

## ASTIN Bulletinにみるアクチュアリー学研究的動向

ASTIN 関連研究会

日本興亜損害保険 黛 哲二

損害保険ジャパン 友利 真士

あいおいニッセイ同和損害保険 魚崎 哲史

スイス再保険 大嶋 健郎

【司会】 「ASTIN Bulletin にみるアクチュアリー学研究的動向」というテーマで、ASTIN 関連研究会から発表していただきます。発表されるのは、日本興亜損保の黛さん、損保ジャパンの友利さん、あいおいニッセイ同和損保の魚崎さん、スイス再保険の大嶋さんの4名でございます。それでは、よろしくお願いいたします。

【黛】 ASTIN 関連研究会から「ASTIN Bulletin にみるアクチュアリー学研究的動向」について、発表させていただきます。日本興亜損害保険の黛です。

2013年度 日本アクチュアリー会年次大会

---

## ASTIN Bulletinにみる アクチュアリー学研究的動向

---

2013年11月8日  
ASTIN関連研究会

<p>このセッションをより有意義なものとするため、会場との双方向コミュニケーションツールを使用します。</p> <p>双方向コミュニケーションに参加される方(端末を所持している方)は、発表者の案内に従い回答をお願いします。</p> <p>回答は、個人を識別できない形で集計結果としてのみ利用します。また、このセッションの内容を会報・アクチュアリージャーナル等に掲載する際には、集計結果も含めて掲載します。</p>	<table><tr><td>日本興亜損害保険</td><td>黛</td><td>哲二</td></tr><tr><td>損害保険ジャパン</td><td>友利</td><td>真士</td></tr><tr><td>あいおいニッセイ同和損害保険</td><td>魚崎</td><td>哲史</td></tr><tr><td>スイス再保険</td><td>大嶋</td><td>健郎</td></tr></table>	日本興亜損害保険	黛	哲二	損害保険ジャパン	友利	真士	あいおいニッセイ同和損害保険	魚崎	哲史	スイス再保険	大嶋	健郎
日本興亜損害保険	黛	哲二											
損害保険ジャパン	友利	真士											
あいおいニッセイ同和損害保険	魚崎	哲史											
スイス再保険	大嶋	健郎											

1

大会委員の方からも案内があったとおり、本セッションでは、セッションをより有意義なものとするため、会場との双方向コミュニケーションツールを使用します。端末を所持し、双方向コミュニケーションに参加される方は、ご協力をお願いします。回答は、個人を識別できない形で集計結果としてのみ利用します。また、このセッションの内容を会報等に掲載する際には、集計結果を含めて掲載する予定です。

本セッションは、私を含め4人のASTIN 関連研究会メンバーが発表を行います。

## はじめに

2

私のパートでは、「はじめに」として、ASTINに関する各種紹介などをさせていただきます。

### ASTIN関連研究会について

- 日本アクチュアリー会内でASTINに関連する研究を行う組織、1986年設立
- 現在委員37名
- 年次大会発表
  - 損保のアクチュアリー業務におけるRの活用(2010)
- 損保数理基礎研究
  - R分科会におけるフリーウェアRの研究
  - GLMのプライシングに対する適用
- 海外文献研究
  - ASTIN Bulletin Abstract
  - Non-Life Insurance Pricing with GLM

3

発表に先立ちまして、我々「ASTIN 関連研究会」についてご紹介させていただきます。

ASTIN 関連研究会は、日本アクチュアリー会内で ASTIN に関連する研究を行う組織として 1986 年に設立されました。現在 37 名の委員が参加しています。主な活動としては、「年次大会での発表」、「損保数理に関する基礎研究」、「海外文献の研究・紹介」などを行っています。

## ASTINについて

### Q1. ASTINとは？

- ① 生命保険の研究所
- ② 損害保険の国際組織
- ③ 保険料関連の団体

4

次に「ASTIN」についてですが、ここで質問です。「ASTIN」とは次のうちどれが最も近いでしょうか？ 1、生命保険の研究所、2、損害保険の国際組織、3、保険料関連の団体。お手元に端末をお持ちの方は1から3のいずれかをお選びください。

## ASTINについて

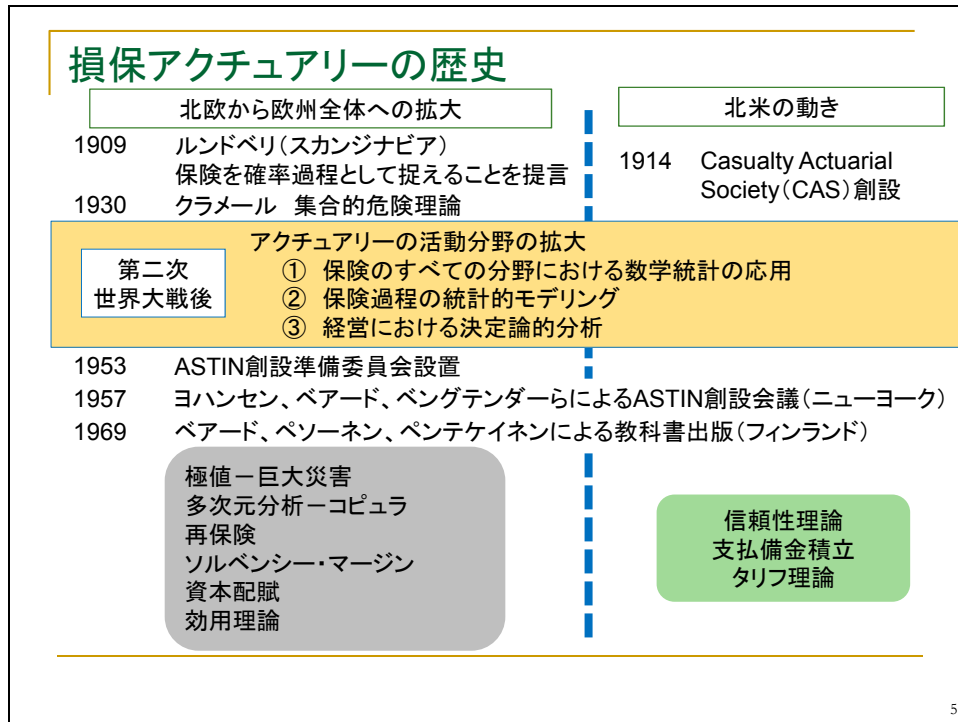
### Q1. ASTINとは？

- |  |           |
|--|-----------|
| ① 生命保険の研究所                                   | 0(0%)     |
| <input checked="" type="radio"/> ② 損害保険の国際組織 | 28(87.5%) |
| ③ 保険料関連の団体                                   | 4(12.5%)  |

- Actuarial **ST**udies In **N**on-Life Insuranceの略
- 国際アクチュアリー会 (IAA) の損害保険部門
- 1958年から論文誌**ASTIN Bulletin**を編集

4

回答ありがとうございます。皆さんの回答はこのようになっています。正解は2の「損害保険の国際組織」になります。「ASTIN」は「Actuarial Studies In Non-Life Insurance」の略で、国際アクチュアリー会-IAAの損害保険に関するセクションです。IAAの最初のセクションとして1957年に創設され、本日紹介します論文誌『ASTIN Bulletin』を1958年から編集しています。



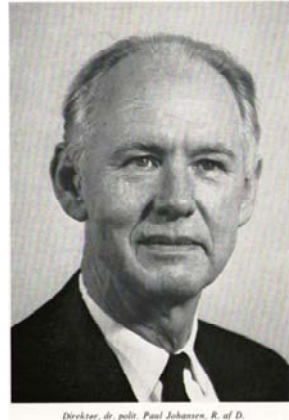
次に ASTIN と関連が深い損保アクチュアリーの歴史について、ASTIN 創設 50 周年記念として 2007 年の第 37 回 ASTIN 会議で行われました、ビュールマン氏の講演「ASTIN の歴史」からまとめました。ビュールマン氏の講演については、全訳を『アクチュアリージャーナル第 69 号』に掲載しています。

損保アクチュアリーの歴史には、大きく二つの流れがあります。一つは北欧から欧州全体へと広がった集合的危険理論を中心とする流れ、もう一つは北米で早くに創設された CAS を中心とする流れです。また、第二次世界大戦後は、大戦に駆り出され暗号解読や物資運搬の効率化などのために働き、大戦終結とともに職場に復帰した数学者たちによって、大戦中に発達した技術を保険の分野においても継承して数々の研究が行われた結果、損保アクチュアリーの活動分野が大きく拡大しました。

ASTIN に関しては、1953 年に創設準備委員会が設置され、1957 年の ICA ニューヨーク大会期間中に行われた ASTIN 創設会議において、ヨハンセン、ベアード、ベングテンダーらにより創設されました。ASTIN 創設後も大きなふたつの潮流は、それぞれの得意分野を中心に発展してきました。『ASTIN Bulletin』掲載論文や、このあと紹介します ASTIN 会議での研究発表には、この得意分野が色濃く反映しています。

## ポール・ヨハンセン氏追悼

- ASTIN創設者のひとり
- ASTIN初代会長
- 23年間ASTIN委員として活動
  
- 1910 コペンハーゲンにて誕生
- 1932 コペンハーゲン大学金牌受賞
- 1941 保険数学研究所博士号取得
- 1953 北欧アクチュアリー保険料率算出機構設立
- 1957 ASTIN創設
- 1959 デンマーク初の火災保険アクチュアリー
- 2012 1月5日101歳にて逝去



6

ここで、ASTIN 創設メンバーの一人であり、ASTIN 初代会長であるポール・ヨハンセン氏が昨年逝去された記事が、『ASTIN Bulletin』に掲載されていましてので紹介します。本記事の翻訳は、著者代表であるビュールマン氏、ご遺族代表のソレン・ヨハンセン氏、『ASTIN Bulletin』編集委員長のケアンズ氏の了解を得て、『アクチュアリージャーナル第85号』に掲載されています。ポール・ヨハンセン氏は、長きにわたって損保アクチュアリー学の牽引者として、大きな功績を残されました。ポール・ヨハンセン氏の功績を称え、ここに追悼の意を表させていただきます。

## ASTIN会議(ASTIN Colloquium)について

- 世界各国でほぼ毎年開催
  - ハーグ(2013)メキシコシティ(2012) マドリッド(2011)  
ヘルシンキ(2009)マンチェスター(2008)オーランド(2007)  
チューリッヒ(2005)バーゲン(2004)ベルリン(2003)  
カンクン(2002)ワシントンDC(2001)ポルトセルボ(2000)  
東京(1999) ...
- 研究発表(例:ハーグ大会)
  - 極値論、支払備金積立て、リスク管理、保険料算定、巨大災害、死亡率、危険理論と再保険、将来予測モデル、統計モデル、ソルベンシー、金融工学、信用リスク...
- 2014年は、国際アクチュアリー会議(ICA)において研究セッションが行われる

7

さて、ASTINの活動として『ASTIN Bulletin』の編集と双璧をなしている、ASTIN会議-ASTIN Colloquiumについてご紹介します。ASTIN会議は、4年に1度の国際アクチュアリー会議-ICAが開催される年を除いてほぼ毎年開催されているASTIN主催の会議で、1999年には、日本アクチュアリー会の100周年行事の一環として東京で開催されています。会議では、損害保険に関連する研究発表を中心として、広範囲の研究発表が行われています。2014年は、3月30日から4月4日まで、ワシントンD.C.でICAが開催されるためASTIN会議は開催されませんが、ICAにおいてASTIN会議と同様の損害保険関連の研究セッションが行われます。

## ASTIN Bulletinについて

Q2. ASTIN Bulletinを読んだことがある？





- ① いつも届いたらざっと目を通す
- ② 届いているがあまり読んだことがない
- ③ 存在は知っているが入手していない
- ④ 存在を知らなかった

8

それでは、本日のメインテーマであります『ASTIN Bulletin』について話を進めていきたいと思えます。ここで、アンケートを取りたいと思えます。端末をお持ちの方は準備をお願いします。皆さんは『ASTIN Bulletin』をお読みになれたことがありますでしょうか、1、いつも届いたらざっと目を通す、2、届いているがあまり読んだことがない、3、存在は知っているが入手していない、4、存在を知らなかった。1から4でお選びください。

## ASTIN Bulletinについて

Q2. ASTIN Bulletinを読んだことがある？

- ① いつも届いたらざっと目を通す  
 **3(15%)**
- ② 届いているがあまり読んだことがない  
 **2(10%)**
- ③ 存在は知っているが入手していない  
 **11(55%)**
- ④ 存在を知らなかった  
 **4(20%)**

8

ありがとうございます。3の「存在は知っているが入手していない」という方が多いようです。

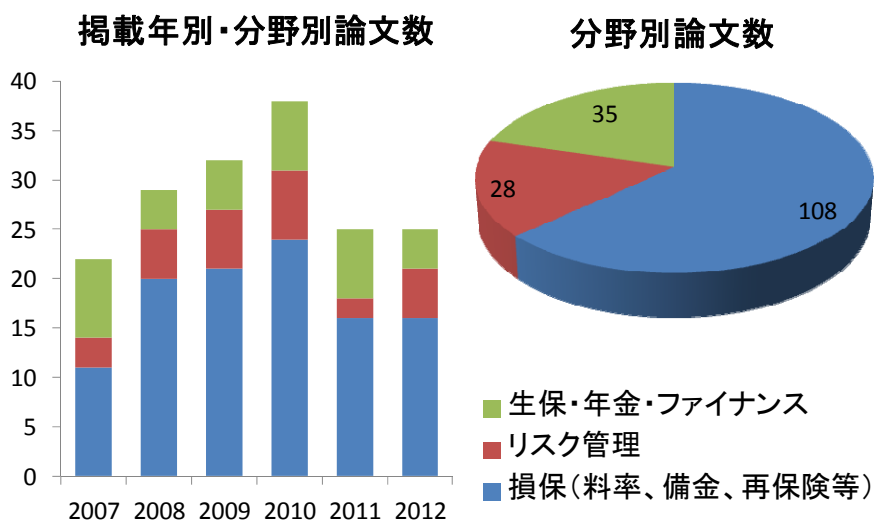
## ASTIN Bulletinについて

- 2007年にIAAの論文誌(The Journal of the IAA)と位置づけ改定
- 損害保険から、IAAのすべてのセクションをカバー
  - IAAのセクション
    - ASTIN 損害保険
    - AFIR/ERM 財務リスク/ERM
    - AWB 国境なきアクチュアリー(未発達地域への普及活動)
    - IAHS 健康・医療保険
    - IAALS 生命保険
    - IACA コンサルティング
    - PBSS 年金、社会福祉

9

『ASTIN Bulletin』は、当初はASTIN発行の論文誌でしたが、2007年にIAAの論文誌と位置づけが改定され、ASTINだけでなくIAAのすべてのセクションをカバーするものとなっています。IAAのセクションには、ご覧の7セクションがあり、広範囲な分野に及んでいます。

