損　保

付録　Ａ

リ　ス　ク　モ　デ　ル

２０２３年２月改訂

日本アクチュアリー会

このテキストは日本アクチュアリー会資格試験の第2次試験（専門科目）を受験する方のための教材です。

各項目について見識のある方にお願いして執筆いただきました。

受験生がこのテキストから幅広い理論的・実践的知識を取得し、あわせて応用能力を備えることを狙いとしており、テキストの内容自体が日本アクチュアリー会の公式見解を表すものではありません。

しかしながら、できる限り種々の考え方、意見を集約するよう努めており、受験生にとって適切な学習書としての役割を果たすものです。

テキスト部会（損保担当委員）

石 黒　貴 彦（個人会員）

大 関　伸 幸（あいおいニッセイ同和損害保険）

大 友　貴 人（三井住友海上火災保険）

片 山　亮 太 郎（三井住友海上火災保険）

桑 原　健 太（損害保険ジャパン）

星 野　吉 孝（東京海上日動火災保険）

溝 田　裕 樹（東京海上日動火災保険）

安 田　健 造（損害保険ジャパン）

付録Ａ　リスクモデル

A.1 リスクモデル

A.1.1 本付録の位置づけ

損害保険の引受リスクをはじめ、損害保険会社の経営を取り巻く様々なリスク要因が多様化・複雑化していることから、これらを的確に把握することの重要性が日々増加している。また、この多様化・複雑化しているリスクを的確に把握するためには、リスクそのものを考察・特定することがまず重要になるが、最終的に合理性の高い商品開発や経営管理を行っていくためには、特定されたリスクを定量的に評価することが望まれる。

リスクの計測手法については、基本的な概念をテキスト「損保数理」にて紹介しているが、これを踏まえ、本付録では、損害保険業における各リスクを紹介するとともに、それらのモデリングに必要となる手法等を併せて紹介する。

なお、現在の国内の多くの保険会社が保険グループとして、損害保険会社や生命保険会社を抱えており、またグループベースでリスクモデルを構築していくべきであることから、生命保険子会社のリスク計測も必要となっている状況である。ただし、本付録では生命保険に関する保険引受のリスクモデルに関しては範囲外としている。

A.1.2 リスクモデルとは

(1) リスクモデルの定義

モデルとは、「現実の複雑な事象やそれらの間の関係性を簡易に表現したもの[1]」と定義できる。このことにより、現実の事象に対する検討を行うことや様々

1 なお、IAA『Risk Book 第15章』(参考文献1)では、これに加え「様々な事象やそれらの関係性の統計的、金融・経済的、数学的な概念を用いた実用的な表現」と更

な知見を得ることが可能となる。過去からも、様々な形でのモデルは存在してきているが、現代の計算技術の発展に伴い、急速に高度化してきた。

リスクモデルは、まさにリスク[2]をモデル化したものであり、実務上の取扱いを踏まえると、広義には「会社が被る損失（保険金の発生、有価証券の価格変動等）を定量的に評価したもの」と定義しうる。この場合、純保険料率の設定における保険金の発生期待値を推定するための仮説・前提（例:標本から母平均を推定するための手法）、ストレステストやシナリオ分析等ある特定のリスクが顕在化した際に会社が被る損失を見積もるための仮説・前提（例：特定リスクに対応するシナリオとそのシナリオが発生した場合の推定保険金）なども広義のリスクモデルに含まれると考えられる。

しかしながら、本付録では、更に限定して「会社が被る損失や損失を評価するために必要となる情報について、その発生する規模（保険金や運用損失における任意の値）と確率の関係を明示したもの」と定義する。つまり、あるリスクを確率変数としたときに、分布関数やそれに類似した情報が得られるモデルを対象とする。そのため、リスクモデルから期待値や VaR など様々な情報を一般的に算出することができる（すなわち後者の定義にあてはまる）自然災害の工学的リスクモデルはその内容を紹介しているが、逆にそのような汎用性が一般的に低いテロ、サイバー、財物保険における間接損害などのリスクモデルは対象にしていない。

リスクモデルを更に下記の要素で分類しながら解説していく。

- リスクモデルの階層（個別リスクモデルか統合リスクモデルか）
- モデル化のアプローチ（個別契約のロス単位かポートフォリオのロス単位

に限定して定義している。

2　ここではリスクを「期待と実際の結果から発生する損失の可能性」と定義する（10.1参照）。

か）

- 確率変数の設定方法（確率変数として、年間クレーム総額または損害率を設定するか、年間クレーム件数およびクレーム額を設定するか）
- 定量化手法（統計的リスクモデルか工学的リスクモデルか）

(2) リスクモデルの階層

リスクモデルは、「個別リスクモデル」と「統合リスクモデル」に大別することができる。「個別リスクモデル」は、主に特定のリスク区分（例：1年間に発生する火災保険の水災保険金）や特定の事業分野等を対象に構築されるものである。これに対して「統合リスクモデル」は、複数のリスク区分や事業分野にわたって、独立性や相関関係を考慮しながら統合して構築される。ただし、会社全体のリスクが統合された統合リスクモデルと、最小単位のリスクモデルの間においても、中間的な存在のリスクモデルが実務的に存在する場合がある。例えば、各保険種目単位の水災保険金を評価するモデルを計測最小単位とした場合、会社全体のリスクを統合・評価する前に、全種目合計の水災保険金を評価するモデルを構築したり、更には保険引受リスク内だけでリスクを統合・評価するプロセスが採られることがある。これは、会社のビジネスセグメントやリスク管理体制、抱えるリスクの特性等に依存するが、このような中間的な存在のモデルも「個別リスクモデル」と呼ばれることがある。

(3) モデル化のアプローチ

例えば保険引受リスクをモデル化する場合、モデル化に当たっての最小単位の設定方法により、「契約単位」と「ポートフォリオ単位」に大別される[3]。前者は個々の契約に対して事故発生頻度及び発生保険金を推定するのに対して、後者はポートフォリオ単位で事故発生件数を包括的に推定し、発生した件数

3 詳細は、参考文献2を参照。

に対して保険金を推定する。

(4) 確率変数の設定方法

これも保険引受リスクについての分類であるが、計測期間(例えば1事業年度)のクレーム総額または損害率等を確率変数として設定する場合と、クレーム件数およびクレーム額等を確率変数として設定し、これらの積み上げによりクレーム総額を推定する場合がある。最終的に必要な情報が年間クレーム総額の場合でも、年間クレーム総額や損害率等を直接的な確率変数とせず、クレーム件数およびクレーム額を確率変数として設定することのメリットは、クレーム発生構造をより精緻に分解することにより確率変数の設定が簡易になる他、下記のことも考えられる。

- 再保険による回収効果などを合理的に見積もることができる。
- 保険条件(支払限度額・免責金額・費用保険金)の変更をより合理的に行える。
- 計測期間内のトレンドファクターをより合理的に考察し、モデルのパラメータ決定に反映することができる。

(5) 定量化手法

上記に加え、リスクモデルを構築する手法として、統計的手法と工学的手法の分類がある。統計的手法とは過去の実績データ等を使用して、確率分布とそのパラメータの推定等を行う手法である。工学的手法は、工学的な理論に基づきモデル化する手法であり、主に保険引受リスクのうち自然災害保険金の評価に用いられている。統計的手法と異なり、単に保険金発生だけではなく、原因となる事象から工学的に評価することが特徴である。つまり、ここから得られる保険金情報には、全てその原因となったハザード(例えば台風による風災保険金の場合、最大瞬間風速など)が評価されていることになる。詳細は後述A.4のとおりであるが、工学的手法を用いるメリットとしては以下のとおりである。

- 事故頻度の極めて低い事象による保険金発生に対して、不足する保険引受による統計データを工学的理論（地震工学、風工学等）で補完することができる。
- 事故（事象）単位の保険金情報が得られるため、集積ベースの ELC 再保険回収効果を合理的に見積もることができる。また、契約単位の保険金情報が得られるモデルの場合、特約再保険だけでなく任意再保険も含め再保険回収効果を全般的・合理的に見積もることができる。
- 保険種目間の相関をより合理的に評価できる。

なお、デメリットとしては、開発・管理・運用にかかわるコスト面の負荷が大きくなったり、採用する前提条件によって算出されるリスク尺度等の数値が大きく変動することなどが挙げられる。

工学的リスクモデルについては、自社開発すること以外に、モデル開発を行う会社（モデルベンダー）とのライセンス契約によりモデルの提供を受けるケースも存在する。また、損害保険料率算出機構がその会員向けにリスクモデルを用いた分析サービスの提供などを行っている。

A.1.3 リスクモデルの意義

リスクモデルにより決定したリスク尺度（A．9参照）の数値を算出・活用することにより、以下の点においてより合理的な業務を行うことが可能となる。

(1) リスク統合が可能

複数のリスクを合算評価する際に、リスクの分散効果を反映することができる。

(2) 尺度の統一が可能

複数のリスクによる会社に対する影響を比較・検証する際、蓋然性も合理的

に考慮することが可能となる。

「シナリオ分析」や「責任額累積」では、再現期間の異なるリスク間での損失額を比較・検証することは難しく、経営判断の合理性を損なう可能性がある。また、同一リスクの同一シナリオについても、あるビジネスユニットでは再現期間200年規模の事象・損失額に該当するが、あるビジネスユニットでは再現期間50年規模の事象・損失額に該当するといったようなことが発生し、同一尺度での比較・検証ができない。

(3) 契約ポートフォリオ変動の把握が容易

「リスク尺度(例:99.5%VaR)」とその金額評価の前提となる「事象(例:大正関東地震の再来等の具体的なロスシナリオ)」の関係は、保険契約や運用資産等の構成(保険契約の所在地構成、運用資産の残高構成等)に依存する。例えば、ある前提では99.5% VaR に相当していた事象が構成変化により、99.0% VaR や99.9% VaR に相当する事象へと変化する(99.5% VaR に相当する事象が変わったという言い方もできる)。

リスクモデルから計算されるリスク尺度を用いることにより、上記のような対象リスクの構成変化による影響をより合理的・的確に把握することが可能になる。リスク尺度を用いないシナリオ分析や保有保険金額等によるリスク評価では、その損失が実際に発生する確率の推定が必ずしも必要でなく、また評価するシナリオの種類や数も限定される。そのため極端な例ではあるが、関東地方の地震を地震保険金評価における最大ロスシナリオとして採用していたものの、その後の保険契約の構成変化により、最大ロスシナリオが他の地域の地震に変わっていたといった事実を見落とすおそれがある。

(4) 収益評価への活用が可能

発生確率も評価されているため、次のような情報もリスクモデルから得ることができる。

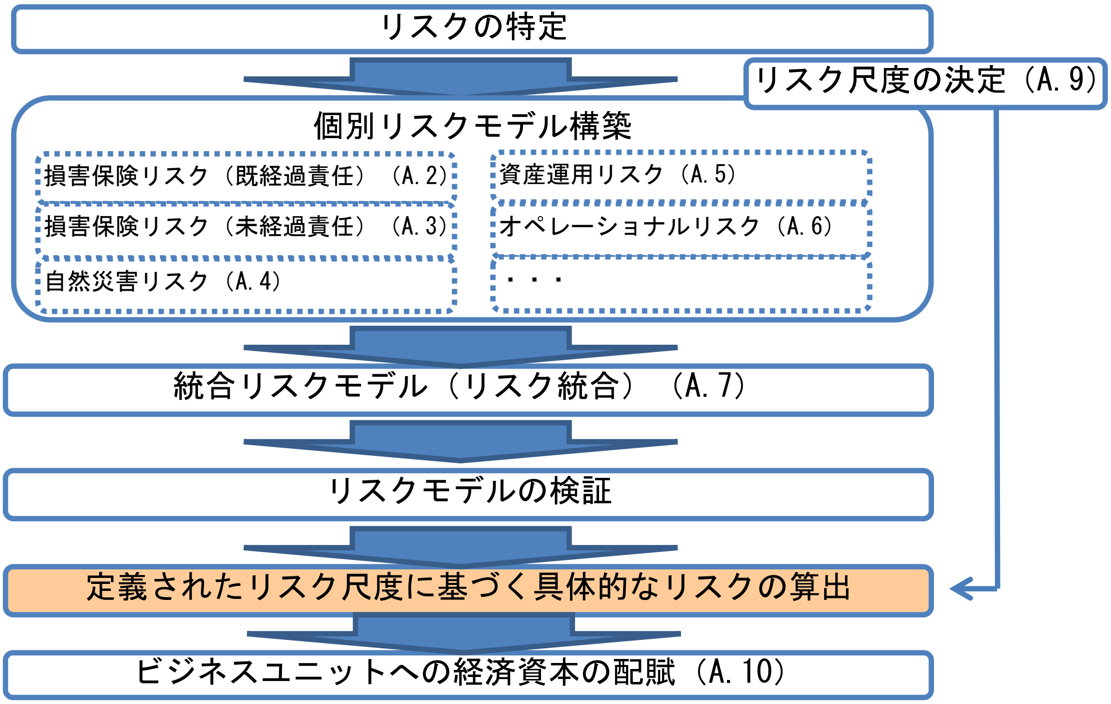
・ 料率水準の検証や純保険料の算出の際、発生頻度が少なくかつ損失規模が大きい大口損害や自然災害において、期待値やテイルの損失額の計算などが可能となる。

・ 再保険回収金の額が計算できるため、リスク対比での収益性、および再保険料のコスト検証が可能となる。

「シナリオ分析」や「責任額累積」では、特定の使用用途に応じて設定されたシナリオに基づいて評価されたものとなるため、このような用途ではそのまま使用できないので注意が必要である。

