年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。
- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年１回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各５点（計３０点）

（１）定常人口に達している年金制度 A 、B の被保険者数は等しく、脱退率（脱退には加入中の死亡を含む）はともに $q_x = \dfrac{1}{60-x}$　$(x<60)$ に従っている。年金制度 A 、B の加入年齢がそれぞれ 20 歳、30 歳であり、年金制度 A の 30 歳の被保険者数 $l_{30} = 2{,}790$ であるとき、年金制度 B の 30 歳の被保険者数に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）3,720　（Ｂ）3,870　（Ｃ）4,020　（Ｄ）4,170　（Ｅ）4,320
（Ｆ）4,470　（Ｇ）4,620　（Ｈ）4,770　（Ｉ）4,920　（Ｊ）5,070

（２）保険料と給付が年１回期初払いであり、予定利率 i は 2.0% である年金制度が、n 年度末で定常状態にあるものとする。この年金制度において、$n+1$ 年度から $n+t$ 年度までの運用利回り j が毎年 4.0% であった結果、$n+t$ 年度末の積立金が n 年度末の積立金の 1.09 倍を上回った。これを満たす整数 t で最小のものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、運用利回りが予定利率を上回ることを除き、実績は計算基礎率どおり推移しているものとする。

（Ａ）1　（Ｂ）2　（Ｃ）3　（Ｄ）4　（Ｅ）5
（Ｆ）6　（Ｇ）7　（Ｈ）8　（Ｉ）9　（Ｊ）10

（３）Trowbridge モデルの年金制度において、定常人口を仮定するものとする。次の①～④について正しいものの組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。

① 開放基金方式において、未積立債務の償却を永久償却（未積立債務の予定利息相当分のみを償却）とした場合には、標準保険料と特別保険料の合計は開放型総合保険料方式の保険料と同じとなる。

② 定常状態が成立しているとき、完全積立方式における積立金は受給権者、在職中の被保険者の給付現価の合計であり、考えられる財政方式のなかで積立金の水準は最も高いものとなる。

③ 到達年齢方式で標準保険料を総合保険料方式に基づいて算定した場合の n 年度の標準保険料は、初年度の保険料から初期の未積立債務を全て償却した場合の n 年度の積立金と単位積立方式の定常状態における積立金の差額に対応する保険料を差し引いたものとなる。

④ 加入年齢方式の方が開放基金方式よりも標準保険料が大きいといえる。

（Ａ）①	（Ｂ）②	（Ｃ）③	（Ｄ）④
（Ｅ）①と②	（Ｆ）①と③	（Ｇ）①と④	（Ｈ）②と③
（Ｉ）②と④	（Ｊ）③と④	（Ｋ）①と②と③	（Ｌ）①と②と④
（Ｍ）①と③と④	（Ｎ）②と③と④	（Ｏ）①と②と③と④	（Ｐ）全て正しくない

（4）Trowbridge モデルの年金制度を加入時積立方式で運営した場合と、平準積立方式で運営した場合の、定常状態における積立金を考える。「加入時積立方式による積立金から平準積立方式による積立金を控除した額」を表す算式を選択肢の中から2つ選びなさい。なお、${}^{L}P$ は平準積立方式における標準保険料、$l_x^{(T)}$ は脱退残存表における x 歳 $\left(x_e \le x < x_r\right)$ の被保険者数を表すものとする。

（A）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)}\,{}^{L}P}{D_x}\left(\sum_{y=x_e+1}^{x_r-1} D_y - \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)$

（B）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)}\,{}^{L}P}{D_x}\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y - \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)$

（C）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)}\,{}^{L}P}{D_{x_e}}\left(\sum_{y=x_e+1}^{x_r-1} D_y - \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)$

（D）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)}\,{}^{L}P}{D_{x_e}}\left(\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y - \sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\right)$

（E）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P\sum_{y=x_e+1}^{x-1}\frac{D_y}{D_x}\right)$

（F）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P\sum_{y=x_e}^{x-1}\frac{D_y}{D_x}\right)$

（G）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} - {}^{L}P\sum_{y=x_e+1}^{x-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}\right)$

（H）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\left(\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} - {}^{L}P\sum_{y=x_e}^{x-1}\frac{D_y}{D_{x_e}}\right)$

（I）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x}\times\frac{N_x - N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}}$

（J）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_x}\times\frac{N_{x_e} - N_x}{N_{x_e} - N_{x_r}}$

（K）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_{x_e}}\times\frac{N_x - N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}}$

（L）$\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)}\frac{N_{x_r}}{D_{x_e}}\times\frac{N_{x_e} - N_x}{N_{x_e} - N_{x_r}}$

（５）定年退職者のみに対して年金額１（年１回期初払い）を60歳から生存、死亡に関わらず５年間支払う年金制度がある。この年金制度において、予定利率および予定脱退率を下表のとおり変更した場合、「変更後の標準保険料率÷変更前の標準保険料率」の値として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

なお、脱退には加入中の死亡を含み、予定利率および予定脱退率以外の計算基礎率等は変更がないものとする。また、必要であれば、予定利率5.0%の年１回期初払い５年確定年金現価率は4.54595、予定利率2.0%の年１回期初払い５年確定年金現価率は4.80773を使用しなさい。

＜表＞

計算基礎率	変更前	変更後
予定利率	5.0%	2.0%
予定脱退率	定年年齢以外の全ての年齢で3.4%	定年年齢以外の全ての年齢で8.2%

＜予定利率および予定脱退率以外の計算の前提＞

・　財政方式は加入年齢方式を採用
・　加入年齢は55歳、定年年齢は60歳
・　保険料は年１回期初払い
・　定年退職以外の脱退は年１回期央、定年退職は期末にそれぞれ発生

（A） 0.91　（B） 0.93　（C） 0.95　（D） 0.97　（E） 0.99
（F） 1.01　（G） 1.03　（H） 1.05　（I） 1.07　（J） 1.09

（６）定年退職者に対し、定年時給与を年金額とする終身年金を年１回期初に支払う２つの年金制度 A 、B を考える。いずれの年金制度も財政方式は加入年齢方式とするとき、次の①～④について正しいものの組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、記載していない前提については年金制度 A 、B で同一であるものとし、また、各記号の意味は次のとおりとする。

x_e ：加入年齢、x_r ：定年年齢、

l_x^A ：年金制度 A の x 歳の被保険者数、b_x^A ：年金制度 A の x 歳の給与指数、

l_x^B ：年金制度 B の x 歳の被保険者数、b_x^B ：年金制度 B の x 歳の給与指数

① $\begin{cases} l_x^A = l_{x_e} - k^A(x - x_e) \\ l_x^B = l_{x_e} - k^B(x - x_e) \end{cases}$ 、ただし、$k^A > k^B > 0$ （共に固定値）、$b_x^A = b_x^B \quad (x_e \le x \le x_r)$

が成り立つ場合、標準保険料率は年金制度 A の方が高い。

② $\begin{cases} l_x^A = l_x^B & (x = x_e, x_r) \\ l_x^A < l_x^B & (x_e < x < x_r) \end{cases}$ 、ただし、$b_x^A = b_x^B \quad (x_e \le x \le x_r)$

が成り立つ場合、標準保険料率は年金制度 A の方が高い。

③ $\begin{cases} b_x^A = \alpha(x - x_e) + b_{x_e} \\ b_x^B = \beta\alpha(x - x_e) + b_{x_e} \end{cases}$ 、ただし、$1 < \alpha$ 、$1 < \beta$ 、$l_x^A = l_x^B \quad (x_e \le x \le x_r)$

が成り立つ場合、標準保険料率は年金制度 A の方が高い。

④ $\begin{cases} b_x^A = \alpha(x - x_e) + b_{x_e} \\ b_x^B = \begin{cases} \beta\alpha(x - x_e) + b_{x_e} & (x_e \le x \le x_T) \\ b_{x_r}^A & (x_T < x \le x_r) \end{cases} \end{cases}$ 、ただし、$1 < \alpha$ 、$1 < \beta$ 、$l_x^A = l_x^B \quad (x_e \le x \le x_r)$

が成り立つ場合、標準保険料率は年金制度 A の方が高い。

（A）①	（B）②	（C）③	（D）④
（E）①と②	（F）①と③	（G）①と④	（H）②と③
（I）②と④	（J）③と④	（K）①と②と③	（L）①と②と④
（M）①と③と④	（N）②と③と④	（O）①と②と③と④	（P）全て正しくない