## ASTIN Bulletin掲載論文の傾向



10

次に『ASTIN Bulletin』掲載論文の傾向について見ていきます。2007年から2012年の6年間の傾向を見ると、掲載年別では、2009年、2010年が多いようです。ここからは推測になりますが、この頃は、モデリングや備金に関する論文が多く、ソルベンシーⅡ導入や内部モデルの高度化に向けた検討が盛り上がっていたのかもしれませんが。また、ソルベンシーⅡなどで、各国とも第1の柱である定量的資本要件よりも第2の柱



である「ORSA-リスクとソルベンシーの自己評価」に規制見直しの重点が移ってきたことが 2011 年以降論文数が減っていることと関係しているのかもしれませんが。

分野別では当然損保分野が多くなっており、全 171 本中 108 本と 6 割強を占めています。ファイナンス系に分類した論文は、2007 年に 5 本あっただけでそれ以降はあまり出ていません。

## 本プレゼンテーションの概要

- 3つのテーマを取り上げて研究の動向や注目すべき論文の概要を紹介
  - 損害保険におけるプライシング
  - リスク管理
  - 生命保険における死亡率等の分析

11

本日のプレゼンテーションの概要ですが、『ASTIN Bulletin』に掲載された論文のうち、「損害保険におけるプライシング」、「リスク管理」、「生命保険における死亡率等の分析」の3つのテーマを取り上げて、研究の動向や注目すべき論文の概要を紹介します。

それでは、ここで友利さんとバトンタッチをします。友利さんよろしくお願ひします。

## 損保分野

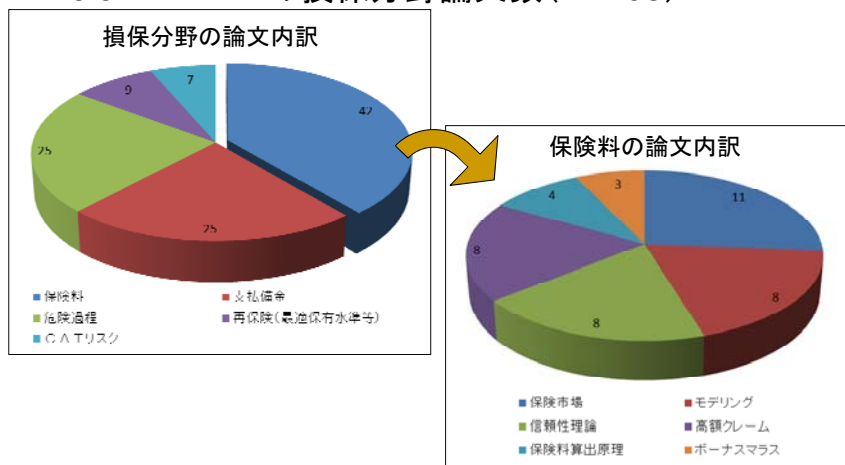
12

【友利】 損保ジャパンの友利と申します。よろしく申し上げます。

私からは『ASTIN Bulletin』に掲載された論文のうち、損保分野の動向についてご紹介させていただきます。今回の発表の目的の一つは、『ASTIN Bulletin』を知ってもらおうという点にありまして、先ほどアンケートであまり知らないという方が多かったと思うのですけれども、今回を機に、目を通していただくと幸いです。それでは、損保分野の紹介に入らせていただきます。

### 損保分野の論文内訳

#### ■ Vol37.1～42.2の損保分野論文数(N=108)



13

まず初めに、損保分野の論文に関して全体感を見ていきたいと思えます。Vol. 37～42の間の損保分野の論文は108本あります。最も多いのが保険料分野で、42本あります。なお、この保険料分野の区分には、再保

険の保険料に関するものも含まれています。続いて、支払備金、危険過程がそれぞれ 25 本と続いています。再保険のうち、保険料以外の最適保有水準等に関する部分の論文が 9 本、CAT リスクの論文が 7 本という構成になっています。

損害保険分野の特徴としては、生命保険の分野よりも一事故で多額の支払いが生じたり、賠償責任保険など、支払いが長期化する商品を昔から扱っていることから、再保険の論文や CAT リスク、あと、支払備金に関する論文数が多いものと考えております。

さらに、論文のうちのもっとも大きい割合を占める保険料の論文の内訳について見ていきたいと思えます。分類の区分の概要については次のスライドで説明しますが、分けてみますと、保険市場に関する論文が 11、モデリング、信頼性理論、高額クレームがそれぞれ 8、保険料算出原理が 4、ボーナスマラスに関する論文が 3 という構成になっています。

分類区分	概要
保険市場	保険消費者の行動パターンなどの分析
モデリング	クレーム頻度やクレーム単価などの分析
信頼性理論	データの信頼できる程度を定量化
高額クレーム	高額クレームの推定、振る舞いの分析
保険料算出原理	保険料水準の設定方法
ボーナスマラス	自動車保険の等級制度に代表されるボーナスマラス制度の分析

次のスライドで、分類区分の概要について見ていきます。まず保険市場ですが、これは保険消費者の行動パターンなどを分析する分野です。損害保険は 1 年契約が中心ということもあって、消費者の動向に関する分析が盛んに行われています。この部分については、アクチュアリー試験の教科書にはあまり載っていない部分でもあるので、面白いところなのではないかと思えます。

続いて、2 番目にモデリングなのですが、これはクレーム頻度やクレーム単価などを分析する分野になっています。ここで注意なのですが、「クレーム」という言葉は損保でよく使われるのですが、一般に使われる苦情などの意味ではなくて、損害保険の分野では保険金を請求する単位のことを意味しています。損害保険では、例えば自動車保険事故における相手への賠償や自分の車への補償など、同一の事故でも複数の保険金請求がありうるので、クレームという単位が使われています。損害保険では、そもそもクレーム頻度があまり安定的ではないことや、リスク細分化が進んでいるので、このようなモデリングという研究が進められています。

3 番目が信頼性理論です。ここは十分にデータが得られないときなどに、データの信頼できる程度というものを定量化する分野となっています。

4番目が高額クレームです。先ほど申し上げたとおり、高額賠償のようにクレーム額が高額になるような場合があって、その振る舞いを分析する研究というのもここで行われています。

次に、保険料算出原理です。これは保険料水準をどう設定するかという分野になっておりまして、例えばテイルが長いリスクに対する保険料設定などを、期待値と標準偏差の組み合わせでは料率設定が難しい場合などがあるので、このような研究が行われています。

最後が、ボーナスマラス制度です。ボーナスマラスというのは、契約者の経験値を料率に反映する方法としてとられている制度になりまして、無事故の場合は翌年の保険料を下げ、事故があった場合、翌年の保険料を上げるという制度になっています。日本では自動車保険の等級制度などが主な制度として該当します。このようなボーナスマラス制度を分析するというのが、この分野になります。

保険市場の論文について		
Vol	タイトル	著者
37-1	Dynamic Pricing of General Insurance in a Competitive Market 競争的マーケットにおける損害保険の動的プライシング	EMMS, Paul
38-1	Optimal Consumption and Insurance: A Continuous-time Markov Chain Approach 最適な消費および保険:連続時間マルコフ連鎖アプローチ	KRAFT, Holger, STEFFENSEN, Mogens
38-2	Pareto Optimality and Equilibrium in an Insurance Market 保険市場におけるパレート最適と均衡	GOLUBIN, A.Y.
39-1	Stochastic Models for Actuarial Use: The Equilibrium Modelling of Local Markets アクチュアリーの実務用の確率モデル:地域市場における均衡モデル	THOMSON, Robert J., GOTT, Dmitri V.
40-2	Existence and Uniqueness of Equilibrium in a Reinsurance Syndicate 再保険シンジケートの均衡の存在と一意性	AASE, Knut K.

他6篇

続いて次のスライドで、個々の論文について、タイトルだけになりますが、簡単に紹介していきたいと思っています。

まず、保険市場の論文についてなのですが、ここでは11本中、そのうちの5本を載せています。ここではタイトルを見ていただくと何となくの雰囲気がつかめるのではないかと考えておりますが、競争的マーケットを題材にしたものや、最適な消費をテーマにしたもの、均衡について論じたものなどが出ています。

## モデリングの論文について

Vol	タイトル	著者
39-1	Actuarial Applications of a Hierarchical Insurance Claims Model 階層的クレームモデルのアクチュアリアルな応用	FREES, Edward W., SHI, Peng, VALDEZ, Emiliano A.
39-1	Assessing Individual Unexplained Variation in Non-Life Insurance 損害保険の個々の説明されない変動の見積もり	HÖSSJER, Ola, ERIKSSON, Bengt, JÄRNMALM, Kajsa, OHLSSON, Esbjörn
40-1	A Multilevel Analysis of Intercompany Claim Counts 会社横断のクレーム件数の複数階層分析	ANTONIO, Katrien, FREES, Edward W., VALDEZ, Emiliano A.
40-1	Dispersion Estimates for Poisson and Tweedie Models ポアソンおよびTweedieモデルにおける散布度推定	ROSENLUND, Stig
40-2	Model Selection and Claim Frequency for Workers' Compensation Insurance 労災保険に関するモデル選択およびクレーム頻度	CUI, Jisheng, PITT, David, QIAN, Guoqi

他3篇

16

続きまして、モデリングの論文についてですけれども、モデリングについては全部で8本論文があり、そのうちの5本をここに載せています。モデリングの論文では、実際のデータを使用している論文があり、上から3つの論文は、すべて自動車保険の実データを使用した論文になります。他には、5つ目に載せている論文のように、労災保険に関する論文というものも紹介されています。本日は、後ほど1番目に挙げた論文を、もう少し詳細に見ていきたいと思います。

## 信頼性理論の論文について

Vol	タイトル	著者
37-2	Structural Parameter Estimation Using Generalized Estimating Equations for Regression Credibility Models 一般化推定方程式(GEE)を用いた回帰信頼性モデルの構造パラメータ推定	LO, Chi Ho, FUNG, Wing Kam, ZHU, Zhong Yi
37-2	Credibility, Hypothesis Testing and Regression Software 信頼度、仮説検定および回帰分析ソフトウェア	TAYLOR, Greg
38-1	Using Multi-dimensional Credibility to Estimate Class Frequency Vectors in Workers Compensation 労働災害補償におけるクラス別頻度ベクトル推定のための多次元クレディビリティの使用	COURET, Jose, VENTER, Gary
38-1	Multivariate Latent Risk: A Credibility Approach 多変量の潜在的なリスク: 信頼性アプローチ	ENGLUND, Martin, GUILLÉN, Montserrat, GUSTAFSSON, Jim, NIELSEN, Lars Hougaard, NIELSEN, Jens Perch
39-1	Full Credibility with Generalized Linear and Mixed Models 一般化線形モデルおよび一般化線形混合モデルの全信頼度	GARRIDO, José, ZHOU, Jun

他3篇

17

続きまして、信頼性理論の論文についてです。信頼性理論については全部で8本の論文があり、そのうち5本を載せています。3つ目の論文にあるように、多次元の信頼性理論の構築や、5つ目にあるように、一

般化線形モデルに適用する全信頼度の論文などが出ています。

### 高額クレームの論文について

Vol	タイトル	著者
38-1	Asymptotic Tail Probabilities for Large Claims Reinsurance of a Portfolio of Dependent Risks 従属関係にあるリスクのポートフォリオ向けの巨大災害再保険の漸近的テールの確率	ASIMIT, Alexandru V., JONES, Bruce L.
39-2	Quasi-Likelihood Estimation of Benchmark Rates for Excess of Loss Reinsurance Programs エクセスロス再保険プログラムにおける基準料率の疑似尤度推定法	VERLAAK, Robert, HÜRLIMANN, Werner, BEIRLANT, Jan
40-2	On Fire Exposure Rating and the Impact of the Risk Profile Type 火災エクスポージャーのレーティングおよびリスクプロファイルの型の影響	RIEGEL, Ulrich
41-1	A Bayesian Approach for Estimating Extreme Quantiles under a Semiparametric Mixture Model セミパラメトリック混合モデル下における極値分位点推定のためのベイジアンアプローチ	CABRAS, Stefano, CASTELLANOS, María Eugenia

他4篇

次に、高額クレームの論文についてですが、これも全体で8本の論文があり、そのうちの4本をこちらに記載しております。再保険関係や火災保険、それから極値分位点を扱った論文等が出ています。

### 保険料算出原理の論文について

Vol	タイトル	著者
38-1	On the Optimal Pricing of a Heterogeneous Portfolio 混合ポートフォリオの最適保険料について	FALIN, Gennady I.
38-1	Posterior Regret $\Gamma$ -Minimax Estimation of Insurance Premium in Collective Risk Model 集約的リスクモデルにおける保険料の事後リグレット $\Gamma$ -ミニマックス推定	BORATYŃSKA, Agata
42-1	Mean-Value Principle Under Cumulative Prospect Theory 累積プロスペクト理論に基づく平均値原理	KALUSZKA, Marek, KRZESZOWIEC, Michal
42-1	Conditional Tail Expectation and Premium Calculation 条件付きテール期待値と保険料の算定	HERAS, Antonio, BALBÁS Beatriz, VILAR, JOSÉ LUIS

次のスライドは、保険料算出原理の論文についてです。保険料算出原理については全部で4本の論文があり、平均値原理や条件付テール期待値による保険料算出の論文等が出ています。なお、ここで平均値定理と書いてあるのは、損保数理の教科書に出てきている期待値原理とは異なるものとなっています。

## ボーナスマラスの論文について

Vol	タイトル	著者
37-1	Bonus-Malus Systems as Markov Set-Chains マルコフ集合連鎖としてのボーナスマラスシステム	NIEMIEC, Małgorzata
39-1	Generalized Bonus-Malus Systems with a Frequency and a Severity Component on an Individual Basis in Automobile Insurance 自動車保険における、個人の事故頻度と保険金単価の要素を取り入れた一般化ボーナスマラス制度	MAHMOUDVAND, Rahim, HASSANI, Hossein
42-2	A Multivariate Discrete Poisson-Lindley Distribution Extensions and Actuarial Applications 多変量離散ポアソン-リンドレー分布の拡張と保険数理上の応用	GÓMEZ-DÉNIZ, Emilio, SARABIA, José María, BALAKRISHNAN, K.

