

将来死亡率推定に関する一考察

及川 桂

要旨

国立社会保障・人口問題研究所(2002)の推計によれば、総人口が2001年の1.27億人から2050年の1.01億人へと減少する中で、65歳以上の割合は18%から36%に増加すると予想されており、高齢者層の人口占率の増加は現在も進行している。

高齢者層の人口占率の増加の背景には、出生率の低下と高齢における死亡率の低下があるが、特に高齢における死亡率の動向について研究することは、保険会社の商品戦略やリスク管理において今後更に重要になっていくと思われる。

本論文では、将来死亡率の推計モデルとして比較的手軽に利用できるLee-Carterモデルについて分析を行い、このモデルの日本人死亡率に対する適用について考察を加える。

1. Lee-Carter モデル

1.1 Lee-Carter モデル

Lee-Carterモデル(以下、LCモデルと言う)とは、時点 t における年齢 x 歳の死亡率 $m_{x,t}$ を、

$$\log m_{x,t} = a_x + b_x \cdot k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (1.1)$$

という算式でモデル化するものである。ここに、 a_x, b_x, k_t はパラメータであり、実際の死亡率データ ($x=0 \sim \omega, t=0 \sim T-1$) から決定される。各パラメータの意義は以下のとおりである。

a_x : 各年齢における観察期間の平均的な死亡率の対数値

b_x : k_t が変化するときの各年齢における死亡率の受ける影響度合い

k_t : 各時点 t における死亡率の a_x からの全体的な偏差水準

$\varepsilon_{x,t}$: 誤差項

このように、LCモデルは、基準となる死亡率 a_x があったときに、各時点各年齢における実際の死亡率の対数値と a_x との差が、年齢、時点のそれぞれの要素に分解できるということを示している。

1.2 パラメータの推定

パラメータ a_x, b_x, k_t は、最小二乗法により決定される。すなわち、実際の死亡率データと、パラメータの制約条件

$$\sum_{x=0}^{\omega} b_x = 1, \sum_{t=0}^{T-1} k_t = 0 \quad (1.2)$$

の下、誤差項 $\varepsilon_{x,t}$ の二乗和

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=0}^{T-1} \varepsilon_{x,t}^2 = \sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=0}^{T-1} (\log m_{x,t} - a_x - b_x \cdot k_t)^2 \quad (1.3)$$

を最小化することによってパラメータが決定される。

まず、(1.3)式を a_x に関する2次関数とみなし、その最小値を計算するために a_x で微分する。微分した結果を0とおくと、(1.2)の k_t に関する制約条

件 $\sum_{t=0}^{T-1} k_t = 0$ により、

$$a_x = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=0}^{T-1} \log m_{x,t} \quad (1.4)$$

という推定値を得る。

次に、

$$z_{x,t} = \log m_{x,t} - a_x$$

とおくと、上記の最小化問題は、制約条件(1.2)の下で

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=0}^{T-1} (z_{x,t} - b_x \cdot k_t)^2$$

を最小化することに帰着する。これは、 $z_{x,t}$ を成分とする $(\omega+1) \times T$ 行列 Z の特異値分解

$$Z = U \cdot S \cdot {}^tV = \left(\sum_{i=1}^r s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{ti} \right)_{x=0 \sim \omega, t=0 \sim T-1}$$

s_i : 行列 Z の特異値で $s_1 \geq s_2 \geq s_3 \geq \dots \geq s_r$

r : 行列 Z の階数

${}^t(u_{0i}, u_{1i}, \dots, u_{\omega i})$: 行列 Z の左特異値ベクトル

${}^t(v_{0i}, v_{1i}, \dots, v_{T-1i})$: 行列 Z の右特異値ベクトル

を行うことで解決する。すなわち、上記特異値分解から

$$b_x \cdot k_t = s_1 \cdot u_{x1} \cdot v_{t1}, \quad \varepsilon_{x,t} = \sum_{i=2}^r s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{ti} \quad (1.5)$$

を得ることができる。

最後に、 b_x と k_t の決定であるが、 \mathbf{m} を $m_{x,t}$ を成分とする行列、 \mathbf{a} を「 a_x を成分とする縦ベクトル」を T 個横に並べた行列、また、 \mathbf{b}, \mathbf{k} をそれぞれ b_x, k_t を成分とするベクトルとし、かつ、(1.1)を満たすとする。すなわち、

$$\log \mathbf{m} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \cdot {}^t\mathbf{k} \quad (1.6)$$

このとき、任意の定数 X, Y について、 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k}$ をそれぞれ

$$\mathbf{a} - \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{b}, \quad \mathbf{X} \cdot \mathbf{b}, \quad \frac{1}{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{k} + \mathbf{Y} \quad (1.7)$$

と置き換えたものもまた、(1.6)を満たす。よって(1.5)より、

$$\mathbf{b}_x = s_1 \cdot \mathbf{u}_{x1}, \quad \mathbf{k}_t = \mathbf{v}_{t1}$$

と仮置きし、(1.2)を満たすように(1.7)の \mathbf{X}, \mathbf{Y} を決定すれば、 \mathbf{b}_x と \mathbf{k}_t が決定される。

以上が一般的なLCモデルであるが、死亡率データが少ない場合などでは死亡率データの傾向が安定せず固有値 s_1^2 の寄与率が小さくなるため、これを補うために、次のような拡張したモデルが使用されることもある。

$$\log m_{x,t} = a_x + b_x \cdot k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (1.8)$$

$$b_x \cdot k_t = \sum_{i=1}^{r'} s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{ti}, \quad \varepsilon_{x,t} = \sum_{i=r'+1}^r s_i \cdot u_{xi} \cdot v_{ti} \quad (1.9)$$

$$1 \leq r' \leq r$$

1.3 将来死亡率の推定

LCモデルにおいて将来死亡率を推定することは、(1.1)によって得られた過去の k_t から、将来の k_t を推定することと同値である。Lee and Carter(1992)は、米国の死亡率にLCモデルを適用した結果、 k_t がおおよそ1次直線となっていることから、将来においてもその傾向が継続すると仮定し、

$$k_t = k_{t-1} - \alpha + \varepsilon'_t \quad (\alpha \geq 0)$$

として、将来の死亡率を推定した。すなわち、 k_t が毎年一定の値で逓減していくこととしている。ここに、 ε'_t は誤差項である。

参考までに、 k_t を1次直線と仮定すると、

$$\begin{aligned} m_{x,t} &= \exp(a_x + b_x \cdot k_t) = \exp(a_x + b_x \cdot k_{t-1}) \cdot \exp(-\alpha \cdot b_x) \\ &= B_x \cdot m_{x,t-1} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $B_x = \exp(-\alpha \cdot b_x)$ とした。よって、 k_t を1次直線と仮定すると、死亡率 $m_{x,t}$ は各年齢ごとに、毎年一定の改善率 B_x で改善していくこ

ととなる。これは、生保標準生命表 1996(年金開始後用) (以下、年金開始後死亡率、という。) と実質的に同様の手法であると言うことができる。

2. 「日本の将来推計人口」における将来死亡率の推定

2.1 パラメータの推定手順

まず、LCモデルの具体的な使用例として、国立社会保障・人口問題研究所が発行している「日本の将来推計人口」(2002年1月)で使用されている将来死亡率の推定手順を簡単に紹介する。

死亡率データとして、1965年から2000年の簡易生命表および完全生命表を使用。ただし、簡易生命表においてデータのない高年齢の部分は完全生命表を線形補間したものを使用している。

基準となる死亡率として、1999年(平成11年)簡易生命表と2000年(平成12年)完全生命表(19回表)を使用。

将来時点の k_t については、 k_t の実績値を観察した結果、その傾きが年々緩やかになっているという実態を反映し、指数関数、対数関数による関数当てはめにより将来の k_t を推定している。具体的には、

$$k_t = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \exp\left(\frac{t + \alpha_4}{\alpha_3}\right)$$

$$k_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t + \beta_3)$$

によって関数当てはめを行い、これらの単純平均を将来の k_t としている。

なお、ここで紹介した内容はあくまでも概要である。実際の推計にあたっては、細部について、所要の調整を行っている。詳細については「日本の将来推計人口」を参照願いたい。ホームページ(<http://public-health.jp/tokeishorai/index.html>)からも閲覧可能である。

2.2 推定結果(男性)

ここでは、「日本の将来推計人口」で実際に使用されている将来死亡率の推定結果を示す。ただし、推定に必要なパラメータについては入手できなかったため、パラメータについては2.1で紹介した推定方法をもとに筆者が計算した結果を示す。

図1は、1965年から2000年までの日本人の男性死亡率の1年あたりの平均改善率 $\{1 - (\text{死亡率}_{2000\text{年}} / \text{死亡率}_{1965\text{年}})^{1/35}\}$ を示している。また、図2は、1965年から2000年までの死亡率データを使用して計算した b_x を表している(死亡率データのブレを補正するため、5歳移動平均で平滑化している)。図1から、35年間に於いて、20歳台から30歳台と70歳台において、相対的に大きく改善が進んだことが分かるが、それと対応するように、図2の b_x のグラフでも、その年代において山ができています。一方、80歳以上の高齢については、図1、図2とも値が小さくなっています。

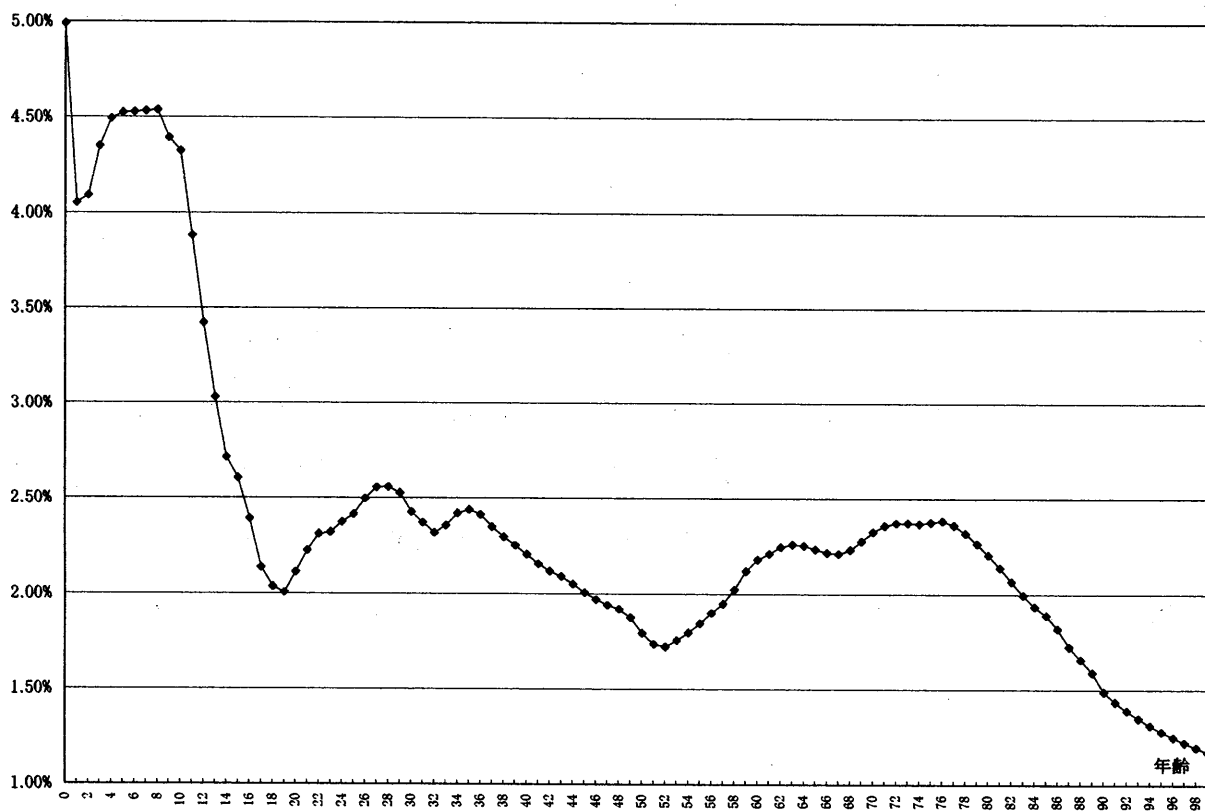


図1 平均改善率(1965-2000年)

