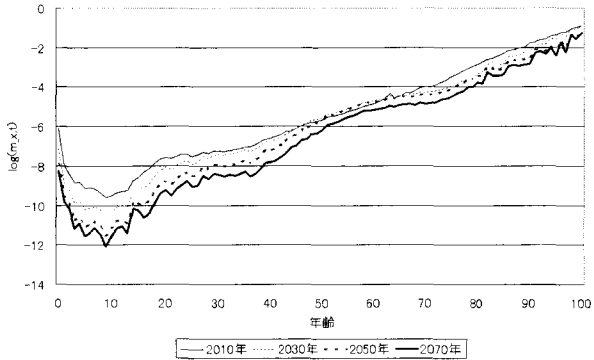


図 30 日本男性死亡率曲線の変化(90年間高改善率シナリオ  $\mu_t^{\text{Period}}$  の線形トレンドあり)

■平均寿命 60年周期コーホート効果シナリオにおける平均寿命の予測結果を図 31、32 に示した。いずれも、シミュレーション結果の四分位点を表示している。

図 31 は  $\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンドを考慮しない場合の 3 つのシナリオにおける平均寿命の予測値、図 32 は  $\mu_t^{\text{Period}}$  に線形トレンドを考慮した場合の予測値である。後者の場合、将来平均寿命が減少する可能性があることが示されている。

図 33 および図 34 は、3 つのシナリオにおける平均寿命の予測を、人口問題研究所の将来人口推計による平均寿命の予測と比較したものである。線形トレンドを考慮したシナリオも将来人口推計による予測も、将来の死亡率改善が鈍化することを仮定しているため、それぞれの平均寿命の予測値は近い値となる。

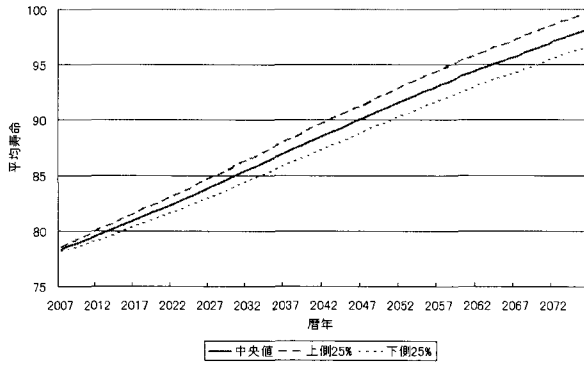


図 31 日本男性の平均寿命の将来予測 (60年周期コーホート効果、 $\mu_t^{\text{Period}}$  線形トレンドなし)

シミュレーション結果の四分位点を表示。

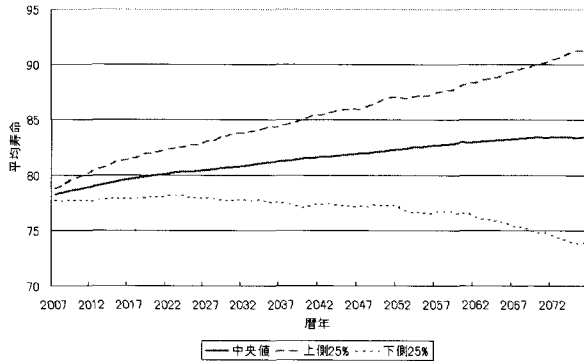


図 32 日本男性の平均寿命の将来予測 (60年周期コーホート効果、 $\mu_t^{\text{Period}}$  線形トレンドあり)

シミュレーション結果の四分位点を表示。



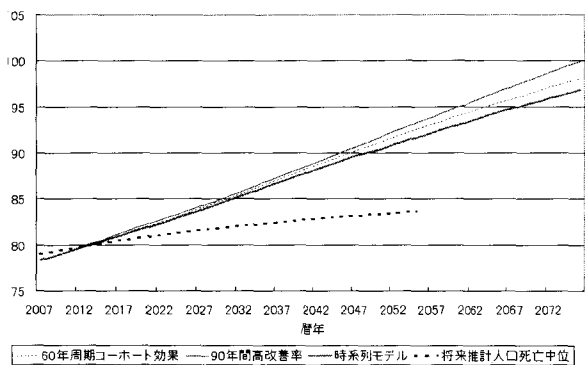


図 33 日本男性の平均寿命のシナリオ比較 ( $\mu_t^{\text{Period}}$  線形トレンドなし)