20

次に、ボーナスマラスの論文についてです。ボーナスマラスの論文は3本ありまして、今日は後ほど2番目に掲げた論文を、もう少し詳細に見ていきたいと思えます。

## 損保 論文紹介1

(Vol.39-1)

### Actuarial applications of a hierarchical insurance claims model

#### 階層的クレームモデルのアクチュアリアルな応用

Edward W. Frees, Peng Shi and Emiliano A. Valdez

#### ■ 概略

総合型自動車保険の証券単位の実データを用いてクレームをモデル化した上で、3つの応用事例を示す。

21

それでは、今紹介しました論文のうち、損保分野の論文として2本紹介したいと思います。まず1つ目に紹介する論文は、こちらの論文になります。著者、タイトルはご覧のとおりでして、タイトルを日本語訳するとすれば「階層的クレームモデルのアクチュアリアルな応用」ということになります。この論文が扱っている具体的なテーマを一言で言いますと、総合型自動車保険の実データを用いたクレームのモデル化です。

## 損保 論文紹介1 ① 論文の概要

### ■ 論文の概略

- 著者らが2008年に発表した論文<sup>(※)</sup>で提唱した「階層的クレームモデル」を、シンガポールの保険会社における自動車保険のデータに適用した上で、アクチュアリーが興味のある3種類の応用例を示している。
- データについては、証券単位のデータを使用しており、同一の危険要因を持つグループ内での変量効果 (random-effects) をモデルに組み込むことも可能。
- 3種類の応用例については、「保険契約者の個々の特性を反映させた料率算定」、「VaRやCTEなどポートフォリオ全体のリスク尺度の算出」及び「Quota shareやExcess-of-lossなどの再保険の影響の評価」である。

※ E. W. Frees and E. A. Valdez (2008) Hierarchical insurance claims modeling. *Journal of the American Statistical Association* 103(484), 1457-1469

22

次に、論文の具体的な内容について紹介していきます。著者は本論文のベースとなる論文を以前発表しており、本論文はその以前発表された論文の応用を紹介しています。具体的には、前の論文で著者が構築した階層的クレームモデルというモデルについて、3種の応用例を示しています。3種の応用例についてはスライドの下の方に紹介していますが、「保険契約者の個々の特性を反映させた料率判定」、「VaRやCTEなどポートフォリオ全体のリスク尺度の算出」、「Quota shareやExcess-of-lossなどの再保険の影響の評価」という応用例を示しています。

## 損保 論文紹介1 ② 階層的クレームモデル

### ■ 階層的クレームモデルの概要

- 1証券で「対人賠償補償」、「対物賠償補償」並びに「被保険者のケガ及び財物に対する補償」という3種類の補償を提供する総合型自動車保険をモデル化
- クレームの発生について、「事故の発生頻度」、「事故が発生した際に上記3つの補償のうちどれが支払対象となるか」及び「各補償項目が支払対象となった際の補償項目ごとの支払保険金額」という3段階に分けてモデル化

$$f(N, \mathbf{M}, \mathbf{y}) = f(N) \times f(\mathbf{M}|N) \times f(\mathbf{y}|\mathbf{N}, \mathbf{M})$$

N: 事故件数、M: 補償項目の組み合わせをナンバリングしたもの、y: 支払保険金額

- 複数の補償項目について保険金が支払われる場合は、t-コンピュータを用いて、支払保険金額の相関をモデル化

23

次のスライドで、階層的クレームモデルについて紹介したいと思います。まず、階層的クレームモデルの



前提として、1証券で「対人賠償補償」、「対物賠償補償」ならびに「被保険者のケガおよび対物に関する補償」という3種類の補償を提供する総合型自動車保険を想定します。次に、「事故の発生頻度」、「事故が発生した際に上記3種類の補償のうちどれが支払い対象となるか」、「各補償項目が支払い対象となった際の補償項目ごとの支払い保険金額」という3段階に分けてクレームをモデル化を行なっています。言葉にすると少し分かりづらいのですが、イメージとしてはスライド中央にある算式のように、通常、保険金の分布は発生頻度と支払保険金単価の2つの分布に分けて考えているものを、その間に「3種類の補償のうちどれが支払対象となるか」という概念を挟んで考えていることになります。

また、複数の補償項目について保険金が支払われる場合は、t コピュラを用いて、支払保険金の相関をモデル化します。

## 損保 論文紹介1 ③ 事故頻度のモデル化

### ■ 事故頻度モデル

- 事故頻度については、標準的な計数モデルを用いるとしている。ここでは、事故件数が負の二項分布に従うとした上で、分布の平均に関して、年齢、性別等の危険要因の影響を反映させるため、下記の定義によるconditional meanパラメータを介して、各危険要因と負の二項分布のパラメータ  $p$  を結びつけている。

**Conditional mean パラメータ:**  $\lambda_{it} = e_{it} \exp(\mathbf{x}'_{\lambda, it} \boldsymbol{\beta}_{\lambda})$

$\mathbf{x}'_{\lambda, it}$ : 契約者  $i$  の  $t$  年度の危険要因ベクトル(事故頻度に関係するもの)

$\boldsymbol{\beta}_{\lambda}$ : 危険要因パラメータベクトル(事故頻度に関係するものに対応)

$e_{it}$ : 契約者  $i$  の  $t$  年度のエクスポージャ(証券の保険期間が1年に満たない場合)

**負の二項分布:**  $Pr(N = k) = \binom{k+r-1}{r-1} p^r (1-p)^k$

**パラメータ  $p$  と  $\lambda$  の関係:**  $\frac{1-p_{it}}{p_{it}} = \lambda_{it} \sigma = e_{it} \exp(\mathbf{x}'_{\lambda, it} \boldsymbol{\beta}_{\lambda}) \sigma \quad (\sigma = r^{-1})$

24

次のスライドで、事故頻度、事故タイプおよび支払保険金のモデル化を順に見ていきたいと思えます。

まず事故頻度のモデルです。事故頻度については、標準的な計数モデルを用いており、具体的には負の二項分布に従うと仮定しています。ただし、分布には、年齢・性別等の危険要因の影響を反映させるため、スライド中央に示した Conditional mean パラメーターを介し、各危険要因と負の二項分布のパラメーターを結びつけています。ここも言葉で書くと分かりにくいところがありますが、具体的にはスライド下部のとおり、負の二項分布の期待値を年齢・性別等の危険要因と結びつけています。

## 損保 論文紹介1 ④ 事故タイプのモデル化

### ■ 事故タイプ(事故の組み合わせ)モデル

- 3種類の補償項目のうち、どれが支払われるかの組み合わせを考え、それらをナンバリングした上で確率変数 $M$ として扱う。(組み合わせは7通りであるため、 $M=1,2,\dots,7$ )
- その上で、確率変数 $M$ が従う確率分布として、多項ロジット回帰モデルを採用。

$$\text{多項ロジット回帰モデル: } Pr(M = m) = \frac{\exp(V_m)}{\sum_{s=1}^7 \exp(V_s)}$$

$$V_m = V_{it,m} = \mathbf{x}'_{M,it} \boldsymbol{\beta}_M$$

$\mathbf{x}'_{M,it}$ : 契約者  $i$  の  $t$  年度の危険要因ベクトル(事故タイプに関係するもの)

$\boldsymbol{\beta}_M$ : 危険要因パラメータベクトル(事故タイプに関係するものに対応)

25

次に、事故タイプのモデルです。先ほど申し上げました「3種類の補償のうちどれが支払対象となるか」の組み合わせを考えて、それをナンバリングしたうえで確率変数  $M$  で表して扱います。具体的な確率分布としては、スライド中央に示した多項ロジット回帰モデルを採用しています。

## 損保 論文紹介1 ⑤ 支払保険金のモデル化

### ■ 支払保険金モデル

- テールの重さを反映させるために、GB2分布(Generalized beta of the second kind distribution)を採用。
- GB2分布のパラメータは、locationパラメータ( $\mu$ )、scaleパラメータ( $\sigma$ )、shapeパラメータ2つ( $\alpha_1, \alpha_2$ )の計4つであるが、このうち、 $\sigma$ 、 $\alpha_1$ 及び $\alpha_2$ については、補償項目ごとに異なる値とするものの、個別の契約者ごとの危険要因は反映させない。危険要因はlocationパラメータのみに反映させる。

$$\text{GB2分布: } f(y) = \frac{\exp(\alpha_1 z)}{y|\sigma|B(\alpha_1, \alpha_2)[1+\exp(z)]^{\alpha_1+\alpha_2}}$$

$$z = \frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}, \quad B(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1+\alpha_2)}$$

26

続きまして、支払保険金のモデルです。この支払保険金のモデルというのはテールの重さを反映させるため、GB2分布を使います。GB2分布とは、スライド下部に示した密度関数を持つモデルですが、パラメーターは4つありまして、locationパラメーター、scaleパラメーター、shapeパラメーターが2つと、4つパラ

メーターがあります。この GB2 分布というのは聞き慣れない分布なのですが、論文では、テイルが厚い支払保険金の分布に GB2 分布がよく当てはまるという紹介がなされています。

## 損保 論文紹介1 ⑥ 応用事例(まとめにかえて)

### ■ 応用事例

以下の3つの応用事例を示すことで、モデルの有用性を主張している。

#### □ 事例1 個別リスクに対する料率算定

危険要因による料率算定の他、免責金額・支払限度額の設定による料率の逡減の評価、総合型保険からの補償内容の分離など

#### □ 事例2 ポートフォリオ全体でのリスク尺度の算出

ポートフォリオ全体のリスク尺度として、VaRやCTEを算出

#### □ 事例3 再保険の効果の検証

Quota share と Excess-of-loss を購入した場合のクレーム総額分布を作成し、その効果を検証

27

最後のスライドは、今ご説明した階層的クレームモデルを用いた3つの応用事例を紹介したものです。

1つ目は、個別リスクに対応する料率算定です。危険要因による料率算定、免責金額や支払限度額を設定した場合の料率の逡減の評価、総合型保険から補償内容を分離した場合の料率評価などにおいて、このモデルを使うと当てはまりよく実施できることが紹介されています。

2つ目は、ポートフォリオ全体でのリスク尺度の算出です。VaR や CTE を算出できることが、紹介されています。

3つ目は、再保険の効果の検証です。Quota share や Excess-of-loss を購入した場合に、その再保険がどのような効果をもたらすかという検証に活用できることが論文で紹介されています。

以上、簡単ですが、損保分野の1つ目の論文紹介となります。

## 損保 論文紹介2

(Vol.39-1)

### Generalized Bonus-Malus Systems with a Frequency and a Severity Component on an Individual Basis in Automobile Insurance

自動車保険における、個人の事故頻度と保険金単価の要素を取り入れた一般化ボーナスマラス制度

Rahim Mahmoudvand and Hossein Hassani

#### ■ 概略

Frangos and Vrontos (2001)がASTINで発表した論文を拡張し、一般化ボーナスマラス制度(GBMS)を示した。

28

続きまして、損保分野の紹介の最後として、2つ目の論文を紹介したいと思います。著者、タイトルはご覧のとおりで、タイトルは日本語訳するとすれば、「自動車保険における個人の事故頻度と保険金単価の要素を取り入れた一般化ボーナスマラス制度」ということになります。

この論文の興味深いところは、個人向けの自動車保険のボーナスマラス制度において、保険金単価の要素を取り入れた場合の考察をしているところです。日本における個人向けの自動車保険は、事故頻度だけを見ているような形になるので、その応用として保険金単価を取り入れたところが興味深いと思っております。

## 損保 論文紹介2 ①理論の発展

### ■ ボーナスマラスシステム(BMS)の発展

- Dionne and Vanasse (1989, 1992) はリスク区分料率と、契約者の事故件数に基づく経験料率とを融合する等級制度を紹介した。
- Frangos and Vrontos (2001) は BMS モデルを、事故件数のみでなく、事故件数と保険金単価の両方の情報に基づくことで拡張した。個人の事前情報と事後情報を融合するモデルを提唱した。
- 本論文におけるBMSの定義
  - 純保険料を (1)契約者がポートフォリオに存在した年数、(2)事故の件数、(3)発生した事故によるロスの大きさ、(4)事故の件数と保険金に対して重要な影響を及ぼす個々の特性 によって決定すること。
  - ここで個々の特性の例として、年齢、性別、居住地、車の排気量等が挙げられる。
- 本論文では、一般化されたボーナスマラス制度を提案
  - 時間によるリスク特性の変化を考慮

29

次のスライド以降で、論文の内容を、簡単に紹介していきます。

ボーナスマラスシステムは、まずリスク区分料率と契約者の事故件数に基づく経験料率とを融合する等級制度が提唱され、次に事故件数のみでなく、事故件数と保険金単価の両方の情報に基づく制度が提唱されました。一般化ボーナスマラス制度のシステムでは、スライド下部に記載してありますが、(1) ポートフォリオに存在した年数と、(2) 事故の件数、(3) 発生した事故によるロスの大きさ、更に(4) 事故の件数と保険金に対して重要な影響を及ぼす個々の特性、これらによって純保険料を決定することになります。いわば(2)と(3)が経験値になっておりまして、そこに個々の特性(年齢、性別、居住地、車の排気量など)の要素も組み入れて純保険料を決定する制度です。

## 損保 論文紹介2 ②考察

- 一般化ボーナスマラス制度(GBMS)のメリット
  - 一般化されたボーナスマラス制度として、リスク特性を時間により変化する変動的な特性(年齢、車齢等)と、時間によらない固定的な特性(性別等)とに分解し、翌年度の保険料を推定した。一方、時間により変動する特性を含まない単純なボーナスマラスモデルの保険料との比較を行い、その結果を考察した。
  - The results show that one gets much more accurate premiums using the generalized form presented here, if a combination of the fixed and variable characteristics is considered. These characteristics, and their impact, change over time. (保険会社はより正確な保険料を、ここで示された一般化形式を用いることで得ることができる。ただし固定的な特性と変動的な特性を考慮することができることが前提条件であり、これらの特性とその効果は時間とともに変化するものである。)

30

本制度では、まずクレーム件数とクレーム単価の分布を想定します。そのうえで、クレーム件数とクレーム単価のそれぞれのパラメーターも確率変数と仮定し、そのパラメーターに個々の被保険者の特徴というものを加味します。個々の被保険者の特長を純保険料に反映させるという点については、先ほどご紹介した1つ目の論文と似ていますが、本制度では、それに加えて、ベイズの定理を用いて過去の経験値を将来の純保険料に反映させることにより、被保険者間の料率格差を算出しています。

最後のスライドで、一般化ボーナスマラス制度のメリットを書いています。ボーナスマラス制度に保険金単価の要素を組み込めるということが最大のメリットです。

以上で損保分野に関する論文の紹介は終わりとなりまして、次のテーマで魚崎さんにバトンタッチさせていただきます。魚崎さん、よろしくお願ひします。

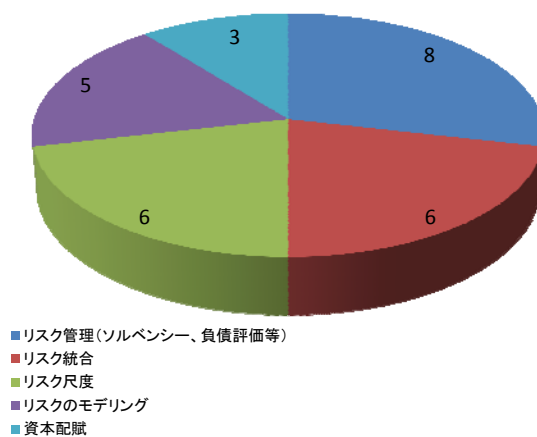
## リスク管理分野

31

【魚崎】 続いて、リスク管理分野の論文についてご紹介します。あいおいニッセイ同和損害保険の魚崎と申します。よろしくお願いいたします。

### リスク管理分野の論文内訳

- Vol37.1～42.2のリスク管理分野論文数(N=28)