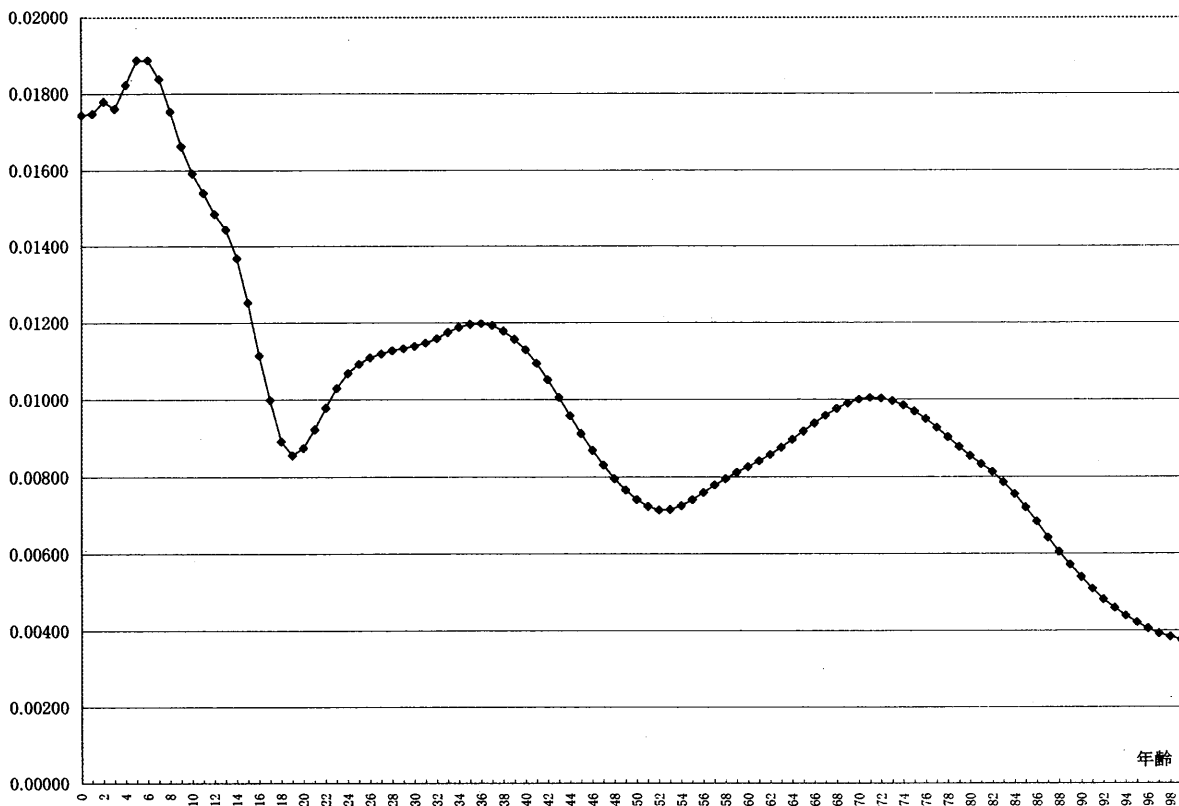


図2 $b_x(1965-2000)$

1.3 の参考の続きであるが、年金開始後死亡率が、1955年から1980年の死亡率の平均改善率を使用して将来の死亡率を推定という手法で作成されていることを考慮すれば、平均改善率とLCモデルの b_x が同様の形状をしているということから、 k_t を1次直線と仮定すれば、両者が同様の手法であるということが容易に想像できるであろう。

図3は、 k_t のグラフを示している。実績値と関数当てはめを行った推定値のほかに、実績値の回帰直線のグラフも載せているが、それと比べると、将来においては、かなり傾きの緩やかなものが k_t の推定値として使用されていることが分かる。

図4は、将来死亡率のグラフである。19回表と実際に使用された2050年の将来死亡率のほかに、同様の手法で k_t として、図3の回帰直線を使用して筆者が計算した将来死亡率を載せている。 k_t を直線とした場合の将来

死亡率は、 b_x の形状が示すとおり、30歳台、70歳台を中心に大きく改善している。それと比較して、 k_t を指数関数と対数関数によって推定した場合は、年齢を問わず、全体的に死亡率の改善が抑制される結果となっている。

また表1に、1965年から2000年までの死亡率データを使用した行列 $Z(=z_{x,t})$ の固有値とその寄与率を示した。ここに、寄与率とは固有値の合計に対する各固有値の割合を言う。この表を見ると、第1成分の寄与率は59.3%となっており、ある程度は第1成分で行列 Z を表現できていると言えるが、より詳細に行列 Z を表現するために第2成分、第3成分を使用していくことも選択肢として大いにあり得ると思われる。ただ、例えば累積寄与率が90%となるようにするためには、第13成分まで使用しなければならずモデルが複雑となるため、成分を増やす場合でも、その場合に算出される死亡率の結果等も踏まえ、ある程度使用する成分の数を抑制する工夫が必要であろう。

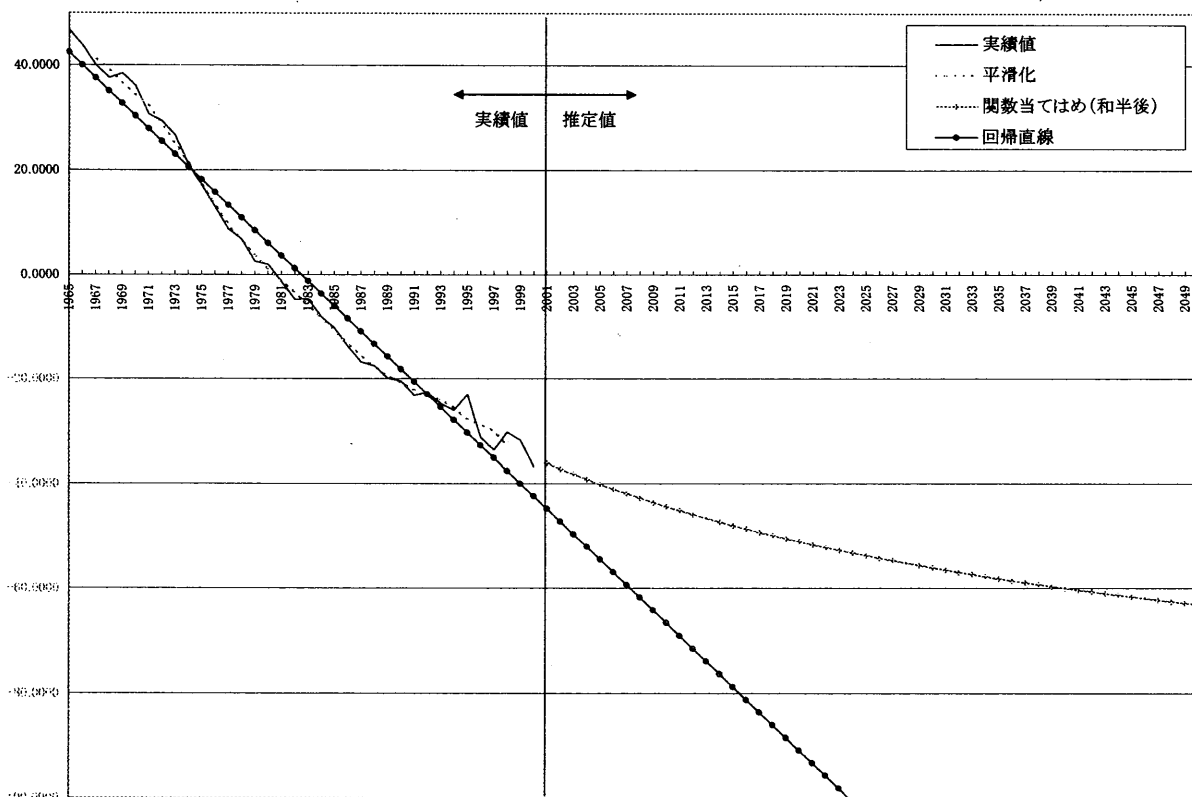


図3 $k_t(1965-2000)$

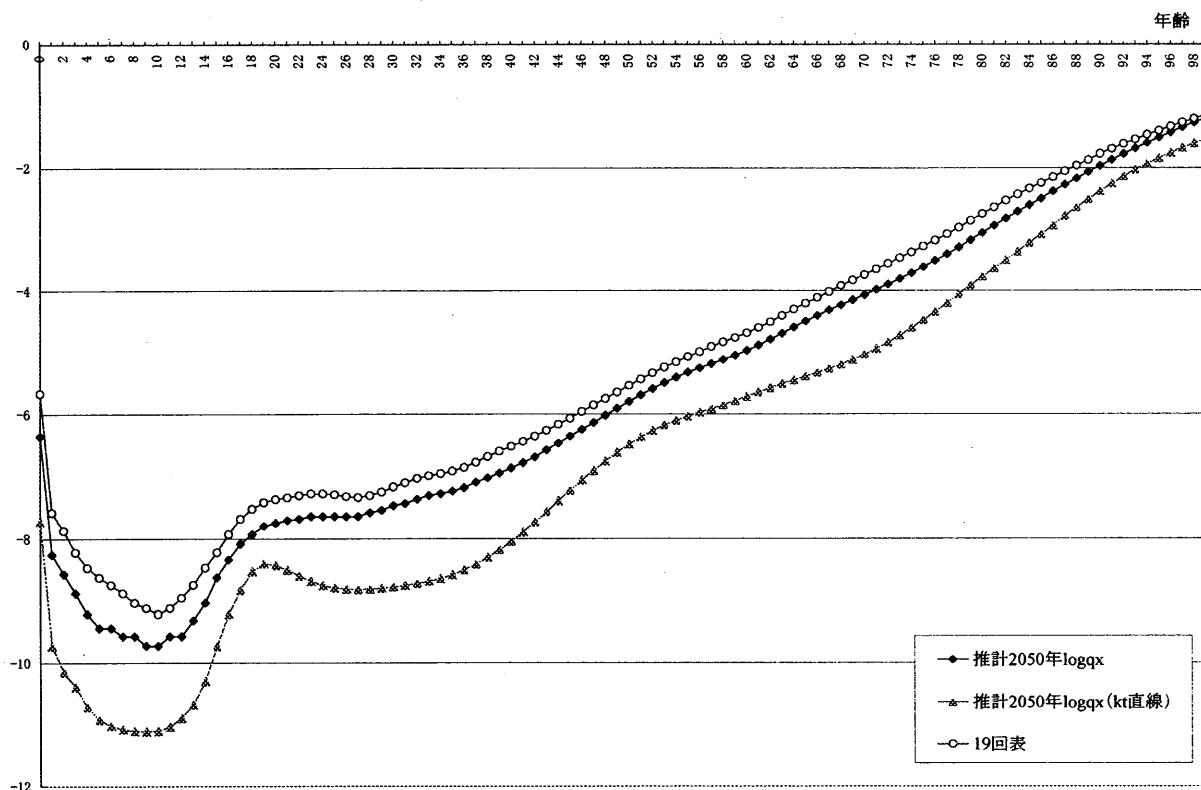


図4 logqx(男性、1965-2000から2050年を推計)