余白ページ

問題２． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各６点（計３６点）

（１） 60 歳支給開始、年６回期末払い、15 年間の保証期間中は生死に関わらず給付を支払い、保証期間後に死亡した場合には死亡した日の属する月まで給付の支払いが行われる保証期間付終身年金がある。この保証期間付終身年金は、年金額を毎期一定額とする受け取り方と、保証期間中のみ１年経過するごとに 4.0% ずつ年金額が増加する受け取り方を選択できるものとする。なお、後者の受け取り方における保証期間経過後の１年あたりの年金額は、前者の受け取り方における１年あたりの年金額と同額とする。また、必要であれば次の数値を使用しなさい。

・ 予定利率：$i = 4.0\%$

・ 年金現価率：$\ddot{a}_{\overline{15}|} = 11.56312$ 、$a_{\overline{15}|} = 11.11839$ 、$a^{(6)}_{\overline{1}|} = 0.97744$

・ 計算基数

x （歳）	D_x	N_x	C_x	M_x	$\overline{M}_x$
60	9,506	157,362	91	3,454	3,522
75	4,315	54,564	83	2,216	2,260

① 60 歳時点の年金現価を1,000 万円とし、年金額を毎期一定額とする受け取り方を選択した場合の１年あたりの年金額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A） 53.5 万円　（B） 55.0 万円　（C） 56.5 万円　（D） 58.0 万円　（E） 59.5 万円
（F） 61.0 万円　（G） 62.5 万円　（H） 64.0 万円　（I） 65.5 万円　（J） 67.0 万円

② 60 歳時点の年金現価を1,000 万円とし、保証期間中のみ１年経過するごとに 4.0% ずつ年金額が増加する受け取り方を選択した場合の初年度の１年あたりの年金額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、期中では年金額は増加しないものとする。

（A） 41 万円　（B） 42 万円　（C） 43 万円　（D） 44 万円　（E） 45 万円
（F） 46 万円　（G） 47 万円　（H） 48 万円　（I） 49 万円　（J） 50 万円

（２）定年退職者に対して定年時給与に比例した終身年金を支払うある年金制度を考える。この年金制度において n 年度末に財政再計算を行ったところ、下表の諸数値が得られた。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①～③の各問に答えなさい。

また、必要であれば $1.02^{40}=2.20804$ 、$1.03^{40}=3.26204$ を使用しなさい。

＜計算の前提＞

- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 加入年齢は 20 歳、定年年齢は 60 歳
- n 年度末財政再計算時点では定常人口である
- 予定脱退率は過去から定年年齢以外の全ての年齢で $1-\dfrac{1}{1.03}$ （脱退には加入中の死亡を含む）であり、実績も予定どおり推移している
- 予定昇給率は過去から定年年齢以外の全ての年齢で 3.0% であり、実績も予定どおり推移している
- 新規加入者の加入時給与総額（新規加入者の全員分）の見込みは過去から 100,000 であり、実績も見込みどおり推移している
- 予定利率は 2.0%
- 標準保険料、特別保険料ともに給与に比例した方式とする
- 脱退、昇給、新規加入、保険料の払い込みは年度初に発生し、その順は「脱退→昇給→新規加入→保険料の払い込み」とする

n 年度末財政再計算後の諸数値	金額
受給権者の給付現価	1,000,000
加入年齢で加入する新規加入者の加入時の給付現価（新規加入者の全員分）	45,289
積立金	2,000,000

① 財政再計算後の標準保険料率は $\boxed{a}.\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ となる。空欄 a から d のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、標準保険料率は小数点以下第４位を四捨五入して算定しなさい。

② この年金制度全体の財政再計算後の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、責任準備金の算定には、①で解答した標準保険料率（四捨五入後の数値）を使用しなさい。

（Ａ）1,800,000　（Ｂ）2,000,000　（Ｃ）2,200,000　（Ｄ）2,400,000　（Ｅ）2,600,000
（Ｆ）2,800,000　（Ｇ）3,000,000　（Ｈ）3,200,000　（Ｉ）3,400,000　（Ｊ）3,600,000

③ 財政再計算においては、$n+1$年度以降も定常人口が続くものと見込んで特別保険料率を算定したが、見込みと異なり$n+1$年度以降は新規加入者が全く加入しなかった。新規加入者が加入しなかったために特別保険料が不足して発生した、$n+3$年度末の未積立債務に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。ここで、新規加入者が加入しないことを除き、実績は計算基礎率どおり推移しているものとし、他の要因による未積立債務は発生しないものとする。

＜特別保険料に関する前提＞

- n年度末財政再計算時点の未積立債務を、$n+1$年度から３年間で償却するものとする
- $n+1$年度以降の新規加入者の加入時給与総額（新規加入者の全員分）は、毎年100,000と見込んで特別保険料率を算定する
- ３年間の特別保険料率は端数処理を行わない一定の率とし、n年度末の未積立債務が過不足なく償却されるような特別保険料率を設定する
- 財政再計算で設定した特別保険料率は変更しないものとする

（Ａ） 10,000　（Ｂ） 14,000　（Ｃ） 18,000　（Ｄ） 22,000　（Ｅ） 26,000
（Ｆ） 30,000　（Ｇ） 34,000　（Ｈ） 38,000　（Ｉ） 42,000　（Ｊ） 46,000

（3）次の空欄 a から h のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

① ある企業は、既に退職した者には給付をせず、現在被保険者である者の過去の加入期間に対する給付は行う年金制度を発足するものとした。年金制度発足にあたり給付現価等の諸数値を算定したところ、その一部は資料Ⅰのとおりとなった。財政方式として加入年齢方式を採用する場合の標準保険料率が 0.550 であるとき、開放型総合保険料方式を採用する場合の初年度の保険料率は $\boxed{a}.\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ である。なお、保険料率は小数点以下第 4 位を四捨五入して算定しなさい。

＜資料Ⅰ＞財政状況に関する資料（一部抜粋）

項目		発足時の諸数値
S^p	受給権者の給付現価	0
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	2,144
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	4,553
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	1,089
G^a	在職中の被保険者の給与現価	5,803
F	積立金	0

② この企業は、その後財政方式を開放型総合保険料方式から閉鎖型総合保険料方式に変更し、定常状態に達することになった。このときの年度末の給付現価等の諸数値の一部が資料Ⅱのとおりであった場合、積立金は $\boxed{e}\boxed{f}\boxed{g}\boxed{h}$ である。なお、この企業の年金制度は保険料の払い込み、給付とも年 1 回期初に行うものとする。

積立金は計算過程で端数処理を行わず、最終の計算結果で小数点以下第 1 位を四捨五入して算定しなさい。また、計算結果が 1,000 未満となった場合は e に 0 をマーク、100 未満となった場合は e および f に 0 をマーク、10 未満となった場合は e から g に 0 をマークしなさい。

＜資料Ⅱ＞財政状況に関する資料（一部抜粋）

項目		年度末での諸数値
S^p	受給権者の給付現価	1,284
S^a	在職中の被保険者の給付現価	7,224
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	6,738
i	予定利率	3.0%
B	年間の給付額	332
b	被保険者の給与合計	348

（４）脱退時から「加入年数」を年金現価とする確定年金を支払い、保険料は１人あたり P （一定額）を期初に払い込む年金制度がある。また、新規加入、脱退も期初に発生し、その順は「新規加入→保険料の払い込み→脱退」とする。期初時点で加入年齢： x 、加入年数： t の被保険者１人あたりの責任準備金（期初で保険料の払い込み前）を ${}_{t}V_x$ とするとき、 ${}_{t+1}V_x$ を ${}_{t}V_x$ で表した場合の算式は次のようになる。

$${}_{t+1}V_x = \boxed{①} \times \boxed{②} \times \left({}_{t}V_x + \boxed{③} - \boxed{④} \right)$$

①～④に当てはまるものを選択肢の中からそれぞれ１つ選びなさい。ただし、①と②の解答は順不同とする。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。