シミュレーション結果は中央値のみ掲載している。

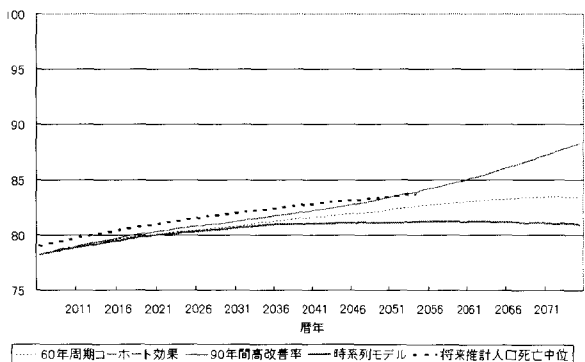


図 34 日本男性の平均寿命のシナリオ比較 ( $\mu_t^{\text{Period}}$  線形トレンドあり)

シミュレーション結果は中央値のみ掲載している。

■年金現価 将来の死亡率が改善することの影響として、年金現価の増大が考えられる。先ほどの6つのシナリオごとに、65歳開始の期始払終身年金現価を、予定利率を1%～5%とした場合の値について計算した。その値を表5に掲載する。年金現価の計算に用いる死亡率として、それぞれのシミュレーション結果の中央値を採用した。

2066年以前で65歳である者は2001年以前出生のコーホートである。それらのコーホートのうち1977年以前出生の $\mu_c^{\text{Cohort}}$ の値はパラメータ推定値のまま固定されているため、コーホート効果のシナリオによる年金現価の変動は大きくない。65歳開始の年金現価の動向を知る上では、過去の出生コーホートについて理解を深める必要がある。

利率 \ 暦年		$\mu_t^{\text{Period}}$ トレンドなし			$\mu_t^{\text{Period}}$ トレンドあり		
		2026	2046	2066	2026	2046	2066
60年周期コーホート効果	0.01	21.3	25.4	29.4	19.5	20.8	22.6
	0.02	18.9	22.0	25.0	17.4	18.4	19.9
	0.03	16.9	19.3	21.5	15.7	16.5	17.7
	0.04	15.2	17.1	18.8	14.3	14.9	15.8
	0.05	13.8	15.3	16.5	13.1	13.5	14.3
90年間高改善率	0.01	21.4	25.5	29.4	19.5	20.8	22.5
	0.02	18.9	22.1	25.0	17.5	18.5	19.8
	0.03	16.9	19.4	21.6	15.8	16.5	17.6
	0.04	15.3	17.2	18.8	14.3	14.9	15.8
	0.05	13.9	15.3	16.6	13.1	13.6	14.3
時系列モデル	0.01	21.3	25.4	29.0	19.5	20.8	21.8
	0.02	18.9	22.0	24.7	17.5	18.4	19.2
	0.03	16.9	19.3	21.3	15.8	16.5	17.1
	0.04	15.2	17.1	18.6	14.3	14.9	15.3
	0.05	13.8	15.3	16.4	13.1	13.5	13.9

表5 日本男性の65歳期始払終身年金現価

## 6 考察

### 6.1 モデルの特徴

本論文で考案したモデルの特徴を以下に列挙した。

コーホート効果を反映したモデルである 近年の死亡率研究で明らかにされた、コーホートについての考察をモデルに反映させている。

死亡率改善率に着目している モデリングするための数値として、死亡率改善率に着目した。これにより、すべてのパラメータが死亡率改善率を示す値として、容易に理解できるようになった。

社会的・医学的な考え方による複数のシナリオを設定することが可能である 本研究では将来の死亡率の値について、決定論的な予測を試みてはいない。むしろ、コーホート効果・時代効果についての複数の仮定を任意に設定することで、将来の死亡率の異なるシナリオを作成した。シナリオの作成にあたっては、コーホートごとの喫煙率の変化等の社会的・医学的な要因を考慮した。死亡率の将来予測にこのような社会的・医学的な知見を容易に織り込めることが、本論文のモデルの最大の特徴である。