A.1.4 リスクモデルの利用における留意点

リスクモデルの構築から活用までの業務全体像は、下図のとおり。



リスクモデルは様々な方針検討・判断の基礎となることから、その構築から利用において下記の点が重要になる。

(1) リスクモデルの検証

リスクモデルの開発には、前提条件を置く際に様々な判断が行われるため、その判断に偏りがないようにする必要がある。また、限られた情報の下で仮説を設定して開発するため、その妥当性を検証する必要がある。つまり、技術的な合理性を高めるだけでなく、恣意性を排除して、客観性を高めることも必要になる。

リスクモデルの検証については、本付録 A.8「モデルの適合性の検証」および第10章に記載の「モデルガバナンス」の内容を参照されたい。

(2) リスクそのものに対する適切な理解

上記に加えて、リスクを定量的・数理的に評価する手法や技術だけに陥らず、その対象となるリスクそのものに対する理解がアクチュアリーや経営陣には求められる。例えば、統計的リスクモデルは、過去の実績データのみでは未発生の大規模自然災害などを精緻に評価できない弱点があるため、工学的リスクモデルで補完することの意義があることなどの理解が必要である。この際、リスクモデル構築の過程において、採用するモデル化手法の合理性を高めることや、重要な前提条件の見落としを防ぐことに加え、引受方針や運用方針などへの活用を想定することにより、これらの用途に対して適合性が高いリスクモデルを構築できることにもつながる。

(3) 経営陣の理解と関与

リスクモデルから算出される数値は、損害保険会社の経営を大きく左右するものになるため、経営陣は適切にその内容を理解し、リスクモデル構築に関与することが求められる。また、すべてのリスクをリスクモデルでカバーすることは難しく完全ではないため、リスクモデルの限界を認識する必要がある。そのために、重要な前提条件が可視化される仕組みや社内における検証体制、定期的な経営への報告態勢などの構築を行っていくことが経営陣には求められる。

A.2 損害保険のクレームモデリング（既経過責任）[4]

既経過責任部分の損害保険リスクは、支払備金変動リスクを対象としており、インフレーション等の経済環境や再保険の回収を反映した最終発生保険金の変動をモデル化することが必要である。

モデル化にあたっては、ロスディベロップメントを用いたチェインラダー法に基づき推定される累計発生保険金に対して、マックモデルや過分散ポアソンモデル等の仮定に基づき分布を与えることが一般的である。

(1) マックモデル[5]

保険金を次のような前提条件を満たす確率変数としてモデル化したものである。

① 確率変数 $D_{i,k}$ を事故年度 $\boldsymbol{i}$ 経過年数 $\boldsymbol{k}$ の累計発生保険金（累計支払保険金＋未払保険金）とする。

② 保険金は事故発生から N 年で支払が完了する。

③ 1年目から $\boldsymbol{k}$ 年目の保険金データが与えられたとき次年度の累計発生保険金 $D_{i,k+1}$ の期待値は $E(D_{i,k+1}|D_{i,1}\cdots D_{i,k}) = f_k D_{i,k}$ となる。

ここで、f_k は経過年数 $\boldsymbol{k}$ のロスディベロップメントファクターとする。

④ 次年度の保険金 $D_{i,k+1}$ の分散は前年度の累計発生保険金に比例する。

$$Var(D_{i,k+1} \mid D_{i,1} \cdots D_{i,k}) = \sigma_k^2 D_{i,k}$$

ここで分散係数（σ_k^2）は経過年数 $\boldsymbol{k}$ のみに依存し、事故年度 $\boldsymbol{i}$ に依存しない。

⑤ 事故年度が異なる発生保険金は互いに独立。つまり、$\{D_{i,1},\cdots,D_{i,N}\}$ と

---

4 A．2は、参考文献3を参考に構成した。

5 詳細は、参考文献4を参照。

$\{D_{j,1},\cdots,D_{j,N}\}$ $(i \neq j)$は独立。

このとき、分散係数（σ_k^2）の不偏推定量は

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{N-k-1}\sum_{i=1}^{N-k} D_{i,k}\left(\frac{D_{i,k+1}}{D_{i,k}} - \hat{f}_k\right)^2 \quad (1 \leq k \leq N-2)$$

となり最終発生保険金の平均二乗誤差（Mean Squared Error）は

$$MSE(\hat{D}_{i,N} \mid D) = \hat{D}^2{}_{i,N} \sum_{k=N-i+1}^{N-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2 \hat{D}_{i,k}} + \hat{D}^2{}_{i,N} \sum_{k=N-i+1}^{N-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2 \sum_{i=1}^{N-k} D_{i,k}}$$

となる。この平均二乗誤差を用いて、最終発生保険金を次のように区間推定することができる[6]。

$$\hat{D}_{i,N} \pm \alpha\sqrt{MSE(\hat{D}_{i,N} \mid D)}$$

前提条件①～③はチェインラダー法の条件と同一であり[7]、これに分散に関する条件④と独立性の条件⑤が追加されている。マックモデルはこのような意味でチェインラダー法に幅をつけた方法であるので、確率分布形を特定せずに計算が行える点に特徴がある。

(2) 過分散ポアソンモデル

保険金の期待値と分散に比例関係がある、つまり保険金が大きいときに分散も連動して大きくなると考えられる場合には、過分散ポアソン分布を用いることが考えられる。

過分散ポアソンモデル[8]は、確率変数$C_{i,k}$を事故年度i経過年数kの単年保険金としたときに、$C_{i,k}$が以下の平均および分散を持つ確率変数とするものである。

6　例えば保険金の分布に正規性を仮定すればα＝1.96として95%の区間推定が行える。ただし、一般に保険金分布は左右対称でないため、厳密にはこの式は使用できない。

7　詳細は、参考文献2を参照。

8　詳細は、参考文献5を参照。

$$E\left[C_{ij}\right]=m_{ij}=x_i y_j \text{ かつ } Var\left[C_{ij}\right]=\phi x_i y_j \text{、 ただし} \sum_{k=1}^{n} y_k = 1$$

このモデルではxを事故年度に起因する要素、yを経過年数に起因する要素として、保険金がこれらの乗算型で記述できることを意味している。

ここでポイントとなるのはこれらの x, y をどのように決定するかであるが、$m_{ij}=x_i y_j$ において両辺の対数をとることにより、一般的に

$$\eta_{ij}=\log(m_{ij})=c+\alpha_i+\beta_j$$

の形の一般化線形モデル(GLM)[9]で定義される。

リンク関数として log を用いるのは、このモデルをパラメータの線形結合にするためである。一般化線形モデルに対応した標準的な統計ソフトを用いれば、最尤法によってパラメータの推定値を求めることができる。

これらの結果から得られた保険金の期待値 $E\left[C_{ij}\right]=m_{ij}=x_i y_j$ は、前述のチェインラダー法の点推定結果と一致することになる。このときマックモデルと同様に保険金の平均二乗誤差を計算すると近似的に

$$MSE\left[\hat{C}_{ij}\right]\approx \phi\hat{m}_{ij}+\hat{m}_{ij}^2 Var\left[\hat{\eta}_{ij}\right]$$

となることが知られている。なお、この計算にあたっては問題となるのは最後の項、つまり線形予測の分散であるが、統計ソフトを用いればこれも直接求めることができる。

また、各事故年度の将来保険金キャッシュフローの合計額（金利を考慮しない単純合計額）を

$$\hat{C}_{++}=\sum_{i,j\in\Delta}\hat{C}_{ij} \quad \Delta=\{(i,j)\,|\,i+j>n+1\}$$

とすると、その平均二乗誤差は

$$MSE\left[\hat{C}_{++}\right]\approx\sum_{i,j\in\Delta}\phi\hat{m}_{ij}+\sum_{i,j\in\Delta}\hat{m}_{ij}^2 Var\left[\hat{\eta}_{ij}\right]+2\sum_{\substack{i_1 j_1\in\Delta\\ i_2 j_2\in\Delta\\ i_1 j_1\neq i_2 j_2}}\hat{m}_{i_1 j_1}\hat{m}_{i_2 j_2}\mathrm{Cov}\left[\hat{\eta}_{i_1 j_1},\hat{\eta}_{i_2 j_2}\right]$$

---

9 詳細は、参考文献6を参照。

と複雑な式となる。この計算を行う場合、一般的には共分散の項を統計ソフトから入手することができない場合が多く、プログラミング負荷が大きい。

(3) シミュレーションによるサンプリング

上記のとおり、マックモデル、過分散ポアソンモデルのいずれにおいても、複雑ながらも平均二乗誤差が求められることから、これを用いて正規近似などによりモデル化を行うことが考えられるが、より簡便な方法として、ブートストラップ法により、モデルから直接サンプリングすることも可能である。

ブートストラップ法を行う際には、復元抽出に用いるサンプル（乱数）をロスディベロップメントから用意する必要がある。チェインラダーにおけるリンクレシオ、発生保険金は、いずれも経過年数に依存する変数であることから、サンプルとして用いるに当たり、それぞれにおける仮定により標準化（すべてのサンプルの平均と分散が等しくなるように調整）を行う。

これにより得られたサンプルから復元抽出によりロスディベロップメントを繰り返し作成することで最終発生保険金の分布が得られる。

A.3 損害保険のクレームモデリング(未経過責任)

未経過責任部分の損害保険リスクは、クレームを自然災害と自然災害以外に分け、さらに自然災害以外のクレームを、大口クレームと大口クレーム以外の通常クレームに分けてモデル化される場合が一般的である[10]。

A.3.1 通常クレーム(Attritional Claim)

通常クレームは、大口クレームに至らないクレームを指す。通常、ある程度の発生頻度があり、詳細な分析が可能である。ここでは、ポートフォリオ単位のリスクモデルについてのみ説明する。

(1) クレーム総額の分布による方法

これは、最終発生クレーム総額Sそのものを対数正規分布、パレート分布、(移動)ガンマ分布等の確率分布でモデル化する方法である。選んだ分布のパラメータは、最尤法やモーメント法により推定される。

(2) クレームコストや損害率を確率変数とする方法

これは、クレームコストや損害率に確率分布をあてはめ、最終発生クレーム総額Sを$S =$ エクスポージャー数 × クレームコスト(または損害率)としてモデル化する方法である。

A.3.2 大口クレーム(Large Claim)

(1) 大口クレームと通常クレームを分けてモデル化する意義

通常クレームと大口クレームを分けてモデル化する意義としては、大口クレ

10 GLMなどの個別契約単位のリスクモデルやA.3.2に記載の極値理論の詳細は参考文献2を参照。

ームを、通常クレームとまとめてモデル化すると、推定された分布の形状やパラメータが、分布のボディ部分のデータに大きく依存してしまい、その結果、分布のテイル部分の適合精度が悪くなる懸念があるためである。また、実務においては、小規模クレームまでシミュレーションで個別ロスを発生させていては計算負荷が大きいため、ELC 再保険回収を適切にモデル化する観点から、再保険回収の発生する大口クレームのみを区分して複合分布でモデル化することが一般的である。

(2) 極値理論

極値理論（Extreme Value Theory : EVT）は、まれにしか発生しない現象に着目した理論であり、保険の分野では再保険や巨大自然災害リスクの分析を中心に過去から利用されており、最近ではリスク管理においてテイルリスクを評価するための手法としても活用されている。以下では極値理論の概略について説明する。

a. ブロック最大値モデル

ブロック最大値モデルとは、独立同分布の標本の最大値が従う分布の特性を扱うモデルである。$X_1, X_2, \dots, X_n$を互いに独立な同一の確率変数とし、その最大値 $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$を考える。$M_n$を適当な数列$c_n$、$d_n$により正規化した値$\mathrm{Z_n} = \frac{M_n - d_n}{c_n}$は、多くの連続分布において特定の分布に従うことが知られている[11]。この特定の分布の分布関数は、以下のような3つのパラメータを持つ数式で表現でき、これを一般化極値分布（Generalized Extreme Value Distribution : GEV）と呼ぶ。

---

11 Fisher-Tippet の定理。詳細は、参考文献2を参照。

$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x)=\begin{cases}\exp\left\{-\left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right\} & \xi\neq 0\\ \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\} & \xi=0\end{cases}$$

パラメータμ,σ,ξはそれぞれ、位置パラメータ、尺度パラメータ、形状パラメータと呼ばれる。形状パラメータξは GEV の特徴を定めるパラメータである。

なお、自然現象では$-0.5<\xi<0.5$となることが多いといわれている($\xi<0.5$という条件は、b.で説明する同じξを持つ一般化パレート分布において、有限の分散が存在することと同じである)。なお、リスク管理においては極端な値に関心があるということを踏まえると、有限の上限を持つワイブル分布($\xi<0$の場合)は、あまり関心を持たれることはないだろう。

b. 閾値超過モデル

閾値超過モデルは、ある閾値を超過した標本の確率的性質を扱うモデルである。

分布関数Fを持つ確率変数Xについて、ある閾値uを超過したという条件の下での超過部分$X-u$の分布関数は、多くの連続分布において、閾値uを大きくすると、ある特定の分布に法則収束することが知られている。この特定の分布は、以下のような2つのパラメータを持つ分布関数で表現でき、これを一般化パレート分布(Generalized Pareto Distribution：GPD)と呼ぶ。

$$G_{\xi,\beta}(x)=\begin{cases}1-\left(1+\xi\frac{x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi\neq 0\\ 1-\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \xi=0\end{cases}$$

パラメータβ,ξはそれぞれ、尺度パラメータ、形状パラメータと呼ばれる。$\xi>0$の場合はパレート分布、$\xi=0$の場合は指数分布、$\xi<0$の場合はベータ分布と同じ形状となる。

c. 極値理論を用いる上での留意点

例えば、過去20年の極値データで200年に1度のリスクを考える場合など、実績期間を超えるテイルイベントを考える場合には、外挿を行うこととなる点に留意が必要である。特に大ロクレームが十分に存在しない場合、極値理論によって大ロクレームを高い精度でモデル化することは困難であることに留意が必要である。

A.4　自然災害リスクモデル

A.4.1　自然災害リスクモデルの概要[12]