i	固有値	寄与率(%)	累積寄与率(%)
1	16.3	59.3	59.3
2	1.8	6.5	65.8
3	1.3	4.9	70.7
4	1.0	3.7	74.4
5	1.0	3.6	77.9
6	0.6	2.2	80.1
7	0.6	2.1	82.2
8	0.5	1.9	84.1
9	0.5	1.7	85.9
10	0.4	1.4	87.2
11	0.4	1.3	88.6
12	0.4	1.3	89.8
13	0.3	1.1	90.9
14	0.3	0.9	91.9
15	0.2	0.8	92.7

表1 行列Zの固有値と寄与率

参考までに、1955年から1980年の死亡率を使用し、LCモデルによって推定した将来死亡率群から、各年齢において、年金開始後死亡率と対応した時点の死亡率(例えば、55歳以下であれば2000年の死亡率、80歳であれば2025年の死亡率)を選んで作成した死亡率表のグラフを図5に示す。現行の年金開始後死亡率と、非常によく似た形状、水準であることが分かるであろう。

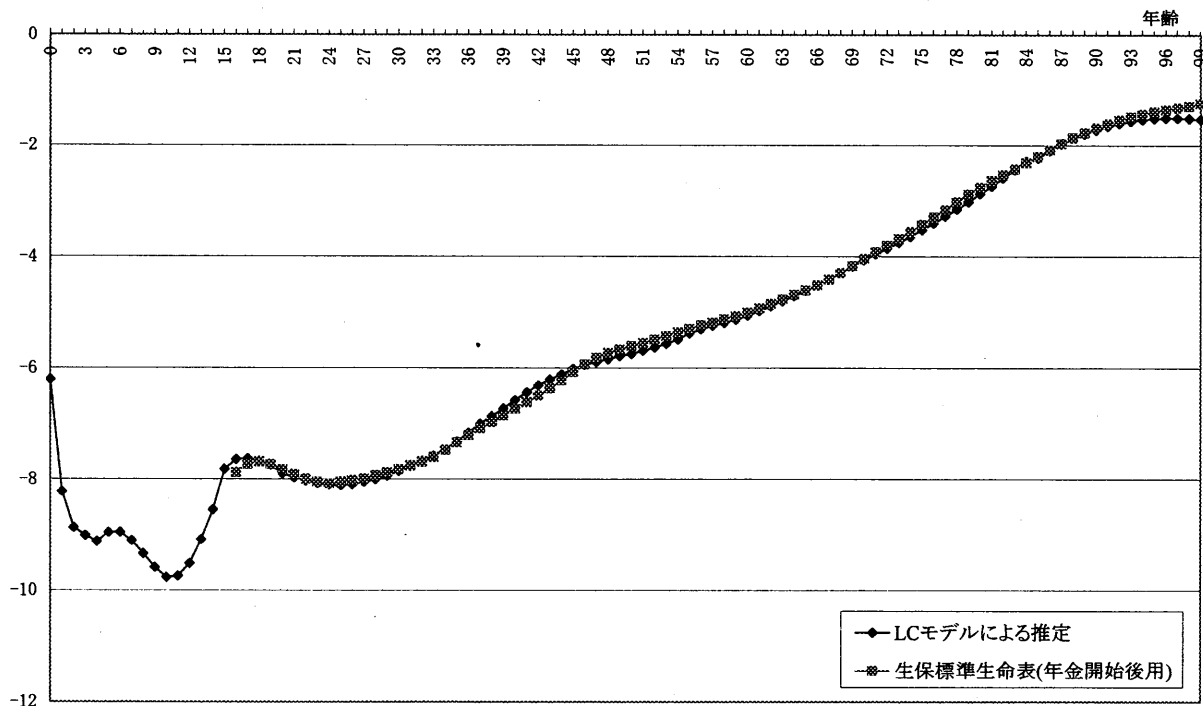


図5 LCモデル推定死亡率と標準生命表との比較(対数値)

3. 日本人男性の死亡率と Lee-Carter モデルの分析

3.1 日本人男性の死亡率

図6は、1970年の死亡率を100とした場合のそれぞれの年齢の死亡率指数の推移を表す。これを見ると、現在に至るまですべての年齢で死亡率の改善が進んでいるが、30歳の死亡率は1980年代半ばから、40歳の死亡率は1990年代前半から死亡率の水準は横ばいとなっている。一方で、50歳

以降の年齢については、改善の傾きは徐々に緩やかになっているが、依然として改善が続いている。

図7～10では、過去の死亡率の10年毎の年平均改善率を示している。1966～1975年の平均改善率のグラフでは20～30歳台と60歳台前半を中心に大きく改善している一方で、40歳台半ばの改善率が小さくなっている。次に1976～1985年の平均改善率のグラフを見ると、改善率が大きい年代と小さい年代がちょうど10歳ほど上昇し、30～40歳台と60歳台後半を中心に大きく改善し、50歳台半ばの改善率が小さくなっている。1986～1995年の平均改善率のグラフでも同様のことが言える。このように、日本人男性の死亡率の改善は、世代ごとに異なっており、同じ年齢でも時代によって大きく改善する時代とほとんど改善が進まない時代が繰り返されて、現在の死亡率に至っていることが分かる。ただし、1996～2004年の平均改善率のグラフは他のグラフと比べて形が多少崩れており、死亡率の改善状況に変化があるのかもしれない。これについては、今後の死亡率の推移を注意深く観察していくことが必要であろう。

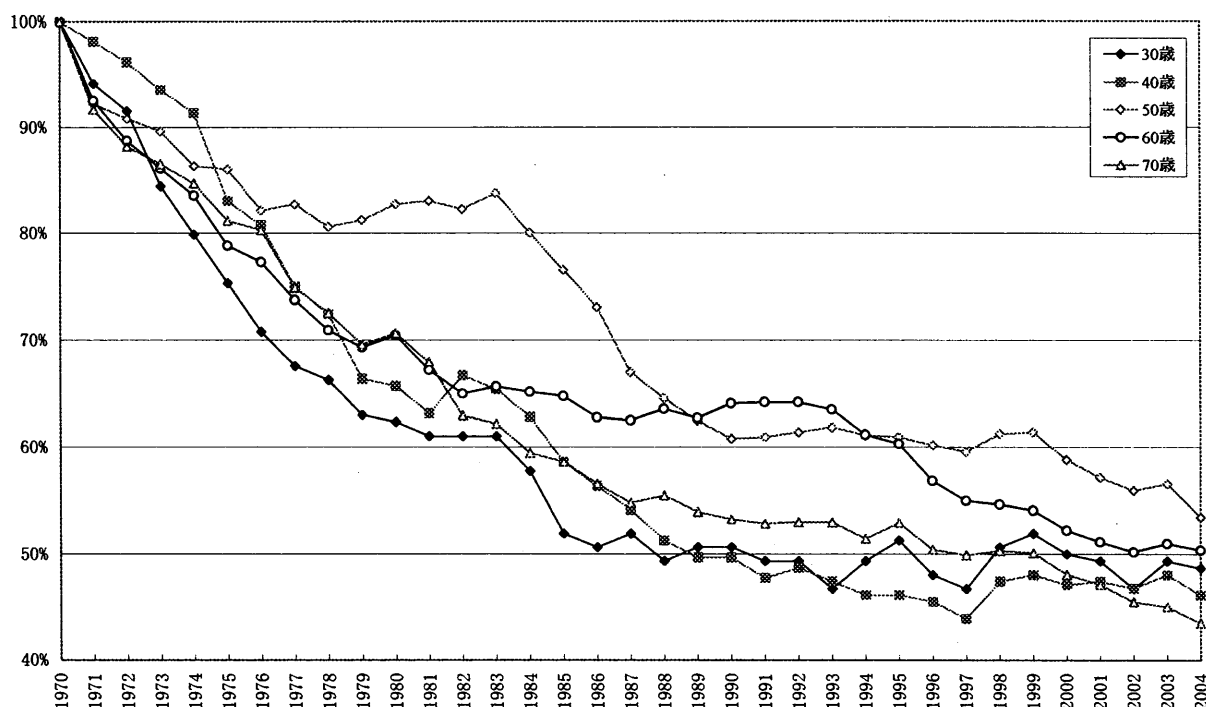


図6 死亡率指数(対1970年)