## 6.2 不確実性 uncertainty について

将来予測を行う際に、将来の不確実性をどの程度考慮しているかを把握することは重要である。英国アクチュアリー会では、パラメータを用いた統計モデルによる予測における不確実性を uncertainty と呼んでいる。英国アクチュアリー会の Continuous Mortality Investigation Bureau(C.M.I.B.) や Financial Reporting Council(FRC) では以下のような uncertainty が存在すると言われている。

model uncertainty 予測を行う際に統計モデルを選択することによって生じる不確実性を指す。選択したモデルと、統計データを表現する‘真の’モデルの違いによって生じるものである。予測を行う期間が長いと model uncertainty は大きくなると言われている。

parameter uncertainty パラメータ推定の際に生じる不確実性。推定パラメータに推定誤差が含まれていることを意味する。

stochastic uncertainty 統計モデルおよびそのパラメータが‘真の’モデルと一致したとしても、将来の死亡者数などの統計データは確率・統計的な誤差が生じる。対象としている母集団の規模が小さくなるほど、この uncertainty は相対的に大きくなる。

その他の不確実性 死亡者についての年齢や暦年、死因などの統計データが不正確である可能性がある。特に死因別の死亡率についてはこの不確実性を考慮することが重要である。

また、統計的なモデルを適用する際に、専門家の様々な仮定を前提にしている場合がある。その前提についての判断の誤差も、潜在的な予測誤差の要因となっている。

本論文のモデルは、 $\mu_t^{\text{Period}}$  および  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の予測において特定の仮定を固定せず、様々なシナリオを考慮した。これは model uncertainty の考慮に相当する。parameter uncertainty の考慮については、 $\mu_c^{\text{Cohort}}$  や  $\mu_t^{\text{Period}}$  の予測の信頼区間を考慮していることに対応している。stochastic uncertainty については、本論文において考慮されていない。stochastic uncertainty を考慮するには、対象となる日本男性あるいは女性の人口を考慮しなければならない。将来の人口の予測については本論文の範囲を超えているため、今回は扱わなかった。

その他の不確実性としては、統計データの不確実性が挙げられる。本論文のモデルを外国国民などの別の母集団に対して用いる場合、戸籍制度の不備などにより、対象の集団の統計が正確でない可能性がある。

また、人口流入・流出の大きい集団における死亡率を考察する場合、集団の構成員の変化により過去のトレンドとは全く異なる統計データとなる可能性がある。その場合、過去データについての判断を前提とした予測に対して誤差が大きくなることを考慮することは重要である。

### 6.3 他モデルとの比較

本論文のモデル式 (24) は、暦年を 1 つずらした死亡率の比の対数  $\left( = \log \left( \frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}} \right) \right)$  を左辺にしていることが特徴である。Lee-Carter モデルなどのように死亡率の対数を左辺に取るモデルと本論文のモデルの違いを、モデル式の構造の観点から考察する。

#### 6.3.1 Lee-Carter モデルとの比較

Lee-Carter モデルは以下の式で表される。

$$\text{Lee-Carter モデル: } \log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_{x,t} \quad (29)$$

Lee and Carter(1992) は  $\kappa_t$  をドリフト付ランダムウォークで表現した。そのドリフト項を  $a$  とすると、 $\kappa_t$  は以下の式で表せる。

$$\kappa_t = at + \mathbf{n}_t \quad \text{ただし } \mathbf{n} \text{ は独立同分布な、正規分布をとる確率変数}$$

(29) 式に対して暦年をずらして差を取ると、

$$\log m_{x,t+1} - \log m_{x,t} \quad \left( = \log \left( \frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}} \right) \right) \quad (30a)$$

$$= (\kappa_{t+1} - \kappa_t) \beta_x + \epsilon_{x,t+1} - \epsilon_{x,t} \quad (30b)$$

$$= a \beta_x + \epsilon'_{x,t} \quad (30c)$$

$$= a + \alpha(\beta_x - 1) + \epsilon'_{x,t} \quad (30d)$$

$$\text{ただし、} \epsilon'_{x,t} = \beta_x (\mathbf{n}_{t+1} - \mathbf{n}_t) + \epsilon_{x,t+1} - \epsilon_{x,t} \quad (30e)$$

誤差項を表す  $\epsilon_{x,t}$  が年齢および暦年に限らず一定の分散を持つ、平均 0 の正規分布に従う変数だと仮定すると、 $\epsilon'_{x,t}$  は平均 0、分散が  $x$  に depend する値となる正規分布に従うことがわかる。

Lee-Carter モデルでは識別性を満たすため  $b_x$  は和が 1 となるよう規格化されている。そのため式 (30d) 右辺の  $\alpha(\beta_x - 1)$  は  $x$  について和を取ると 0 となる。

$\alpha(\beta_x - 1)$  の部分を (24) 式では  $\mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}}$  と表現している点が両者のモデルの違いと言える。