自然災害リスクを適切に評価するためには、再現期間が数百年やそれ以上に及ぶ巨大災害を評価しなければならない。過去の実績を用いた統計学的手法のみでは、該当する巨大災害のデータ把握や、現在の自然環境や契約ポートフォリオへの修正が困難である。更には、観察期間を超える再現期間を持つ災害の評価が不十分となる。一方で、自然災害リスクは近年その形成過程に関する工学的知見が蓄積され、リスク評価の考え方や手法が一般化されてきている。自然災害リスクの評価においては、こうした工学的な理論に基づくリスクモデルが活用されており、保険会社においては、主に以下の用途に用いられている。

- 保険料の算出
- 再保険の評価
- リスク管理
- ポートフォリオの最適化
- 資本管理
- ソルベンシー・マージン比率の算出

(1)　自然災害リスクモデルの構成

自然災害リスクモデルは、かつてはベンダー等外部で開発されたモデルを利用していたが、少なくとも2000年代初頭には、一部の大手損害保険会社において社内で開発を行っている例がみられる。工学的な理論に基づくリスクモデル（工学的事故発生モデル）の構成はおおむね共通しており、下記の3つの

12　A．4．1の構成にあたっては参考文献7を参考にした。

過程で構成される[13]。

- ハザード評価
- 脆弱性評価
- 支払条件の考慮

a. ハザード評価

① イベント諸元[14]の設定

想定するイベントごとの規模や位置、発生頻度等を過去の発生イベント、最新の地震学や気象学等の知見によりモデルに反映する。イベント諸元には、想定するイベントごとの発生確率やその特性を反映するためのパラメータが含まれる。

② ハザードの定量化

設定した各イベントについて、イベント諸元に基づく地震や台風等の各地点における物理的強度（地震動強さ、風速等）を評価する。

■ 地震および風災の主なハザード評価

	地震	台風
イベント諸元	震源域、マグニチュード等	中心気圧、経路等
評価対象となるハザード	・地表面最大速度（PGV） ・地表面最大加速度(PGA)	最大瞬間風速
主な参照資料	「確率論的地震動予測地図[15]」（地震調査研究推進本部（地震本部））	「台風ベストトラック」（気象庁）

13 各過程は、ハザードモジュール、脆弱性モジュール(エンジニアリングモジュール)、フィナンシャルモジュールと呼ばれることもある。

14 本付録では、発生が想定される地震および台風を指すものとする。

15 参考文献8を参照。

b. 脆弱性評価

エクスポージャーのハザードに対する脆弱性、すなわち地表面最大速度や最大瞬間風速等、ハザード評価で出力された物理的強度と建物等のエクスポージャーの損傷規模の関係を定量化する。定量化は一般的にエクスポージャーの属性（構造等）ごとに行い、物理的強度と平均的な損傷規模の関係をグラフで表したものを脆弱性曲線と呼ぶ。

また、脆弱性曲線と合わせ、平均的な損傷規模からのばらつきについても、併せて評価を行う。

c. 支払条件の考慮

各地点における物理的強度と脆弱性評価で評価された損傷規模に対して、補償内容や免責金額、支払限度額等保険契約における補償内容、再保険契約の条件を反映させることで、各イベントにおける推定支払保険金を計算する。

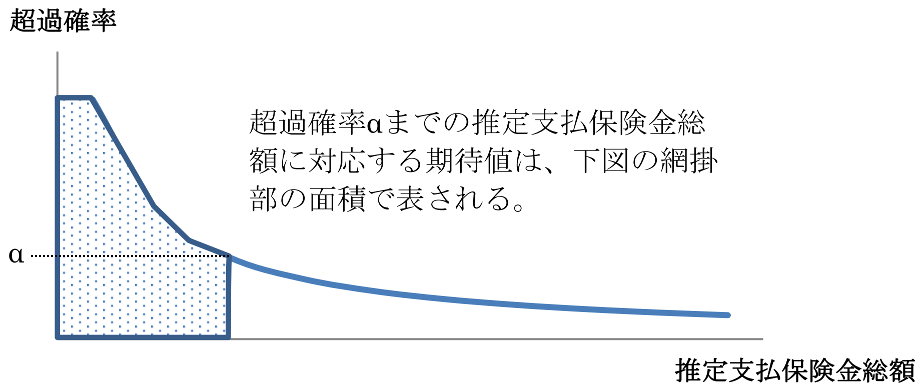
(2) 自然災害リスクモデルの出力

推定支払保険金総額と、当該金額以上の損害が生じる確率（超過確率）との関係を表したグラフを超過確率曲線（リスクカーブ）と呼び、通常、年間発生損失分布と年間集積損失分布が利用される。

リスクモデルにより、各イベントに対する推定支払保険金総額と、1年間に当該金額以上のイベントが発生する確率（超過確率）との関係が評価されたものが年間発生損失分布（OEP：Occurrence Exceedance Probability）であり、更に1年間に発生しうるすべてのイベントの推定支払保険金総額の合計と、当該金額以上の損害が生じる確率（超過確率）との関係が評価されたものが年間集積損失分布（AEP:Aggregate Exceedance Probability）である。

これら超過確率曲線の下側の面積は、超過確率αまでの損害額の期待値と

なる。超過確率曲線により、超過確率とそれに対する期待値の関係が容易に表される。特に、年間集積損失分布の場合、その期待値（AAL:Annual Average Loss）は純保険料となる。



(3) 自然災害リスクモデルの要件

大規模自然災害ファンド[16]の計算に使用するリスクモデルについては、大蔵省告示第232号第1条の2第2項に、その満たすべき要件の定めがある。

リスクモデルは、工学的モデル（工学的事故発生モデル）の使用を原則とし、工学的モデルがない場合は、過去の実績に基づいたモデル（理論分布的事故発生モデル）を使用してもよいこととされている。

理論分布的事故発生モデルはA．1．2に記載した統計的手法に分類されると考えられるが、未発生の巨大リスクについて工学的な手法その他適切な手法による評価が併せて求められる。

当該告示の要件も、前述の自然災害リスクモデルにおける一般的な考え方に沿って定められていることが分かる。

保険業法施行規則第70条第2項等に関する大蔵省告示

（平成10年6月8日大蔵省告示第232号）

第1条の2　大規模自然災害ファンドの計算は、以下の要件を満たす工学的事故

16　詳細は、第7章を参照。

発生モデル（工学的事故発生モデルがない場合は、理論分布的事故発生モデル）により、保険の目的の属性、保険金支払条件別に、合理的に推計しうる数のデータを用いて推計する。

一　工学的事故発生モデル

イ　想定される全ての保険事故について、発生場所、強度等が工学的な理論に基づいて確率論的に評価されていること。

ロ　保険事故により発生する現象が、工学的な理論に基づいて評価されていること。

ハ　保険事故により発生する現象と、保険の目的について構造、用途等の属性を考慮した上で評価されたぜい弱性との関係が、工学的な理論に基づいて評価されていること。

ニ　保険金の支払条件が考慮されていること。

二　理論分布的事故発生モデル

イ　過去の実績として同一の条件で長期間にわたり観測されたデータが使用されていること。

ロ　過去の実績として使用するデータは、物価水準、担保内容、リスクの集積状況等について適切な補正を加え現在時点に修正されたものであること。

ハ　保険事故により発生する現象と、保険の目的について構造、用途等の属性を考慮した上で評価されたぜい弱性との関係が評価されていること。

ニ　保険金の支払条件が考慮されていること。

ホ　未発生の巨大リスクについて、工学的な手法その他適切な方法で評価されていること。

(4) 自然災害リスクモデルの例

Ａ．４．２以降では、地震および風災、水災について、損害保険料率算出機構によるリスクモデル（機構モデル）を例に、構築のプロセスを紹介する。

機構モデルは、参考純率や基準料率、大規模自然災害ファンドの算出等に活用されている。

A.4.2 地震

今後発生が見込まれる地震の発生確率を評価した上で、震源域、マグニチュード、断層面の諸元(これらを震源モデルという)を用いて保険の目的の場所におけるハザードを計算し、当該ハザードと保険の目的の脆弱性との経験的または工学的に求めた関係式またはシミュレーションから支払保険金を推定する。

なお、ハザードは、地震動による直接的な損壊、液状化による損壊、火災、津波の4つの被害形態ごとに評価している。

(1) ハザード評価

a. 震源モデル

① 地震発生確率[17]

「確率論的地震動予測地図」では、地震の発生確率を断層の活動間隔、最新活動時期等に基づいた確率過程(更新過程)を用いて評価している。更新過程とは事象が発生するごとに状況が更新される(振出しに戻る)確率過程のことであり、プレート運動により応力が蓄積され地震により開放されてゼロに戻るという地震発生の物理的過程を踏まえた考え方である。

最新の活動時期が分かっており、当該地域で繰り返し発生する可能性があると評価された地震の系列については、プレート運動による応力蓄積と地震による応力開放の物理的過程(ブラウン緩和振動過程)を踏まえ、地震発生間隔をBPT(Brownian Passage Time)分布[18]と仮定したBPTモデルを採用している。

---

[17] 詳細は、参考文献9を参照。

[18] BPT分布は統計学では逆ガウス分布またはワルド分布と呼ばれており、確率密度関数、平均、分散は次のとおりである。

$$f(x)=\left(\frac{\mu}{2\pi\alpha^2 x^3}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\mu\alpha^2 x}\right\} \quad , \quad E(X)=\mu \quad , \quad Var(X)=(\mu\alpha)^2$$

これに対して、活動履歴が不明の活断層帯等についてはポアソン過程モデルを用いている。

機構モデルでは、「確率論的地震動予測地図」においてBPTモデルを採用している地震についても、その活動周期を考慮せず、各年度における地震発生確率を一定としている。

② 震源域、マグニチュード、断層面の特性等の諸元

「確率論的地震動予測地図」では、想定している地震について、地震の発生場所などのタイプに応じて「海溝型地震」と「活断層などの浅い地震」の2つに分類している。

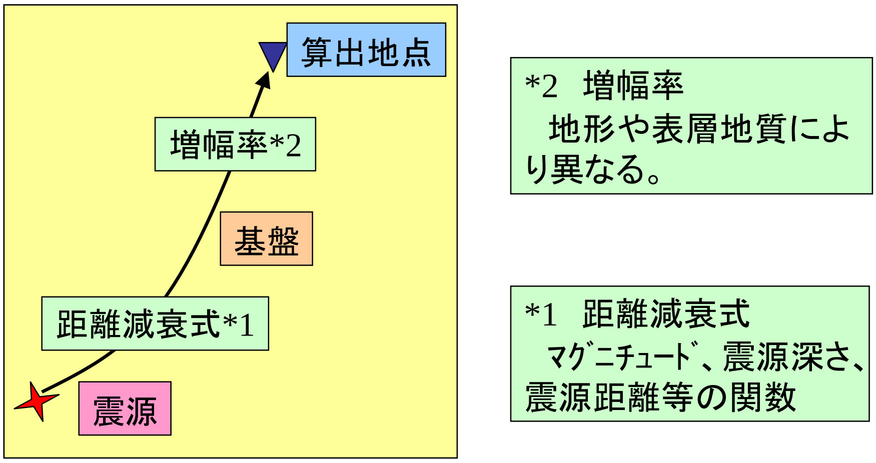
これらの地震それぞれに対して、断層別長期評価結果や強震動評価結果などに基づき、震源域や、マグニチュード、断層面の諸元（断層長さ、幅、傾斜角、深さなど）が設定されている。

b. 地震ハザードの評価

地震ハザードは、伝播経路が地震波と津波とで異なることから、被害の形態別に求めている。損壊および火災については保険の目的の所在地の地表面最大速度および計測震度、津波については保険の目的の所在地の浸水深を用いている。

① 地表面最大速度

地表面最大速度は、距離減衰式により基盤の最大速度を推定し、基盤から地表までの増幅率を乗じて算出する。

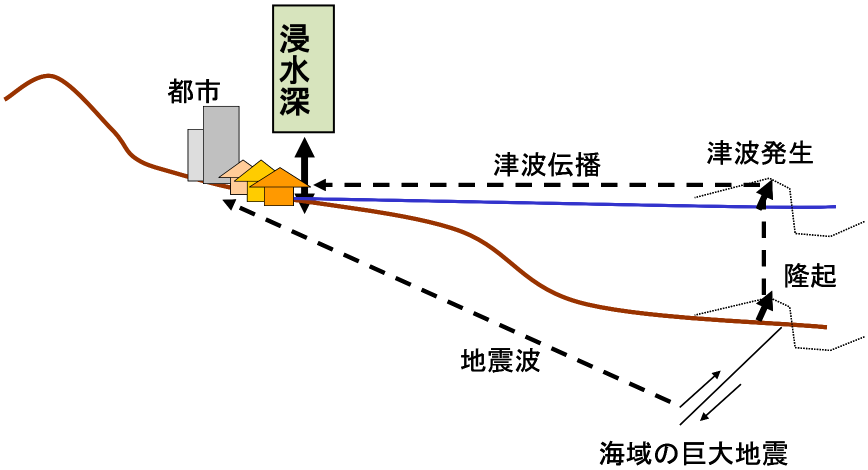


② 計測震度

「確率論的地震動予測地図」が想定している諸元を用いて、地表面最大速度から計測震度への変換式を用いて計算している。

③ 浸水深

海域の巨大地震による海底面の変動により、津波の初期水位が生じる。初期水位は重力によって拡散し、伝播していく。この伝播についてはシミュレーションにより海や陸の地形等を考慮して計算している。