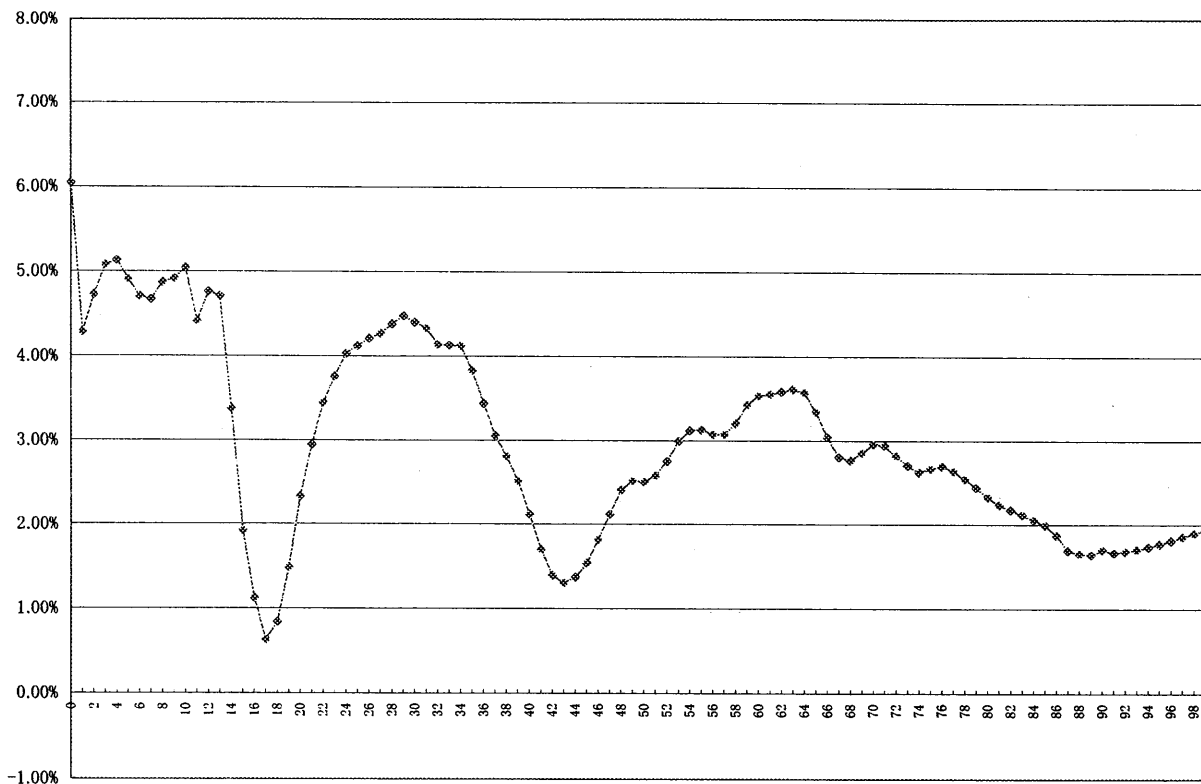


图7 平均改善率(1966-1975)

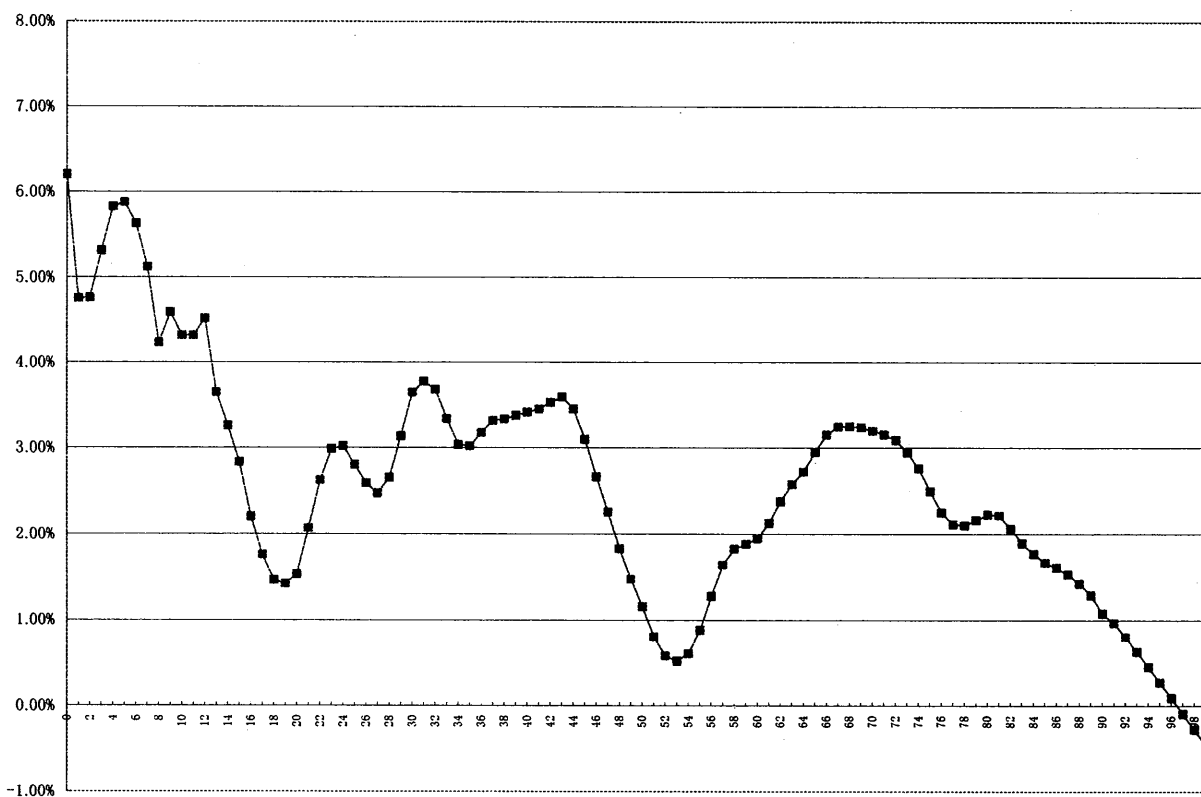


图8 平均改善率(1976-1985)

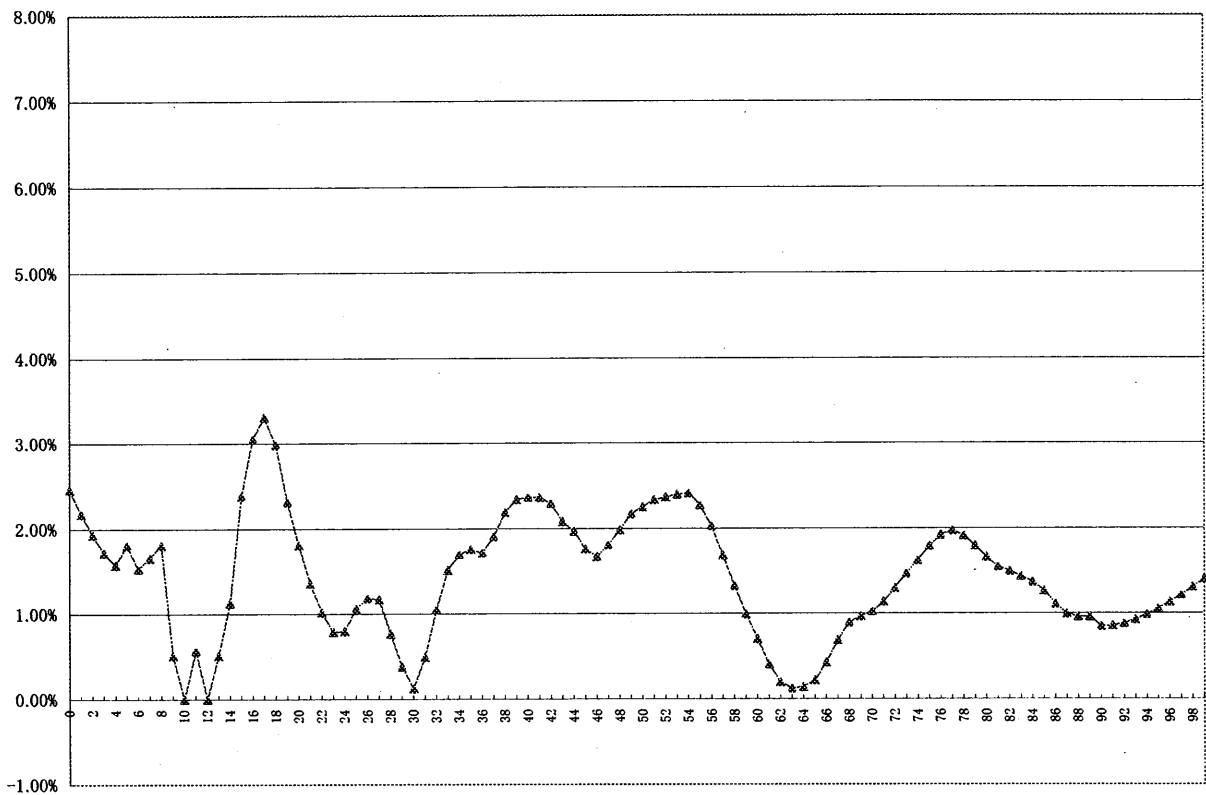


图9 平均改善率(1986-1995)

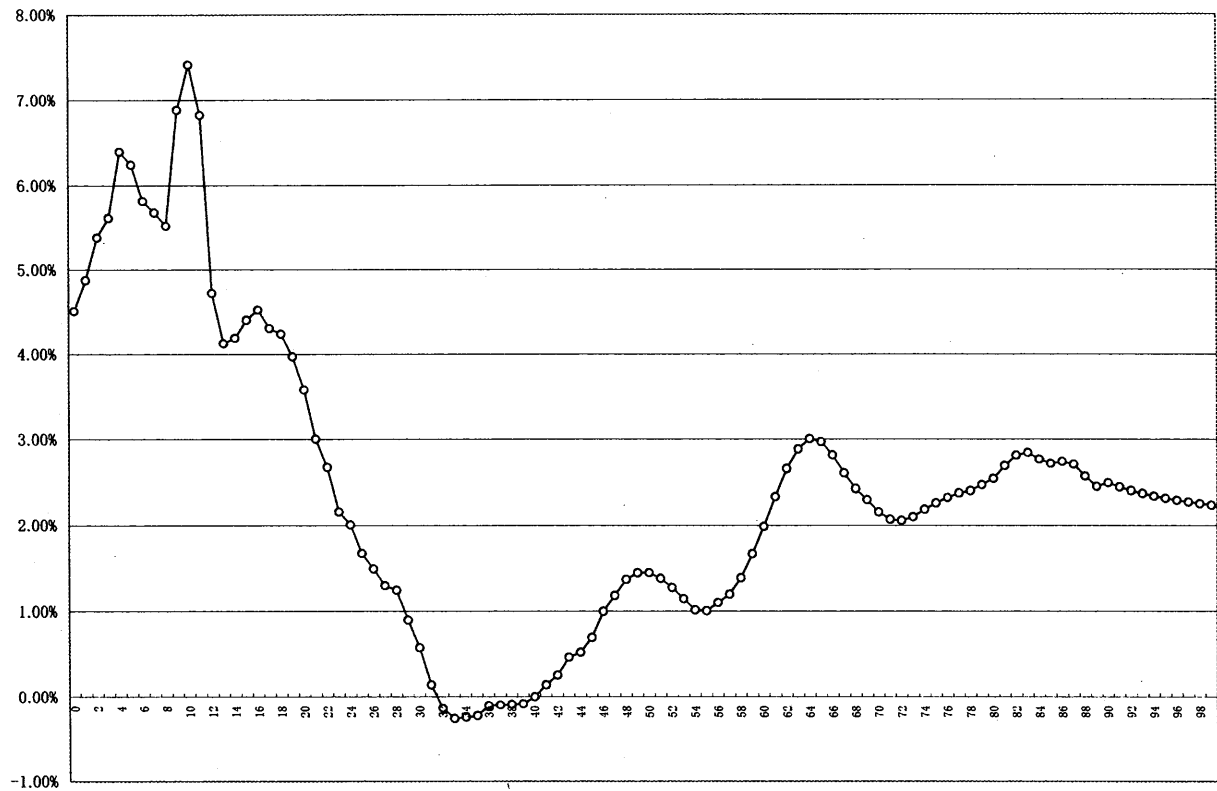


图10 平均改善率(1996-2004)