32

Vol. 37. 1～42. 2 の間の、リスク管理分野の論文は全部で 28 本あります。リスク管理分野では大きく分けて 5 つのテーマが扱われています。ソルベンシー評価や保険負債等、リスク管理の枠組みに関するものが 8 本。リスク統合、リスク尺度に関するものがそれぞれ 6 本。リスクのモデリングに関する論文が 5 本。資本配賦手法が 3 本となっております。

## リスク管理分野の概要

分類区分	概要
リスク管理の枠組み	ERMやソルベンシー評価、保険負債評価の理論的枠組みなど
リスク統合	リスクカテゴリ別のリスクの統合手法や、統合のためのツール(例:コピュラ)など
リスク尺度	シミュレーションによるVaR, TVaRの推定誤差やバイアスへの対処法など
リスクのモデリング	オペレーショナルリスク等、個別リスクのモデリング手法など
資本配賦	リスクカテゴリ間の資本配賦手法など

33

5つのテーマについてそれぞれ見ていきますと、1つ目がERMやソルベンシー評価、保険負債評価の理論的枠組みなどを扱うリスク管理の枠組み、2つ目がリスク区分別のリスクの統合手法や、コピュラなどの統合のためのツールを扱うリスク統合、3つ目がシミュレーションによるVaRやTVaRなどの、推定誤差やバイアスへの対処法などを扱う論文のリスク尺度、4つ目がオペレーショナルリスク等、個別のリスクのモデリング手法などを扱うリスクのモデリング、5番目が、リスクカテゴリ間の資本配賦手法などを扱う資本配賦となっております。

## リスク管理の枠組みに関する論文について

Vol	タイトル	著者
38-1	Enterprise Risk Management, Insurer Value Maximisation, and Market Frictions 企業リスクマネジメント(ERM)、保険会社の価値最大化とマーケット・フリクション	YOW, Shaun, SHERRIS, Michael
39-1	Risk Measures and Efficient Use of Capital リスク尺度と効率的な資本活用について	ARTZNER, Philippe, DELBAEN, Freddy, KOCH-MEDINA, Pablo
40-1	The Devil is in the Tails: Actuarial Mathematics and the Subprime Mortgage Crisis 悪魔は裾にいる: 保険数学とサブプライムローン危機	DONNELLY, Catherine, EMBRECHTS, Paul
40-2	Supervisory Insurance Accounting: Mathematics for Provision and Solvency Capital Requirement 準備金およびソルベンシー資本要件における監督保険会計数理	ARTZNER, Philippe, EISELE, Karl-Theodor
41-2	Market-Consistent Valuation of Insurance Liabilities by Cost of Capital 資本コストによる保険負債の市場整合的な評価	MÖHR, Christoph

他3篇

34

以下、個別の論文を分野別に見ていきたいと思っております。リスク管理への枠組みについては8本あります。



1 番目の論文は税やエージェンシーコストといったフリクショナルコストや、保険会社の財務状態の悪化の影響を考慮した企業価値の最大化について、モデルをおいて分析している論文です。

2 番目の論文は、リスク尺度と必要資本の関係について論じたものです。あるリスクのためのポートフォリオに対し、適当な資産を追加して許容可能なポジションを構成するための必要最小限のコストとしてリスク尺度は定義され、一定の条件のもとでこれがコヒーレントリスク尺度と同質の性質を持っていることが示されています。

3 番目の論文はサブプライムローン危機を通じて浮かび上がってきた、数理モデルへの批判、例えばクレジットデリバティブのプライシングにおける正規コピュラモデルとその欠点や、リスク管理上の問題について論じたものです。

4 番目、5 番目の論文については、あとで詳しくご紹介します。

## リスク統合の論文について

Vol	タイトル	著者
37- 2	A Primer on Copulas for Count Data 計数データのためのコピュラ入門	GENEST, Christian NEŠLEHOVÁ, Johanna
39- 2	Multi-Level Risk Aggregation 複数階層のリスク統合	FILIPOVIĆ, Damir
41- 1	Measuring Comonotonicity in M-Dimensional Vectors M次元ベクトルにおける共単調性の測定	KOCH, Inge, DE SCHEPPER, Ann
42- 1	Modeling Dependent Risks with Multivariate Erlang Mixtures 多変量Erlang混合分布による相関のあるリスクのモデリング	LEE, C.K. Simon, LIN, X. Sheldon
42- 1	Estimating Copulas for Insurance from Scarce Observations, Expert Opinion and Prior Information: A Bayesian Approach 少数の観測値、専門家の判断および事前情報に基づく、保険に関わるコピュラの推定：ベイジアンアプローチ	ARBENZ, Phillip, CANESTRARO, Davide
42- 2	Tail Comonotonicity and Conservative Risk Measures テール共単調性と保守的なリスク尺度	HUA, Lei, JOE, Harry

35

リスク統合については合計6本の論文があります。1つ目の論文は、離散分布を統合するコピュラについての論文です。連続分布の場合に当てはまるよく知られた性質は、離散分布では成り立たず、連続型の場合のモデリングや推定の実務をそのまま離散型への場合に当てはめることの危険性について論じています。

2 番目の論文はリスクカテゴリーごとに算出したリスク量を統合する方法について、ソルベンシーIIで採用されているように、複数の階層でそれぞれのリスクを統合していく、例えばまず保険リスクの中で種目ごとのリスクを統合し、そのあとで保険リスクと市場リスクとを統合するといったやり方と、すべてのリスクを一度に統合するやり方の比較をしたものです。

3 番目の論文は、依存関係を表す新たな尺度を提案するものです。

4 番目の論文は、混合分布を用いたリスクの統合手法を提案しています。

5 番目の論文では、データが少ない場合において、コピュラのパラメーター推定の不確実性を観測値と監督当局等からの事前情報や専門家の判断を組み合わせるにより、低下させるための手法について紹介しています。

6 番目の論文は、コピュラを用いてテールの相関のあるリスクをモデリングするための新たな手法を提案



しております。

## リスク尺度の論文について

Vol	タイトル	著者
37-2	Quantifying and Correcting the Bias in Estimated Risk Measures 見積もったリスク量の偏りの定量化と調整	KIM, Joseph Hyun Tae, HARDY, Mary R.
39-1	Estimating the Variance of Bootstrapped Risk Measures ブートストラップリスク測定における分散の推定	KIM, Joseph H.T., HARDY, Mary R.
39-2	A Note on Nonparametric Estimation of the CTE CTEのノンパラメトリック推定について	KO, Bangwon, RUSSO, Ralph P., SHYAMALKUMAR, Nariankadu D.
40-1	Bounded Relative Error Importance Sampling and Rare Event Simulation 限界相対誤差重要サンプリングと希少事象シミュレーション	MCLEISH, Don L.
42-1	Parameter Uncertainty in Exponential Family Tail Estimation 指数型分布族テール推定におけるパラメータの不確実性	TSANAKAS, Z. Landsman
42-1	On Approximating Law-Invariant Comonotonic Coherent Risk Measures 法則不変性を有し共単調であるコヒーレント・リスク尺度の近似について	NAKANO, Yumiharu

36

リスク尺度についての論文は6本あります。モンテカルロシミュレーションによる VaR や TVaR を推定する際のバイアスや誤差とその補正方法や近似による算出が扱われております。

## リスクのモデリングの論文について

Vol	タイトル	著者
37-2	The Quantitative Modeling of Operational Risk Between G-and-H and EVT オペレーショナルリスクの定量的モデリング：G-H分布とEVT	DEGEN, Matthias, EMBRECHTS, Paul, LAMBRIgger, Dominik D.
39-2	Asymptotics for Operational Risk Quantified with Expected Shortfall 期待ショートフォールにより定量化されたオペレーショナルリスクの漸近値	BIAGINI, Francesca, ULMER, Sascha
40-1	Matrix-Form Recursions for a Family of Compound Distributions 複合分布の族についての行列形式再帰式	WU, Xueyuan, LI, Shuanming
40-1	General Stein-Type Covariance Decompositions with Applications to Insurance and Finance 一般スタイン型共分散分解の保険、金融への応用	FURMAN, Edward, ZITIKIS, Ričardas
40-2	Recursive Formulas for Compound Phase Distributions - Univariate and Bivariate Cases 複合相型の分布に関する反復公式一変数および二変数	REN, Jiandong

37

リスクのモデリングについては5本あります。1番目、2番目の論文はオペレーショナルリスクのモデリングについての論文です。特に、1番目の論文は多く引用されているようです。3番目、5番目の論文は、集散的危険モデルにおけるクレーム総額分布の計算について、パンジャー再帰式の一般化を行っております。4番目の論文は、Weighted capital allocation という資本配賦手法において必要となる Covariance

decomposition という計算を行う方法を示したものです。

## 資本配賦の論文について

Vol	タイトル	著者
38-1	Allocation of Capital between Assets and Liabilities 資産および負債間の資本配賦	ZHANG, Yingjie
38-2	Economic Capital Allocations for Non-Negative Portfolios of Dependent Risks 非負の従属リスクのポートフォリオについての経済資本配賦	FURMAN, Edward, LANDSMAN, Zinovy
40-1	Determining and Allocating Diversification Benefits for a Portfolio of Risks リスクのポートフォリオにおける分散効果の決定および配賦	CHOO, Weihao, DE JONG, Piet

38

資本配賦については3本の論文があります。1番目の論文では、資産、負債間の資本配賦について、デフォルトリスクをもとに行う方法を提案しております。2番目の論文は、複数種目の保険リスクを多変量 Tweedie 分布によりモデル化し、この場合の資本配賦モデルのルールについて示しております。3番目の論文は、単一のリスクに対するリスク量をどのように決定し、これを統合する際に分散効果をどのように反映し、それを各リスクにどう配賦するかという問題について、統一的なアプローチを提案しております。

## リスク管理 論文紹介1

(Vol.40-2)

### Market-Consistent Valuation of Insurance Liabilities by Cost of Capital

資本コストによる保険負債の市場整合的な評価

Christoph Möhr

#### ■ 概略

ソルベンシーIIIにおける保険負債の市場整合的評価に対する理論的枠組みの提案

39

それでは、リスク管理に関する論文紹介に移りたいと思います。

1つ目にご紹介する論文は、2011年の『ASTIN Bulletin』に掲載されたこちらの論文です。著者、タイトルはご覧の通りで、タイトルを日本語に訳すとすれば、「資本コストによる保険負債の市場整合的な評価」ということになろうかと思えます。リスク管理というカテゴリで紹介しておりますが、この論文が扱っているより具体的なテーマとしては、ソルベンシーIIにおける保険負債の市場整合的な評価に対する理論的枠組みの提案です。

## リスク管理 論文紹介1 ①ソルベンシーIIでの価額

- ソルベンシーIIでの保険負債の市場整合的な価額

$$= \text{最良推定} + \text{リスクマージン}$$

- 最良推定

リスクフリー金利による将来キャッシュフローの現在価値の  
確率加重平均

- リスクマージン

$$= \text{資本コスト率} \times \sum_{t \geq 0} \frac{\text{SCR}_t}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

SCR<sub>t</sub>…第t年度の必要ソルベンシー資本

r<sub>t+1</sub>…期間t+1年のリスクフリー金利

40

それでは論文の具体的な内容について紹介していきます。まずは、論文にもあるところですが、ソルベンシーIIにおける保険負債の評価方法を復習しておきます。これは市場整合的に評価された価値ということになるわけですが、ソルベンシーIIでは最良推計、英語だとベストエスティメイトとなりますが、それとリスクマージンの和として表示されます。ここで最良推定とは、リスクフリー金利による保険負債の将来キャッシュフローの現在価値を、確率加重平均したものというように定義されます。一方、リスクマージンの方は資本コスト法という考え方にに基づき、ご覧のような数式で表されます。まず、SCR、これは Solvency capital requirement、すなわち必要ソルベンシー資本の略称ですが、これを将来の各年度について考え、リスクフリー金利によって現在価値に割り戻します。これにあらかじめ定めた資本コスト率を乗じたものがリスクマージンであり、保険負債のもう一つの要素を成すというわけです。

## リスク管理 論文紹介1 ②理論的枠組みのアイデア

- 保険負債を時刻 $t=1, 2, \dots$ におけるキャッシュフロー(確率変数)の組 $L=(X_t)$  ( $t$ :時刻)と捉え、価額 $V_t(L)$ を決める。
- $L$ は次の2要素によりカバーされる:
  - 参照ポートフォリオ  
…市場価格のある金融商品ポートフォリオ
  - 調達資本  
…投資家による資本投資
- 受容可能条件  
調達資本から得られる期待リターンはリスクフリー金利より定められた水準(=資本コスト)だけ高い必要がある(投資家の視点による条件)。

41

ここから論文の本題ですが、今復習したようなソルベンシーⅡにおける価値を導き出すような、理論的な枠組みを構築しようということがメインの問題意識です。ここでは簡単にアイデアを紹介します。

まず扱う対象である保険負債ですが、これは将来キャッシュフローの組であり、各キャッシュフローは確率変数  $X_t$  であるとしします。そして、この保険負債  $L$  の時刻  $t$  での価値、 $V_t(L)$  を定義するというように記号を導入します。ここで時間は離散的、つまり時刻は整数値をとるとしします。

次に、保険負債  $L$  は2要素によりカバーされるという考え方をとります。一つは、参照ポートフォリオと呼んでいますが、市場価値のある金融商品でキャッシュフローを複製するという考え方です。考えられるすべての場合において、数学的な設定下では確率1でということになるかと思いますが、キャッシュフローを複製することができれば、無裁定のもとで、参照ポートフォリオの価額が  $L$  の価額ということになるわけですが、当然ながら一般に保険負債は金融商品ポートフォリオでは複製することはできません。そこで、参照ポートフォリオでカバーされない部分については、資本投資によってまかなうということになります。

ここで資本については資本コスト法の考え方に対応した受容可能条件という条件を考えます。これは投資家の観点による条件で、期待リターンはリスクフリー金利から得られる、リターンより資本コスト率だけ高い必要があるという制限です。