オリジナルの Lee-Carter モデルの場合  $\alpha(\beta_x - 1)$  はパラメータ推定後の将来予測の際には固定されるが、本論文のモデルのパラメータ  $\mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}}$  については、コーホート効果等

についての仮定を設定することで、様々なシナリオを考えることができる。そのため、本論文のモデルは Lee-Carter モデルより柔軟なモデルだと言える。

### 6.3.2 Age-Period-Cohort モデルとの比較

死亡率の対数にコーホート分析を行うモデルである、Age-Period-Cohort (APC) モデルは以下の式で与えられる (ただし誤差項は除外している)。

$$\text{APC モデル: } \log m_{x,t} = \mu + \alpha_x + \beta_t + \chi_c \quad (31a)$$

$$\text{ただし、 } c = t - x \quad (31b)$$

本論文のモデル式 (24) と異なるのは、左辺が  $\log m_{x,t}$  である部分だけである。式 (31) について暦年ごとの差を取ると、

$$\log m_{x,t+1} - \log m_{x,t} \quad \left( = \log \left( \frac{m_{x,t+1}}{m_{x,t}} \right) \right) \quad (32a)$$

$$= (\beta_{t+1} - \beta_t) + (\chi_{c+1} - \chi_c) \quad (32b)$$

となる。式 (32b) における  $(\beta_{t+1} - \beta_t) + (\chi_{c+1} - \chi_c)$  が本論文のモデルにおける  $\mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_c^{\text{Cohort}}$  に相当する。

この事実を用いることで、次の手順によって APC モデルを本論文のモデルを一部修正した形で表現することができる。

1. 死亡率の統計データが  $x = x_0, \dots, x_{n1}$   $t = t_0, \dots, t_{n2}$  の範囲で与えられたとし、それに対して APC モデルのパラメータ  $\mu, \alpha_x, \beta_t, \chi_c$  が推定される。
2.  $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  を以下のようにする。

$$\begin{aligned} \mu^{\text{Mean}} &= 0 \\ \mu_x^{\text{Age}} &= 0 \\ \mu_t^{\text{Period}} &= \beta_{t+1} - \beta_t \\ \mu_c^{\text{Cohort}} &= \chi_{c+1} - \chi_c \end{aligned}$$

3. 暦年  $t_0$  における年齢別死亡率の初期値  $\hat{m}_{x,t_0}$  を次のようにする。

$$\hat{m}_{x,t_0} = \exp(\mu + \alpha_x + \beta_{t_0} + \chi_{t_0-x})$$

本論文のモデルによるパラメータ推定および将来予測では、年齢別死亡率の初期値として暦年  $t_0$  における死亡率曲線  $m_{x,t_0}$  の死亡率データをそのまま用いていることに注意されたい。

このとき、 $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  および  $\hat{m}_{x,t_0}$  で死亡率を表現すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \log m_{x,t} &= \log \hat{m}_{x,t_0} + \sum_{i=t_0}^{t-1} (\mu^{\text{Mean}} + \mu_x^{\text{Age}} + \mu_t^{\text{Period}} + \mu_{i-x}^{\text{Cohort}}) \\ &= (\mu + \alpha_x + \beta_{t_0} + \chi_{t_0-x}) + \sum_{i=t_0}^{t-1} \{(\beta_{i+1} - \beta_i) + (\chi_{i-x+1} - \chi_{i-x})\} \\ &= \mu + \alpha_x + \beta_t + \chi_{t-x} \quad (t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots) \end{aligned}$$

つまり、 $\mu, \alpha_x, \beta_t, \chi_c$  による APC モデル表現を  $\mu^{\text{Mean}}, \mu_x^{\text{Age}}, \mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$ 、および初期値  $\hat{m}_{x,t_0}$  を使って、本論文のモデルでも表せることが示された。

4.  $\mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  を平均が 0 となるように標準化するため、 $\mu^{\text{Mean}} = (\mu_t^{\text{Period}}$  の平均) + ( $\mu_c^{\text{Cohort}}$  の平均) とし、 $\mu_t^{\text{Period}} - (\mu_t^{\text{Period}}$  の平均)、 $\mu_c^{\text{Cohort}} - (\mu_c^{\text{Cohort}}$  の平均) を新たに  $\mu_t^{\text{Period}}, \mu_c^{\text{Cohort}}$  とする。この操作を行っても上式の右辺は変化しない。