ここで、各記号の意味は次のとおりとする。

l_{x+t} ：年齢 $(x+t)$ の被保険者数
d_{x+t} ：年齢 $(x+t)$ の脱退者数
i ：予定利率

（Ａ） 1	（Ｂ） $(1+i)$	（Ｃ） $\dfrac{1}{(1+i)}$	（Ｄ） $\dfrac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}$
（Ｅ） $\dfrac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$	（Ｆ） $\dfrac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}t$	（Ｇ） $\dfrac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}t$	（Ｈ） $\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}t$
（Ｉ） $\dfrac{l_{x+t}}{d_{x+t}}t$	（Ｊ） $\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t+1}}t$	（Ｋ） $\dfrac{l_{x+t+1}}{d_{x+t}}t$	（Ｌ） $\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t}}(t+1)$
（Ｍ） $\dfrac{l_{x+t}}{d_{x+t}}(t+1)$	（Ｎ） $\dfrac{d_{x+t}}{l_{x+t+1}}(t+1)$	（Ｏ） $\dfrac{l_{x+t+1}}{d_{x+t}}(t+1)$	（Ｐ） P
（Ｑ） $\dfrac{P}{l_{x+t}}$	（Ｒ） Pl_{x+t+1}	（Ｓ） Pl_{x+t}	（Ｔ） $P(1+i)$

（５）ある年金制度は定常人口に達しており、予定利率は5.0%である。また、未積立債務については定率で償却しており、前年度末の未積立債務の40%を年度初に特別保険料として払い込んでいる。毎年度の給付額は280で一定であり、n年度の保険料（標準保険料と特別保険料の合計）は380であった。$n+1$年度の保険料は306となる予定であったが、n年度の実際の運用利回りが予定より低かったため317となった。このときのn年度初（保険料の払い込み前）の積立金は$\boxed{①}$、n年度の特別保険料および運用利回りはそれぞれ$\boxed{②}$、$\boxed{③}$%である。①から③について最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、保険料の払い込みは年度初、給付の支払いは年度末に行うものとする。

[①の選択肢]

（A） 1,120	（B） 1,220	（C） 1,320	（D） 1,420	（E） 1,520
（F） 1,620	（G） 1,720	（H） 1,820	（I） 1,920	（J） 2,020

[②の選択肢]

（A） 110	（B） 120	（C） 130	（D） 140	（E） 150
（F） 160	（G） 170	（H） 180	（I） 190	（J） 200

[③の選択肢]

（A） 2.0	（B） 2.2	（C） 2.4	（D） 2.6	（E） 2.8
（F） 3.0	（G） 3.2	（H） 3.4	（I） 3.6	（J） 3.8

（6）被保険者の脱退（加入中の死亡を含む)、保険料の払い込みおよび給付の支払いが連続的に起こる２つの制度 A 、B を考える。両制度とも予定脱退力 $\mu_x^{(T)} = \dfrac{1}{90 - x}$、利力 $\delta = 0.05$、加入年齢 $x_e = 20.0$ 、定年年齢 $x_r = 60.0$ とし、加入年齢以外での制度加入はないものとする。制度 A は定年到達で脱退したときにのみ 40.0 の給付額を一時金として支払うものとし、制度 B は勤続期間 t で脱退（定年到達による脱退も含む）したときに kt の給付額を一時金として支払うものとする。なお、制度 A 、B とも財政方式は加入年齢方式を採用している。

このとき、制度 A の単位時間あたりの標準保険料率 P_A は $\boxed{\text{①}}$ となる。また、制度 B の単位時間あたりの標準保険料率 P_B が P_A と一致するよう k を定めた場合、k は $\boxed{\text{②}}$ となる。①、②に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。また、必要であれば $e^{-2} = 0.13534$ を使用しなさい。

［①の選択肢］

（A） 0.147	（B） 0.152	（C） 0.157	（D） 0.162	（E） 0.167
（F） 0.172	（G） 0.177	（H） 0.182	（I） 0.187	（J） 0.192

［②の選択肢］

（A） 0.401	（B） 0.406	（C） 0.411	（D） 0.416	（E） 0.421
（F） 0.426	（G） 0.431	（H） 0.436	（I） 0.441	（J） 0.446

問題３．Trowbridge モデルで定常状態にあり、制度発足時の未積立債務の償却が終了している年金制度で１年間の財政運営が行われた場合における責任準備金と積立金の推移について考える。ここで、「１年間の財政運営の推移」とは新規加入者の加入、保険料の払い込み、給付の支払いが発生する直前の時点から次のそれらが起こる直前までとし、「損益」とは「積立金－責任準備金」の変動額を意味することとする。また、財政方式は標準保険料を適用した平準保険料方式（開放型を含む）とし、各記号の意味は次のとおりとする。

＜記号＞

x_e	加入年齢
x_r	定年年齢
ω	最終年齢（$\omega > x_r$ とする。）
l_x	x 歳の定常人口時の人数
S_x	x 歳の者 l_x 人の給付現価
G_x	x 歳の者 l_x 人の人数現価（ただし、$x \geq x_r$ の場合、$G_x = 0$ とする。）
P	被保険者１人あたりの標準保険料
F	積立金（保険料の払い込み、給付の支払いの直前における積立金とする。）
i	予定利率

このとき、次の①～⑰に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。ただし、⑩と⑪、⑫と⑬、⑭と⑮、⑯と⑰の解答はそれぞれ順不同とする。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。（１７点）

（1）１年間の財政運営で予定どおり推移した場合の損益について考える。１年間の責任準備金および積立金の変動は、被保険者等の区分に応じて次のとおり表すことができる。

（ⅰ）期初の x 歳 $(x_e \leq x \leq x_r - 1)$ の被保険者に係る分（期初の新規加入者を含む）

期初の x 歳の被保険者に係る１年間の給付現価の増加分は $\boxed{\text{①}}$、１年間の収入現価の増加分は $\boxed{\text{②}}-\boxed{\text{③}}$ と表せるため、期初の x 歳の被保険者に係る責任準備金の変動は $\boxed{\text{①}}-\boxed{\text{②}}+\boxed{\text{③}}$ と表せる。また、１年間の積立金の変動は $\boxed{\text{③}}$ と表せる。

（ⅱ）将来の被保険者に係る分

１年間の責任準備金の変動は $\boxed{\text{④}}-\boxed{\text{⑤}}$ と表せる。

（ⅲ）期初の x 歳 $(x_r \leq x \leq \omega - 1)$ の受給権者に係る分

１年間の責任準備金の変動は $\boxed{\text{⑥}}-\boxed{\text{⑦}}$、１年間の積立金の変動は $-\boxed{\text{⑦}}$ と表せる。

（ⅳ）期初の積立金に係る分

期初の積立金から生じる利息収入は $\boxed{\text{⑧}}$ と表せるため、１年間の積立金の変動は $\boxed{\text{⑧}}$ と表せる。

したがって、１年間の財政運営で予定どおり推移した場合の損益の合計は $\boxed{\text{⑨}}$ となる。

（２） １年間の財政運営で人員が予定どおり推移しなかった場合の損益について考える。期初で x 歳 $(x_e \le x \le \omega - 2)$ であった者が予定どおりに推移すれば期末時点で l_{x+1} 人、実際には期末時点で l'_{x+1} 人であったとし、また、翌年期初に加入する被保険者も実際には l'_{x_e} 人加入したと仮定する。このとき、１年間の財政運営で発生した損益は、被保険者等の区分に応じて次のとおり表すことができる。

（ⅰ）期初の x 歳 $(x_e \le x \le x_r - 1)$ の被保険者に係る分（期初の新規加入者を含む）
$\boxed{②} - \boxed{①} + \left(\boxed{⑩} \right) \times \left(\boxed{⑪} \right)$

（ⅱ）将来の被保険者に係る分 $\boxed{⑤} - \boxed{④} + \left(\boxed{⑫} \right) \times \left(\boxed{⑬} \right)$

（ⅲ）期初の x 歳 $(x_r \le x \le \omega - 1)$ の受給権者に係る分 $-\boxed{⑥} - \left(\boxed{⑭} \right) \times \left(\boxed{⑮} \right)$

（ⅳ）期初の積立金に係る分 $\boxed{⑧}$

したがって、制度全体で発生する損益の合計は $\sum_{x=x_e}^{\omega-1} \left(\boxed{⑯} \right) \times \left(\boxed{⑰} \right)$ となる。

［①～⑨の選択肢］

（A） l_x	（B） il_x	（C） $(1+i)l_x$	（D） Pl_x
（E） iPl_x	（F） $(1+i)Pl_x$	（G） S_x	（H） iS_x
（I） $(1+i)S_x$	（J） S_{x_e}	（K） iS_{x_e}	（L） $(1+i)S_{x_e}$
（M） PG_x	（N） iPG_x	（O） $(1+i)PG_x$	（P） PG_{x_e}
（Q） iPG_{x_e}	（R） $(1+i)PG_{x_e}$	（S） F	（T） iF
（U） $(1+i)F$	（V） 0		