(2) 脆弱性評価

地震動および浸水深を所与としたときの保険の目的の脆弱性は、被害形態別に評価する。

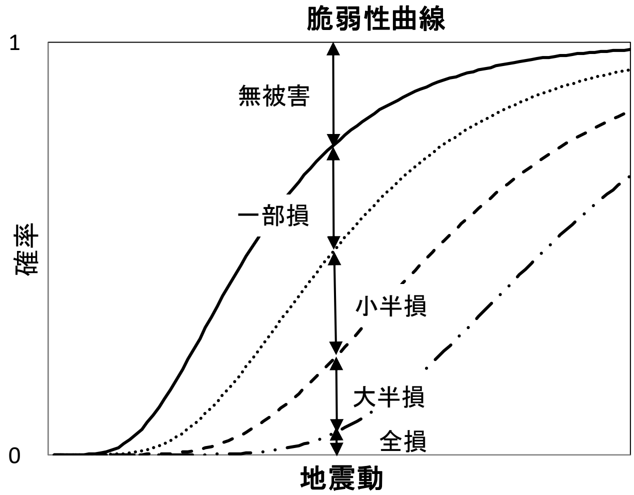
a. 損壊

損壊による被害として、地震動による直接的な損壊と、液状化による損壊を考慮している。

① 地震動による直接的な損壊

地震動による直接的な損壊は、地表面最大速度に対する構造物の応答性状と耐力特性で決まり、構造、用途、建築年、階数などの建物属性が影響を与える。

地震動と損壊率の関係は、地震応答解析データや被害データから求めるのが一般的であり、地震動と特定の限界状態（全損、大半損、小半損、一部損等）を超える確率の関係を脆弱性曲線として用いている。



② 液状化による損壊

液状化発生確率は、地表面最大速度との関係から求める。なお、液状化の発生のしやすさは、その地点の地形によって異なるため、地震本部が用いている地形分類ごとに求める。また、液状化による被害は、構造、建築年、階数などの建物属性が影響を与える。

液状化が発生する場合は、液状化による損壊のみが生じ、それ以外の場合は地震動による直接的な損壊が生じているとして、両者の重複を除外してい

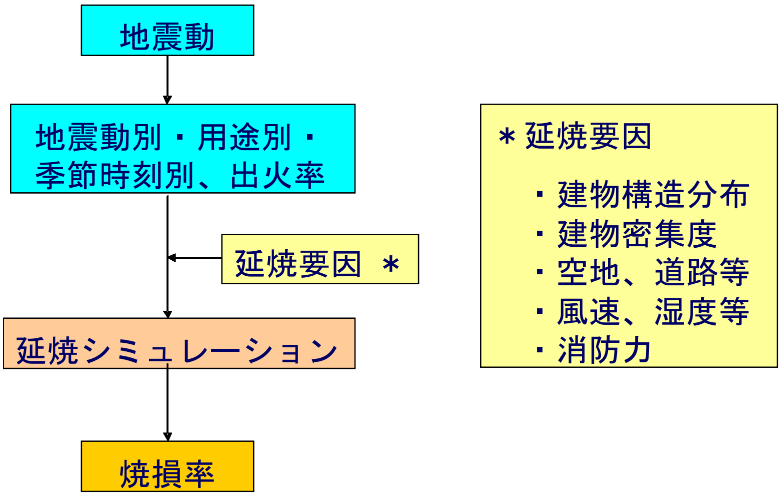
る。

b.　火災

地震時の出火は、地震動により火気器具等に何らかの外力が働くことにより生じる。機構モデルでは地震動の指標として計測震度を用いており、さらに、用途別・季節時刻別の影響を考慮している。

また、消防力が火災の拡大を抑制できず、市街地拡大火災に発展する可能性が通常の火災と比べて著しく高いため、建物構造分布、建物密集度等の延焼要因を用いて延焼シミュレーションを行う。

建物構造で木造建物が多く分布しているほど、また建物密集度が高いほど、焼損率は高くなる。



c.　津波

津波の浸水深と建物の流失率の関係は、過去の被害事例や調査結果から建物の構造別に経験的に求めている。

d.　各被害形態の重ね合わせ

被害の形態別に推定された保険金は他の被害を考慮していない状態であ

ることから、同時発生確率を算出する必要がある。

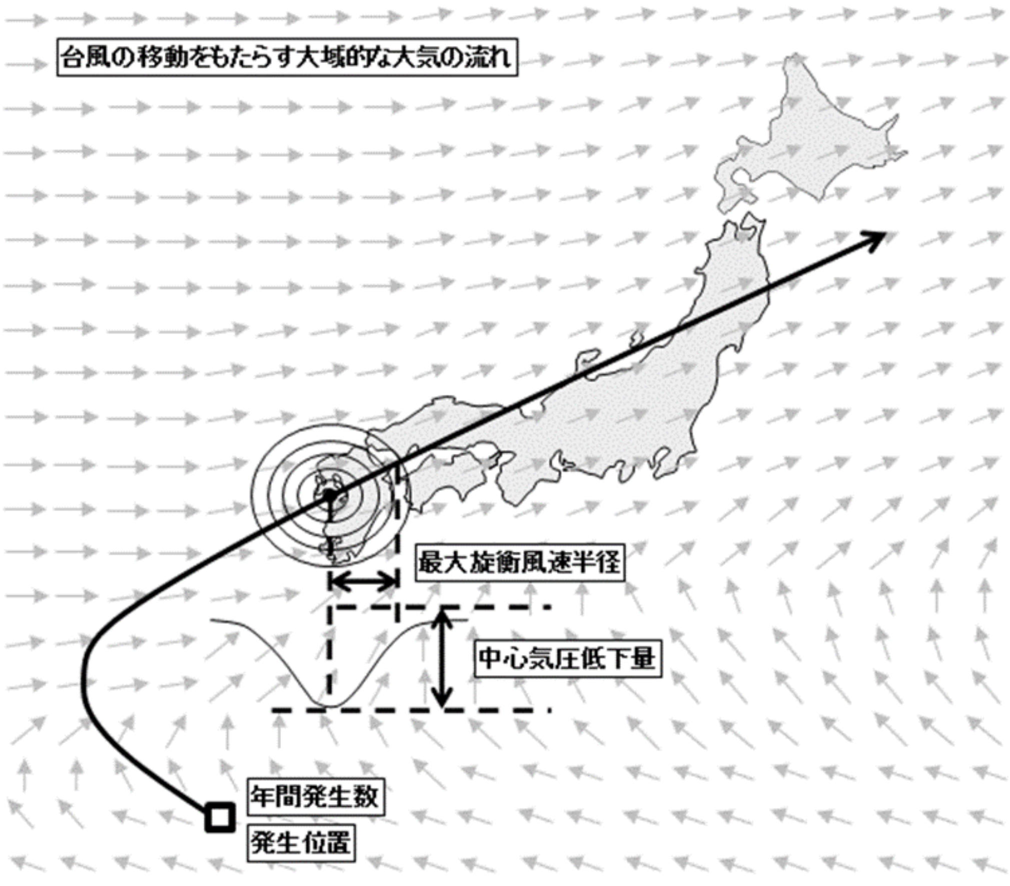
損壊の程度が大きくなるほど出火率は高くなる一方で、例えば建物の倒壊が延焼の阻害要因になるなど相反する要素も含んだ複合事象であることから、同時発生確率の評価は非常に難しく、また各被害形態別保険金の推定における不確実性との対比では影響が小さいことから、限界状態（全損、大半損、小半損、一部損）別に、流失率、焼損率、損壊率の順で被害形態間の重複を除外し、地震災害の損傷率を算出している。

(3) 支払条件の考慮

地震ごとに求められた損害規模に対して、保険契約における補償内容を反映させることで、支払保険金を求める。

A.4.3 風災（台風）

年間発生数・発生位置や、台風の移動をもたらす大域的な大気の流れ（以下、大気場）、台風気圧場の指標（中心気圧低下量、最大旋衡風速半径）等の各パラメータをもとに今後発生が見込まれる台風を発生させ、台風ごとに保険の目的の場所におけるハザード（風速）を計算し、当該ハザードと保険の目的の脆弱性との経験的関係式から支払保険金を推定する。



(1) ハザード評価

過去の台風のデータや大気場のデータを解析して設定した年間発生数・発生位置の確率分布および大気場の確率分布、台風気圧場の指標から、仮想

台風シナリオを多数設定する。仮想台風シナリオごとに、保険の目的の場所におけるハザード（風速）を計算する。

a. 仮想台風シナリオ

① 年間発生数・発生位置・大気場

過去の台風の年間発生数・発生位置や大気場を統計的に解析して推定した確率分布に従う乱数を発生させる。発生させたそれぞれの台風ごとに、生成した大気場に基づき、発生位置からの台風経路を作成する。

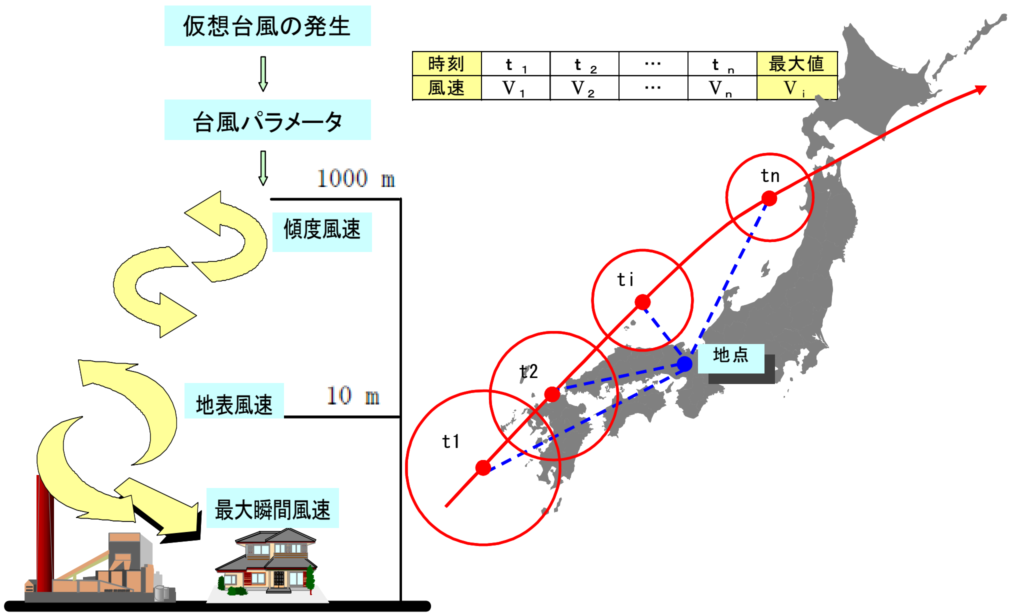
② 台風気圧場の指標

過去の台風の気圧分布の状況を、台風の位置、中心気圧、各気象官署の位置、観測された海面気圧とシュレーマー（Schloemer）の気圧分布式を用い、各台風について時刻ごとに解析する。

日本列島上陸時における値は、太平洋岸を四つのエリアに区分したうえでエリアごとに設定し、その後の上陸後の変化は指数関数等により表現している。

b. 台風ハザードの評価

台風ハザードは、保険の目的が所在する場所の風速として、最大瞬間風速を用いている。最初に台風ごとの各時刻の台風気圧場の指標と風速算出地点の位置を基に地表面の摩擦を考慮しない傾度風速を求め、次いで傾度風速を地表風速に変換し、最後に過去の台風から得られた経験則を用いて地表風速から最大瞬間風速を推定している。



(2) 脆弱性評価

脆弱性は、罹災率と損傷率に分解し、それぞれに対して、実績データを回帰分析した結果を用いて算出している。

なお、脆弱性は、物件、構造、地域ごとに評価している。

(3) 支払条件の考慮

地震と同様である。

A.4.4 水災

統計水災モデル、外水氾濫工学モデル、内水氾濫工学モデル、高潮氾濫工学モデルの4つのサブモデルで構成される。水災モデル全体は理論分布的事故発生モデルであり、未発生の大事故について後者の工学的事故発生モデルで補っている。

(1) 統計水災モデル

過去の水害の被害実績から推定できる、通常起こりうる規模の水災全般を対象として、イベント別の保険金を算出する。過去の水害の被害実績から水害のイベント数および罹災棟数の分布を推定し、イベントの発生およびイベント別罹災棟数を計算する。保険の対象ごとに損害割合の分布を計算し、保有保険金額を考慮して保険金を計算し、リスクカーブを作成する。

a. 保険事故発生頻度の評価

国土交通省の水害統計から、災害形態を7災害形態別に分類したのち、災害形態別年間発生回数の確率分布を推定する。

イベントの作成は、推定した年間発生回数の確率分布に従う乱数を、シミュレーション年数分発生させることで行う。ただし、梅雨及びその他異常災害については、年1回発生すると仮定している。

水害統計は水害により発生した被害状況を年別に集計した統計であり、統計水災モデルでは、異常気象名・都道府県名・被災家屋棟数を使用している。なお、被災家屋棟数は、床下浸水・床上浸水・半壊・全壊流失に分類されているが、そのうち床上浸水・半壊・全壊流失の合計値を罹災家屋棟数と定義している。

b. 脆弱性の評価

脆弱性曲線は、建物構造、用途、保険の目的の種類（建物、家財、商品等）

別に、保険実績データに基づき設定している。

c. 支払条件の考慮

地震と同様である。

(2) 外水氾濫工学モデル

評価対象河川において大雨によって河川の水位が上昇し、河川を流れる水が氾濫したことにより浸水被害が発生する外水氾濫を対象として、水災による保険金を計算する。

a. ハザード評価

過去の統計に現れないような未発生の巨大リスクとして、全国109の1級河川を評価対象河川とし、評価対象河川においてある再現期間以上の降雨によって河川の水位が上昇し、河川を流れる水が氾濫したことにより浸水被害が発生する外水氾濫による保険事故を想定する。

ハザードである浸水深については、109の1級河川のうち、災害時に大きな被害が想定される5河川については、洪水氾濫シミュレーション（流出計算、河川流下計算、破堤計算、氾濫計算の4つのステップによる）を用い、残りの104河川については国土交通省の各河川事務所が実施している洪水氾濫シミュレーションの結果をデータ化することにより定量化している。