以上の考察により、本論文のモデルはパラメータ推定の方法や初期値を調節することで APC モデルと全く同様の死亡率の表現が可能である。

## 7 まとめ・課題

本論文では、英国における死亡率研究の考え方をういて、死亡率の将来予測の新たなモデルを考案した。

英国の死亡率研究において重要な概念に、死亡率改善のコーホート効果が挙げられる。コーホート効果は複数の先進国で見られている現象であり、社会的・医学的な要因によって影響を受けると考えられる。社会学的・医学的な知見を死亡率の将来予測に組み込むべきだという考え方は、英国の死亡率研究において近年非常に重要視されている。

今回新たに考案したモデルは、死亡率改善を表す値にコーホート分析を行うことで得られる。推定されたパラメータの将来予測を行う際、時系列モデルによる数値的な予測だけではなく、喫煙率等を考慮して用意した複数のシナリオによる予測も行った。将来予測は日本男性の統計データに対して行い、予測結果の summary statistics として平均寿命や年金現価の値を求めた。

本論文の死亡率予測モデルは、社会学的・医学的な観点から  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  などのシナリオを任意に複数生成することができるのが大きな特徴である。生物学的な観点からの死亡率予測は過去に英国でも行われていたが、それらの予測は将来の死亡率を実際よりも低めに見積もる結果となっていた (Whitehouse (2007) を参照)。かつて死亡率の研究者が将来の死亡率改善が鈍化するという考えを自然に持っていたことが、そのような予測結果につながったと筆者は考える。社会学的・医学的な観点から複数の仮定を用意して、それぞれの場合における将来の死亡率の予測結果を考察することは非常に重要である。

また、本論文のモデルは Lee-Carter モデルおよび Age-Period-Cohort モデルよりも柔軟性が

あると考えられる。特にこのモデルは Age-Period-Cohort モデルによる死亡率の表現と同様の死亡率の表現が可能である。

死亡率の将来予測は統計数理だけの問題ではなく、社会学的・医学的な分野の知見を反映させるべき研究課題である。本論文のモデルは、このような非数理的な知見をコーホート効果の面から統計数理的なモデルに反映させることを可能にした。

今後の研究課題として以下の内容が挙げられる。

**コーホートについての調査** コーホート効果と死亡率の関連について、例えば生活習慣と死亡率の関係やコーホートごとの生活習慣の違いを調査する必要がある。また、終戦世代などのように、突発的に改善率が上下するコーホートの存在について社会学的医学的な研究が望まれる。

**コーホートの特徴を定量的に反映させる方法の研究** 本研究のモデルは、コーホートの特徴とといった社会的な性質を死亡率の定量的な解析に反映させるための手段として考えられた。喫煙傾向や飲酒習慣といった具体的なコーホートの特徴を  $\mu_t^{\text{Period}}$  や  $\mu_c^{\text{Cohort}}$  のシナリオ作成において具体的な数値として反映させる手法を追求する必要がある。

**インフルエンザ等による影響の研究** 本論文では死亡率の将来予測を行う際に、過去の死亡率改善率の値をそのまま利用した。毎年の死亡率改善率はインフルエンザの流行等の影響でランダムに変動する可能性がある。そのような突発的な事象がパラメータ推定や将来予測にどのような影響を与えるのかを研究し、これらの事象をどのように将来予測に組み込むか考察することは重要である。

**統計解析上の技術的な課題** 統計解析の技術の課題として、識別問題の解決や誤差評価の問題、データの利用の方法の検討等が挙げられる。識別問題の解決の際に導入される条件は、年齢効果・時代効果・およびコーホート効果の解釈において決定的な役割を果たす。中村の条件のような研究者の恣意性をできるだけ排除する条件を設定するか、あるいは死亡率に対する様々な研究結果を踏まえた上で複数の仮定からパラメータの設定をする方法も考えられる。

また、本論文では死亡率曲線の平滑化については触れなかった。実用的な死亡率の将来予測を行う際には、統計データやパラメータ推定値の中で、どの部分を用いて将来予測を行うか、平滑化をどのように行うかを検討することが必要である。

**超高齢者死亡率についての研究** 本論文のモデルでは最終年齢を 111 歳と仮定している。将来の死亡率改善が進めばこの年代の死亡率も社会的に重要な研究対象となると思われる。また、本研究のモデルは超高齢者死亡率に対する当てはまりがよくない。これは、現時点での超高齢者の人口が非常に少なく、統計的による誤差が大きくなるためである。超高齢者死亡率については専用のモデルを用いて補完する必要があると考えられる。