［⑩～⑰の選択肢］

（A） $\dfrac{l'_x}{l_x}$	（B） $\dfrac{l'_x}{l_x}-1$	（C） $\dfrac{l_x}{l'_x}$	（D） $\dfrac{l_x}{l'_x}-1$
（E） $\dfrac{l'_{x+1}}{l_{x+1}}$	（F） $\dfrac{l'_{x+1}}{l_{x+1}}-1$	（G） $\dfrac{l_{x+1}}{l'_{x+1}}$	（H） $\dfrac{l_{x+1}}{l'_{x+1}}-1$
（I） $\dfrac{l'_{x_e}}{l_{x_e}}$	（J） $\dfrac{l'_{x_e}}{l_{x_e}}-1$	（K） $\dfrac{l_{x_e}}{l'_{x_e}}$	（L） $\dfrac{l_{x_e}}{l'_{x_e}}-1$
（M） S_x	（N） S_{x+1}	（O） S_{x_e}	（P） PG_x
（Q） PG_{x+1}	（R） PG_{x_e}	（S） $PG_x - S_x$	（T） $PG_{x+1} - S_{x+1}$
（U） $S_{x_e} - PG_{x_e}$	（V） $PG_{x_e} - S_{x_e}$		

問題４． ある年金制度 A が２つに分割することになり、在職中の被保険者の 20% が新制度に移り、計算基礎率を含む制度内容が同一の年金制度 B を実施することになった。このとき、次の（１）～（３）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、解答にあたって特に記載がない場合は次の前提とし、予定利率 2.0% における年12回期初払いの確定年金現価率（年金月額1に対する乗率）については（付表）に記載された数値を使用しなさい。（１７点）

＜前提＞

- 給付額は、脱退時給与の一定割合で給付利率 5.5% の15年確定年金として支払われる
- 標準保険料および特別保険料は被保険者の給与に対する一定割合として設定している
- すべての年金制度で被保険者の人員構成は同一とする
- 未積立債務の償却期間中、被保険者の給与合計の増減はないものとする
- 保険料、給付とも年12回期初払いとする
- i : 予定利率 2.0% の場合、$v = \dfrac{1}{1+i} = 0.98039$ 、$v^2 = 0.96117$ 、$v^3 = 0.94232$ 、$v^4 = 0.92385$
- 分割前の年金制度 A の前提

項目		前提
財政方式		開放基金方式
予定利率		2.0%
積立金		30,000
被保険者の給与合計		1,000
特別保険料率（月払いの率）		52.473%
S^p	受給権者の給付現価	20,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	20,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	40,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	2,000
G^a	在職中の被保険者の給与現価	60,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	40,000

なお、特別保険料率は５年間の元利均等償却として算定されており、この特別保険料率で償却する予定である未積立債務（特別保険料収入現価）以外に未積立債務はないものとする。

（１）年金制度 B へ移る被保険者にかかわる積立金として、分割前の年金制度 A の積立金を「分割後の年金制度 A の責任準備金」と「年金制度 B へ移る被保険者の責任準備金」の比で按分した額を年金制度 B へ移換することにする。その際、分割後の年金制度 A に発生する新たな未積立債務に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、新たな未積立債務とは、責任準備金から積立金および特別保険料収入現価を控除した額をいう。

（A）0　（B）1,000　（C）2,000　（D）3,000　（E）4,000
（F）5,000　（G）6,000　（H）7,000　（I）8,000　（J）9,000

（２）年金制度 B において、<u>積立金を（１）の解答の計算過程で算定した額</u>とし、財政方式を開放基金方式とする場合、次の各問に答えなさい。なお、年金制度 B において制度発足時（分割時）には特別保険料率は設定されていないものとする。

① 年金制度 B の発足時の未積立債務を５年間で元利均等償却する場合の特別保険料率（月払いの率）に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A）10%　（B）15%　（C）20%　（D）25%　（E）30%
（F）35%　（G）40%　（H）45%　（I）50%　（J）55%

② 年金制度 B の発足時に、給与を30%ベースアップする検討を行うことになった。この場合、ベースアップにより新たに未積立債務が発生するが、標準保険料<u>率</u>と特別保険料<u>率</u>の合計がベースアップをしない場合の標準保険料<u>率</u>と特別保険料<u>率</u>の合計と変わらないように特別保険料<u>率</u>を設定したい。このとき、未積立債務の償却年月は $\boxed{a}$ 年 $\boxed{b}\ \boxed{c}$ ヵ月となる。空欄 a から c のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、月数が一桁の場合は b に0をマークしなさい。

ここで、償却年月は、題意を満たす特別保険料率を適用して算定した特別保険料収入現価が、未積立債務を下回らない範囲での最短の償却年月とする。また、償却期間中の被保険者の給与合計は変動しないものとし、ベースアップをする前の特別保険料率は①で選択した率とする。

③ 年金制度 B では、発足の１年後から４年後まで、被保険者の減少により制度全体の給与合計が毎年15ずつ減少していく見込みとなることが判明し、また、②で検討したベースアップは行わないことにした。このとき、発足時の未積立債務を、当該給与合計の減少を見込んで５年間で元利均等償却する場合の特別保険料率（月払いの率）は $\boxed{d}\ \boxed{e}$ %となる。空欄 d 、e のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、特別保険料率は%単位で小数点以下第１位を四捨五入して算定し、計算結果が10%未満となった場合は d に0をマークしなさい。

ここで、給与合計の減少により新たに未積立債務は発生しないものとし、年度の途中で給与

合計の増減はないものとする。

（３）年金制度 B において、積立金を（１）の解答の計算過程で算定した額とする場合、次の各問に答えなさい。なお、年金制度 B において制度発足時（分割時）には特別保険料率は設定されていないものとし、（２）②のベースアップおよび③の給与合計の減少は見込まないものとする。

① 年金制度 B では、財政方式を開放基金方式から加入年齢方式に変更することにした。この場合、財政方式を変更することにより新たな未積立債務が $\boxed{f}\boxed{g}\boxed{h}\boxed{i}$ 発生する。空欄 f から i のそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、当該未積立債務は小数点以下第１位を四捨五入して算定し、計算結果が1,000未満となった場合は f に0をマーク、100未満となった場合は f および g に0をマーク、10未満となった場合は f から h に0をマークしなさい。

② 年金制度 B では、①のとおり財政方式を開放基金方式から加入年齢方式に変更することにより新たに未積立債務（この問題において、この額を「追加未積立債務」という。）が発生するため、これを抑制する目的で給付の減額を検討することになった。給付利率を引き下げて給付額を減少させることにより、制度全体の未積立債務を減少させることとしたい。変更後の給付利率に関する前提を次のとおりとするとき、変更後の給付利率に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。また、必要であれば、各給付利率における年12回期初払いの15年確定年金現価率（年金月額1に対する乗率）は下表の数値を使用しなさい。

＜変更後の給付利率に関する前提＞
- 給付利率は変更前の5.5%から0.5%単位で引き下げる
- 変更後の給付利率は、当該変更による制度全体の未積立債務の減少額が追加未積立債務の２分の１を上回らない範囲で最小となる利率とする

＜表＞

給付利率	年金現価率	給付利率	年金現価率	給付利率	年金現価率
5.5%	124.01006	5.0%	127.90414	4.5%	131.99474
4.0%	136.29411	3.5%	140.81537	3.0%	145.57261
2.5%	150.58092	2.0%	155.85651	1.5%	161.41680
1.0%	167.28049	0.5%	173.46768	0.0%	180.00000