## リスク管理 論文紹介1 ③理論的枠組みの提案

- 価額 $V_t(L)$ の定義  
参照ポートフォリオ $RP_t$ 、調達資本 $C_t$ が与えられて受容可能条件を満たすとき、 $V_t(L)=V_t(RP_t)$ と定義する。
- ソルベンシーIIでの価額は次の仮定を追加した特別な場合と考えられる。
  - $C_t = pv_{t+1 \rightarrow t}(\rho(V_{t+1}(RP_t) - X_t - V_{t+1}(L)|F_t))$   
pv<sub>t+1→t</sub>…リスクフリー金利による割引  
・|F<sub>t</sub>…時刻tで得られている情報F<sub>t</sub>による条件付け
  - ρは99.5%Value at Risk
  - 受容可能条件に用いる資本コストは $C_t \times 6\%$
- さらに一定の条件の下で、上記を満たす価額が存在する(計算できる)ことが示されている。

42

次が当論文で提案している価額の定義になります。これは今述べたような参照ポートフォリオと調達資本を時刻  $t$  ごとにうまく決めてやって、受容可能条件を満たすようにできるならば、その参照ポートフォリオの価額を保険負債の時刻  $t$  での価額と定めるというのが定義です。この定義からソルベンシーIIでの価額を再現するためには、追加の仮定が必要となります。これがご覧のスライドの真ん中にあるとおりの数式になるのですが、数式としてはやや複雑に見えますが、リスクフリー金利での割引、右辺の左の部分や、条件付分布の記号を取り払っていただければ理解しやすくなるかと思います。時刻  $t$  での参照ポートフォリオの1期後の価額から、 $X_t$ 、つまり実際に実現されるキャッシュフローと  $t+1$  時点での負債の価額を引いて、バリュー・アット・リスクを考えていますので、要するに、計測期間1年のリスク量を求めているということが分かります。

ところで、先ほどの価額の定義は、実はそのまま計算できる形とはなっていません。なぜなら、条件を満たす参照ポートフォリオと調達資本をどうとるのかを明示していないからです。しかし、一定の条件のもとでは、この価額が存在し、明示的に計算できるということも論文の中で示されています。大ざっぱに言えば、先ほどの  $X_t$ イコールの数式の右辺に、一つ先の時刻の  $V_{t+1}(L)$ が現れていることに着目し、時刻について逆向きに、再帰的に  $V_t(L)$ を定めていくという方法になります。

## リスク管理 論文紹介1 ④考察

- ソルベンシーIIIにおける価額評価を包含するような理論的枠組みが得られた。
  - 市場整合的価額について新しい定義を提案しているのではなく、既存の評価方法を導く数学的な設定を提案している。
  - 提案された枠組みでは、「最良推定」+「リスクマージン」という分離は必ずしも自然なものではないという主張もされている。
  - 学術的側面(不完全市場における市場整合的な価額評価)と実務的側面(ソルベンシー規制)の橋渡しとしての意義がある。

43

最後に、論文の結論、考察の部分ですが、ソルベンシーIIにおける価額評価を内包するような、つまり少し一般化したような形の理論的枠組みを提案したということになります。論文の中でも注意喚起されていますが、特段新しい定義を推奨しているというわけではなく、既存の評価方法、これは結果を数式で与えたものになるわけですが、これを導く数学的な設定を提案しているというのが本論文の内容です。

また、ここでは深入りしませんが、価額評価を最良推定とリスクマージンに分けることは、あくまで論文の枠組みの中ではですが、必ずしも自然ではないという主張もされております。

最後に、本論文の位置づけ、ここで取り上げた意義という部分ですが、学術的・数学的な文脈で、不完全市場の価額評価はさまざまな研究がなされており、一方で、ソルベンシー規制の実務的な検討があり、これらを橋渡しするような意義があるのではないかと思います。それでは、この論文についての紹介は以上にしたいと思います。

## リスク管理 論文紹介2

(Vol.41-2)

### **Supervisory Insurance Accounting: Mathematics for Provision - And Solvency Capital - Requirements** 準備金およびソルベンシー資本要件に関する数理

Philippe Artzner, Karl-Theodor Eisele

#### ■ 概略

「初期の資産価値は準備金と必要ソルベンシー資本の合計以上でなければならない」という一般的な監督規制の形式に対して、数学的表現に基づく理論的な枠組みを与える。

44

2つ目にご紹介する論文は、2010年の『ASTIN Bulletin』に掲載された、こちらの論文です。著者、タイトルはご覧のとおりで、タイトルを日本語に訳すとすれば、「準備金、およびソルベンシー資本要件に関する数理」ということになろうかと思えます。リスク管理というカテゴリーで紹介していますが、この論文で扱っているより具体的なテーマとしては、ソルベンシーに関する監督規制です。

この論文のテーマは、準備金やソルベンシー資本要件についての理論的な枠組みを提案しようというものです。特に、初期の資産価値が準備金と必要ソルベンシー資本以上でなければならないという形態の監督規制に対して、その裏づけとなる理論的な枠組みを提案するということを目的としております。準備金や必要資本のあり方については、ソルベンシーⅡ等の既成の実務においては進展しているものの、その理論的な背景はやや置き去りにされているという印象が、この論文の筆者のモチベーションだったと思われま

す。数学的表現に基づく理論的に強固な規制により、健全な保険業界の発展に貢献しようというのが、筆者の大きなねらいではないかと思われま

す。このように、実務慣行に対する理論的な整理を行うことで、実務先行の規制に警鐘を鳴らそうという研究を行うことは、学術分野の重要な役割と考えられますので、今回、年次大会の場で紹介させていただこうというわけです。なお、この論文の筆者のアルツナーさんは、コヒーレントリスク尺度を提唱したことで有名な方です。

## リスク管理 論文紹介2 ①価値の定義

### ■ 不確実性を伴うキャッシュフローの価値の定義

- 不確実性(特に市場でヘッジすることができない)を伴うキャッシュフローの価値を評価する方法には様々なものがある。
- ここでは、「テスト確率」と呼ばれる複数の確率測度のセットを用いる方法によって価値を定義する。
- 数式で表すと以下の通り。

$$\Phi_{P,r}(X) = \inf_{Q \in P} \mathbf{E}_Q \left[ \frac{X}{r} \right]$$

- 複数のシナリオのセットが用意されていて、その各々のシナリオで期待値を計算した場合の下限を価値としているイメージ。
- 以下、上式の定義による価値を「リスク調整後価値」と呼ぶ。

45

ここから論文の本題ですが、まずは価値というものを定義する必要があります。保険負債のような不確実性を伴うキャッシュフローの価値を評価する方法には、さまざまなものがあります。ここではテスト確率と呼ばれる複数の確率測度の集合を用いる方法によって、価値を評価することとしております。数式で表すとごらんのおりのような式になるのですが、イメージとしては保険負債などの、不確実性を伴うキャッシュフローの期待現在価値を評価するためのシナリオが、幾つか用意されておりまして、それぞれのシナリオで期待値を評価した場合の下限を価値として採用するというものです。

この式の中の  $P$  がテスト確率と呼ばれるもので、複数のシナリオの集合を表しております。 $P$  中のシナリオは白抜きの  $Q$  で表されており、この  $Q$  というシナリオを用いて確率変数  $X$  の期待値を求めます。 $R$  は無リスク資産の価値を表します。

このような形のもを価値の定義としている理由の一つは、理論体系を崩すことなく、シナリオという形で保守性を自由に織り込むことができるという点にあります。もう一つの理由は、後ほど説明いたしますが、いわゆる市場整合的評価をも内包することができる定義であるという点です。



## リスク管理 論文紹介2 ②リスク調整後価値とリスク尺度

### ■ コヒーレントなリスク尺度

- リスク尺度として望ましい4つの性質を満たすもの。
  - 平行移動不変性／劣加法性／正の同次性／単調性
- 本論文の著者によって提案された考え方。
- コヒーレントなリスク尺度は、すべて、「テスト確率」を用いた以下のような形で表すことができる。

$$\rho(X) = - \inf_{\mathbb{Q} \in \mathcal{P}} \mathbf{E}_{\mathbb{Q}} \left[ \frac{X}{r} \right]$$

- リスク調整後価値の定義はコヒーレントなリスク尺度の符号を変えたものになっている。

P. Artzner, et al. "Coherent Measures of Risk", *Mathematical Finance*, 9, 203-228 (1999)

46

さらにもう一つの利点として、コヒーレントリスク尺度との関連性があります。この点について、次のスライドで説明いたします。

コヒーレントリスク尺度は、論文の筆者であるアルツナーさんが提唱したものです。リスク尺度としての望ましい性質を公理として掲げ、その公理を満たすものをコヒーレントと定義したものです。リスク管理の世界では既に有名になっている考え方で、バリュー・アット・リスクはコヒーレントではなく、テイル・バリュー・アット・リスクや期待ショートフォールはコヒーレントであるということはよく知られている結論です。

アルツナーさんがコヒーレントリスク尺度を提案した論文では、一つの重要な定理が示されており、それがスライドのこちらの式になります。すべてのコヒーレントリスク尺度は、テスト確率を用いてこの式のような形で表現することができるというものです。この式を見ますと、前のページで定義したリスク調整後価値との関連が見えてくると思います。リスク調整後価値の定義は、コヒーレントリスク尺度の符号を変えたものになっています。コヒーレントリスク尺度の性質については、アルツナーさんの提案の後もよく研究されており、その枠組みを用いることができるということが、コヒーレントリスク尺度との関連性を持った価値の定義を行うことのメリットとなります。

## リスク管理 論文紹介2 ③市場整合性

### ■ リスク調整後価値の市場整合性

- リスク調整後価値はテスト確率が一定の条件を満たす場合に市場整合的な価値となる。
- テスト確率が満たすべき条件は、テスト確率がすべてリスク中立確率(市場で取引される金融商品の価格付けに用いられる確率測度)から構成されていることなど。

※保険負債のような、市場で取引されていない不確実性を扱う場合には、非完備市場(すべての不確実性を市場を通じてヘッジすることができない)での価値評価の問題となる。

一般的な金融商品の価値評価では、完備市場を前提にしており、この場合にはリスク中立確率は一意に決まる。

一方、非完備市場においては、複数のリスク中立確率が存在する。上記の条件は、非完備市場における複数のリスク中立確率の存在を前提にしている。

47

もう一つ、リスク調整後価値の定義の優れている点ですが、テスト確率が一定の条件を満たす場合に、市場整合的な価値に一致するというものがあります。テスト確率が満たすべき条件とは、テスト確率がすべてリスク中立確率測度から構成されていることなどです。

補足ですが、保険負債のように、市場で取り引きされていない不確実性を扱う場合には、非完備市場の問題となります。一般的な金融商品の価値評価では、完備市場、つまり株価の変動など、市場で取り引きされている不確実性のみを扱いますが、このような完備市場の前提のもとでは、リスク中立確率が一意に定まります。一方で、保険負債のように死亡リスクなどの市場で取り引きすることができない不確実性が含まれている場合は、非完備市場を前提とすることになり、複数のリスク中立確率が存在することになります。市場整合的なリスク調整後価値とは、非完備市場において、複数のリスク中立確率で評価した場合に最も価値が小さくなるものを採用するという、非完備市場における価値評価の一つの考え方に通じているものです。

いずれにせよ、ここまで価値評価の定義とその性質、特にコヒーレントリスク尺度との関連、市場整合的評価との関連について、説明いたしました。

## リスク管理 論文紹介2 ④準備金

### ■ 準備金(負債)の定義

- 準備金は負債を複製する資産ポートフォリオ(市場で取引されている資産)の市場価格(の下限)として定義される。
- 定義は下式。

$$L_0(Z_1) = \inf_{A_1} \{ c \mid \pi(A_1) \leq c, \Phi_{p,r}(A_1 - Z_1) \geq 0 \}$$

資産ポートフォリオ  $A_1$  の市場価格

$A_1$  は負債  $Z_1$  との差額の「リスク調整後価値」が非負になるもの

負債の「複製」は、負債  $Z_1$  に対して、資産  $A_1$  とネットした場合のリスク調整後価値が非負であるという形で表現する。

負債を複製する資産ポートフォリオのうちで、市場価値が最も小さいものの価値が準備金となる。

- 上式で定義された準備金は、負債  $Z_1$  の市場整合的評価と一致

48

続いては、負債や必要ソルベンシー資本の定義に移ります。まず負債の定義になるのですが、負債に伴う準備金というのは、負債を複製する資産ポートフォリオの価値として定義されます。この考え方は、一般的な準備金の考え方に近いものというように思われます。より厳密には、次のように定義されます。

ある資産ポートフォリオ  $A_1$  を持ってきて、それが負債との差額のリスク調整後価値を計算したときに、負にならないとします。そうすると、このような条件を満たす資産ポートフォリオのうち、最も小さいものを準備金の価額として採用します。これが準備金の定義になります。このように定義された準備金ですが、一つの定義として、市場整合的評価と一致するということが示されております。

## リスク管理 論文紹介2 ⑤ソルベンシー要件

### ■ 必要ソルベンシー資本の定義

- 必要ソルベンシー資本は資産と負債の差額のブレの「リスク調整後価値」として定義される。

$$M_0(A_1, Z_1) = -\Phi_{p,r}(A_1 - Z_1 - r \cdot \Phi_{p \cap M, r}(A_1 - Z_1))$$

資産  $A_1$  と負債  $Z_1$  との差額の市場整合的な現在価値(ブレの計測の中心)

### ■ ソルベンシー要件の定義

- 資産の価値は、準備金と必要ソルベンシー資本の合計以上でなければならない。

$$A_0 \geq L_0(Z_1) + M_0(A_1, Z_1)$$

準備金と必要ソルベンシー資本の合計

49

続いて、必要ソルベンシー資本の定義になります。必要ソルベンシー資本は、資産と負債の差額、つまり純資産と呼ばれるものですが、これのブレのリスク調整後評価として定義されます。数式で表せばこのとおりですが、資産と負債との差額の市場整合的な現在価値を中心にした、資産と負債の差額のブレを評価しております。

この定義を前提に、ソルベンシー要件が定義されます。ソルベンシー要件とは、一般的に使われている監督規制と整合的に定義されます。つまり、資産の価値は準備金と必要ソルベンシー資本の合計以上でなければならないという定義です。以上のようにして、負債と必要ソルベンシー資本が定義され、さらに一般的な監督規制と整合的な形でソルベンシー要件が数学的に定義されております。

## リスク管理 論文紹介2 ⑥諸定理

### ■ 準備金の性質

- 負債を複製する資産ポートフォリオの価値として定義された準備金は、リスク中立確率(ただし非完備市場)で評価したリスク調整後価値に等しい。
- 準備金は、債務の価値を最大化しようとする監督者の意図と、資産のポジションを調整して負債との合計の価値を小さくしようとする会社の意図の均衡としての性質を持つ。