**他モデルとの比較** 死亡率の将来予測において、他のモデルとの比較をすることは、将来予測の際に設定した仮定やシナリオの性質を分析する上でも重要である。今回はベンチマークとして人口問題研究所の将来推計人口の平成 18 年度推定を用いた。コーホート効果を取り込

んだモデルなど他のモデルの予測結果と比較を行い、モデルの特性を詳細に研究することが必要である。その際、将来予測モデルの良し悪しを判定するためにはどのような指標を用いればよいか、議論することが重要である。

(京都大学大学院理学研究科 数学・数理解析専攻)

## 参考文献

- [1] Benjamin, B. and AS Soliman (1993) “Mortality on the move.”: Actuarial Education Service.
- [2] Blalock, Hubert M. (1966) “The Identification Problem and Theory Building: The Case of Status Inconsistency,” *American Sociological Review*, Vol. 31, pp. 52–61.
- [3] Box, George E.P., Gwilym M. Jenkins, and Gregory C. Reinsel (1994) “Time Series Analysis, Forecasting and Control.”: Prentice-Hall, Inc., 3rd edition.
- [4] Case, R.A. (1996) “Cohort analysis of mortality rates as an historical or narrative technique,” *Journal of Epidemiology and Community Health*, Vol. 50, pp. 114–124.
- [5] C.M.I.B. (2002) “Working Paper 1: An interim basis for adjusting the ‘92’ Series mortality projections for cohort effects.”
- [6] C.M.I.B. (2004) “Working Paper 3: Projecting future mortality: A discussion paper.”
- [7] C.M.I.B. (2005) “Working Paper 15: Projecting future mortality: Towards a proposal for stochastic methodology.”
- [8] C.M.I.B. (2007a) “Working Paper 27: The ‘library’ of Mortality Projections.”
- [9] C.M.I.B. (2007b) “Working Paper 30: The CMI Library of Mortality Projections.”
- [10] Financial Reporting Council (2008) “Board for Actuarial Standards-Actuarial Mortality Assumption: Discussion Paper.”
- [11] Glenn, N.D. (1977) “Cohort analysis.”: SAGE Publications.
- [12] JPMorgan (2007) “lifeMetrics,” [www.jpmmorgan.com/lifemetrics](http://www.jpmmorgan.com/lifemetrics).
- [13] Knorr-Held, Leonhart and Evi Rainer (2001) “Projections of lung cancer mortality in West Germany: a case study in Bayesian prediction,” *Biostatistics*, Vol. 2, pp. 109–129.
- [14] Kuh, D. and G.D. Smith (1993) “When is mortality risk determined? Historical insights into a current debate,” *Social History of Medicine*, Vol. 6, pp. 101–123.
- [15] Lee, R.D and L. Carter (1992) “Modeling and forecasting U.S. mortality,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, pp. 659–675.
- [16] Macdonald, C. (2008) “Scoping mortality research (Report of the Mortality Research Steering Group),” *Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries*.
- [17] Renshaw, A.E. and S. Haberman (2005) “A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.