3.2 Lee-Carter モデルの特性

LCモデルとは 1.で述べたように、過去の死亡率データから基準となる死亡率の対数値 a_x を定め、死亡率の対数値の変化の様子を b_x と k_t に分解し、将来の k_t を推定することにより、将来死亡率を推定するものであった。しかしながら、このモデルは、各年齢における死亡率の変動度合いを表す b_x が時点 t に依らないため、世代間の改善率の差異を反映した将来死亡率の推定ができない。

2.で述べた「日本の将来推計人口」で作成された将来死亡率を例にとると、1965～2000年の死亡率データを使用した結果、図1のように b_x は30歳台を中心に山ができる一方で、80歳以降の高年齢では値が小さくなっている。よって、将来死亡率も30歳台を中心に大きく改善することになる。すなわち、近年の高年齢の死亡率の改善状況を反映させようと k_t の値を小さくしても、高年齢層以上に30歳台の死亡率が小さくなってしまいうのである。

図11は、図2の1965～2000年の平均改善率のグラフに前半20年の平均改善率と後半15年の平均改善率のグラフを重ねて表示したものである。これを見ると前半の20年は30歳と65歳を中心に大きく改善しているが、後半の15年を見ると2つの山が移動し、30歳と65歳の死亡率は他の年齢と比べて相対的に低い改善率となっている。特に30歳においてはほとんど改善していない。結果的に前半20年の影響のほうが大きかったために、1965年から2000年という35年間の平均改善率で見ると、30歳、60歳から70歳を中心に山ができているという結果になっている。

このように、 b_x を時点に依らず年齢ごとに固定し、更に長期間の死亡率データを使用すると、近年の死亡率の改善状況とは異なる死亡率が計算されてしまうことになる。

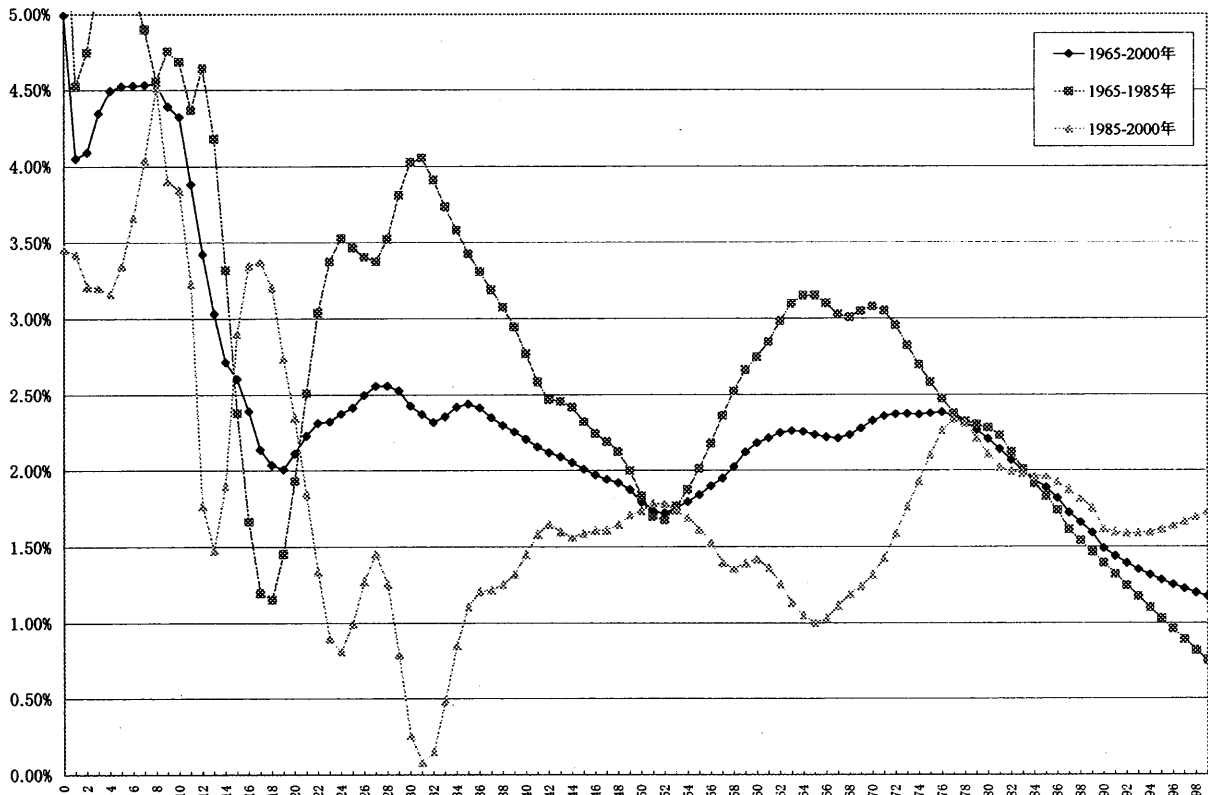


図11 平均改善率(1965-2000年)

図 12 は、LCモデルを使用して 1975～1985 年の死亡率データから 2000 年の死亡率を推定したものである。これを見ると、 b_x が経過に依らず一定となるため、死亡率が改善する年齢と改善しない年齢の差が大きく、歪んだ曲線になっていることが分かる。

図 13 は、「日本の将来推計人口」並みに 1950 年から 1985 年の長期に亘る死亡率データを使用して、2000 年の死亡率を推定した結果を示している。ただし、1961 年以前の簡易生命表は各歳別の死亡率ではないため、隣接する死亡率を線形補間することで、1951 年から 1954 年、1956 年から 1959 年、1961 年の死亡率を代替した。図 13 のグラフを見ると短期間のデータを使用した場合のような歪みは解消されるものの、20～30 歳台と 70 歳以上の高年齢で 19 回表との乖離が大きくなっている。

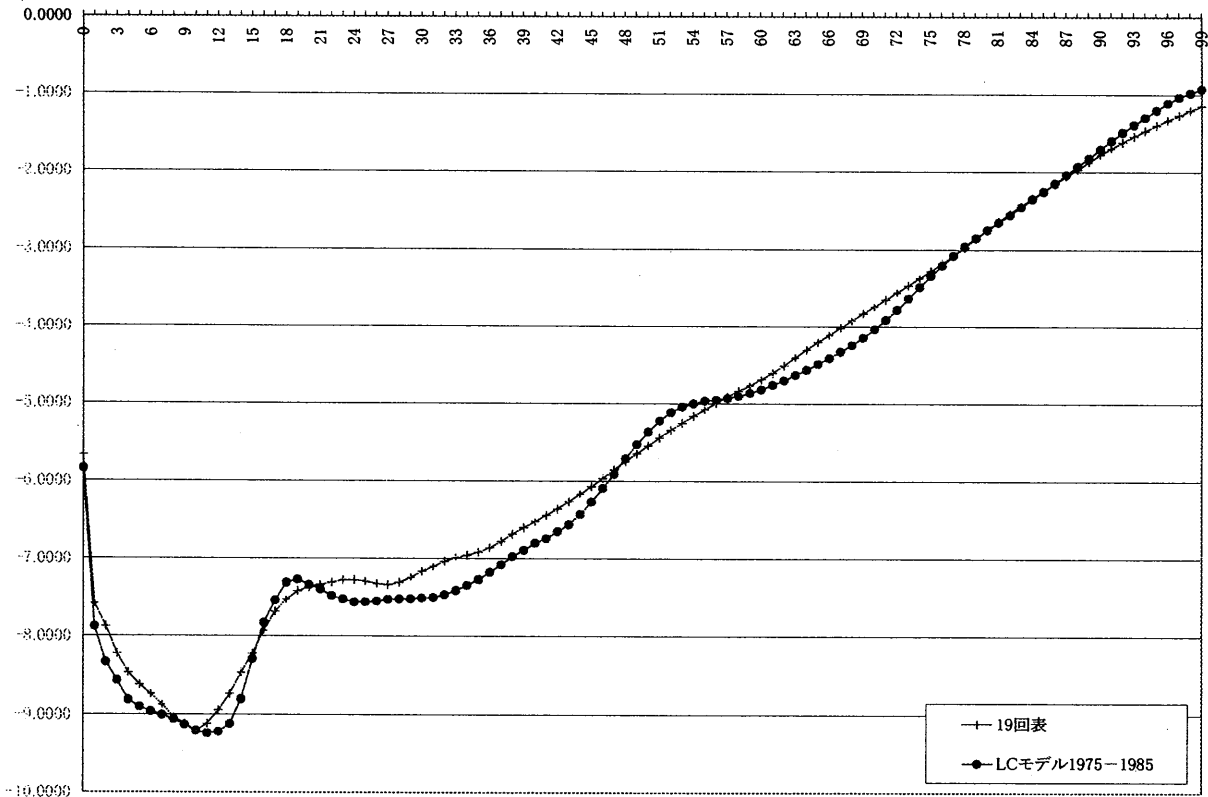


図12 logqx(1975-1985から2000年推定)

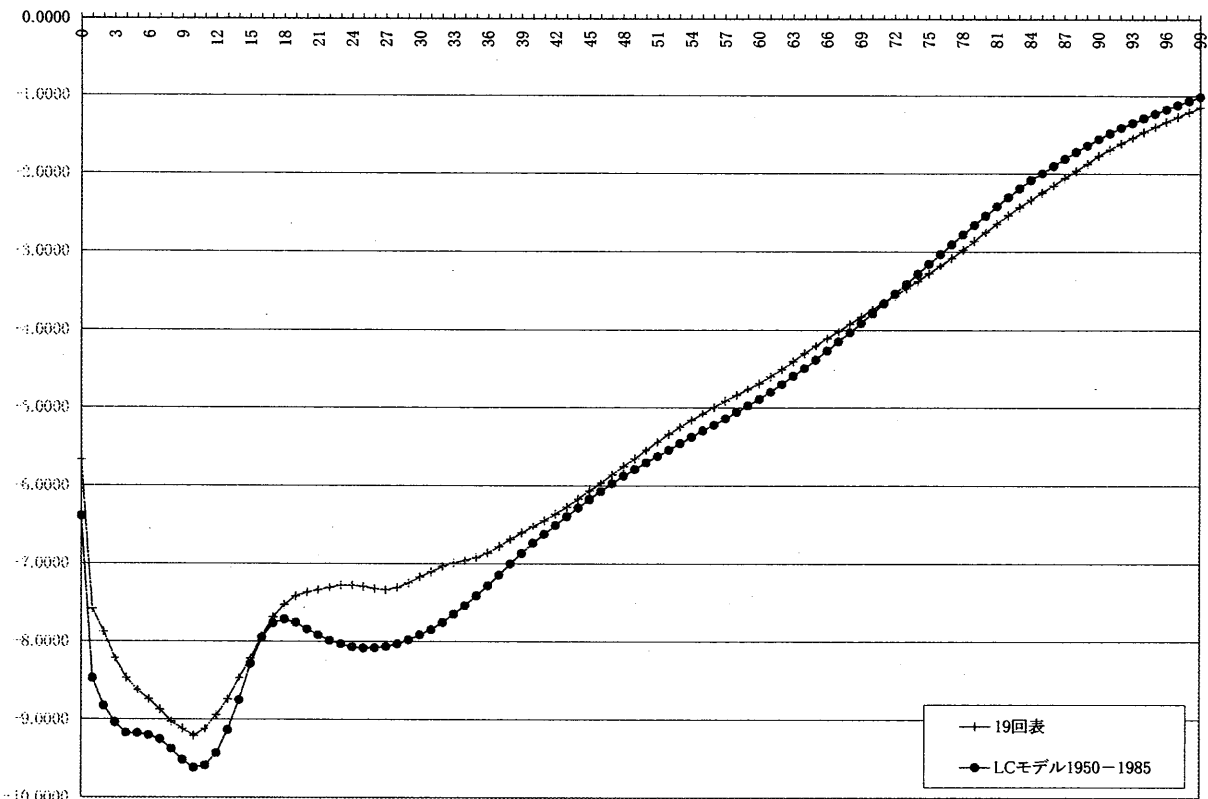


図13 logqx(1950-1985から2000年推定)