洪水氾濫シミュレーションにおける再現期間別の確率降雨量については、国土交通省の各河川の「河川整備基本方針・河川整備計画」で示されている基準点上流の流域平均 n 日間降雨量の降雨確率図を参考に、再現期間150年、200年、300年、500年、1,000年の確率降雨量を計算している。

b. 脆弱性評価

脆弱性は、損害割合を浸水深の関数として定量化している。すなわち、洪水発生時の浸水深を確率変数として求め、浸水深に対して建物の階数を考慮した保険の目的に対する被害額を算出している。

c. 支払条件の考慮

地震と同様である。

(3) 内水氾濫工学モデル

評価対象地域の市街地などに降った雨が下水道の排水能力を超え、水があふれることにより浸水被害が発生する内水氾濫を対象として、水災による保険金を計算する。

a. ハザード評価

3大都市圏に属する東京23区、名古屋市、大阪市を対象として、降雨による流入量が下水道の排水能力を上回り、溢水が発生したことにより浸水被害が発生する内水氾濫による保険事故を想定する。

ハザードである浸水深については、内水氾濫シミュレーション(流出計算、下水道流下計算、溢水計算、氾濫計算の4つのステップによる)を用いて定量化している。

内水氾濫シミュレーションにおける再現期間別の確率降雨量については、国土交通省「内水浸水想定区域図作成マニュアル(案)」の考え方を準用し、主要5河川の外水氾濫工学モデルと同じ再現期間150年、200年、300年、500年、1,000年の確率降雨量を計算している。

b. 脆弱性評価

外水氾濫工学モデルと同様に、浸水深と損害割合の関係式から算出している。

c. 支払条件の考慮

地震と同様である。

(4) 高潮氾濫工学モデル

評価対象湾における台風の高潮氾濫を対象として、水災による保険金を計算する。なお、高潮氾濫とは台風の接近により上昇した海水面が海岸堤防を

越えて海水が市街地に流れ込んだり、河川を遡上した海水が河川堤防を破壊して市街地に流れ込んだりすることによる浸水被害を指す。

a. ハザード評価

風災モデルにおける台風を用い、気象庁の潮位偏差の簡易予測式に準じて計算した潮位偏差と理論式から発生させた乱数に基づく天文潮位を合算することで、代表潮位(潮位観測所位置の最大潮位)を求める。さらに、高潮氾濫シミュレーションを用い、氾濫時の浸水深を求める。

評価対象湾は、資産が集積しており、大規模な高潮が発生した場合に甚大な被害となることが想定される東京湾、伊勢湾、大阪湾としている。

また、評価に用いる台風は、上記3大湾の近傍を通過する台風のみとしている。

b. 脆弱性評価

外水・内水氾濫工学モデルと同様に、浸水深と損害割合の関係式から算出している。

c. 支払条件の考慮

地震と同様である。

A.5 資産運用リスクモデル

資産運用リスクは「市場リスク」「信用リスク」等に分類される。以下では資産運用リスクのうち、「市場リスク」および「信用リスク」を計測するリスクモデルとして一般的に使われているモデルの概念等について述べる[19]。

A.5.1 市場リスク

「市場リスク」は一般的に金利、為替、株価等の変動により発生するリスクとなるが、それぞれのリスクを計測する上で、基本的な考え方としては、金利、為替、株価等のリスクファクターの変動をモデル化することである。

市場リスクの分析手法としては BPV(Basis Point Value，第8章参照)やデュレーション等があるが、モデリングの手法としては、「分散共分散法」「ヒストリカルシミュレーション法」「モンテカルロシミュレーション法」の3種類が挙げられる。それぞれの概要は第8章を参照のこと。

A.5.2 信用リスク

信用リスクは、一般的に個別債務者ごとに a.デフォルト確率（PD）、b.デフォルト時損失率（LGD）、c.デフォルト時エクスポージャー（EAD）それぞれに分けて計測し、これらを一定の相関等を考慮し、統合することによって全体の信用リスクの計測が行われる。

a. デフォルト確率（Probability of Default:PD）

債務者が将来の一定期間においてデフォルトする確率であり、一般的に債務者格付の格付区分ごとに推計する。

---

19 執筆にあたっては参考文献10を参考にした。

b.　デフォルト時損失率（Loss Given Default:LGD）

　デフォルトした時点での損失見込額の割合である。保全の有無、担保の種類、担保カバー率、債務者特性等により分類して推計する。

c.　デフォルト時におけるエクスポージャー（投資額等）（Exposure At Default:EAD）

　デフォルトした時点の与信のことであり、例としてローン残高或いは投資額が挙げられる。

A.6 オペレーショナルリスクモデル

オペレーショナルリスクに関しては、いくつかのモデリング手法は存在する[20]ものの、保険業界においては、広範に使用される一般的なリスクモデルはまだ存在しないと考えられる。一方で、金融業界においてはバーゼル規制により、2004年におけるオペレーショナルリスクの計測の導入以降、オペレーショナルリスクの計測がスタンダードになっている。以下ではバーゼル規制のオペレーショナルリスクの計測に関する内容を説明する。

A.6.1 バーゼル規制における先進的計測手法[21]

バーゼル銀行監督委員会（BCBS）によるバーゼル規制では、オペレーショナルリスクの計測を導入した2004年当時、計測手法として、①基礎的手法、②粗利益配分手法、③先進的計測手法の3手法を提示した。①は1年間の粗利益に対して一定の掛け目を乗じた値に基づいて算出する手法、②は1年間の粗利益を8つの業務区分に配分し、一定の掛け目を乗じた額の合計額に基づいて算出する手法である。①②は比較的単純な手法であるのに対して、③は銀行の内部管理で使用される方法（いわゆる「内部モデル」）に基づいて算出する手法である。2017年現在で、日本国内のメガバンクは③の手法を採用している。

先進的計測手法採用行のオペレーショナルリスクのモデルは、損害保険の

---

20 例えば、『IAA Risk Book 第4章』(参考文献1)によると、モデリング手法として「頻度・損害規模(FD)法」「ベイジアンネットワーク」「シナリオ分析」が紹介されている。「FD 法」は以下で説明するバーゼル規制において、メガバンクが用いている手法で、「シナリオ分析」は第10章を参照されたい。「ベイジアンネットワーク」の詳細は同文献を参照されたい。

21 執筆にあたっては参考文献11を参考にした。

未経過責任にかかるリスクモデルに基本的に類似しており、損失の発生件数および損失の1件あたりの損害額をそれぞれモデリングし、モンテカルロシミュレーションによって損失額を算出している模様である。

A.6.2 先進的計測手法の廃止検討

BCBSが2016年3月に、オペレーショナルリスク計測手法の見直しにかかる市中協議文書を公表した。見直しの概要は以下のとおり。

- 基礎的手法と粗利益配分手法を統合し、新たな標準的手法を導入する。
- 先進的計測手法は廃止する。

先進的計測手法の廃止の理由として、内部モデルによるオペレーショナルリスクの計測は過度に複雑で比較可能性に乏しく、過小資本の懸念があるとしている。

これを受け、一般社団法人全国銀行協会が市中協議案の先進的計測手法の廃止に関して、「同手法によって算出されたリスク相当額を規制資本に反映することは、銀行にとって内部統制強化や損失発生防止の取組強化へのインセンティブとして機能している」として、反対意見を表明[22]するといった動きもあったが、最終的に、2017年12月に BCBS の上位機関である中央銀行総裁・銀行監督当局長官グループが先進的計測手法の廃止を含むバーゼルⅢの最終化に合意した[23]。この決定を踏まえ、本邦では、自己資本比率規制におけるオペレーショナル・リスクに係る告示の改正（2022年4月公布）がなされ、基礎的手法、粗利益配分手法、先進的計測手法を廃止し、ビジネス規模を表す「事業規模要素（BIC）」と損失実績に基づく「内部損失乗数（ILM）」を掛け合わせてリスク量を計算する新しい標準的計測手法が示された。

---

22 詳細は、参考文献12を参照。なお、一般社団法人全国銀行協会以外でもいくつかの団体等から類似の意見が出ていた。

23 詳細は、参考文献13を参照。

A.7 リスクの統合

A.7.1 リスクの統合

会社全体として保有しているリスク量を計測するためには、各リスクについて個別に計測したリスクを統合する必要があるが、統合されたリスク量の算出方法には、次の二つが考えられる。

(1) 損失額レベルでの統合

個々のリスクの和の分布を求め、そのリスク量を計測することで会社全体のリスク量を求める方法である。

損失額を表すn個の確率変数$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$の和$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$の確率分布を求め、これに基づき総リスク量Rを求める。例えば、$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$の同時分布を多変量正規分布、多変量t分布などの多変量分布で表現する方法や、$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$の各周辺分布をコピュラにより統合する方法などがある。

また、$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$やこれに影響を与える変数の間に構造的な因果関係を導入し、モンテカルロシミュレーション等の手法によりこれらの和の分布を求めるDFAなどのリスクモデルを用いた手法や、エコノミック・シナリオ・ジェネレーター[24]により経済シナリオを生成し、資産や負債を一貫したシナリオにより統合的に評価する手法も、損失額レベルでの統合と考えられる。

損失額レベルでの統合は、様々なリスクの相関関係や依存構造をその特性に即してモデル化することができるメリットがある一方、複雑で説明や理解が難しくなること、計算負荷が大きいことがデメリットである。

---

[24] 将来起こりうる様々なイベントを多数用意し、それらに整合的な金利・為替・株価等、各種経済指標の変動シナリオを生成するソフトウェア。

⑵ リスク量レベルでの統合

個々のリスクについて計測したリスク量をその相関などを考慮して統合する方法である。

損失額を表すn個の確率変数$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$それぞれについてリスク量$(R_1, R_2, \cdots, R_n)$を求め、総リスク量Rを$(R_1, R_2, \cdots, R_n)$により表現する。

n個の確率変数$X_1, X_2, \cdots, X_n$（$\mathrm{X_i}$の標準偏差$\mathrm{\sigma_i}$、X_i, X_jの相関係数ρ_{ij}）を考えたとき、$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$の標準偏差σ_Xは$\sigma_X = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j}$と表される。

より具体的には、

$$\rho_{\mathrm{ij}} = 1のとき\sigma_X = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i$$

$$\rho_{\mathrm{ii}} = 1、\rho_{\mathrm{ij}} = 0(\mathrm{i} \neq \mathrm{j})のとき\sigma_X = \sqrt{\sum_{i}^{n} \sigma_i^2}$$

一般に、$\rho_{\mathrm{ii}} = 1$、$\rho_{\mathrm{ij}} = \rho(\mathrm{i} \neq \mathrm{j})$のとき$\sigma_X = \sqrt{\rho\left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_i\right)^2 + (1-\rho)\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}$となる。従って、リスク量を標準偏差とした場合には、相関係数について一定の仮定を置くことで、

$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$（$X_1, X_2, \cdots, X_n$のすべての組について相関係数が1のとき）

$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + \cdots R_n^2}$（$X_1, X_2, \cdots, X_n$が互いに独立のとき）

$R = \sqrt{\rho(R_1 + R_2 + \cdots + R_n)^2 + (1-\rho)(R_1^2 + R_2^2 + \cdots R_n^2)}$

（$X_1, X_2, \cdots, X_n$の異なるすべての組について相関係数がρのとき）

のように$R_1, R_2, \cdots, R_n$から総リスク量Rを算出することができる。

リスク量レベルの統合は、算式が単純でわかりやすく、容易に利用すること

ができるメリットがある一方、損失額の分布が正規分布ではない場合や、リスク尺度としてVaRを用いた場合など、厳密には上記の関係が成立しない場合に簡便法として上記の関係を用いて総リスク量を算出した場合、実態との乖離が生じることがデメリットである。

A.7.2 分散効果の反映方法

(1) コピュラ[25]による統合

コピュラ(copula、接合分布)とは、すべての周辺分布が[0,1]上の一様分布であるような多変量の同時分布関数である。

Sklar の定理により、N次元同時分布が、コピュラと各変数の周辺分布に分割できることが分かる。従って、コピュラは各変数の従属性を表すと考えられる。また、周辺分布とコピュラが与えられた場合、Sklar の定理により、同時分布を定めることができることが分かる。

例として、アルキメデス型コピュラおよび楕円コピュラが挙げられる。アルキメデス型コピュラは多変量の場合でもパラメータ数が一定であるため、分布の仮定に制約が強い。一方、楕円コピュラは、変数間の相関行列を従属性として用いるため、アルキメデス型コピュラと比較して柔軟性が高い。

(2) 分散共分散法による統合

分散共分散法とは、各リスクごとに計測したリスク量をもとに、各リスク間の相関係数を反映してリスク量を統合することで、統合リスク量を求める手法である。分散共分散法は各リスク間の相関係数を定めることができれば計算が可能という点で、他の手法に比べて計算が容易である。また、リスク間の相関を直感的に理解しやすいという利点もある。このため、現在の日本のソルベンシー規

---

25 詳細は、参考文献2を参照。

制を含め、様々な国の規制上のリスク統合プロセスに採用されている。分散共分散法は計算が容易であるが、次に挙げるような仮定が暗に前提となる点に注意が必要である。

・ 損失の額とリスク量は比例する。
・ リスク間の相関は線形である。

これらの仮定は分布のテイル部分における極値事象を評価するうえで特に重要となる。各リスク間に常に均一の線形相関を仮定していることから、金融危機や巨大災害発生時など平常時に比べて相関が強まると考えられるような状況下においてはリスクを過小評価してしまうという問題もある。ただし、個別リスクの算出において必ずしも正規分布を仮定していない場合にも、上記のとおり、簡便法として分散共分散法の関係を拡大適用することがある。