（A） 5.5%　（B） 5.0%　（C） 4.5%　（D） 4.0%　（E） 3.5%
（F） 3.0%　（G） 2.5%　（H） 2.0%　（I） 1.5%　（J） 1.0%
（K） 0.5%　（L） 0.0%

（付表）予定利率2.0%における年12回期初払いの確定年金現価率（年金月額1に対する乗率）

期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率	期間	年金現価率
10年0ヵ月	108.95522	7年6ヵ月	83.70458	5年0ヵ月	57.17241	2年6ヵ月	29.29366
9年11ヵ月	108.13352	7年5ヵ月	82.84118	4年11ヵ月	56.26518	2年5ヵ月	28.34039
9年10ヵ月	107.31046	7年4ヵ月	81.97634	4年10ヵ月	55.35646	2年4ヵ月	27.38555
9年9ヵ月	106.48604	7年3ヵ月	81.11008	4年9ヵ月	54.44623	2年3ヵ月	26.42913
9年8ヵ月	105.66026	7年2ヵ月	80.24239	4年8ヵ月	53.53450	2年2ヵ月	25.47112
9年7ヵ月	104.83311	7年1ヵ月	79.37327	4年7ヵ月	52.62127	2年1ヵ月	24.51154
9年6ヵ月	104.00460	7年0ヵ月	78.50271	4年6ヵ月	51.70652	2年0ヵ月	23.55037
9年5ヵ月	103.17472	6年11ヵ月	77.63071	4年5ヵ月	50.79027	1年11ヵ月	22.58761
9年4ヵ月	102.34347	6年10ヵ月	76.75727	4年4ヵ月	49.87250	1年10ヵ月	21.62327
9年3ヵ月	101.51085	6年9ヵ月	75.88239	4年3ヵ月	48.95322	1年9ヵ月	20.65733
9年2ヵ月	100.67685	6年8ヵ月	75.00606	4年2ヵ月	48.03242	1年8ヵ月	19.68979
9年1ヵ月	99.84148	6年7ヵ月	74.12829	4年1ヵ月	47.11010	1年7ヵ月	18.72066
9年0ヵ月	99.00472	6年6ヵ月	73.24907	4年0ヵ月	46.18625	1年6ヵ月	17.74993
8年11ヵ月	98.16658	6年5ヵ月	72.36839	3年11ヵ月	45.26088	1年5ヵ月	16.77759
8年10ヵ月	97.32706	6年4ヵ月	71.48626	3年10ヵ月	44.33398	1年4ヵ月	15.80365
8年9ヵ月	96.48615	6年3ヵ月	70.60268	3年9ヵ月	43.40555	1年3ヵ月	14.82810
8年8ヵ月	95.64386	6年2ヵ月	69.71763	3年8ヵ月	42.47559	1年2ヵ月	13.85094
8年7ヵ月	94.80017	6年1ヵ月	68.83113	3年7ヵ月	41.54409	1年1ヵ月	12.87216
8年6ヵ月	93.95509	6年0ヵ月	67.94315	3年6ヵ月	40.61105	1年0ヵ月	11.89177
8年5ヵ月	93.10861	5年11ヵ月	67.05372	3年5ヵ月	39.67647	0年11ヵ月	10.90976
8年4ヵ月	92.26074	5年10ヵ月	66.16281	3年4ヵ月	38.74035	0年10ヵ月	9.92613
8年3ヵ月	91.41146	5年9ヵ月	65.27043	3年3ヵ月	37.80268	0年9ヵ月	8.94087
8年2ヵ月	90.56078	5年8ヵ月	64.37658	3年2ヵ月	36.86346	0年8ヵ月	7.95398
8年1ヵ月	89.70870	5年7ヵ月	63.48125	3年1ヵ月	35.92269	0年7ヵ月	6.96547
8年0ヵ月	88.85521	5年6ヵ月	62.58444	3年0ヵ月	34.98037	0年6ヵ月	5.97532
7年11ヵ月	88.00031	5年5ヵ月	61.68615	2年11ヵ月	34.03649	0年5ヵ月	4.98354
7年10ヵ月	87.14400	5年4ヵ月	60.78638	2年10ヵ月	33.09105	0年4ヵ月	3.99012
7年9ヵ月	86.28627	5年3ヵ月	59.88512	2年9ヵ月	32.14405	0年3ヵ月	2.99506
7年8ヵ月	85.42713	5年2ヵ月	58.98238	2年8ヵ月	31.19549	0年2ヵ月	1.99835
7年7ヵ月	84.56657	5年1ヵ月	58.07814	2年7ヵ月	30.24536	0年1ヵ月	1.00000

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

年金制度Aの被保険者数は

$$\sum_{x=20}^{59} l_x = l_{20} + l_{20} \times \frac{39}{40} + l_{20} \times \frac{39}{40} \times \frac{38}{39} + \cdots + l_{20} \times \frac{39}{40} \times \frac{38}{39} \times \cdots \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{l_{20}}{40}(40 + 39 + 38 + \cdots + 1) = \frac{l_{20} \times 820}{40}$$

と表せる。したがって、

$$l_{30} = l_{20} \times \frac{39}{40} \times \frac{38}{39} \times \cdots \times \frac{30}{31} = l_{20} \times \frac{3}{4}$$ より

$$l_{30} \times \frac{4}{3} \times \frac{820}{40} = 76{,}260$$

年金制度Aの被保険者数と年金制度Bの被保険者数とは等しいので

$$\sum_{x=30}^{59} l'_x = l'_{30} + l'_{30} \times \frac{29}{30} + l'_{30} \times \frac{29}{30} \times \frac{28}{29} + \cdots + l'_{30} \times \frac{29}{30} \times \frac{28}{29} \times \cdots \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{l'_{30}}{30}(30 + 29 + 28 + \cdots + 1) = \frac{l'_{30} \times 465}{30} = 76{,}260$$

$$l'_{30} = 4{,}920$$

よって、解答は（**I**）

（２）

k年度末の積立金をF_k、保険料収入をC、給付金をBとすると、n年度末時点での極限方程式は

$C + dF_n = B$ ・・・①

となる。$n+1$年度からは、$v' = \dfrac{1}{1+j}$とすると次のとおり推移する。

$$v'F_{n+1} = F_n + C - B$$

$$v'^2 F_{n+2} = v'F_{n+1} + v'(C - B)$$

$$\vdots$$

$$v'^t F_{n+t} = v'^{t-1} F_{n+t-1} + v'^{t-1}(C - B)$$

$$v'^t F_{n+t} = F_n + \left(1 + v' + v'^2 + \cdots + v'^{t-1}\right) \times (C - B)$$

ここで、$F_{n+t} > 1.09 \times F_n$より

$$F_n + \left(1 + v' + v'^2 + \cdots + v'^{t-1}\right) \times \left(C - B\right) > 1.09 v'^t F_n$$

上式に①を代入して整理すると

$$v'^t < \frac{\left(1 - v'\right) - d}{1.09 \times \left(1 - v'\right) - d} \fallingdotseq \frac{1 - 0.96154 - 0.01961}{1.09 \times \left(1 - 0.96154\right) - 0.01961} \fallingdotseq 0.84486$$

ここで、$v'^4 \fallingdotseq 0.85480$ 、$v'^5 \fallingdotseq 0.82193$ であるから、解答は（**E**）

（3）

① 正 教科書 P. 105 第 5 章練習問題 2 参照

② 誤 教科書 P. 73 の記述

完全積立方式における積立金は受給権者、在職中の被保険者および将来加入が見込まれる新規の被保険者の給付現価の合計である。

③ 正 教科書 P. 90 の記述

④ 誤 教科書 P. 126 の記述

よって、解答は（**F**）

（4）

教科書 P. 72 の(3-39)式および(3-36)式より、求める算式の 1 つは

$$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \left(\frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^L P \sum_{y=x_e}^{x-1} \frac{D_y}{D_x} \right) = \text{（（F）式）}$$

となる。ここで、${}^L P = \dfrac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y}$ より（**F**）式を変形すると、

$$\text{（（F）式）} = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \left(\frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - \frac{\sum_{y=x_e}^{x-1} D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y} \times \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} \right)$$

$$= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{D_{x_r} \ddot{a}_{x_r}}{D_x} \left(1 - \frac{\sum_{y=x_e}^{x-1} D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y} \right)$$

$D_{x_r} \ddot{a}_{x_r} = N_{x_r}$ 、$\sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y = N_{x_e} - N_{x_r}$ 、$\sum_{y=x_e}^{x-1} D_y = N_{x_e} - N_x$ をそれぞれ代入し、

$$= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{N_{x_r}}{D_x}\left(1-\frac{N_{x_e}-N_x}{N_{x_e}-N_{x_r}}\right)$$

$$= \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{N_{x_r}}{D_x}\left(\frac{N_{x_e}-N_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}-\frac{N_{x_e}-N_x}{N_{x_e}-N_{x_r}}\right) = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{N_{x_r}}{D_x} \times \frac{N_x-N_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}$$