4. 世代間の死亡率の改善の違いを考慮した推定

4.1 推定方法

LCモデルは、過去の死亡率データから各年齢における死亡率の変動度合い b_x を決定し、それを将来に渡ってそのまま適用するというものであった。将来の死亡率は別途、死亡率の a_x からの全体的な偏差水準 k_t を定めて推定される。このことからLCモデルは到達年齢に焦点を当てた推定方法であるということができるとであろう。しかしながら、過去の日本人男性の死亡率の改善状況は、前述のように同じ年齢でも世代によって改善度合いが大きく異なり、特に図7~10を見ると、年齢を重ねてもある程度同じような改善状況を維持しているように見える。

よってここでは、到達年齢ではなく生年に焦点を当てて、将来死亡率を推定することを考える。

まず、時点 t において x 歳の人の生年が y 年である場合、すなわち、 $x = t - y$ を満たす場合に、 x 歳の死亡率 $m_{x,t}$ を、

$$m_{x,t} = m'_{y,t} \quad (4.1)$$

と置き換える。次に、 $t-1$ 年から t 年の x 歳の死亡率の減少率を、

$$w_{y,t} = \log m'_{y,t} - \log m'_{y-1,t-1} \quad (4.2)$$

と表す ($1 - w_{y,t}$ が改善率である)。例えば、1999年から2000年の30歳の減少率は、

$$\log m_{30,2000} - \log m_{30,1999}$$

であるが、1999年に30歳の人と2000年で30歳の人々の生年は、それぞれ1969年と1970年であるから、式(4.1)、(4.2)から、

$$\begin{aligned} \log m_{30,2000} - \log m_{30,1999} &= \log m'_{1970,2000} - \log m'_{1969,1999} \\ &= w_{1970,2000} \end{aligned}$$

となる。

この死亡率の減少率 $w_{y,t}$ を、

$$w_{y,t} = \sum_{i=1}^{t'} c_{yi} \cdot l_{ti} + \varepsilon_{y,t} \quad (4.3)$$

というように、生年と時点の要素に分解し、将来における l_{ti} を推定することで将来の $w_{y,t}$ を推定し、更にそれによって将来死亡率を推定するのがここでの目的である。パラメータ c_{yi} 、 l_{ti} と誤差項 $\varepsilon_{y,t}$ は、過去の死亡率データから得られる行列 $W=(w_{y,t})$ を、

$$W = \left(\sum_{i=1}^r s_i \cdot u_{yi} \cdot v_{ti} \right)$$

s_i : 行列 W の特異値で $s_1 \geq s_2 \geq s_3 \geq \dots \geq s_r$

r : 行列 W の階数

(u_{yi}) : 行列 W の左特異値ベクトル

(v_{ti}) : 行列 W の右特異値ベクトル

のように特異値分解した結果を利用して、

$$c_{yi} = s_i \cdot u_{yi}, \quad l_{ti} = v_{ti}, \quad \varepsilon_{x,t} = \sum_{i=r'+1}^r s_i \cdot u_{yi} \cdot v_{ti}$$

$$1 \leq r' \leq r$$

とする。

今、基準となる時点 t_0 において x 歳の人の生年を y_0 とすると($x=t_0-y_0$)、時点 t における x 歳の死亡率は以下の算式で計算される。

$$\begin{aligned} \log m_{x,t} &= \log m_{x,t_0} + \sum_{s=t_0+1}^t (\log m_{x,s} - \log m_{x,s-1}) \\ &= \log m'_{y_0,t_0} + \sum_{s=t_0+1}^t (\log m'_{y_0-t_0+s,s} - \log m'_{y_0-t_0+s-1,s-1}) \\ &= \log m'_{y_0,t_0} + \sum_{s=t_0+1}^t w_{y_0-t_0+s,s} \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.2 過去の死亡率データを使用した場合の2000年死亡率の推定

ここでは、1985年時点に遡って、それまでの死亡率データを使用して2000年の死亡率を推定する。具体的には1975年から1985年の簡易生命表

および完全生命表を 4.1 で述べたモデル（以下、修正モデルと言う）に適用した。1975 年から 1985 年という短期間のデータを使用するのは、直近の死亡率の状況をより反映させるためである。

表 2 は、行列 W の固有値と寄与率である。第 1 成分の寄与率は 24.8% とかなり小さい。よってここでは、表 1 の第 1 成分の寄与率(59.8%)並みに累積寄与率を上昇させるため、 $r'=4$ として推定を行うこととする（すなわち

$$w_{y,t} = \sum_{i=1}^4 c_{yi} \cdot l_{ti}。$$

図 14 は、 l_{ti} のグラフである。使用するデータの期間が 10 年と短いため傾向をつかむことは難しいが、ある程度一定の水準を保っているように見える。よって、 $l_{1976,1}$ から $l_{1985,1}$ までの平均値を、将来の l_{ti} として適用することとした。LCモデルにおいて k_t を一次直線と仮定したこととも平仄が取れている。 l_{t2} から l_{t4} についても同様とした。すなわち、 $w_{y,t}$ は時点 t に依らず、各生年ごとに一定値となる。

図 15 は、 $w_{y,t}$ のグラフである（上記のとおり t には依らない。 c_{yi} については、LCモデルの場合と同様に 5 歳平均で平滑化している）。これを見ると、ちょうど図 8 の死亡率の平均改善率のグラフと横軸に線対称な形状をしていることが分かる。図 7~10 を見ると 20 歳台より若い年齢については世代ごとに死亡率の改善具合が異なるといった現象が見られないことから、1961 年以降に生まれた人の $w_{y,t}$ を一定として将来死亡率の計算を行った。1977 年以降生まれの人（すなわち、「これから生まれる人」）についてもこの一定値を適用することとした。

図 16 は、図 12 に修正モデルで推定した死亡率を加えたものである。修正モデルについては、高年齢において概ね 19 回表に沿った形状をしている一方で、30~40 歳台においては実際の改善率が小さかったため 19 回表と修正モデルとの差が大きくなっている。

i	固有値	寄与率(%)	累積寄与率(%)
1	1.1	24.8	24.8
2	0.6	14.8	39.6
3	0.6	13.0	52.6
4	0.4	10.2	62.8
5	0.4	10.0	72.8
6	0.3	7.6	80.4
7	0.3	7.1	87.5
8	0.2	5.1	92.6
9	0.2	4.0	96.6
10	0.1	3.4	100.0

表 2 行列 Z の固有値と寄与率(死亡率データ 1975~1985 年)