- 38, pp. 556-570.
- [18] Richards, S.J. et al. (2007) “Two-Dimensional Mortality Data: Patterns and Projections,” *British Actuarial Journal*, Vol. 13.
- [19] University of California, Berkeley (USA) and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany) (2008) “Human Mortality Database,” [www.mortality.org](http://www.mortality.org).
- [20] Vandaele, Walter (1983) “Applied Time Series and Box-Jenkins Models.”: Academic Press.
- [21] Whitehouse, Edward R. (2007) “Life-Expectancy Risk and Pensions: Who Bears the Burden?” OECD Social Employment and Migration Working Papers 60, OECD, Directorate for Employment, Labour and Social Affairs.
- [22] Willets, R.C. (1999) “Mortality in the next millennium,” *Staple Inn Actuarial Society*.
- [23] Willets, R.C. (2004) “The cohort effect: insights and explanations,” *British Actuarial Journal*, Vol. 10, pp. 833-877.
- [24] Willets, R.C. et al. (2004) “Longevity In the 21st Century,” *British Actuarial Journal*, Vol. 10, pp. 685-832.
- [25] 旭伸一他 (2001a) 「都道府県別にみた飲酒率と疾患別年齢調整死亡率の相関」, 『厚生 の指標』, 第 48 巻, 10-17 頁.
- [26] 旭伸一他 (2001b) 「都道府県別観察による喫煙率と疾患別死亡率の関連」, 『厚生 の指標』, 第 48 巻, 11-15 頁.
- [27] 上島弘嗣 (2007) 「日本人の食生活と高齢者疾病構造」, 『日本老年医学会雑誌』, 第 44 巻, 17-22 頁.
- [28] 岡田昌史 (編) (2006) “The R Book.”, 九天社.
- [29] 岡本悦司・久保喜子 (2006) 「昭和ヒトケタ男性の寿命—世代生命表による生存分析—」, 『厚生 の指標』, 第 53 巻, 28-34 頁.
- [30] 尾崎米厚他 (2004a) 「わが国の中高生の飲酒行動に関する全国調査— 2000 年度調査報告—」, 『厚生 の指標』, 第 51 巻, 24-32 頁.
- [31] 尾崎米厚他 (2004b) 「わが国の中高生の喫煙行動に関する全国調査— 2000 年度調査報告—」, 『厚生 の指標』, 第 51 巻, 23-30 頁.
- [32] 国立社会保障・人口問題研究所 (2006) 『日本の将来推計人口 (平成 18 年 12 月推計)』, 厚生労働省.
- [33] 小暮厚之・長谷川知弘 (2005) 「将来生命表の統計モデリング: Lee-Carter 法とその拡張—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—」, 『総合政策学ワーキングペーパー』.
- [34] 小西貞則・北川源四郎 (2004) 『情報量規準』, 朝倉書店.
- [35] 小林実夏・津金昌一郎 (2006) 「食事の多様性と生活習慣、食品・栄養素摂取量との関連—厚生労働省研究班による多目的コホート研究—」, 『厚生 の指標』, 第 53 巻, 7-15 頁.
- [36] 齋藤重幸・千葉雄・岡部瑞恵・三俣兼人・古堅真・島本和明 (2007) 「1. 疫学」, 『日本老年医学会雑誌』, 第 44 巻, 171-174 頁.

- [37] 谷原真一他 (2000) 「死因統計分類変更の影響を考慮したわが国における胃がん死亡の将来推計」, 『厚生指標』, 第 47 巻, 24-35 頁.
- [38] 豊田秀樹 (編) (2006) 『数理統計学ハンドブック』, 朝倉書店, 第 6 版.
- [39] 中村隆 (1982) 「ベイズ型コウホート・モデルー標準コウホート表への適用一」, 『統計数理研究所彙報』, 第 29 巻, 77-97 頁.
- [40] 日本アクチュアリー会 (2007) 『標準生命表 2007』.
- [41] 堀内四郎 (2001) 「死亡パターンの歴史的変遷」, 『人口問題研究』, 第 57 巻, 3-30 頁.
- [42] 山口喜一・南條善治・重松峻夫・小林和正 (1995) 『生命表研究』, 古今書院.
- [43] 吉永一彦・畝博 (2006) 「日本における死因構造の推移 (1950~2000) - 平均寿命の性差への寄与 -」, 『厚生指標』, 第 53 巻, 26-31 頁.
- [44] 渡辺智之他 (2000) 「コホート生命表による平均余命の推移」, 『厚生指標』, 第 47 巻, 12-17 頁.

## A model of mortality projections from a viewpoint of 'cohort effect'

Takashi Hohga

Projecting future mortality is important for public pension schemes and insurance companies in advanced countries. Recent years, improvements of senior citizen's mortality rate accelerates and pension liabilities and payments of medical insurance might increase in the future. To catch such a living risk quantitatively, demographers and actuaries all over the world is discussing models of mortality projections.

I designed A new model referring to researches of Britain in projections of mortality rates, and calculated future mortality rates of Japan. 'Cohort effect' of the mortality improvement rate is an important concept in researches of Britain. 'Cohort effect' is that mortality improvement rates of people who was born in certain years are higher than who was born in other years (Willets(1999) "Mortality in the next millennium" ). 'Cohort effect' has a relation to the field of sociology and medicine . An aim in the paper is to incorporate views of such a field into a model of mortality projections.

Projections of cohort effects in future is to forecast changes in society and developments in medicine in the future,and it is difficult to do this only by the statistical data of mortality rates. The model I designed can incorporate scenarios in future cohort effect into projections of future mortality.