＝（(Ｉ)式）

よって、解答は(Ｆ)および(Ｉ)

（５）

変更前の標準保険料率を P^A 、変更後の標準保険料率を P^B とする。

$$P^A = \frac{D_{60}\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(5.0\%)}}{\sum_{x=55}^{59} D_x} = \frac{0.966^5 \times l_{55} \times (1/1.05)^{60} \times \ddot{a}_{\overline{5}|}^{(5.0\%)}}{\sum_{x=55}^{59} 0.966^{x-55} \times l_{55} \times (1/1.05)^x}$$

$$= (0.966/1.05)^5 \times \frac{1-0.966/1.05}{1-(0.966/1.05)^5} \times \ddot{a}_{\overline{5}|}^{(5.0\%)}$$

$$= 0.92^5 \times \frac{1-0.92}{1-0.92^5} \times 4.54595$$

$\fallingdotseq 0.70308$

上記と同様に、

$$P^B = (0.918/1.02)^5 \times \frac{1-0.918/1.02}{1-(0.918/1.02)^5} \times \ddot{a}_{\overline{5}|}^{(2.0\%)} = 0.90^5 \times \frac{1-0.90}{1-0.90^5} \times 4.80773$$

$\fallingdotseq 0.69325$

よって

$P^B \div P^A \fallingdotseq 0.99$

よって、解答は(Ｅ)

（６）

①　誤　教科書 P. 182～P. 183 より、年金制度 B の方が高い。

②　正　教科書 P. 183～P. 184 より、正しい。

③　誤　教科書 P. 186～P. 187 より、年金制度 B の方が高い。

④　正　教科書 P. 188～P. 189 より、正しい。

よって、解答は(Ｉ)

問題２.

（１）

①

年金額を毎期一定額とする受け取り方の場合、その年金現価率は、

保証期間部分： $a_{\overline{15}|}^{(6)} = a_{\overline{1}|}^{(6)} \times \ddot{a}_{\overline{15}|} = 0.97744 \times 11.56312 \fallingdotseq 11.30226$

終身部分： $\dfrac{N_{75} - \frac{7}{12} D_{75} + \frac{1}{8} \overline{M}_{75}}{D_{60}} = \dfrac{54{,}564 - \frac{7}{12} \times 4{,}315 + \frac{1}{8} \times 2{,}260}{9{,}506} \fallingdotseq 5.50488$　　となる。

１年あたりの年金額は、$1{,}000 \div (11.30226 + 5.50488) \fallingdotseq 59.499$ 万円

よって、解答は（E）

（注）テキストでは、終身部分の年金現価率で $\overline{M}$ の項を省略したものを近似式としている。この場合、解答は次のとおりとなる。

終身部分： $\dfrac{N_{75} - \frac{7}{12} D_{75}}{D_{60}} = \dfrac{54{,}564 - \frac{7}{12} \times 4{,}315}{9{,}506} \fallingdotseq 5.47516$

１年あたりの年金額は、$1{,}000 \div (11.30226 + 5.47516) \fallingdotseq 59.604$ 万円

②

保証期間中のみ１年経過するごとに4.0%ずつ年金額が増加する受け取り方の場合、保証期間部分の年金現価は、

$1{,}000 \times \dfrac{11.30226}{11.30226 + 5.50488} \fallingdotseq 672.468$（万円）である。

ここで、保証期間部分の年金現価率は、

$$a_{\overline{1}|}^{(6)} \times \left(1 + \frac{1.04}{1.04} + \frac{1.04^2}{1.04^2} + \cdots + \frac{1.04^{14}}{1.04^{14}} \right) = 0.97744 \times 15 = 14.6616$$

したがって、初年度の１年あたりの年金額は、$672.468 \div 14.6616 \fallingdotseq 45.866$ 万円

よって、解答は（F）

（注）①と同様に、終身部分の年金現価率で $\overline{M}$ の項を省略した場合は次のとおりとなる。

保証期間部分の年金現価は、

$1{,}000 \times \dfrac{11.30226}{11.30226 + 5.47516} \fallingdotseq 673.659$（万円）

初年度の１年あたりの年金額は、$673.659 \div 14.6616 \fallingdotseq 45.947$ 万円

（２）

①

新規加入者の加入時の給与現価は、

$$G_{20}^{a}=\sum_{n=0}^{39}\left(\frac{1}{1.02}\right)^{n}\times 100{,}000\times\left(\frac{1}{1.03}\right)^{n}\times 1.03^{n}=100{,}000\times\frac{1-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{40}}{1-\frac{1}{1.02}}\fallingdotseq 2{,}790{,}259$$

よって、標準保険料率 P_1 は、

$$P_1=\frac{S^{f}}{G^{f}}=\frac{S_{20}^{a}}{G_{20}^{a}}=\frac{45{,}289}{2{,}790{,}259}=0.01623\cdots\fallingdotseq 0.016$$

よって、解答は $a=0$ 、 $b=0$ 、 $c=1$ 、 $d=6$

②

20 歳における給与総額100,000 を基に、21歳の給与総額を算定すると、

「21歳の給与総額＝100,000 ×（1－予定脱退率）×（1＋予定昇給率）＝100,000」となり、同様に、各年齢における給与総額は100,000 となっていることを考慮すると、n 年度末で $20+m$ 歳の被保険者の給与現価は、

$$G_{20+m}^{a}=100{,}000\times\left\{1\times\left(\frac{1}{1.03}\right)\times 1.03+\left(\frac{1}{1.02}\right)^{1}\times\left(\frac{1}{1.03}\right)^{2}\times 1.03^{2}+\cdots+\left(\frac{1}{1.02}\right)^{39-m}\times\left(\frac{1}{1.03}\right)^{40-m}\times 1.03^{40-m}\right\}$$

$$=100{,}000\times\frac{1-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{40-m}}{1-\frac{1}{1.02}}$$

これより、n 年度末における被保険者全体の給与現価は、

$$G^{a}=\sum_{m=1}^{40}100{,}000\times\frac{1-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{40-m}}{1-\frac{1}{1.02}}=\frac{100{,}000}{1-\frac{1}{1.02}}\times\left\{40-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{39}-\cdots-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{0}\right\}$$

$$=\frac{100{,}000}{1-\frac{1}{1.02}}\times\left\{40-\sum_{l=0}^{39}\left(\frac{1}{1.02}\right)^{l}\right\}=\frac{100{,}000}{1-\frac{1}{1.02}}\times\left\{40-\frac{1-\left(\frac{1}{1.02}\right)^{40}}{1-\frac{1}{1.02}}\right\}\fallingdotseq 61{,}696{,}779$$

n 年度末における被保険者全体の給付現価は、

$$S^{a}=45{,}289\times\left\{1.02+1.02^{2}\times\left(\frac{1}{1.03}\right)\times 1.03+\cdots+1.02^{40}\times\left(\frac{1}{1.03}\right)^{39}\times 1.03^{39}\right\}\fallingdotseq 2{,}790{,}257$$

n 年度末における被保険者全体の責任準備金は、

$S^a - G^a \times P_1 \fallingdotseq 1{,}803{,}109$

受給権者の責任準備金と合わせると、

$1{,}803{,}109 + 1{,}000{,}000 = 2{,}803{,}109$

よって、解答は（Ｆ）

③

年金制度全体の積立不足は、

$2{,}803{,}109 - 2{,}000{,}000 = 803{,}109$

給与総額が不変であるとの仮定のもと、年間の特別保険料総額 P_2 を算定すると、

$$P_2 \times \left\{ 1 + \frac{1}{1.02} + \left(\frac{1}{1.02} \right)^2 \right\} = 803{,}109$$

$P_2 = 273{,}021$

$n+1$ 年度以降､毎年の特別保険料は新規加入者が加入しない影響で本来の特別保険料より少ない収入金額となる。この不足する金額を算定し、$n+3$ 年度末まで付利すれば、答えが求まる。

各年齢における給与総額は $100{,}000$ となっていることを考慮すると、各年度での不足する金額は次のとおり算定される。

１年目の保険料に係る分：$273{,}021 \times \dfrac{1}{40} \times 1.02^3 \fallingdotseq 7{,}243$

２年目の保険料に係る分：$273{,}021 \times \dfrac{2}{40} \times 1.02^2 \fallingdotseq 14{,}203$