### ■ ソルベンシー要件に係る定理

- 負債に対する最適複製ポートフォリオを保有している場合、必要ソルベンシー資本はゼロとなる。
- ある会社が現時点で支払可能である場合(資産の価値が負債の価値以上)、最適複製ポートフォリオの保有によって、ソルベンシー条件を満たすことができる。

50

ここまでの数学的な定義によって、監督規制についての理論的な枠組みが構築されるのですが、この枠組みの中で幾つかの定理が示されていますので、ここでその一部を紹介いたします。

まず、準備金の性質ですが、これは先ほど触れた点ですが、準備金は負債のキャッシュフローの市場整合的評価、すなわちリスク中立確率で評価したものが準備金と等しくなります。また、別の性質として、準備金が債務の価値を最大化しようとする監督者の意図と、資産のポジションを調整して、負債との合計の価値を小さくしようとする会社の意図との、均衡としての性質を持つことも示されております。

また、ソルベンシー要件に関わるものとしては、負債に対する最適複製ポートフォリオを保有している場合、必要ソルベンシー資本はゼロとなることや、現時点で資産の価値が負債の価値以上であれば、最適複製ポートフォリオの保有によってソルベンシー条件を満たすことができることが示されております。

以上がこの論文で提案されている価値評価準備金ソルベンシー資本の定義と、それらの性質に関する定理です。

## リスク管理 論文紹介2 ⑦結論

### ■ 監督会計に対する数学的枠組みを構築

- コヒーレントなリスク尺度と関連を持つ「リスク調整後価値」をもとに、準備金、必要ソルベンシー資本を定義。
- 非完備市場における価値評価の理論をベースに、市場整合的な価値評価との関連(求められる条件)を明らかにしている。
- 一般的に用いられる監督規制の枠組みに対して、数学的な定義を与え、このような監督規制が成立するために(規制裁定が生じないようにするために)必要な条件を示すとともに、様々な定理を導き出している。
- 理論的により強固な保険監督規制に貢献するものと考えられる。

51

まとめますと、一般的に用いられている監督規制と整合的な、理論的数学的な枠組みを構築したということになります。この理論的枠組みはコヒーレントリスク尺度と関連を持ったリスク調整価値をベースにしております。非完備市場における価値評価の理論を背景に、市場整合的な価値評価との関連も示しております。さらに、さまざまな定理を導き出してしております。

この論文の意義は、一般的に用いられる監督規制の枠組みに対して数学的な定義を与え、この監督規制が成立するために必要な条件とともに、さまざまな定理を導き出している点にあります。このような理論的に強固な枠組みを背景に、保険監督に関する議論がより進化していくことが期待されております。

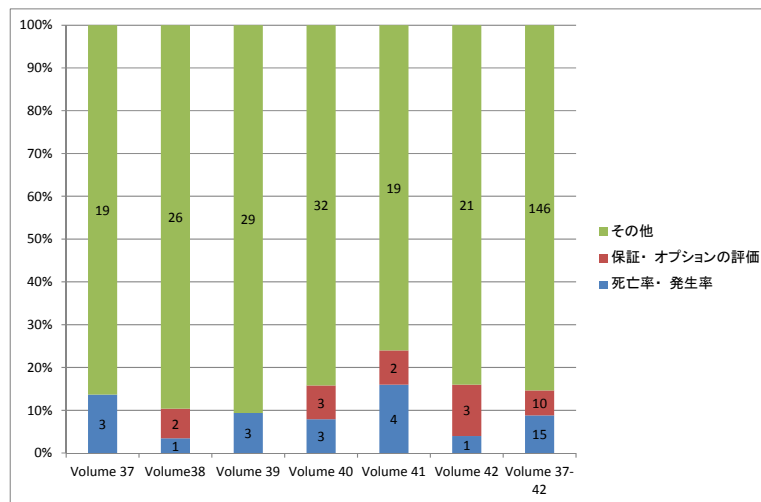
以上で論文の紹介は終わります。では、大嶋さんに交代いたします。

## 生保分野等

52

【大嶋】 スイス再保険の大嶋でございます。よろしくお願いいたします。  
私からは、第三分野を含む生保分野に関する論文について紹介させていただきます。

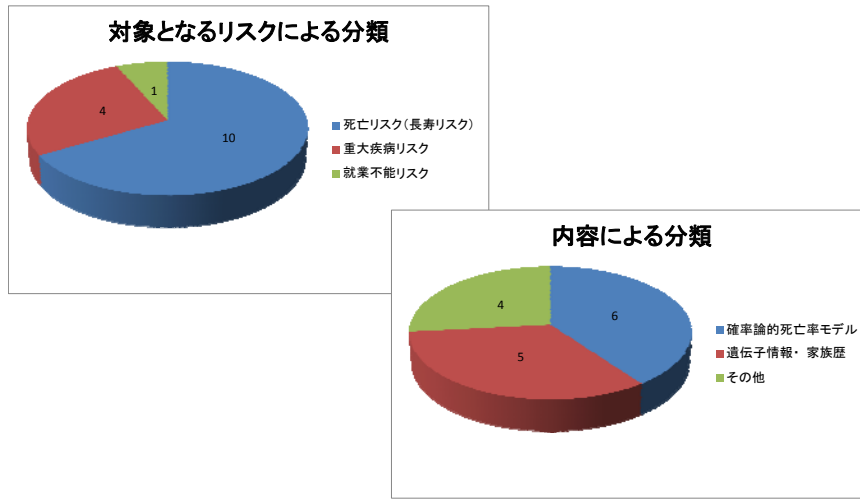
### 生命・第三分野の論文数の推移



53

ASTIN といえば、大半は損保であることは間違いないのですが、このスライドのとおり、ここ数年は、10%から20%程度は生命保険分野、あるいは第三分野がカバーしています。中でも一番多いのが、この表でいうと青い死亡率や発生率に関する論文です。この部分だけ詳しく見てみます。まず対象となるリスクに関して分類すると、やはり大半は死亡リスクです。つまり、長寿リスク、死亡率に関するものです。

## 死亡率・発生率に関する論文の内訳



54

その次に重要なのが、がんを中心とした重大疾病に関するリスクになります。方法論によって分類すると、死亡率を確率論的にモデル化したものが一番大きい分野で、次いで遺伝子情報や家族歴に関して何らかの分析を行ったものになっております。

## 確率論的死亡率モデルに関する論文

Vol	タイトル	著者
39-1	Uncertainty in Mortality Forecasting: An Extension to the Classical Lee-Carter Approach 死亡率の将来予測の不確実性: 古典的Lee-Carterアプローチの拡張	LI, Johnny Siu-Hang, HARDY, Mary, TAN, Ken Seng
39-2	Stochastic Mortality The Impact on Target Capital 確率論的死亡率: 資本目標への影響	OLIVIERI, Annamaria, PITACCO, Ermanno
41-1	Bayesian Stochastic Mortality Modeling for Two Population 二つの集団を対象とするベイズ法に基づく確率論的死亡率モデリング	CAIRNS, Andrew J.G., BLAKE, David, DOWD, Kevin, COUGHLAN, Guy D., KHALAF-ALLAH, Marwa
42-2	Key Q-Duration - A Framework for Hedging Longevity Risk キー・Qデュレーション: 長寿リスクに対するヘッジの枠組み	LI, Johnny Siu-Hang, LUO, Ancheng

他2篇

後ほど解説

55

一番大きな分野は、先ほどの確率論的な死亡率モデルに関する論文ということになるのですが、これに関しては後ほど詳しく述べますので、タイトルだけ紹介させていただきます。

## 遺伝子情報・家族歴と重大疾病リスク

- リスクファクターとしての遺伝子情報・家族歴
  - 家族歴は乳がん、前立腺がん、大腸がんなどのリスクファクターだと考えられている
  - がんの発生リスクを高めることが判明している遺伝子情報（例：BRCA1/2変異→乳がん、卵巣がん）
- 家族歴の引受査定への利用
  - 欧米：重大疾病保険の引受査定に家族歴が用いられているものの、規制があるのが一般的
  - アジア：日本と韓国を除くほぼ全ての国で重大疾病（がん）保険の引受査定に家族歴が用いられている
- インプリケーション
  - 逆選択が起こっている？
  - 遺伝子情報・家族歴を活用した保険？

56

もう一つの大きな分野が、遺伝子情報や家族歴と重大疾病リスクを絡めた分野になります。遺伝子情報や家族歴は、がんを中心した重大疾病の重要なリスクファクターとして認識されています。具体的にいいますと、家族歴は、ご両親や、あるいはご兄弟がその病気になったことがあるかといった情報です。それが、乳がんや、前立腺がん、あるいは大腸がんのリスクファクターであることは、ほぼ間違いないだろうといわれています。また、遺伝子に関しては、特定のがんの発生リスクを高める遺伝子が幾つかあることが判明しています。有名なものとしては、BRCA1 や 2 の遺伝子の変異があります。アンジェリーナ・ジョリーが、乳がんになる確率が非常に高いから手術をしたと話題になりました。それもこの遺伝子に関するものです。

このような研究成果が出ているにもかかわらず、保険会社が、この研究成果、家族歴や遺伝子情報を利用することに関しては一定の規制上の制限があります。日本と韓国以外のアジアでは、ほぼ自由に家族歴を聞いてアンダーライティングをしているようです。日本と韓国では規制上どうも難しそうです。欧米では、ごくわずかな家族歴を引き受け査定に用いてよいが、詳しい情報を扱ってはいけないといった規制があります。

そうすると、保険を買う側が自分のリスクについてよく知っていて、売る側であるわれわれはリスクに関してよく分からないということになります。逆選択の大きな要因になるのではないかといった懸念があるわけです。また、仮に規制環境が変わって、十分な情報が得られるならば、遺伝子情報や家族歴を利用した優良体保険といったものも、もしかするとありうるかもしれません。したがって、非常に大きな生命保険会社の関心を集めています。



## 遺伝子情報・家族歴を題材にして重大疾病リスクについて論じた論文

Vol	タイトル	著者
37 2	A Correction for Ascertainment Bias in Estimating Rates of Onset of Highly Penetrant Genetic Disorders 浸透性の高い遺伝子異常の出現率の推定における診断バイアスの修正	ESPINOSA, Carolina, MACDONALD, Angus
38 2	Sampling Distributions of Critical Illness Insurance Premium Rates: Breast and Ovarian Cancer 重大疾病保険の保険料率の標本分布: 乳がんと卵巣がん	LU, Li, MACDONALD, Angus, WATERS, Howard
39 2	Modeling Adverse Selection in the Presence of a Common Genetic Disorder The Breast Cancer Polygene 一般的な遺伝子異常の存在における逆選択のモデル化: 乳がん多遺伝子	MACDONALD, Angus S., MCIVOR, Kenneth R.
41 2	The Impact of Genetic Information on the Insurance Industry Conclusions from the 'Bottom-Up' Modeling Programme 遺伝情報が保険業界に与える影響 「ボトムアップ手法による結論」	KLING, Alexander, RUEZ, Frederik, RUB, Jochen

57

具体的な論文は4本あります。タイトルだけを挙げさせていただきます。例えば一番下のものに関しては、ハンチントン病や、早期アルツハイマー病、あるいは筋緊張性ジストロフィーといった、具体的な遺伝子情報とその疾患の発生率の関係が割と分かっているものに関して、どの程度の逆選択というものが行われて、それが保険会社の収支にどう影響するかをモデル化した論文になっております。

## 生保・第三分野 論文紹介1

(Vol.39-1)

### Uncertainty in Mortality Forecasting: An Extension to the Classical Lee-Carter Approach

死亡率の将来予測の不確実性: 古典的Lee-Carterアプローチの拡張

Johnny Siu-Hang Li, Mary R. Hardy and Ken Seng Tan

- 概略  
Lee-Carterモデルに、年齢別の分散パラメータの導入を提案

58

次からは、もう一つの主要な分野である、確率論を使用した生存率のモデリングに関する論文の紹介をさせていただきます。1つ目が、死亡率の将来予測の不確実性、古典的 Lee-Carter アプローチの拡張です。Johnny Siu-Hang Li, Mary Hardy, Ken Seng Tan という、ウォータールー大学の方々が出した論文です。こ

の論文の内容を一言で言えば、古典的な Lee-Carter モデルに年齢別の分散パラメーターを導入することによって、より幅広い不確実性を織り込むことができるということになります。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ①Lee-Carterモデル

### ■ Lee-Carterモデル

- 年齢 $x$ 、時点 $t$ の死亡率の中心値  $m_{x,t}$  を以下の式で表す。

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$

### ■ Lee-Carterモデルによる死亡率予測

- 第一段階  
過去の死亡率データから、パラメータを推定する。
- 第二段階  
自己回帰和分移動平均 (ARIMA) 過程により  $k_t$  をモデル化し、将来分を予測する。

59

まずは、もとなっている Lee-Carter モデルです。これはロナルド・リーとローレンス・カーターによって 1992 年に導入されたものです。幅広く使われているモデルでして、例えば米国の社会保険庁や、あるいは国連によっても使用されているという実績があります。

具体的には、そこの式の  $m_{x,t}$  というのが、年齢  $x$  時点  $t$  の死亡率の中心値となりまして、その  $\log$  をとったものを、そこに書いてある  $a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}$  というような形で表記してやるモデルです。 $a_x$  が年齢  $x$  の平均的な死亡率の水準を表して、 $k_t$  が時間  $t$  における死亡率の改善率のスピードを表します。 $b_x$  がそれぞれの年齢  $x$  における  $k_t$  に関する感応度となりまして、 $\varepsilon$  が誤差項、このようなモデルになります。

具体的なパラメーターの計算方法ですが、 $a_x$ 、 $b_x$ 、 $k_t$ 、さらには  $\varepsilon$  を過去のデータからまずは推定してやります。その際には特異値分解、英語でいうと Singular value decomposition ですが、それを用いるのが一般的です。過去のデータから推定したあとに、自己回帰和分移動平均を用いて  $k_t$  をモデル化して、 $k_t$  の将来分を予測します。そうすることによって、将来の死亡率に関するモデルを構成する、これが古典的 Lee-Carter モデルになります。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ②古典的モデルの課題

- 古典的Lee-Carterモデルが仮定する確率分布
  - 古典的Lee-Carterモデルでは、エクスポージャー  $E_{x,t}$  に対して、死亡者数  $D_{x,t}$  が平均  $\lambda_{x,t} = E_{x,t} e^{a_x + b_x k_t}$  のポアソン分布に従うことを仮定する。

$$\Pr[D_{x,t} = y] = \frac{\lambda_{x,t}^y e^{-\lambda_{x,t}}}{y!}$$

- 課題
  - ポアソン分布では、分散が平均と等しい制約があるが、実際には、分散が平均よりも大きい過分散となりうる。

60

この古典的 Lee-Carter モデルなのですが、エクスポージャー  $E_{x,t}$  に関する死亡者数である  $D_{x,t}$  が、そこに書いてあります平均  $\lambda_{x,t}$  のポアソン分布に従うと想定してします。よって、 $D_{x,t}$  の分散と平均が等しいということになります。つまり、分散が平均よりも大きくなるような過分散をモデル化することができない欠点があります。また、パラメーターの自由度が低いということがありまして、信頼区間が狭くなりすぎる欠点もあります。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ③モデルの拡張