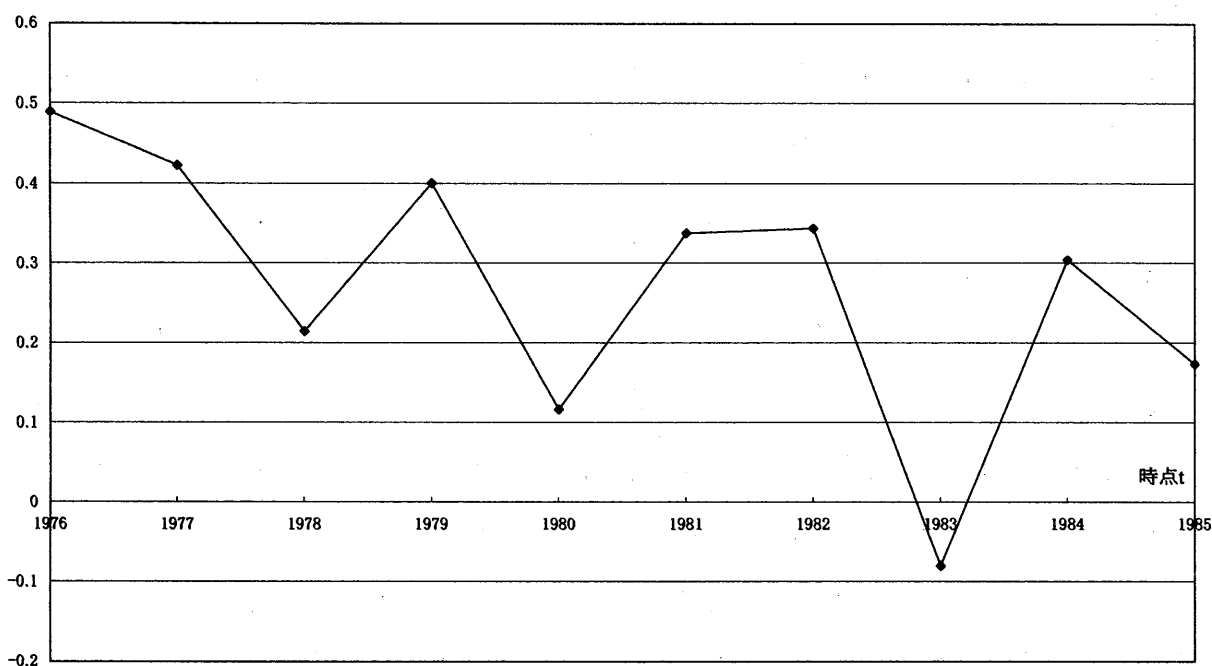


図 14 λ1

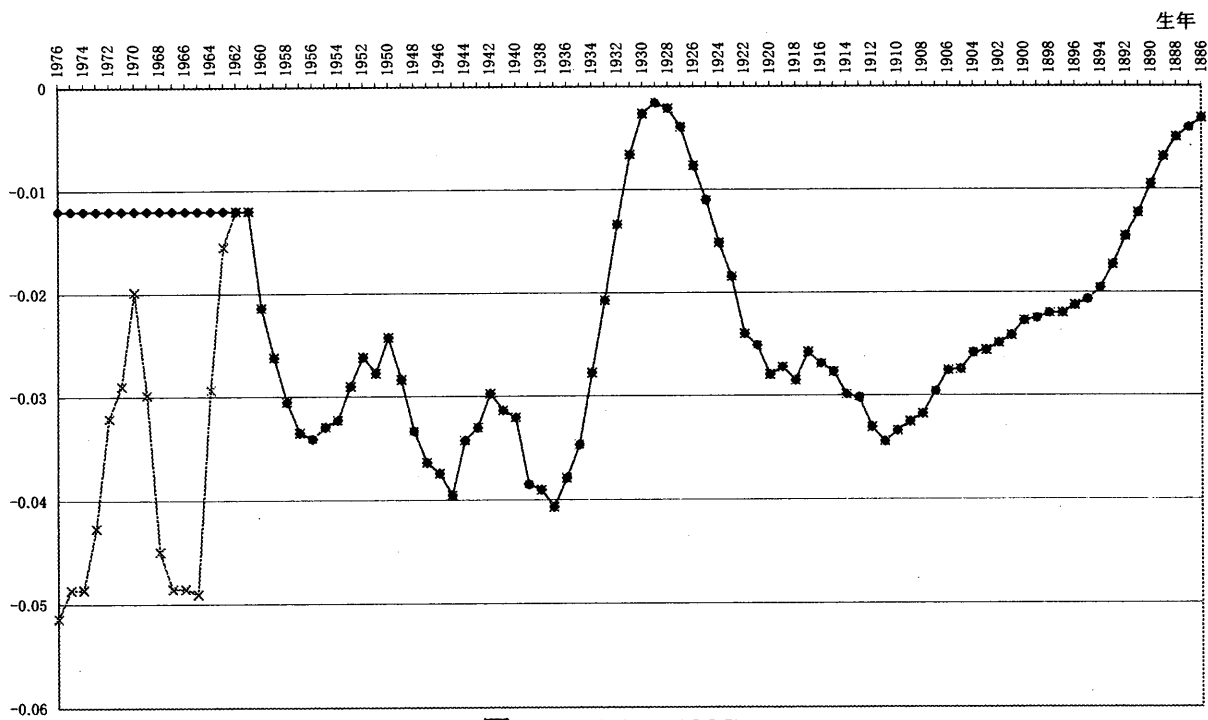


図15 $w_{y,t}$ (1975-1985)

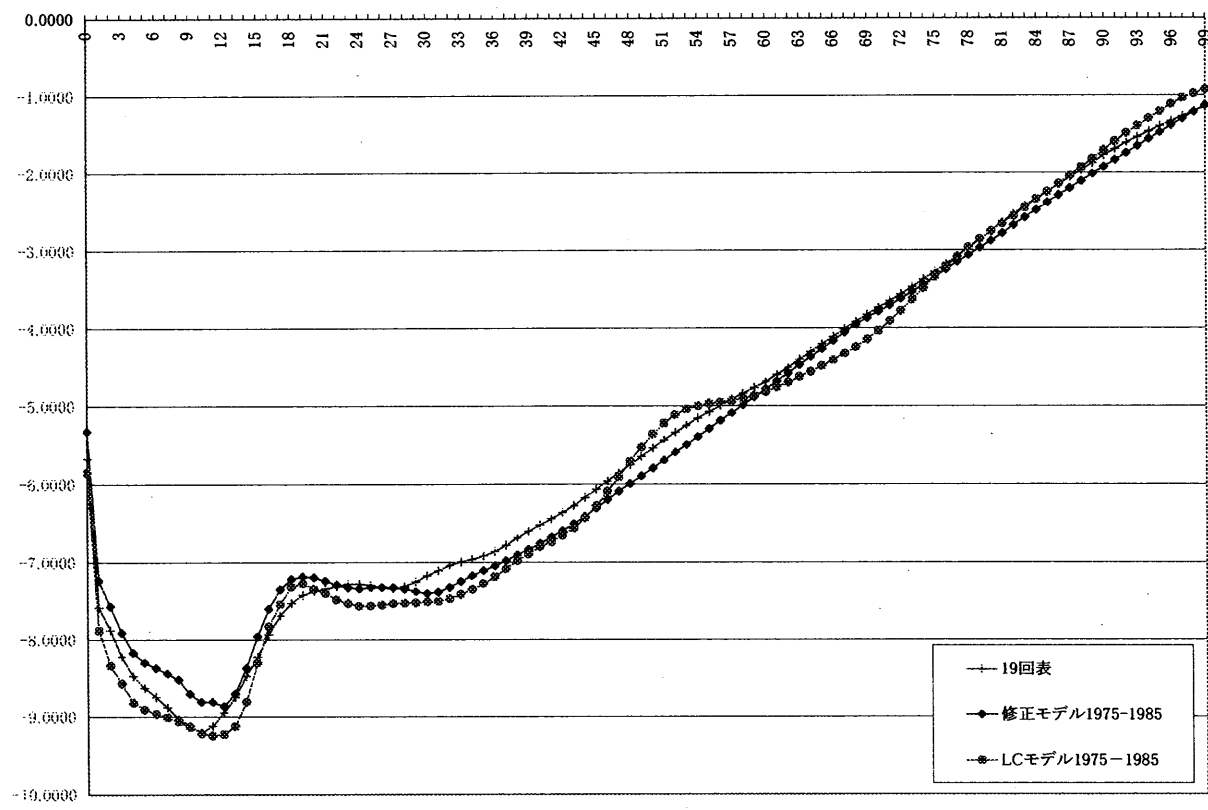


図16 $\log q_x$ (1975-1985から2000年推定)

4.3 将来死亡率の推定

次に、修正モデルを使用して 2050 年の将来死亡率の推定を行い、LC モデルとの比較を行う。日本人男性の死亡率の改善状況は図 6 で示したように、30 歳の死亡率は 1980 年代半ばから、40 歳の死亡率は 1990 年代前半から死亡率の水準は横ばいとなっている一方で、50 歳以降の年齢については依然として改善が続いている状況である。このような状況を踏まえ、今後も 30,40 歳台についてはあまり死亡率の改善は見られず、50 歳台以降の高年齢についても次第に改善幅が抑制されていくといった予測のもとで推定を行った。推定方法は 1995 年から 2004 年の簡易生命表および完全生命表を使用した以外は 4.2 と同様である。

図 17 は、 $w_{y,t}$ のグラフである。グラフにあるように 1963 年以降生まれの人の $w_{y,t}$ 一定としている。

図 18 は、得られた $w_{y,t}$ をもとに 2050 年の将来死亡率を推定したものと 2. の LC モデルによる推定死亡率を比較したグラフである。1963 年生まれの人は 2004 年時点で 41 歳であるから、修正モデルにおいて、41 歳以下の年齢については 2004 年簡易生命表からほとんど改善せず、また、41 歳より高年齢については、41 歳の人在今后各年齢に達するまでの期間（例えば、80 歳であれば 39 年間）だけ死亡率が改善している。

このため、修正モデルによる推定死亡率は、30,40 歳台では LC モデルより死亡率が高くなっている一方で、60 歳以上の高年齢においては逆に LC モデルより死亡率が低くなっている。また、「日本の将来推計人口」で使用している死亡率と同じデータを使用し、かつ、 k_t が直線で推移すると仮定した場合の将来死亡率も合わせて表示している。この死亡率は、全体的に死亡率はかなり低いものとなっているが、それでも、高年齢においては修正モデルよりも高くなっている。これは近年の高年齢における死亡率の改善、すなわち世代間の改善率の違いが反映された結果であると考えられる。

図 19 では、1995～2004 年の死亡率データを使用した LC モデルによる将来死

亡率を示している。LCモデルでは使用するデータの期間が短いと、図12と同様に大きく歪んだ曲線になってしまう。

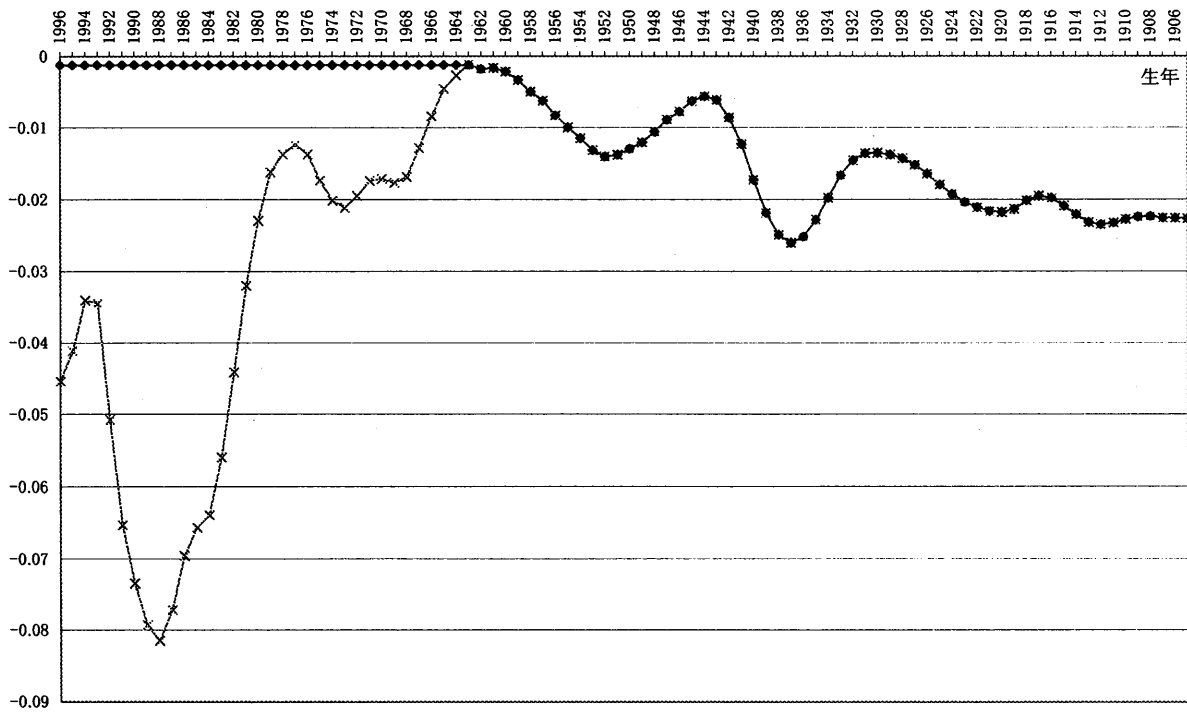


図17 wy,t(1995-2004)