３年目の保険料に係る分：$273{,}021 \times \dfrac{3}{40} \times 1.02 \fallingdotseq 20{,}886$

合計：$42{,}332$

よって、解答は（Ｉ）

（３）

①

開放型総合保険料方式の保険料率は $\dfrac{S^P + S^a_{FS} + S^a_{PS} + S^f - F}{G^a + G^f}$ である。

このうち G^f 以外は前提が与えられている。また、G^f は加入年齢方式の場合の保険料率より、

$$G^f = \frac{S^f}{0.550}$$

したがって保険料率は

$$\frac{S^P + S^a_{FS} + S^a_{PS} + S^f - F}{G^a + G^f} = \frac{0 + 2{,}144 + 4{,}553 + 1{,}089 - 0}{5{,}803 + 1{,}089 / 0.550} = 1.00038 \ldots$$

よって、解答は $a = 1$、$b = 0$、$c = 0$、$d = 0$

②

期初に払い込む保険料をCとすると、年金制度が定常状態であることから

$(F+C-B)\times(1+i)=F$ …①となる。また、閉鎖型総合保険料方式の保険料率は$\dfrac{S^P+S^a-F}{G^a}$である。

一方で定常状態であることから$G^a+G^f=b\times\dfrac{1}{1-v}$という関係が成り立つため、$G^a=5{,}210$が導かれる。

与えられた数値と併せて①に代入すると、

$$\left(F+b\times\frac{S^P+S^a-F}{G^a}-B\right)\times(1+i)=F$$

$$\left(F+348\times\frac{1{,}284+7{,}224-F}{5{,}210}-332\right)\times(1+0.03)=F$$

$F=6{,}272.86$ L

よって、解答は$e=6$、$f=2$、$g=7$、$h=3$

（4）

定年年齢をx_rとすると、問題の条件より、

$$l_{x+t}\,{}_tV_x=\sum_{k=t}^{x_r-x}d_{x+k}kv^{k-t}-\sum_{k=t}^{x_r-x}l_{x+k}Pv^{k-t}$$

である。

（注）Trowbridge モデルとは異なり、x_r歳まで保険料を払い込む前提である。仮に、x_r歳では保険料を払い込まないとしても、計算の過程で相殺されるため解答には影響がない。

同様にその一年後は、

$$l_{x+t+1}\,{}_{t+1}V_x=\sum_{k=t+1}^{x_r-x}d_{x+k}kv^{k-t-1}-\sum_{k=t+1}^{x_r-x}l_{x+k}Pv^{k-t-1}$$

となる。これを変形すると、

$${}_{t+1}V_x=\frac{1}{l_{x+t+1}}\left(\sum_{k=t+1}^{x_r-x}d_{x+k}kv^{k-t-1}-\sum_{k=t+1}^{x_r-x}l_{x+k}Pv^{k-t-1}\right)$$

$$=\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\left\{\left(\sum_{k=t}^{x_r-x}d_{x+k}kv^{k-t-1}-d_{x+t}tv^{t-t-1}\right)-\left(\sum_{k=t}^{x_r-x}l_{x+k}Pv^{k-t-1}-l_{x+t}Pv^{t-t-1}\right)\right\}\frac{1}{l_{x+t}}$$

$$=\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\left\{\left(\sum_{k=t}^{x_r-x}d_{x+k}kv^{k-t}-\sum_{k=t}^{x_r-x}l_{x+k}Pv^{k-t}\right)\frac{1}{l_{x+t}}(1+i)-\left(\frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}t-P\right)\times(1+i)\right\}$$

$$=\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\left\{{}_tV_x(1+i)-\left(\frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}t-P\right)\times(1+i)\right\}$$

$$=\frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}}\times(1+i)\times\left({}_tV_x+P-\frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}t\right)$$

よって、解答は①（D）、②（B）、③（P）、④（H）

（注）①と②の解答は順不同。

（5）

n 年度の標準保険料、特別保険料をそれぞれ P 、 P' 、 n 年度初の未積立債務および積立金をそれぞれ U 、 F とすると、条件より

$$P+P'=380$$

$$P'=0.4U$$

$$(F+U+P)\times1.05-280=F+U$$

（３つ目の等式は定常人口が成り立つため）

また、予定どおりの運用であれば $n+1$ 年度の保険料は n 年度よりも 74 減少することから、

$$P'-0.6U\times1.05\times0.4=74$$

以上より、 $P'=200$ 、 $U=500$ 、 $P=180$ 、 $F=1{,}320$

運用利回りの影響により予定より保険料が11増加したことから、実際の運用利回りを i' とすると

$$(F+380)\times(0.05-i')=\frac{11}{0.4}$$

$$i'=0.03382\cdots$$

よって、解答は①（C）、②（J）、③（H）

（6）

①

$$P_A=\frac{40e^{-40\delta}\ {}_{40}p_{20}}{\int_0^{40}e^{-\delta t}\ {}_tp_{20}dt}=\frac{40e^{-2}\times\dfrac{30}{70}}{\int_0^{40}e^{-0.05t}\left(1-\dfrac{t}{70}\right)dt}=\frac{\dfrac{120}{7}e^{-2}}{\dfrac{100-20e^{-2}}{7}}=\frac{6e^{-2}}{5-e^{-2}}$$

$e^{-2}=0.13534$ より、

$P_A=0.16692\cdots$

となる。

よって、解答は（E）

②

$$P_B = \frac{\int_0^{40} te^{-\delta t} {}_t p_{20} \mu_{20+t} dt + 40e^{-40\delta} {}_{40} p_{20}}{\int_0^{40} e^{-\delta t} {}_t p_{20} dt} \times k = \frac{\int_0^{40} te^{-0.05t} \times \frac{1}{70} dt + 40e^{-2} \times \frac{30}{70}}{\int_0^{40} e^{-0.05t} \left(1 - \frac{t}{70}\right) dt} \times k$$

$$= \frac{\frac{40}{7}}{\frac{100 - 20e^{-2}}{7}} \times k = \frac{2}{5 - e^{-2}} \times k$$

$P_A = P_B$ より、

$$k = \frac{6e^{-2}}{5 - e^{-2}} \times \frac{5 - e^{-2}}{2} = 3e^{-2}$$

$e^{-2} = 0.13534$ より、

$k = 0.40602$

となる。

よって、解答は（B）

問題３.

教科書 P. 114～P. 120 を参照。

よって、解答は①（H）、②（N）、③（F）、④（J）、⑤（P）、⑥（H）、⑦（C）、⑧（T）、⑨（V）、⑩（F）、⑪（T）、⑫（J）、⑬（V）、⑭（F）、⑮（N）、⑯（B）、⑰（S）

（注）⑩と⑪、⑫と⑬、⑭と⑮、⑯と⑰の解答はそれぞれ順不同。

問題４.

（１）

分割前の年金制度 A の標準保険料率は ${}^{OAN}P=\dfrac{S^f+S_{FS}^a}{G^f+G^a}=22\%$ であるから、分割前の年金制度 A の責任準備金 V_A は

$$V_A=S^f+S_{FS}^a+S_{PS}^a+S^p-{}^{OAN}P\times\left(G^f+G^a\right)=60{,}000$$

よって、年金制度 A の貸借対照表は次のとおりとなる。

積立金	30,000	責任準備金	60,000
特別保険料収入現価	30,000		
	60,000		60,000

在職中の被保険者の 20% が年金制度 B へ移るので、分割後の年金制度 A の責任準備金 V_A' および年金制度 B の責任準備金 V_B はそれぞれ

$$V_A'=S^P+\left\{S^f+S_{FS}^a+S_{PS}^a-{}^{OAN}P\times\left(G^f+G^a\right)\right\}\times0.8=52{,}000$$

$$V_B=\left\{S^f+S_{FS}^a+S_{PS}^a-{}^{OAN}P\times\left(G^f+G^a\right)\right\}\times0.2=8{,}000$$

となる。分割前の年金制度 A の積立金を F_A とすると、年金制度 B へ移る被保険者にかかわる積立金 F_B は、題意より、

$$F_B=F_A\times\frac{V_B}{V_A'+V_B}=30{,}000\times\frac{8{,}000}{60{,}000}=4{,}000$$

一方、分割後の年金制度 A の特別保険料収入現価は

$52.473\%\times1{,}000\times57.17241\times(1-0.2)\fallingdotseq24{,}000$ であるから、分割後の年金制度 A の貸借対照表は次のとおりとなる。