- 同年齢の群団内における個別の危険の程度の違いを反映することによる、分散パラメータの導入
  - 年齢  $x$  の群団を、大きさの同じ  $N_x$  個の区分に細分化し、各区分  $i$  の危険の程度を  $z_x(i)$  とする。

$$D_{x,t}(i) | z_x(i) \sim \text{Poisson} \left( z_x(i) \frac{\lambda_{x,t}}{N_x} \right)$$

- $z_x(i)$  が期待値1、分散  $\iota_x$  のガンマ分布に従うとすると、 $D_{x,t} = \sum_{i=1}^{N_x} D_{x,t}(i)$  は、次の負の二項分布に従う。 $(\alpha_x = \iota_x / N_x)$

$$\Pr[D_{x,t} = y] = \frac{\Gamma(y + \alpha_x^{-1})}{y! \Gamma(\alpha_x^{-1})} \left( \frac{\lambda_{x,t}}{\lambda_{x,t} + \alpha_x^{-1}} \right)^y \left( \frac{\alpha_x^{-1}}{\lambda_{x,t} + \alpha_x^{-1}} \right)^{\alpha_x^{-1}}$$

- $\alpha_x$  が分散パラメータとなり、過分散が許容される。

$$\text{Var}(D_{x,t}) = E(D_{x,t}) + \alpha_x [E(D_{x,t})]^2$$

61

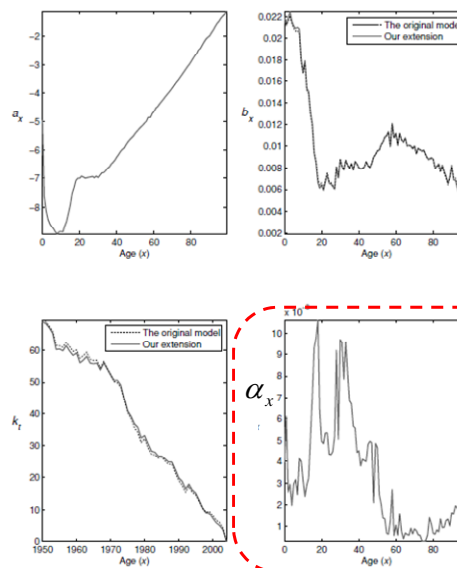
(会場からの指摘に基づいて、発表後に資料を修正した)

このような欠点を踏まえて、モデルの拡張をしようというのがこの論文のテーマです。元々の Lee-Carter

モデルでは、同じ年齢の人々はすべて均一で、一つの死亡率に従うと想定しています。ところが、何らかの疾病を抱えている人や、あるいは喫煙者と非喫煙者の違い等ありまして、実際には、年齢が同じでも死亡率は異なることが自然に想定されます。そこで、年齢  $x$  の群団を同じ大きさの  $N_x$  個に区分し、各区分  $i$  の危険の程度を  $z_x(i)$  で表します。この  $z_x(i)$  が期待値 1、分散  $t_x$  のガンマ分布に従うとしますと、 $D_{x,t}(i)$  を  $i=1$  から  $N_x$  まで足したものである  $D_{x,t}$  というのは、 $t_x/N_x$  を  $\alpha_x$  とした場合に、そこに書かれているような二項分布に従います。そうすると、この  $D_{x,t}$  の分散が、平均値プラス  $\alpha_x$  倍の平均値の 2 乗を掛けたものになります。この新しい拡張では過分散が許容されることになります。また、現実のポートフォリオに符合するように、年齢が同じでも幾つかのリスクの違いが反映されることになります。

### 生保・第三分野 論文紹介1 ④適用事例(パラメータ)

- 過去の死亡率データによるパラメータの推定
  - 右図は、古典的モデルと拡張モデルに、米国の1950年から2004年までの死亡率データをあてはめたときの推定パラメータ。
  - 拡張モデルで追加された分散パラメータ  $\alpha_x$  の値は、年齢によって大きく変わる。



出典: Uncertainty in Mortality Forecasting: An Extension to the Classical Lee-Carter Approach, Astin Bulletin, 39(1), p146

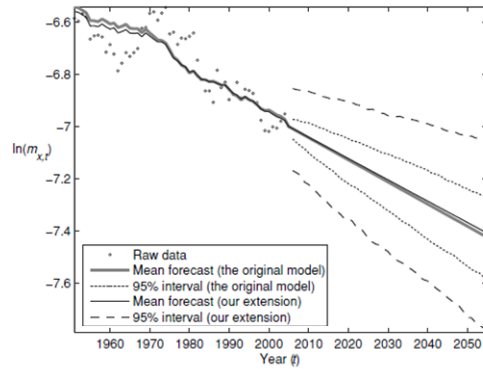
62

次からは数値例です。古典的な Lee-Carter モデルとここで紹介されている拡張例を、実際のデータに当てはめたというお話です。1950年から2004年までの米国の死亡率データに対して、 $a_x$ 、 $b_x$ 、 $k_x$ 、さらには、拡張に関しては  $\alpha_x$  を、それぞれ、古典的なもの、新しいもので計算してやります。すると、最初の3つに関してはほぼ同じなのですが、分散パラメーターである  $\alpha_x$  は年齢によって大きく違うものになりました。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ⑤適用事例(区間推定)

### ■ 死亡率の将来予測の区間推定

- 右図は、古典的モデルと拡張モデルによる、代表年齢の死亡率の95%信頼区間。
- 拡張モデルによる信頼区間は、古典的モデルによるものよりもかなり幅広い。
- 拡張モデルを前提とすると、保険会社にとって、古典的モデルに基づくマージンでは不十分である。



出典: Uncertainty in Mortality Forecasting: An Extension to the Classical Lee-Carter Approach, Astin Bulletin, 39(1), p152

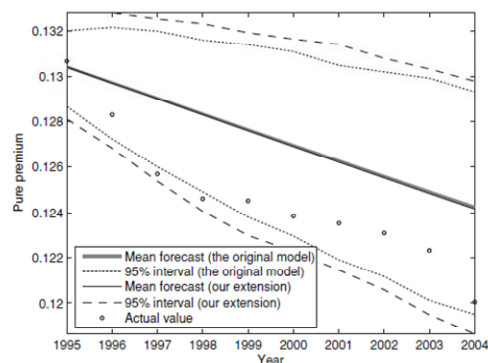
63

このモデルを用いて将来の死亡率予測をします。2000年くらいまでしかデータがないので、それ以降が将来予測となります。比較的太い線で書かれている mean に関しては、古典的なものも新しい拡張したものと同じです。上と下が二つのモデルにおける 95%の信頼区間を表しています。このグラフから明らかのように、古典的なものの信頼区間は、拡張後のものの信頼区間よりもはるかに狭いことになります。インプリケーションとしては、拡張後のモデルを使った方がより幅広く変動性を捉えることができる。例えば必要資本を計算するなどといったときには、より保守的な算出ができる。以上のことがいえます。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ⑥適用事例(バックテスト)

### ■ バックテストによるモデルの評価

- 右図は、30歳加入の終身保険の支払現価 $A_{30}$ の、1994年までのデータに基づく1995年以降の「予測」と実際の値との比較。
- 古典的モデルによる95%信頼区間からは、実際の値がから2つも外れているが、拡張モデルによる95%信頼区間には、実際の値が全て含まれており、拡張モデルの方が適合性が高い。



出典: Uncertainty in Mortality Forecasting: An Extension to the Classical Lee-Carter Approach, Astin Bulletin, 39(1), p157

64

次は、バックテストを用いた当てはまり具合の検証です。具体的には、30歳加入の終身保険の支払現価  $A_{30}$

を計算します。実際にはデータはたくさんあるのですが、1994年までのデータだけを使って  $A_{30}$  のモデリングをします。1995年以降は未来のことであると想定して、モデリングを行います。それで、元々のモデルと拡張後のモデルで、mean および 95%信頼区間の幅をグラフにしてあります。

ところが、実際には 95 年以降もデータがありますので、95 年以降のデータを丸くプロットします。幅広いのが拡張後で、狭いのが拡張前なのです。拡張前のモデルだと、実際の実績のうちの 2 つの点が 95%信頼区間の外に出ております。拡張後のものの方が、実際のデータに関してもよく当てはまっているといった主張ができます。

## 生保・第三分野 論文紹介1 ⑦まとめ

- 古典的Lee-Carterモデルの課題
  - 古典的Lee-Carterモデルでは死亡者数がポアソン分布に従い、分散が平均と等しいことを仮定する。
  - 過分散性が反映されないため、死亡率の将来予測の不確実性が過小評価される。
  
- 古典的Lee-Carterモデルの拡張と効果
  - Lee-Carterモデルに、年齢別の分散パラメータを導入。
  - 米国の過年度の死亡率データによる区間推定のバックテストでは、この拡張により適合性が向上。

65

1つ目の論文紹介のまとめです。古典的な Lee-Carter モデルでは、死亡者数がポアソン分布に従うので、分散・平均が等しいことを仮定してしまい、過分散性が反映されないため、将来の死亡率の不確実性が過小評価されてしまうという課題があった。それに対して、ここで検討されている拡張では、年齢別の分散パラメータを導入することによって、より幅広い不確実性を評価することができる。米国の過年度の死亡率データによる区間推定のバックテストを行うと、この拡張によって適合性がより向上した。これが1つ目の論文になります。

## 生保・第三分野 論文紹介2

(Vol.41-2)

### Key Q-duration: A Framework for Hedging Longevity Risk

キー・Qデュレーション:長寿リスクに対するヘッジの枠組み

Johnny Siu-Hang Li, Ancheng Luo

- 概略  
死亡率の先渡取引(Qフォワード)を用いたヘッジ手段の提案

66

もう一つ論文を紹介させていただきたいのですが、こちらはタイトルが『キー・Q デュレーション 長寿リスクに対するヘッジの枠組み』ということなのですが、著者は Johnny Siu-Hang Li さんという方と Ancheng Luo さんという方で、この Li さんは先ほどの論文でも著者として出てきました。ともにウォータールー大学の方々です。

ここでは、キー・Q デュレーションという測度を新たに導入します。この新しい測度を使って、死亡率に関するフォワード取引すなわち Q フォワードにより長寿リスクをヘッジする手段を検討しようといった論文になります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ①長寿リスクとは

- 長寿リスクとは
  - 生存年金を支給する年金基金や保険会社にとってのリスク
  - 年金受給者が予定よりも長生きするリスク
  - システマティック・リスク
- 長寿リスクを資本市場に移転可能
  - 予期せぬ負債の増加を相殺するために、実際の生存率の増加分を支払う契約をヘッジファンド等と締結する
  - ヘッジファンド等からすると、リスクプレミアムを獲得できる、伝統的な運用資産と低相関な資産運用ができるというメリットがある
  - 生存スワップ: Babcock InternationalとCredit Suisse (2009)
  - 25年長寿債: BNP ParibasとEIB (2004)
  - Life and Longevity Markets Association
- 長寿リスクのヘッジ戦略の手法を提供するのが本論文の目的

67



まず、そもそも長寿リスクなのですから、例えば年金基金や、あるいは終身年金のポートフォリオ等を想定していただければ分かりやすいのですが、被保険者が長生きすると年金の支払いが増えまして、収支が悪化する。それをリスクとして認識するのが長寿リスクです。一般的な定期保険等の死亡保険と違いまして、この長寿リスクは幾つ契約を集めようがリスクとしてはなくならないという意味で、システムティックなリスクであるといえます。

この長寿リスクなのですが、資本市場に移転するという事例が幾つかございます。例えば、2009年のバブコック・インターナショナルとクレディ・スイスの間の取引や、BNPパリバとヨーロッパ・インベストメント・バンクによる取引です。LLMAという長寿リスクの資本市場への移転を活発化しようというアソシエーションが形成されておりまして、そこのウェブサイトに行くと、幾つか実際の取引の事例があります。

ファンドの側にしてみますと、本来ファンドが持っております為替リスクや、あるいは株価の変動リスクといったものと長寿リスクは、そこまで相関があるとは思えませんので、より多様化したリスクを持ったポートフォリオを構成することができるということになります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ②キー・Qデュレーション

### ■ キーレート・デュレーション

- ▣ デュレーションは、ポートフォリオ価値の金利感応度を表す指標
- ▣ イールドカーブは、通常キーレートと呼ばれる幾つかの年限のスポットレート(例: 半年、1年、3年、5年、7年、10年、15年、30年)をもとに、内挿/外挿して推定
- ▣ 各キーレートのデュレーションをキーレート・デュレーションと呼ぶ

### ■ キー・Qデュレーション(KQD: Key Q-Duration)

- ▣ Qデュレーションは、年金負債の現在価値の死亡率カーブ(特定部分)に対する感応度を表す指標
- ▣ 高齢者の死亡率カーブの変化の大部分は、いくつかの年齢(例: 65歳、70歳、75歳、80歳、85歳)の死亡率の変化を用いて説明できる
- ▣ その代表年齢のQデュレーションを、キー・Qデュレーションと呼ぶ

$$\text{▣ } KQD(P(q), j) = \lim_{\delta(j) \rightarrow 0} \frac{P(q(\delta(j))) - P(q)}{\delta(j)}$$

- ここで、 $q$ と $q(\delta(j))$ はj番目のキー死亡率を $\delta(j)$ だけシフトする前後の死亡率カーブ
- $P(q)$ は死亡率カーブ $q$ を用いた年金負債を表す

68

早速なのですが、準備としましてキー・Qデュレーションを導入します。これはキーレート・デュレーションという元々ある概念のアナロジーです。そもそもデュレーションというのはポートフォリオ価値の金利感応度を表す指標です。イールドカーブは、半年、1年、3年、5年、7年、10年といった、何年かの、通常キーレートと呼ばれる幾つかの年限のスポットレートを内挿・外挿することによって得られるのが一般的です。このような代表的な年限の各キーレートのデュレーションのことを、キーレート・デュレーションと呼びます。そのアナロジーとして、キー・Qデュレーションというのも導入されておりまして、そもそもQデュレーションというのは、年金負債の現在価値の、死亡率カーブに関する感応度です。

高齢者の死亡率のカーブの変化の大部分が5歳おきの代表年齢、65、70、75、80、85歳といった代表年齢の死亡率の変化を用いて説明できるので、代表年齢だけに関してデュレーションを考えてやろう、キーデュレーションを考えてやろうといった発想で導入されたのがキー・Qデュレーションです。