A.8 モデルの適合性の検証

10章で記載したとおり、モデルの検証は重要なプロセスであり、定性面・定量面ともにさまざまな視点からその適切性を検証することになる。

定量的な評価方法としては、ベンチマーキングやバックテスト、ストレステスト等が挙げられるが、本節ではそのうちモデルの適合度の検証について説明する。

リスクモデルは、真の現象をよりよく反映できるものが望ましいが、現実の現象が複雑である一方、実績データ、モデル候補ともに有限であることから、真の分布を再現することは殆ど不可能である。そのため、構築されたモデルは、真の現象の近似に過ぎない。

構築されたモデルが真の現象を表すことができないならば、モデルはその目的・有用性の観点から選択することが考えられる。つまり、モデリングの良し悪しを実績データに対する近似ではなく、将来のデータに対する精度の高さにより評価することも考えられる。その場合、真の構造を仮定したモデルよりも、簡潔なモデルの方が良い予測につながることがある。また、簡潔なモデルは、評価や解釈が容易になる点からも望ましい。

このことから、モデルは真の現象を表現することによる複雑性と予測や評価の観点から要請される簡潔性のトレードオフを考慮しながら選択される。

以下に述べるモデル選択における基準はその主な例である。

A.8.1 情報量規準（Information Criterion）[26]

情報量規準は、構築されたモデルと真の分布の近さを対数尤度に基づき評価する枠組みであり、以下のとおり、実績の対数尤度とその調整項で表現され

[26] 執筆にあたっては、参考文献14を参考にした。

る。

$$IC = -2l(\hat{\beta}) + 2f(n)p$$

この式を最も小さくするモデルが良いモデルであるとする。ここで、第1項の$l(\quad)$は対数尤度、$\hat{\beta}$は推定されたパラメータ、第2項の$f(n)$は観測データ数の何らかの関数、pはパラメータ数である。パラメータ数が多く複雑なモデルほど第1項の対数尤度に基づく式を小さくする一方、第2項が増加することによりトレードオフを表現している[27]。

主な基準として、赤池の情報量規準(AIC)、ベイズ情報量規準(BIC)が挙げられる。

(1) 赤池の情報量規準(AIC)

上記$f(n) = 1$ とする。

$$AIC = -2l(\hat{\beta}) + 2p$$

第2項は、真の対数尤度を推定された対数尤度で代用したことによる誤差を評価することにより求められる。AIC は、モデル選択において多く用いられ、本来、比較するモデルに含まれる説明変数が真のモデルとして仮定するモデルの部分集合となっている場合にのみ用いられるべきだが、そうでない場合も慣用的に用いられる例がみられる。

(2) ベイズ情報量規準(BIC)

上記$f(n) = \log(n)/2$とする。

$$BIC = -2l(\hat{\beta}) + \log(n)\,p$$

第2項は、ベイズの対数事後尤度の評価により求められる。まず、候補となる各モデルは確率分布$f(x|\theta)$とパラメータの事前確率$\pi(\theta)$で表されると仮定し

---

[27] あくまで表現であり、第2項は真のモデルにおける対数尤度の標本による対数尤度からの調整となっている。

た場合、各モデルの周辺分布$f(x)$ は、

$$f(x) = \int f(x|\theta)\,\pi(\theta)d\theta$$

で表される。更に、候補となるモデルすべてについて事前確率が等しいとした場合、被積分関数$f(x|\theta)\pi(\theta)$をθの最尤推定量$\hat{\theta}$周りのテーラー展開で近似した関数に置き換えて積分し、対数をとることにより、BIC が求められる。

A.8.2 モデル選択[28]

説明変数の数がp 個ある場合、同一のモデルにおける採用する変数の候補は$2^p - 1$とおりとなる。このすべての組み合わせの中から最適なモデルを選択することは、pが大きくなるにつれ不可能となるため、実用上は逐次的に採用する変数を選択していくことになる。逐次的な選択手法は主に以下のとおりであるが、いずれも最適と判断されるモデルがモデル選択の順序に依存するという問題がある。なお、元となる基準は、上記情報量規準等による。

(1) 変数増加法

まず、変数が1つの最適なモデルを選ぶ。次に、残りの変数から1つを加え、最適となるモデルを選ぶ。これを繰り返し、変数を追加しても、モデルが改善しなくなった時点のモデルを最適なモデルとする。

(2) 変数減少法

まず、変数をすべて含んだモデルを構築する。次に、変数を1つ削除し、最適となるモデルを選ぶ。これを繰り返し、変数を削除しても、モデルが改善しなくなった時点のモデルを最適なモデルとする。

(3) 変数増減法

変数増加法において、変数を1つ加える都度、モデルに含まれる変数を再

---

[28] 執筆にあたっては、参考文献15を参考にした。

度削除し、最適となる場合は変数を削除する。

(4) 変数減増法

変数減少法において、変数を1つ削除する都度、モデルから除外した変数を再度加え、最適となる場合は変数を改めて加える。

A.9 リスク尺度

A.9.1 リスク尺度とは

モデル化したリスクを定量化するには、尺度を決める必要がある。リスク尺度とは、モデル化した確率変数に対して数値を対応させるものであり、リスクをある側面で数的にとらえるものである。尺度が異なれば結果も異なるため、使用するリスク尺度が表す意味を理解する必要がある。リスクを全社的、統合的に捉える ERM の観点からは、資産や負債が同じリスク尺度で計測されることが重要であり、これにより、リスク量の相互比較や統合が可能となる。

A.9.2 リスク尺度の満たすべき性質

よいリスク尺度の満たすべき性質としては次の(1)～(4)が挙げられる。ただし、以下において、X、X_1、X_2は、リスクをモデル化した確率変数であり、損失を表すとする。これらの性質をすべて満たすリスク尺度をコヒーレントリスク尺度という。コヒーレントリスク尺度以外の尺度については、『損保数理』[29]等を参照されたい。

(1) 単調性

$P(X_1 \leq X_2) = 1$ ならば、$\rho(X_1) \leq \rho(X_2)$

単調性は、いかなる場合においてもより大きな損失額をもたらすリスクに対してより大きな評価をあたえるという性質である。

(2) 平行移動不変性

$\rho(X + c) = \rho(X) + c$

29 参考文献2。

平行移動不変性は、リスクXに対して定額の損失cをあわせたリスクに対する評価が、リスクの評価にcを加算したものになるという性質である。

(3) 劣加法性

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$$

劣加法性は、2つのリスクをあわせたリスクに対する評価が、それぞれのリスクについての評価の合計額以下になることをもとめた条件であり、リスクの分散効果を反映する性質である。この条件を満たすリスク尺度を用いた場合、会社の事業や商品等のリスク量を、あらかじめ会社全体で取りうるリスク量(リスクキャパシティ)に基づいて定められたリスク限度額(リスクリミット)を超えないようにコントロールすることで、会社全体のリスク量を会社のリスクキャパシティ以下になるようにできることが保証される。

(4) 正の同次性

$$\rho(c \times X) = c \times \rho(X) \qquad c > 0$$

正の同次性は、リスクXに定数cを乗じたリスクに対する評価が、リスクXの評価のc倍になるという性質である。これは、分散効果が全く存在しない同一のリスクに対しては、リスク削減効果はないということを意味する。例えば、この条件を満たすリスク尺度のもとでは、円建ての損失分布で計測したリスク量と、ドル建ての損失分布で計測したリスク量を円換算したものが一致することを表す。

A.9.3 代表的なリスク尺度の例

実務においては、様々なリスク尺度が用いられる。例えば、デュレーションは債券の金利感応度を表すリスク尺度である。破産確率や純保険料も、リスクに対して数値を対応させるという意味では、リスク尺度の一つといえる。ここでは所要資本と対比させるべき経済資本を計算する際によく用いられる標準偏差、VaR、TVaRについて説明する。

(1) 標準偏差

a. 定義

標準偏差はデータのバラつき度合いを測る指標の1つである。標準偏差を用いたリスクの計測とは、リスク量を標準偏差の定数倍と計算することであり、以下により計算される。

$$c \times \sigma(X) = c \times \sqrt{E[(X - \mu_X)^2]}$$

標準偏差は劣加法性を満たす。また、定義より明らかに正の同次性も満たす。標準偏差そのものは平行移動不変性を満たさないが、平均を加え$E[X] + c \times \sigma(X)$とした値は平行移動不変性を満たす。

標準偏差により経済資本を計算する方法は、計算が容易である、相関係数による統合が容易であるというメリットがある。その一方で、標準偏差は平均を上回る変動と下回る変動の双方に影響されるため、一般に単調性が成り立たずコヒーレントリスク尺度ではない、リスクの分布が左右対称でない場合やリスクの分布のテイルが重い場合には下方リスクを過小評価する、というデメリットがある。

b. 計算方法

データから標準偏差を計算する場合、標準偏差は以下の算式で計算される。

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

ただし、これは標本が母集団と一致する場合には不偏となるが、通常、真の確率分布には無限母集団を仮定するため、次の推定値が標準偏差の不偏推定量となる。

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

(2) VaR(Value at Risk、バリューアットリスク)

a. 定義

信頼水準 αのVaRは以下により定義される。

$$VaR_\alpha(X) = min\{x|F_{\mathrm{x}}(x) \geq \alpha\}$$

Xが連続な確率変数の場合、分布関数の逆関数を用いて$VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$と表すことができる。

VaRは解釈が容易である、様々なリスクに適用可能であり、相互に比較可能であるといったメリットがあり、所要資本を計算する際に広く用いられている。一方で、VaRは一般的に劣加法性を満たさないのでコヒーレントリスク尺度ではない。つまり、各事業部門や商品の VaRをリスク限度額(リスクリミット)以下にコントロールしたとしても、会社全体のVaRが、会社全体のリスクキャパシティを必ずしも下回らない。また、VaRは、分布のVaRを超える部分については何の示唆も与えないため、テイルが重いリスクを過小評価するというデメリットがある。

b. 計算方法

① パラメータ法

パラメータ法とは、確率変数Xが連続な場合、$VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$となることを利用して、$VaR_\alpha(X)$を確率変数$X$のパラメータで解析的に表現し、データから推定したパラメータを用いて$VaR_\alpha(X)$を計算する方法である。特にXが平均μ_X、標準偏差σ_Xの正規分布に従う場合、標準正規分布の分布関数Φを用いて、

$$VaR_\alpha(X) = \mu_X + \Phi^{-1}(\alpha) \times \sigma_X$$

となることから、データから平均値と標準偏差を計算することでVaRを計算することができる。

② シミュレーションによる方法

シミュレーションによって得られたデータからVaRを計算することができる。例

えば、リスクを表す変数Xの1,000個[30]のシミュレーションデータから、信頼水準99.5%のVaRを計算したい場合、1,000個のデータを損失が大きい順に並べ、上から5番目(1,000×(1−0.995))の値をVaRとすればよい。

(3) TVaR(Tail VaR)

a. 定義

TVaRとは、VaR以上の損失が発生したという条件の下での損失額の期待値であり、以下の式で定義される。

$$TVaR_\alpha(X) = E[X|X \geq VaR_\alpha(X)]$$

100α%TVaRは、100(1−α)%の確率で被る損失額の平均値と考えることができる。リスクXが連続型確率変数の場合、$E[X|X \geq VaR_\alpha(X)] = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_t(X)dt$ [31]となる。

TVaRは、コヒーレントリスク尺度の性質(1)～(4)をすべて満たすため、コヒーレントリスク尺度である。定義より明らかに$TVaR_\alpha(X) \geq VaR_\alpha(X)$である。また、VaRと異なり、VaRを超える分布のテイルの情報を反映するというメリットがある。一方で、VaR と比べて解釈が難しく、また、分布のテイルの部分のデータや仮定に大きく依存するというデメリットがある。

b. 計算方法

① パラメータ法

パラメータ法とは、確率変数Xが連続な場合、$TVaR_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_t(X)dt$となることを利用して、$TVaR_\alpha(X)$を確率変数$X$のパラメータで解析的に表現し、データから推定したパラメータを用いて$TVaR_\alpha(X)$を計算

---

30 シミュレーション回数としては少ないが、ここでは単純のため1,000回としている。

31 参考文献2では、これをTVaRの定義としている。TVaRの定義は文献によって異なるが、本付録では、直感的なわかりやすさを優先し$TVaR_\alpha(X)$の定義を$E[X|X \geq VaR_\alpha(X)]$とした。

する方法である。特にXが平均μ_X、標準偏差σ_Xの正規分布に従う場合、標準正規分布の確率密度関数ϕおよび分布関数Φを用いて、

$$TVaR_\alpha(X) = \mu_X + \sigma_X \times \frac{\phi\left(\Phi^{-1}(\alpha)\right)}{1-\alpha}$$

となることから、データから平均値と標準偏差を計算することで$TVaR_\alpha(X)$を計算することができる。

② シミュレーションによる方法

例えば、1,000個のシミュレーションデータから、信頼度99.5%のTVaRを計算したい場合、1,000個のデータを損失が大きい順に並べ、上から数えて1番目から5番目(1,000×(1−0.995))の値の平均値をTVaRとすればよい。

A.10 経済資本配賦[32]

A.10.1 経済資本配賦とは

(1) 経済資本配賦の定義

経済資本配賦とは、会社全体の経済資本(リスク量)を、事業領域や商品等(以下、ビジネスユニット)に配賦することをいう(以下、配賦される資本のことを配賦資本と呼ぶ)。ここでいう資本の配賦とは、概念上の数値を配賦することであり、必ずしも実際の資本を各ビジネスユニットに配分することを意味しない。

(2) 経済資本配賦の意義

リスク・リターン・資本のバランスを取りながら企業価値の向上を目指すERMにおいては、各ビジネスユニットのテイクしたリスクや負担すべき資本コストと対比したリターン(リスク調整後収益)の評価を、会社全体のリスク調整後収益と整合的に行うことが重要となる。しかしながら、一般にリスクには分散効果があり、各ビジネスユニットの経済資本[33]を統合(A.7参照)して算出される会社全体の経済資本は、通常、各ビジネスユニットの経済資本の総和より小さい。したがって、この分散効果を、各ビジネスユニットへ公平に配賦するにはどのようにすればよいのかという問題が生じる。経済資本配賦とは、この分散効果を配賦することと同義であり、経済資本を配賦することによって、ビジネスユニット別のリスク