積立金	26,000	責任準備金	52,000
特別保険料収入現価	24,000		
新たな未積立債務	2,000		
	52,000		52,000

よって、解答は（**C**）

（２）

①

年金制度 B の財政方式を開放基金方式のまま変更しない場合の貸借対照表は次のとおりとなる。

積立金	4,000	責任準備金	8,000
未積立債務	4,000		
	8,000		8,000

未積立債務を５年間で元利均等償却する場合の特別保険料率 ${}^{OAN}P'_B$ は

$$ {}^{OAN}P'_B = \frac{4,000}{200 \times 57.17241} = 34.98190 \cdots \% \fallingdotseq 35\% $$

となる。

よって、解答は（F）

②

給与をベースアップした場合の標準保険料率 ${}^{OAN}P_B^{(30\%)}$ は

$$ {}^{OAN}P_B^{(30\%)} = \frac{\left(S^f + S^a_{FS}\right) \times 0.2 \times 1.30}{\left(G^f + G^a\right) \times 0.2 \times 1.30} = 22\% $$

となり、ベースアップ前後で同率の標準保険料率となる。

また、ベースアップ後の責任準備金 ${}^{OAN}V_B^{(30\%)}$ は

$$ {}^{OAN}V_B^{(30\%)} = \left\{S^f + S^a_{FS} + S^a_{PS} - {}^{OAN}P_B^{(30\%)} \times \left(G^f + G^a\right)\right\} \times 0.2 \times 1.30 = 10,400 $$

であるから、未積立債務は $10,400 - 4,000 = 6,400$ となる。

したがって、ベースアップ後の特別保険料率が 35% となるような償却月数を求めればよいため、求める償却年月の現価率は

$$ \frac{6,400}{1000 \times 0.2 \times 1.30 \times 35\%} = 70.32967 \cdots < 70.60268 $$

となるから、予定償却期間は６年３ヵ月となる。

よって、解答は $a = 6$ 、$b = 0$ 、$c = 3$

③

被保険者の給与合計は $1,000 \times 0.2 = 200$ であるが、発足の１年後から４年後まで毎年 15 ずつ減少するので、求める特別保険料率は

$$ \frac{4,000}{\left\{200 + (200 - 15) \times v + (200 - 15 \times 2) \times v^2 + (200 - 15 \times 3) \times v^3 + (200 - 15 \times 4) \times v^4\right\} \times 11.89177} $$

$$ = 41.01189 \cdots \% $$

よって、解答は $d = 4$ 、$e = 1$

（３）

①

年金制度 B の財政方式を加入年齢方式に変更した場合の標準保険料 ${}^{E}P_B$ および責任準備金 ${}^{E}V_B$ は

$$ {}^{E}P_B = \frac{S^f \times 0.2}{G^f \times 0.2} = \frac{400}{8,000} = 5\% $$

$$ {}^{E}V_B = \left(S^a_{FS} + S^a_{PS} - {}^{E}P_B \times G^a\right) \times 0.2 = (20,000 + 40,000 - 5\% \times 60,000) \times 0.2 = 11,400 $$

よって、財政方式を加入年齢方式に変更した場合の制度全体の未積立債務は
$11{,}400-4{,}000=7{,}400$ となり、（２）①より財政方式を開放基金方式とする場合の未積立債務が $4{,}000$ であることから、財政方式の変更による新たな未積立債務は $7{,}400-4{,}000=3{,}400$ となる。
よって、解答は $f=3$、$g=4$、$h=0$、$i=0$

②
年金制度 B の財政方式を加入年齢方式に変更した場合の貸借対照表は次のとおりとなる。

F_B ：積立金	4,000	${}^{E}V_B$ ：責任準備金	11,400
${}^{OAN}PSL$: 未積立債務（開放基金方式）	4,000		
${}^{E}PSL$: 未積立債務（加入年齢方式）	3,400		
	11,400		11,400

今回、財政方式を加入年齢方式に変更したことによる追加未積立債務が3,400であることから、変更後の給付利率における現価率を x 、変更後の責任準備金を ${}^{E}V_B'$ とすると、題意を満たすためには次の式が成り立つ。

$$ {}^{OAN}PSL+{}^{E}PSL-\left({}^{E}V_B'-F_B\right)\leq\frac{{}^{E}PSL}{2} $$

これを変形すると、

$$ {}^{E}V_B'-F_B\geq{}^{OAN}PSL+\frac{{}^{E}PSL}{2} $$

ここで、給付利率5.5%（15年確定年金現価率：124.01006）の年金月額の給付利率を変更した場合の責任準備金 ${}^{E}V_B'$ は x を用いて $\frac{124.01006}{x}\times{}^{E}V_B$ と表せるので

$$ \frac{124.01006}{x}\times{}^{E}V_B-F_B\geq{}^{OAN}PSL+\frac{{}^{E}PSL}{2} $$

$$ x\leq\frac{124.01006\times{}^{E}V_B}{{}^{OAN}PSL+\frac{{}^{E}PSL}{2}+F_B}=145.74378\text{ L} $$

ここで、給付利率3.0%の15年確定年金現価率は145.57261、給付利率2.5%の15年確定年金現価率は150.58092であるから、求める給付利率は3.0%となる。
よって、解答は（F）

なお、＜変更後の給付利率に関する前提＞の２つめの前提について、「変更後の給付利率は、当該変更による制度全体の責任準備金の減少額が追加未積立債務の２分の１を上回らない範囲で最小となる利率とする」と解しても同様の答えが導かれる。

以上

問題番号			正答	配点
問題１．（３０点）	（１）		（Ｉ）	５点
	（２）		（Ｅ）	５点
	（３）		（Ｆ）	５点
	（４）		（Ｆ）、（Ｉ）	完答で５点
	（５）		（Ｅ）	５点
	（６）		（Ｉ）	５点
問題２．（３６点）	（１）	①	（Ｅ）	３点
		②	（Ｆ）	３点
	（２）	① *abcd*	0016	完答で１点
		②	（Ｆ）	２点
		③	（Ｉ）	３点
	（３）	① *abcd*	1000	完答で３点
		② *efgh*	6273	完答で３点
	（４）	①	（Ｄ）	完答で６点 ①と②は順不同 部分点として、①と②が完答で２点、③が正答で１点、④が正答で１点
		②	（Ｂ）	
		③	（Ｐ）	
		④	（Ｈ）	
	（５）	①	（Ｃ）	２点
		②	（Ｊ）	２点
		③	（Ｈ）	２点
	（６）	①	（Ｅ）	３点
		②	（Ｂ）	３点
問題３．（１７点）	（１）	①	（Ｈ）	１点
		②	（Ｎ）	１点
		③	（Ｆ）	１点
		④	（Ｊ）	１点
		⑤	（Ｐ）	１点
		⑥	（Ｈ）	１点
		⑦	（Ｃ）	１点
		⑧	（Ｔ）	１点
		⑨	（Ｖ）	１点
	（２）	⑩	（Ｆ）	完答で２点 ⑩と⑪は順不同
		⑪	（Ｔ）	

<table>
<tr><td rowspan="6"></td><td rowspan="6"></td><td>⑫</td><td>（Ｊ）</td><td rowspan="2">完答で２点
⑫と⑬は順不同</td></tr>
<tr><td>⑬</td><td>（Ｖ）</td></tr>
<tr><td>⑭</td><td>（Ｆ）</td><td rowspan="2">完答で２点
⑭と⑮は順不同</td></tr>
<tr><td>⑮</td><td>（Ｎ）</td></tr>
<tr><td>⑯</td><td>（Ｂ）</td><td rowspan="2">完答で２点
⑯と⑰は順不同</td></tr>
<tr><td>⑰</td><td>（Ｓ）</td></tr>
<tr><td rowspan="6">問題４.
（１７点）</td><td colspan="2">（１）</td><td>（Ｃ）</td><td>２点</td></tr>
<tr><td rowspan="3">（２）</td><td>①</td><td>（Ｆ）</td><td>３点</td></tr>
<tr><td>② abc</td><td>603</td><td>完答で３点</td></tr>
<tr><td>③ de</td><td>41</td><td>完答で３点</td></tr>
<tr><td rowspan="2">（３）</td><td>①
fghi</td><td>3400</td><td>完答で３点</td></tr>
<tr><td>②</td><td>（Ｆ）</td><td>３点</td></tr>
</table>