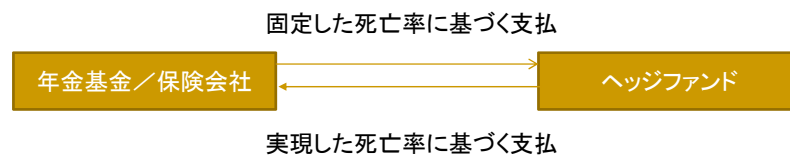
一番下に書いてある式で  $KQD$  イコールと書いてあるものが定義です。ここで  $P$  という関数は負債価値を



表します。関数の中に入っている  $q$  は死亡率のカーブです。要は、死亡率のカーブを一つ決めてやると、それに応じて年金負債の価値が出てきますという発想なのです。元々の  $q$  が、元の死亡率のカーブで、それに対して  $\tilde{q}(\delta(j))$  というのが  $j$  番目のキー死亡率が  $\delta(j)$  だけシフトしたときの死亡率カーブを表します。この  $\delta(j)$  に関して極限をとってやるのが、キー・Q デュレーションの定義となります。

### 生保・第三分野 論文紹介2 ③ヘッジ手段:Qフォワード

- フォワード(先渡し取引)
  - 将来のある時点で、ある特定の資産を、現時点で約定した価格で受け渡す店頭取引
- Qフォワード
  - 将来のある時点で、ある特定の母集団の特定年齢の死亡率に比例したランダムな金額を固定した金額に交換することを、現時点で約定する取引



69

このように、キー・Q デュレーションを定義したうえで、Q フォワードを用いてヘッジをします。フォワードというのは文字どおり先渡し取引でして、年金基金や保険会社の場合は、固定した死亡率に基づく支払いを行って、ヘッジファンドの方が変動分をカバーするという仕組みです。具体的にいいますと、例えば 2013 年において 60 歳の男性の 20 年後の死亡率に関して、0.5% という水準で取引が行われたとします。仮に実際の 20 年後の死亡率が 0.5% よりも小さい場合、保険会社は長生きされることでロスが生じるのですが、死亡率の差に相当する部分だけ、プラスのキャッシュフローをヘッジファンドから得られるといった取引になります。これがヘッジを行うための道具になります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ④ヘッジの方法

### ■ ヘッジの方法

- 一つの年齢(年齢層)からなる年金負債を考え、その現在価値を $L(\mathbf{q})$ で表す
- $n$ 個のQフォワードで年金負債をヘッジする

$$H(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^n w(j) F_j(\mathbf{q})$$

ここで、 $w(j)$ は $j$ 番目のQフォワードの購入単位、 $F_j(\mathbf{q})$ は $j$ 番目のQフォワードの1単位あたりの現在価値とすると、 $H(\mathbf{q})$ はQフォワードのポートフォリオの現在価値となる

- 年金負債とQフォワードのポートフォリオのキー・Qデュレーションが等しくなるように $w(j)$ を決定する。すなわち、すべての $j$ に対して

$$KQD(L(\mathbf{q}), j) = KQD(H(\mathbf{q}), j)$$

70

それで、これを用いた具体的なヘッジ方法なのですが、最初から複雑すぎると何なので、一つの年齢だけからなる年金負債を考えます。Qフォワードとしては、いろいろな年限ごとに  $n$  個あったとします。 $n$  個のQフォワードで年金負債をヘッジするのですが、ここで  $H(\mathbf{q})$  というのがQフォワードのポートフォリオの現在価値となります。 $w(j)$  というのが第  $j$  番目のQフォワードの購入単位数です。 $F_j$  というのが第  $j$  番目のQフォワードの一単位当たりの現在価値になります。

このように  $H(\mathbf{q})$  を定義してやったうえで、この  $H(\mathbf{q})$  に関するキー・Qデュレーションと、先ほど出てきました年金負債の現価に関するキー・Qデュレーションが、すべての  $j$  に関して等しくなるように、購入単位である  $w(j)$  を決めるというのがヘッジ戦略です。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ⑤数値例

- 前提:
  - 期初に1ドル支払う91歳まで支給を行う有期年金
  - 2008年時点において60歳の年金受給者を考える
  - この年金受給者の死亡率はHuman Mortality Databaseの英国の死亡率(男性)に従う
  - 死亡率カーブの将来の最良推定は、Cairns-Blake-Dowd (CBD) モデルの中央推定と一致
    - CBDモデル:  $\ln\left(\frac{q(x,t)}{1-q(x,t)}\right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})$
  - Qフォワードは65歳、70歳、75歳、80歳、85歳にリンク
- 長寿ヘッジの有効性評価の指標:
  - $X = L(q) - L(E(q))$
  - $X^* = L(q) - L(E(q)) - H(q) + H(E(q))$
  - $R = 1 - \frac{\sigma^2(X^*)}{\sigma^2(X)}$ 
    - ここで、 $L(q)$ は将来の死亡率カーブ $q$ を用いた年金負債の現在価値
    - $L(E(q))$ はQフォワードのヘッジポートフォリオの現時点における価値
    - $\sigma^2(X)$ は確率変数 $X$ の分散を表す

71

実際には結構簡単に計算ができます。数値例で具体的に説明します。期初に1ドル払う91歳までの有期年金を考えます。2008年時点において60歳の年金受給者を考えて、この年金受給者の死亡率は、英国の男性死亡率に従って、将来に関する最良推定が、そこに書いてあるCBDモデルの中央値と一致すると想定します。Qフォワードの年限としては65歳から5歳刻みで85歳までであったとします。これに対して先ほどの数式で $w(j)$ を決めてやります。ヘッジの有効性の測り方としまして、 $X$ というものを考えます。右側にある $E(q)$ は期待的な死亡率カーブを表すので、 $L(E(q))$ というものが期待的な死亡率カーブに対応する年金負債となります。左側が $q$ の場合の年金負債なので、 $X$ というのは期待的なキャッシュフローからずれた分のキャッシュフローの価値というようになります。それに対して、下側のものが、ヘッジに関するキャッシュフローを反映したもの、つまりヘッジ後のキャッシュフローの価値ということになります。

従って、 $X$ に比べて $X^*$ は小さければ小さいほど、ヘッジの当てはまりがよいということになります。従って、 $R$ を下式の式で定義すると、この $R$ が1に近ければ近いほど、ヘッジとしては成功ということになります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ⑥シミュレーション結果

- 65歳、70歳、75歳、80歳、85歳の各々の年齢で、負債とQフォワードのデューレーションを計算
- 5つの年齢で死亡率変化に対する感応度(=KQD)が等しくなるように、Qフォワードの持分を計算し、ヘッジ・ポートフォリオを構築

j	1	2	3	4	5
年齢	65歳	70歳	75歳	80歳	85歳
Qフォワード	116.96	51.63	37.14	23.40	13.48

- 将来の死亡率カーブがCBDモデル、一般化CBDモデル、Lee-Carterモデルに従って推移したと仮定し、ヘッジの有効性を表す指標であるRを計算

モデル	代表年齢5つ	代表年齢4つ	代表年齢3つ
CBD	97.3%	94.9%	83.0%
一般化CBD	97.5%	95.5%	83.7%
Lee-Carter	97.6%	96.0%	84.3%

※代表年齢を4つの場合は65歳、70歳、75歳、80歳、3つの場合は65歳、70歳、75歳を選択

72

この  $R$  を用いてヘッジを評価してやりましょう。購入単位数の決定は先ほどの方法に従います。実際のシミュレーションを行ってみると、購入単位数は表の通りになります。ここでは代表年齢を5つ取りうるのですが、3つの場合、4つの場合、5つの場合、それぞれで計算してみました。死亡率モデルとしては3通り想定しました。下側のテーブルから分かるように、代表年齢の数が増えれば増えるほど、ヘッジの当てはまりはよくなって、特に代表年齢が5つもあれば、先ほどの  $R$  を用いた当てはまりは97%を超える水準になります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ⑦シミュレーション結果

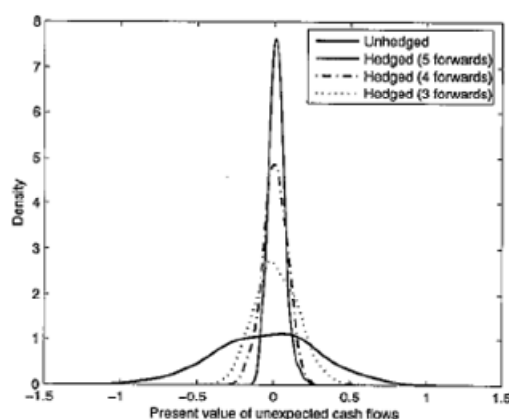


FIGURE 7: The simulated distributions of  $X$ , and the simulated distributions of  $X^*$  based on hedge portfolios with 3, 4 and 5 mortality forwards. The simulation model used in the CBD model with parameter uncertainty.

73

それを、グラフを用いて表したのがこれです。実線がヘッジをしない場合、一番とんがっているものが5

つのQフォワードでヘッジした場合の、期待値からはずれたキャッシュフローの散らばり具合です。ごらんのように、5つのヘッジをしてやると、相当ゼロの周辺に集まっています、ヘッジがうまく行われていることが分かります。

## 生保・第三分野 論文紹介2 ⑧拡張と追加研究

- 拡張1: 複数のコーホート・ヘッジ
  - 世代別に死亡率の改善率は異なる
  - Qデュレーションを二次元に拡張(改善率の相関も考慮)し、ヘッジ・ポートフォリオを構築
- 拡張2: ベーシス・リスク
  - 標準化されたQフォワードが参照する死亡率と、実際の死亡率がかい離するリスク
  - ベーシス・リスクを加味してヘッジの有効性評価を実施
- 追加研究
  - 部分ヘッジ(例: 全体の50%の長寿リスクのヘッジ)の手法の提案
  - 市場流動性と取引コストを加味したダイナミックヘッジ
  - 異なる死亡率モデルを用いた検証
  - ノンパラメトリックな手法を用いたヘッジ戦略の構築

74

今、単一の年齢に関するヘッジの構成方法を説明したのですが、この論文では、複数の年齢の場合のポートフォリオのヘッジに関しても検討しています。元々Qフォワードや今話してきた話は国民の死亡率に関する話なのです。実際のポートフォリオの死亡率は国民の死亡率から乖離しています。そのような乖離、すなわちベイシスリスクの部分も踏まえたヘッジに関しても、ここでは検討されています。

以上で、生命保険と第三分野に関する論文紹介を終わりたいと思います。

## おわりに

75

## おわりに

- ASTIN BulletinはIAAの論文誌“The Journal of the IAA”損保に限らず、リスク管理全般、生保、年金、ファイナンス等の分野の論文を掲載
- 日本における実務を検討するにあたって有用な情報源となり得る
- 当研究会では、Abstractを翻訳しアクチュアリージャーナルに掲載  
現在2007～2012年掲載分まで翻訳完了
- 国際的な研究の動向を把握することで、日本からも情報発信しやすくなることを期待

76

この発表の締めくくりになります。まず『ASTIN Bulletin』というのは、IAAの論文誌“The Journal of the IAA”ということですので、損保にかかわらず、リスク管理や、生保年金ファイナンスの分野の論文も掲載している、幅広いものとなっています。数値例が非常に豊富でして、実務を検討するにあたって有用な情報源となりうるとわれわれは思います。

当研究会では、アブストラクトを翻訳して『アクチュアリージャーナル』に掲載しています。日本語のアブストラクトをご覧いただいて、興味のあるものを深掘りしていただくことが可能です。国際的な研究の動向を把握することで、日本からの情報の発信がしやすくなるのではないかと、われわれは期待しております。

## 会場の皆様への質問

Q3. ASTIN Bulletinを読んでみようと思う？

- ① 興味深い論文を選んで読んでみたい
- ② ジャーナル掲載のAbstractは読んでみたい
- ③ 必要性は感じるが時間がない
- ④ 必要性を感じない

77

双方向ツールを思い出してください。皆さんにお答えいただきたいと思います。実は、このツールはすべての選択肢が出てからでないとカウントされないのので、後ほどカウントしてくださいと言ってから投票してください。質問は、『ASTIN Bulletin』を読んでみようと思うかです。1つ目が、興味深い論文を選んで読んでみたい。2つ目が、ジャーナル掲載のアブストラクトは読んでみたい。3つ目が、必要性は感じるが、時間がない。4つ目は必要性を感じないです。それでは、皆さん、投票をお願いします。

## 会場の皆様への質問

Q3. ASTIN Bulletinを読んでみようと思う？

- ① 興味深い論文を選んで読んでみたい

**15(55.6%)**

- ② ジャーナル掲載のAbstractは読んでみたい

**7(25.9%)**

- ③ 必要性は感じるが時間がない

**4(14.8%)**

- ④ 必要性を感じない

**1(3.7%)**

77

ありがとうございました。素晴らしいですね。皆さん、興味を持っていらっしゃるということです。ありがとうございます。

## <参考>

### ■ アクチュアリージャーナル掲載号

- 第69号           ASTINの歴史 <ハンス ビュールマン>  
                  ASTIN Bulletin Abstracts Volume 37 (2007)
- 第73号           ASTIN Bulletin Abstracts Volume 38 (2008)
- 第78号           ASTIN Bulletin Abstracts Volume 39 (2009)
- 第82号           ASTIN Bulletin Abstracts Volume 40 (2010)
- 第85号           追悼 ASTIN初代会長、ポール・ヨハンセン氏逝去
- 第86号(予定)    ASTIN Bulletin Abstracts Volume 41/42 (2011/2012)

### ■ 参考Website

- ASTIN Bulletin – The Journal of the IAA (IAA Website)  
[http://www.actuaries.org/index.cfm?DSP=PUBLICATIONS&ACT=ASTIN\\_BULLETIN](http://www.actuaries.org/index.cfm?DSP=PUBLICATIONS&ACT=ASTIN_BULLETIN)  
(2013年10月現在Volume1~40のPDFデータを掲載)
- ASTIN Colloquia  
<http://www.actuaries.org/index.cfm?DSP=ASTIN&ACT=COLLOQUIA>  
(1999年東京大会以降のASTIN会議における発表内容等を確認可能)

78

参考までに、こちらにわれわれが翻訳したアブストラクトが載っている『アクチュアリージャーナル』の掲載号を挙げております。『ASTIN Bulletin』に載っている論文なのですが、ASTINのホームページにいれば、ほぼすべてPDFでダウンロードが可能です。最近数年分に関してはまだアップされていないのですが、大半がダウンロード可能ですので、こちらの方も参考にしてください。以上です。

【司会】 ありがとうございます。それでは、ご質問がございましたら、挙手をお願いします。よろしいでしょうか。

よろしければ、以上をもちまして、ASTIN 関連研究会からの発表のセッションを終わらせていただきたいと思います。もう一度4名の方に、拍手をお願いいたします。