---

32 A.10の執筆にあたっては、参考文献16および参考文献17を参考にした。

33 ビジネスユニットの経済資本、あるいは一部のビジネスユニットからなるポートフォリオ(部分ポートフォリオ)の経済資本とは、当該ビジネスユニットまたは部分ポートフォリオが単独で存在するとした場合に必要となる経済資本のことである。経済資本をVaRなどで計算する場合には、当該ビジネスユニットまたは部分ポートフォリオの損失のVaRである。

調整後収益を、会社全体のリスク調整後収益と整合的に評価・比較することが可能となる。また、経済資本配賦の結果は、資本計画の策定や事業ポートフォリオの最適化、プライシングなどにも活用することができる。

A.10.2 配賦手法の望ましい性質

経済資本の配賦手法には、いくつかの望ましいと考えられる性質がある。ただし、リスク尺度におけるコヒーレントリスク尺度のように広く受け入れられている公理的性質は現時点では存在しないようである。また、望ましいと考えられる性質も、経済資本配賦を行う目的によって変わりうる。以下では、経済資本配賦手法の望ましいと考えられる性質の例を挙げる。

なお、以下では、ビジネスユニットiの損失を表す確率変数をX_i、会社全体の損失を表す確率変数を$X=\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{i}}$、リスク尺度を$\rho$、ビジネスユニットの番号がなす集合を$N=\{1,2,\ldots,n\}$で表す。また、ビジネスユニット$i$の経済資本$\rho(X_i)$に対して、ビジネスユニット$i$の配賦資本を$\rho(X_i|X)$によって表す。

(1) 配賦資本の総和は会社全体の経済資本と一致する[34]

各ビジネスユニットへの配賦資本の総和が、会社全体の経済資本に一致するという性質であり、以下の式で表される。

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(X_i|X)=\rho(X)$$

この性質が成り立つ場合、λを資本コスト率、rを会社全体の経済資本に対するリターン、r_iを各ビジネスユニットiの配賦資本に対するリターンとするとき、$\sum_{i=1}^{n}\{(r_i-\lambda)\times\rho(X_i|X)\}=(r-\lambda)\times\rho(X)=\mathrm{EVA}^{®}$[35] が成り立つ。つまり、

34 経済資本配賦という場合、この性質が成り立つことを前提とする場合がある。

35 Economic Value Added : EVA®は、企業が生み出す経済的価値を測定する指標の一つであり、資本コストを超えて生み出された付加価値を意味する。EVA®はスターン・スチュワート社の登録商標である。SVA(Shareholders Value Added)ともいう。

配賦資本と資本コスト率を使用して計算した各ビジネスユニットiの EVA®の合計が、会社全体のEVA®に一致することになる。これを拡張して、配賦資本の加法性、すなわち任意の$S \subseteq N$に対して、$\sum_{i \in S} \rho(X_i|X) = \rho(\sum_{i \in S} X_i\,|X)$という性質を考えることができる。これは、一部のビジネスユニットからなるポートフォリオ（以下、部分ポートフォリオという）を構成する各ビジネスユニットへの配賦資本の総和が、当該部分ポートフォリオを一つのビジネスユニットとみたときの配賦資本と一致するという性質である。

(2) 各ビジネスユニットへの配賦資本は経済資本を下回る

各ビジネスユニットと、他のビジネスユニットの間のリスクの分散効果を反映するということを意味し、以下の式で表される。

$$\rho(X_i|X) \le \rho(X_i)$$

これを拡張して、任意の$S \subseteq N$に対して、$\sum_{i \in S} \rho(X_i|X) \le \rho(\sum_{\mathrm{i} \in \mathrm{S}} X_i)$が成り立つという性質を考えることができる。これは、部分ポートフォリオを構成する各ビジネスユニットへの配賦資本の総和が、当該部分ポートフォリオを一つのビジネスユニットとみた場合の経済資本を超えないという性質である。

(3) 同じ分散効果をもつビジネスユニットへの配賦資本は等しい

配賦資本は当該ビジネスユニットの、会社内のリスクに対する分散効果のみに依存するという性質である。ビジネスユニットが離散的である場合[36]には、X_i、$X_j (i \neq j)$について、任意の$S \subseteq N \backslash \{i, j\}$に対して、以下が成り立つことと表現できる。離散的な場合のこの性質は対称性（Symmetry）と呼ばれる。

$$\rho\left(X_i + \sum_{k \in S} X_k\right) = \rho\left(X_j + \sum_{k \in S} X_k\right) \Rightarrow \rho(X_i|X) = \rho\left(X_j\middle|X\right)$$

---

36 各ビジネスユニットiは最小単位のビジネスユニットであり、これ以上分割できないことをいう。

(4) リスクのないビジネスユニットへの配賦資本は経済資本と一致する

リスクのないビジネスユニットへは分散効果は配賦されないという性質であり、以下の式であらわされる。

$$X_i = c\text{（定数）のとき、}\rho(X_i|X) = \rho(X_i)$$

例えば、定額の支出cのみが見込まれるビジネスユニットが存在する場合、リスク尺度として標準偏差を選べば、配賦資本も0となる。また、これを拡張して、分散効果のないビジネスユニットへは分散効果を配賦しないという性質を考えることができる。

(5) RORAC[37]整合的（RORAC compatible）である

会社全体の経済資本に対するリターンを$RORAC(X) = \frac{E[-X]}{\rho(X)}$[38]、ビジネスユニット$i$の、配賦資本に対するリターンを$RORAC(X_i|X) = \frac{E[-X_i]}{\rho(X_i|X)}$とするとき、配賦手法$\rho(*|X)$が RORAC 整合的であるとは、ある$\varepsilon_i > 0$が存在し、$0 < h < \varepsilon_i$となる任意の$h$に対して、以下が成り立つことである。

$$RORAC(X_i|X) > RORAC(X) \Rightarrow RORAC(X + hX_i) > RORAC(X)$$

これは、会社全体の RORAC よりも大きい RORAC をもつビジネスユニットが存在する場合、当該ビジネスユニットを（わずかに）増やすことによって、会社全体の RORAC を向上させることができるという性質である。

(6) その他の性質

上記のほか、類似のリスク尺度からは同水準の配賦資本が導かれること、ポートフォリオの微小な変化は配賦資本にも微小な変化しかもたらさないこと、RORAC などの除算型のリスク調整後収益指標の計算に使用する場合は配賦資本が0より大きくなること等も望ましい性質であると考えられる。実務的には、

---

37 Return on Risk-Adjusted Capital の略。ROR（Return on Risk）ともいう。

38 損失を表す確率変数、すなわち損失の場合に正、利益の場合に負の値をとる確率変数を考えているため、符号を反転させている。

計算負荷が小さいこと、簡明であり説明が容易であることも重要である。

A.10.3 主要な配賦手法

(1) 配賦手法の選択

経済資本配賦には様々な手法があるが、必ず使用するべきという手法があるわけではない。どの配賦手法を用いるかの判断は、経済資本配賦を実施する目的や、それぞれの手法のメリットとデメリットを踏まえて行うべきである。以下では、具体的な経済資本の配賦手法やそれらのメリットとデメリットおよび簡単な計算例について説明する。

(2) 分散効果を配賦しない場合の資本配賦

分散効果を配賦しないということは、各ビジネスユニットの経済資本そのものを当該ビジネスユニットの配賦資本とするということである。分散効果を反映しないため、劣加法性を満たすリスク尺度のもとでは、配賦資本の総和は会社全体の経済資本以上となる。この手法では、当該ビジネスユニットの会社全体の経済資本に対する分散効果を考慮しないため、経済資本が同じであれば、分散効果の大きいビジネスユニットとそうでないビジネスユニットへの配賦資本が同じになるというデメリットがある。

(3) 経済資本比例による配賦

各ビジネスユニットの経済資本をドライバーとして、配賦資本を計算する手法である。この手法では、配賦資本の総和は会社全体の経済資本と一致する。また、経済資本の大小を反映した配賦資本となることや計算が容易であるというメリットがある。一方で、各ビジネスユニットの会社全体の分散効果への寄与度を考慮しないため、経済資本が同じであれば、分散効果の大きいビジネスユニットとそうでないビジネスユニットへの配賦資本が同じになるというデメリットがあ

る。なお、比例的に経済資本を配賦する際のドライバーとしては、保険料など、ほかの指標をドライバーとすることも考えられる。

（計算例）

ビジネスユニット	経済資本	配賦資本
A	100	$200\times\frac{100}{100+150}$=80
B	150	$200\times\frac{150}{100+150}$=120
分散効果	△50	
合計	200	200

(4) 限界資本（Marginal Risk Contribution）による配賦

限界資本とは、会社全体の経済資本と、会社全体から特定のビジネスユニットを除外したポートフォリオの経済資本との差で定義され、以下の式であらわされる。

$$\rho^{marg}(X_i|X) = \rho(X) - \rho(X - X_i)$$

限界資本による配賦とは、限界資本を配賦資本とする手法である。定義により、劣加法性を持つリスク尺度の場合には、$\rho^{marg}(X_i|X) \leq \rho(X_i)$、すなわち、各ビジネスユニットへの配賦資本は、当該ビジネスユニット単体の経済資本以下となる。一方で、劣加法性と正の同次性を持つリスク尺度の場合には、$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \rho^{marg}(X_i|X) \leq \rho(X)$[39]となるため、配賦資本の総和が会社全体の経済資本を下回る可能性がある。この問題を回避するために、限界資本を配賦ドライバーとする手法が考えられる。

限界資本を用いた配賦の別の手法として、ビジネスユニットを順に追加し、

---

39 $\because \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\{\rho(X) - \rho(X - X_i)\} \leq \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \rho(X) - \rho(\sum_i^n (X - X_i))$（$\because$ 劣加法性）$=$ $n\rho(X) - \rho(nX - \sum_{i=1}^{n} X_i) = n\rho(X) - (n-1)\rho(X)$（$\because$ 正の同次性）$= \rho(X)$

逐次的に計算した限界資本を配賦資本とする手法がある。この手法の場合、配賦資本の総和は会社全体の経済資本と一致する。一方で、同じビジネスユニットであっても、追加する順序が異なれば配賦資本も異なるというデメリットがある。特に、計算順序が1番目となるビジネスユニットには分散効果が一切配賦されないことになる。

限界資本による配賦は、分散効果への寄与度を反映した配賦ができるというメリットがある。一方で、ビジネスユニットの数の増加に比例して計算量が増加するというデメリットがある。

（計算例）

ビジネスユニット	経済資本	限界資本	限界資本比例	A⇒Bの順に追加	B⇒Aの順に追加
A	100	200−150 =50	$200\times\frac{50}{50+100}$ =66.7	100	200−150 =50
B	150	200−100 =100	$200\times\frac{100}{50+100}$ =133.3	200−100 =100	150
分散効果	△50				
合計	200	150	200	200	200

(5) ゲーム理論を応用した配賦①（Shapley 値）

ゲーム理論を応用した配賦とは、「協力ゲーム(cooperative game)」[40]において、「提携(coalition)」[41]によって得られた「利得」を、ゲームの各プレイヤーの

40 プレイヤーたちがお互いに話し合うことができ、その結果として達成された合意が拘束力を持つゲームのこと。詳細は、大西『経済数学入門20:協力ゲーム』(参考文献18)等を参照。

41 協力ゲームにおいて、共同行動を採るために形成されるプレイヤーの集合の非空

「貢献度」に応じて公平に配分する協力ゲーム理論を応用した配賦手法である。経済資本配賦においては、「提携」はビジネスユニットの番号がなす集合$N = \{1,2,\dots,n\}$の部分集合Sに、「提携」Sによる「利得」はビジネスユニット$i \in S$からなる部分ポートフォリオのリスク分散効果$\sum_{i\in S}\rho(X_i) - \rho(\sum_{i\in S} X_i)$に、「貢献度」は各ビジネスユニットの分散効果への寄与度に相当する。

この場合、以下の式で定義される Shapley 値によって配賦資本を計算することができる。

$$\rho^{Sh}(X_i|X) = \sum_{S\in C_i} \frac{(|S|-1)!\,(n-|S|)!}{n!} \left(\rho\left(\sum_{j\in S} X_j \right) - \rho\left(\sum_{j\in S\setminus\{i\}} X_j \right) \right)$$

ここで、C_iは$N = \{1,2,\dots,n\}$の部分集合のうち、iを含む部分集合全体がなす集合、$|S|$はSの要素の数を表す。限界資本が、ビジネスユニットの追加順序を固定した場合に、ビジネスユニットiを含むポートフォリオの経済資本と、iを除外したポートフォリオの経済資本の差を計算するのに対し、Shapley 値は、ビジネスユニットのあらゆる追加順序に対して、iを含むポートフォリオの経済資本と、iを除外したポートフォリオの経済資本の差を計算し、その平均をとるものである。

定義により、配賦資本の総和が会社全体の経済資本と一致することや対称性が成り立つことがわかる。また、平行移動不変性を持つリスク尺度の場合、リスクのないビジネスユニットへの配賦資本は経済資本と一致すること、劣加法性を持つリスク尺度の場合、$\rho^{Sh}(X_i|X) \le \rho(X_i)$、すなわち各ビジネスユニットへの配賦資本は、当該ビジネスユニット単体の経済資本以下となることがわかる。さらに、限界資本による配賦と同様に、分散効果への寄与度を反映した配賦ができるというメリットがある。一方で、ビジネスユニットの数が増加するにしたがって計算量が指数的に増加するというデメリットがある。