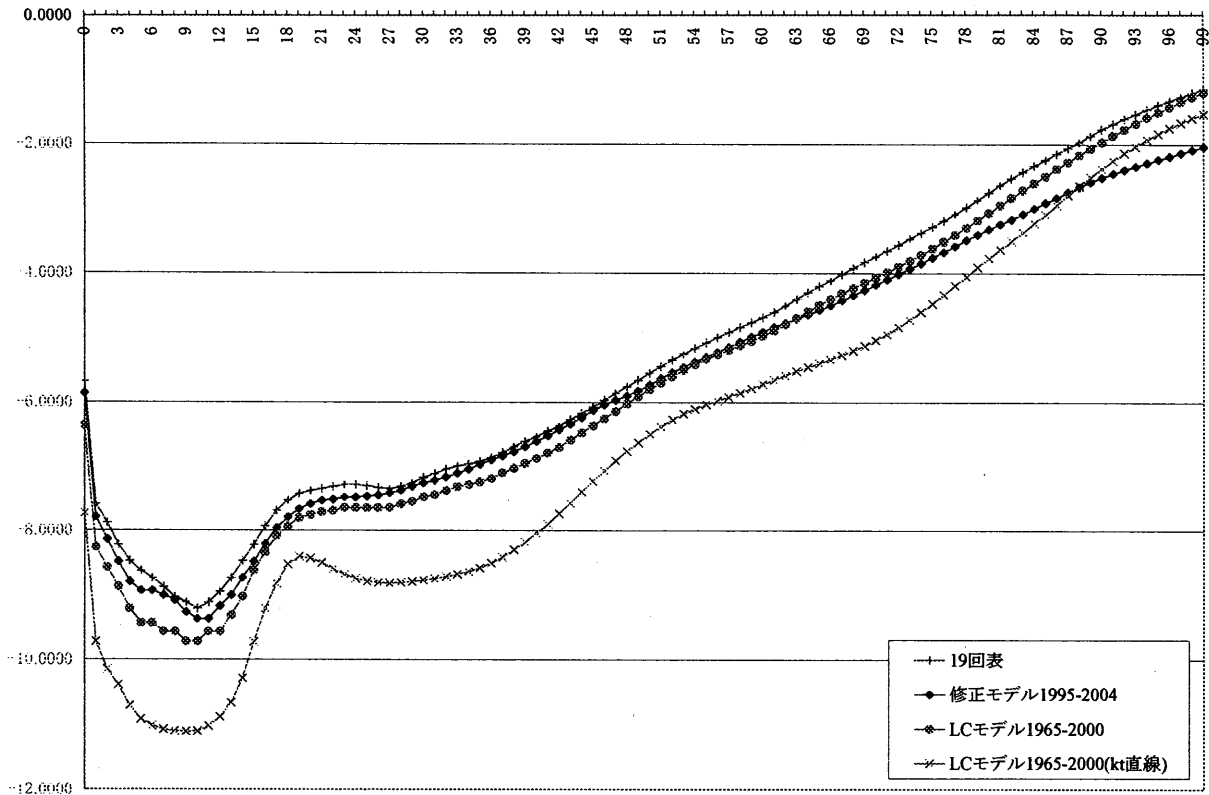


図18 logqx(1995-2004から2050年推定)

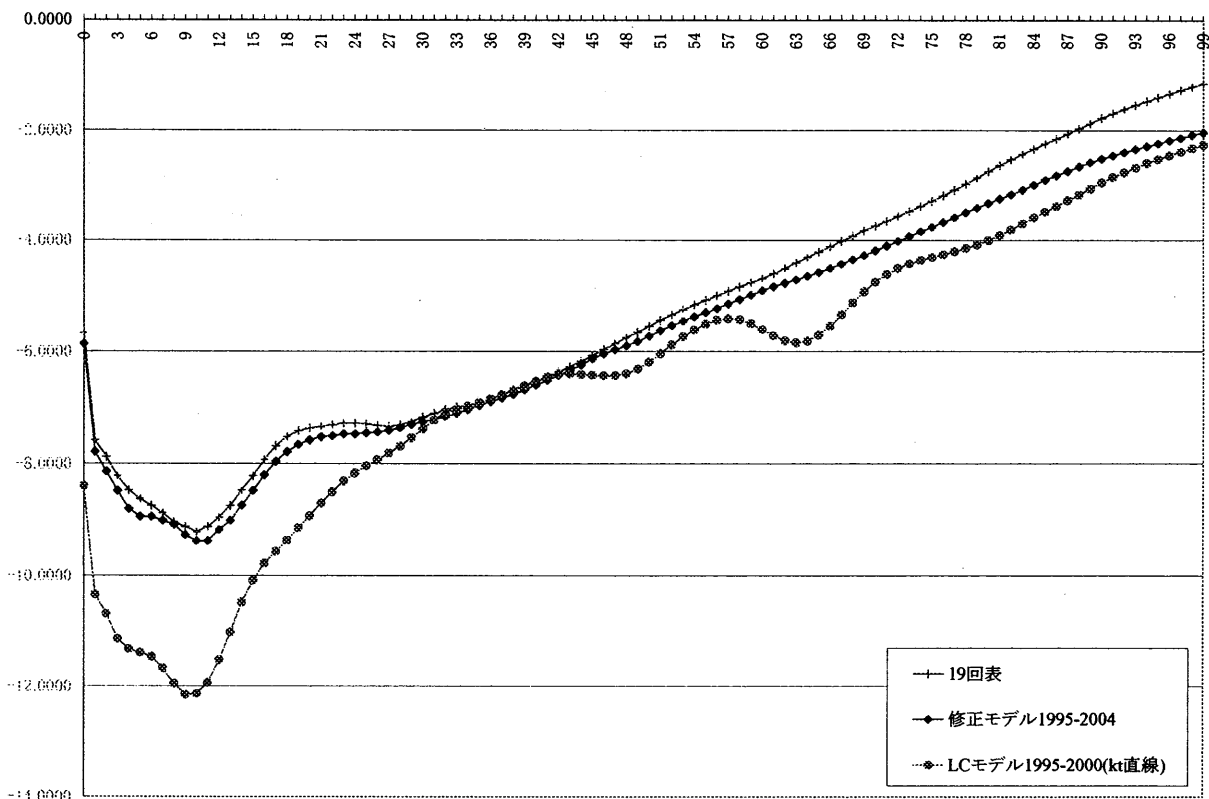


図19 logqx(1995-2004から2050年推定)

4.4 修正モデルの課題点等

最後にここで使用した修正モデルの課題点等を挙げておく。

1 つ目は、計算手順を見れば明らかであるが、ある年齢について死亡率を推定する場合には、基準となる年においてその年齢に達していない若い世代の死亡率の改善状況を調べる必要があるが、若年齢層の死亡率データについて長期間観察することには限界があるということである。このことから上記の修正モデルは高年齢層に焦点を当て、かつ、比較的近い将来の死亡率についての推定方法であるということができる。したがって若年齢の推定や、より長期間の推定については、別途手法を考える必要があるだろう。

2 つ目は、「直近の改善傾向を反映すること」と「推定死亡率のぶれ」とは相反する関係にあるということである。図 7~10 の死亡率の平均改善率のグラフは、時間が経つに従って、山と谷が右に移動していくが、その高さについてはぶれがある。このため短期間の死亡率データを使用すると、使用したデータの時期によっては、概ね同じような形状を示すものの、推定死亡率の水準が上下にぶれてしまう結果になる。このぶれを少しでも緩和しようと、長期間の死亡率データを使用すれば、直近の改善傾向を反映できなくなってしまう可能性がある。また、長期間の死亡率データを使用することは、1 つ目の課題を増幅させる。すなわち、死亡率のデータが存在しない人（すなわち観察時点から推定する将来時点までの間に生まれる人）が多くなり、意味のある推定ができないおそれがある。

また、LC モデルと比較すると、使用した行列の固有値の第 1 成分の寄与率が LC モデルの方が大きくなっている。修正モデルで高年齢についてより長期間のデータを使用した場合でも寄与率は多少上昇する程度であり、使用しているデータの数の問題だけというわけではないようである。3. で挙げた LC モデルの問題点のとおりに、過去の死亡率との適合性と将来の死亡率推定とは別の問題であるが、LC モデルの方が、より簡潔なモデルで過去の死亡率と適合させることができる、と言えるであろう。

5. おわりに

本論文ではLCモデルをもとに、中高年齢層の世代間の改善率の違いという1つの要素を反映させたモデルを構築し、将来死亡率の推定を行った。このモデルを使用した将来死亡率の推定では、過去からの死亡率の改善状況を観察し、将来の死亡率の改善について一定の前提を置き、それに沿った修正を行っている。このように死亡率の推定は、推定する上での前提の置き方によって結果が大きく異なるため、その前提を決定するプロセスは、最も重要な要素の1つであると考えられる。

今回の推定では、直近の死亡率の状況から、今後30,40歳台では改善は見られず、50歳台以上の年齢については世代ごとの死亡率の改善が継続するという前提のもとで推定を行った。しかしながら、図10の直近の死亡率の改善状況を見てみると、それまでの改善状況とは多少異なった形状をしているように見える。これがその期間だけの特別な原因によるものであり今後も世代に依存した改善を示すのか、それとも今後は今までのような改善を示さないのかは、将来死亡率推定を行う上での前提に大きく影響するため、本論文の推定に限らず、他の手法による推定にとっても重要な問題であろう。死亡率の改善が図10のような形状を示した原因について調査、分析することは今後の課題である。

さらに本論文では男性の死亡率のみの推定になっているが、女性の死亡率の推定方法についても研究が必要である。女性の死亡率を観察すると、男性と同様に大きく改善を示す年齢が年々高年齢に移動しているが、一方で、世代間による改善状況の違いが男性ほど顕著に現れておらず、男性死亡率とは異なる観点からの分析が必要となるだろう。

死亡率に影響を与える要因は、医療技術の進展、食習慣等の生活様式の変化、経済環境の変化等、非常に多岐にわたるため、将来死亡率を正確に予測することはかなり困難であると思われる。しかしながら、過去の死亡率を分析し、将来死亡率推定モデルを構築・発展させていくことは保険会社の商品開発やリスク管理において非常に重要なことであり、今後も上記の課題等も踏まえ、死亡率に影響を与える要因分析と将来死亡率推定モデルの飽くなき探求が必要であろう。

以上

(第一生命保険相互会社・主計部)

[参考文献]

- [1] Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992).“Modeling and forecasting U.S. mortality,” Journal of the American Statistical Association, 87, 659-671.
- [2] Masakazu Ozeki(2005).“Application of Mortality Models to Japan”
http://library.soa.org/library-pdf/m-li05-1_XIV.pdf
- [3] 国立社会保障・人口問題研究所(2002)「日本の将来推計人口(平成14年1月推計)」
- [4] 小暮厚之・長谷川知弘(2005)「将来生命表と統計モデリング:Lee-Carter法とその拡張ーヒューマンセキュリティへの基盤研究ー」
<http://coe21-policy.sfc.keio.ac.jp/ja/wp/WP71.pdf>

Study on future mortality rate estimation

Katsura Oikawa

According to National Institute of Population and Social Security Research, it is estimated that the population of Japan will decrease from 127 million in 2001 to 101 million in 2050, and the percentage of people over 65 will increase from 18% to 36%. This the percentage is increasing at this point of time.

The percentage of older people is increasing because of the dropping birthrate of newborns and the improvement of mortality rates at higher ages. It is very important for the market strategy and risk management of insurance companies to study the future trends in mortality rate, especially at higher ages.

In this thesis, I analyze the Lee-Carter model, which is relatively easy to use as the assumption model of future mortality rates, and apply this model to Japanese mortality rates.