な部分集合のこと。

（計算例）

ビジネスユニット	経済資本	①A⇒Bの順に追加	②B⇒Aの順に追加	Shapley値=①と②の平均値
A	100	100	50	$\frac{(100+50)}{2}$=75
B	150	100	150	$\frac{(100+150)}{2}$=125
分散効果	△50			
合計	200	200	200	200

(6) ゲーム理論による配賦②（Aumann-Shapley値）

(5)の協力ゲームにおいては、各プレイヤーの選択肢は、提携に参加するかしないかの二つであった。資本配賦においては、あるビジネスユニットを含むか含まないかのみを考慮することに相当する。これに対し、部分的に提携するプレイヤー(fractional player)、すなわち提携の程度が可変であることを許容した協力ゲームを考えることができる。資本配賦においては、$\lambda_\mathrm{i}(0 \le \lambda_\mathrm{i} \le 1)$を考え、各ビジネスユニット$i$を$\lambda_i$倍のスケールに縮小したビジネスユニットからなる部分ポートフォリオを考えることに相当する。

部分的に提携するプレイヤーを許容するゲームにおいては、協力ゲームにおけるShapley値を拡張したAumann-Shapley値を用いた配賦手法が知られている。これは、連続微分可能なリスク尺度[42]に対しては、次の算式によって配賦資本を計算するものである。

$$\rho^{AS}(X_i|X) = \int_0^1 \left.\frac{d\rho(tX + hX_i)}{dh}\right|_{h=0} dt$$

[42] $f(\boldsymbol{\lambda}) = f(\lambda_1, \lambda_2, , \dots, \lambda_n) = \rho(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i X_i)$ としたとき、関数$f(\boldsymbol{\lambda})$が$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, , \dots, \lambda_n)$に対して連続微分可能なことをいう。

Shapley 値を用いた配賦手法は、あらゆるビジネスユニットの追加順序について、ビジネスユニットiを離散的に追加した場合の経済資本の増分を計算し、それらの離散的な平均をとったものであるのに対し、Aumann-Shapley 値を用いた配賦手法は、会社全体の事業ポートフォリオをt $(0 \leq t \leq 1)$倍に縮小した部分ポートフォリオに対し、ビジネスユニットiを微小に増減した場合の経済資本の勾配を計算し、これを区間[0 ,1]にわたって連続的に平均したものであると考えることができる。連続微分可能なリスク尺度が正の同次性をもつ場合には、Aumann-Shapley 値は、次の(7)で説明する Euler 配賦と一致する[43]。

(7) Euler 配賦

Euler配賦とは、正の同次性を持つ連続微分可能なリスク尺度ρに対して、配賦資本$\rho(X_i|X)$を以下の計算式で求めるものである。

$$\rho^{Euler}(X_i|X) = \lim_{h \to 0} \frac{\rho(X + hX_i) - \rho(X)}{h} = \left. \frac{d\rho(X + hX_i)}{dh} \right|_{h=0}$$

限界資本が、会社全体の経済資本と、会社全体から特定のビジネスユニットを除外したポートフォリオの経済資本の差であるのに対し、Euler 配賦による配賦資本は、特定のビジネスユニットをわずかに増減させた場合の会社全体の経済資本の勾配を表す。そのため、Euler 配賦は、勾配配賦(gradient allocation)とも呼ばれる。定義により、Euler配賦は、RORAC 整合性をみたすことがわかる[44]。逆に、Euler 配賦は、RORAC 整合性を満たす唯一の配賦手法

---

43 $\because$ n次の同次関数の導関数は$n-1$次の同次関数であるという事実により、
$\rho^{AS}(X_i|X) = \int_0^1 \left. \frac{\partial \rho(tX+hX_i)}{\partial h} \right|_{h=0} dt = \int_0^1 \left. \frac{\partial \rho(X+hX_i)}{\partial h} \right|_{h=0} dt = \left. \frac{\partial \rho(X+hX_i)}{\partial h} \right|_{h=0} =$
$\rho^{Euler}(X_i|X)$

44 Euler配賦の定義により、十分小さいhに対して、$\rho^{Euler}(X_i|X) \approx \frac{\rho(X+hX_i)-\rho(X)}{h}$であり、$RORAC(X_i|X) >$ $RORAC(X)$ が成り立つとき、$RORAC(X + hX_i) = \frac{E[-(X+hX_i)]}{\rho(X+hX_i)} \approx \frac{\mathrm{E}[-X]+hE[-X_i]}{\rho(X)+h\rho(X_i|X)} > \frac{E[-X]}{\rho(X)} = RORAC(X)$ となる。

であることが知られている。同次関数に関する Euler の定理により、配賦資本の総和は会社全体の経済資本と一致し、さらに、配賦資本の加法性も成り立つ[45]。リスク尺度が劣加法性を満たす場合には、$\rho^{Euler}(X_i|X) \leq \rho(X_i)$、すなわち各ビジネスユニットへの配賦資本は、当該ビジネスユニット単体の経済資本以下となり[46]、さらに、配賦資本の加法性により任意の$S \subseteq N$に対して、$\sum_{i\in S} \rho^{Euler}(X_i|X) \leq \rho(\sum_{\mathrm{i\in S}} X_i)$が成り立つことがわかる[47]。また、リスク尺度が平行移動不変性を満たす場合にはリスクのないビジネスユニットへの配賦資本は経済資本と一致する[48]。したがって、リスク尺度としてコヒーレントリスク尺度を用いた場合、Euler 配賦は、A.10.2で挙げた配賦手法の望ましい性質を多く満たすことがわかる。また、次の(8)で示すように計算も比較的容易である。一方で、比例的な配賦や限界資本による配賦と比べると、解釈しづらいというデメリットがある。

(8) リスク尺度別の Euler 配賦による配賦資本

「A.9.リスク尺度」で取り上げた代表的なリスク尺度の、Euler 配賦による配賦資本は下表のとおりである。

---

45 $\because \boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$とし、 $f(\boldsymbol{a}) = \rho(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i)$とすると、$f(1,1,\ldots,1) = \rho(X)$、$\rho^{Euler}(X_i|X) = \left.\frac{\partial f(\boldsymbol{a})}{\partial a_i}\right|_{\boldsymbol{a}=(1,1,\ldots,1)}$であるが、1次の同次関数に関する Euler の定理により、$f(\boldsymbol{a}) = \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{\partial f(a)}{\partial a_i}$ が成り立ち、$\boldsymbol{a} = (1,1,\ldots,1)$ とすれば、$\rho(X) = \sum_{i=1}^{n} \rho^{Euler}(X_i|X)$となる。$\boldsymbol{a}$の要素の一部を0に置き換えたものを考えると、配賦資本の加法性が成り立つこともわかる。

46 $\because \frac{\rho(X+hX_i)-\rho(X)}{h} \leq \frac{\rho(X)+\rho(hX_i)-\rho(X)}{h}$（∵ 劣加法性）$= \frac{h\rho(X_i)}{h}$（∵ 正の同次性）$= \rho(X_i)$

47 $\because \sum_{i\in S} \rho(X_i|X) = \rho(\sum_{i\in S} X_i\,|X)$（∵ 配賦資本の加法性）$\leq \rho(\sum_{\mathrm{i\in S}} X_i)$

48 $\because X_i = c$（定数）のとき、$\frac{\rho(X+hX_i)-\rho(X)}{h} = \frac{\rho(X+hc)-\rho(X)}{h} = \frac{\rho(X)+hc-\rho(X)}{h}$（∵ 平行移動不変性）$= c = \rho(X_i)$

リスク尺度	ビジネスユニットiの配賦資本
標準偏差[49]$\sigma(X)$	$\dfrac{Cov(X_i, X)}{\sigma(X)}$
$\mathrm{VaR}_\alpha(X)$	$\mathrm{E}[X_i \mid X = VaR_\alpha(X)]$
$T\mathrm{VaR}_\alpha(X)$	$\mathrm{E}[X_i \mid X \geq \ VaR_\alpha(X)]$

（計算例①）リスク尺度として標準偏差を選んだ場合

リスク尺度として標準偏差を選んだ場合、配賦資本は $\frac{Cov(X_i,X)}{\sigma(X)}$ となるが、$\frac{Cov(X_i,X)}{\sigma(X)} = \frac{Cov\left(X_i,\sum_{j=1}^{n} X_j\right)}{\sigma(X)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Cov(X_i,X_j)}{\sigma(X)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} s_{i,j}\sigma(X_i)\sigma(X_j)}{\sigma(X)}$となることから、各ビジネスユニットの経済資本と、各ビジネスユニット間の相関係数$s_{i,j}$を用いて計算することができる。なお、リスク統合方法として分散共分散法を用いた場合は、リスク尺度として標準偏差を選んだ場合、あるいは経済資本は標準偏差に比例的であると想定している場合であると考えることができるので、この方法により配賦資本を簡単に計算することができる。さきほどまでの計算例において、経済資本は標準偏差によって計算されたものであると考えると、相関係数は0.25[50]であり、Euler 配賦による配賦資本は下表のとおりとなる。

ビジネスユニット	経済資本	配賦資本
A	100	$\dfrac{\left(100^2+0.25\times100\times150\right)}{200}$=68.75
B	150	$\dfrac{\left(150^2+0.25\times100\times150\right)}{200}$=131.25
分散効果	△50	
合計	200	200

---

49 標準偏差の定数倍の場合を含む。

50 リスク尺度を標準偏差とした場合、ビジネスユニットAとBの合計の損失の標準偏差は両者の損失の相関係数sを用いて、$\sqrt{100^2+150^2+2\times s\times100\times150} = 200$と計算されるが、これを満たす$s$は0.25である。

（計算例②）リスク尺度としてVaRを選んだ場合

例えば、計測期間1年、200年に一度の経済資本を、1,000回[51]のモンテカルロシミュレーションによって算出した場合の配賦資本は、シミュレーション結果を会社全体の損失が大きい順に並べ、上から5番目（1,000×0.5%）の近辺、例えば上から4番目から6番目のシミュレーション結果の平均値を計算することによって求めることができる[52]。ただし、この方法では、シミュレーションによって得た会社全体の経済資本と配賦資本の合計は一般には一致しないため、例えば経済資本についても上から4番目から6番目のシミュレーション結果の平均値によって求めることで両者を一致させることが考えられる。

損失の大きい順	会社全体の損失	ビジネユニットＡの損失	ビジネスユニットＢの損失
4番目	216	97	119
5番目 =経済資本	213	103	110
6番目	209	94	115
配賦資本		$\frac{97+103+94}{3}$ =98	$\frac{119+110+115}{3}$ =114.7

（計算例③）リスク尺度としてTVaRを選んだ場合

例えば、計測期間1年、200年に一度の経済資本を、1,000回のモンテカルロシミュレーションによって算出した場合の配賦資本は、シミュレーション結果を会社全体の損失が大きい順に並べ、上から数えて1番目から5番目

51 シミュレーション回数としては少ないが、ここでは単純化のため1,000回としている。

52 より一般的には、カーネル推定量（kernel estimator）を用いた推定方法が存在する。詳細は、参考文献19等を参照。

(1,000×0.5%)の値の平均値を計算することによって求めることができる。

損失の大きい順	会社全体の損失	ビジネスユニットAの損失	ビジネスユニットBの損失
1番目	238	133	105
2番目	230	110	120
3番目	218	117	101
4番目	216	97	119
5番目	213	103	110
経済資本	223	117	116
配賦資本		$\frac{133+110+117+97+103}{5}$ =112	$\frac{105+120+101+119+110}{5}$ =111

［参考文献］

1. IAA『Risk Book』,2015年
2. 日本アクチュアリー会『損保数理』平成23年2月改定版
3. 浜野雅章／森本祐司／田口茂「保険の国際会計基準と損害保険負債の時価評価」,『アクチュアリージャーナル』第48号,2004年
4. Mack, T.「Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates」,『ASTIN Bulletin』1993年 Vol.23, pp. 213-225.
（邦訳）日本アクチュアリー会「損害保険における確率論的クレームリザービング」,『会報別冊第207号』,2003年
5. England, P. D. ／Verral, R. J.『Stochastic Claim Reserving In General Insurance, Report on the Institute Sessional Meeting held on 28 January, 2002』,2002年
6. McCullagh, P. ／Nelder, J.『Generalized Linear Models』第2版（Chapman and Hall）,1989年
7. エーオン ベンフィールド ジャパン株式会社『金融庁委託調査 自然災害リスクに係る外部調達モデルの構造等に関する調査』,2012年
8. 地震調査研究推進本部地震委員会『全国を概観した地震動予測地図報告書』,2014年
9. 地震調査研究推進本部地震委員会『長期的な地震発生確率の評価手法について』,2011年
10. 碓井茂樹『「金融機関経営とリスク管理の高度化-理論と実践」セミナー資料 「Ⅰ．内部格付制度と信用リスク計量化」』（日本銀行金融機構局金融高度化センター）,2009年
11. 金融庁／日本銀行『バーゼル銀行監督委員会による「オペレーショナルリスクに係る標準的手法の見直し（第2次市中協議文書）の公表につい

て」』,2016年
12. 一般社団法人全国銀行協会『バーゼル銀行監督委員会「オペレーショナルリスクに係る標準的手法の見直し（市中協議文書）」に対するコメント』,2016年
13. 国際決済銀行『Governors and Heads of Supervision finalise Basel III reforms』,2017年12月13日
（邦訳）金融庁『プレス・リリース「中央銀行総裁・銀行監督当局長官はバーゼル III の最終化に合意」の公表について』,2017年
14. 北川源四郎／小西貞則共著『情報量規準』（朝倉書店）,2004年
15. 丹後俊郎著『統計モデル入門』（共立出版）,1996年
16. Denault, Michel『Coherent allocation of risk capital』,1999年
17. Tache,Dirk『Euler Allocation: Theory and Practice』,2007年
18. 大西一弘著『経済数学入門20:協力ゲーム 』,2008年
19. Dirk Tasche『Capital Allocation for credit portfolios with kernel estimators 』,2008年