昭和59年度（問　題）

1.　次の(1)～(10)までについて，それぞれ五つの選択肢の中から，正しいものを一つ選んで，所定の解答用紙に，たとえば，(A)とか(D)のように，記号で記入せよ。（40点）

(1)　次の式のうちで，$a^{(m)}_{\overline{n}|}$に等しくないものはどれか。

(A)　$\dfrac{1-v^n}{i^{(m)}}$　　(B)　$s^{(m)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$　　(C)　$\ddot{a}^{(m)}_{\overline{n+\frac{1}{m}}|}-\dfrac{1}{m}$

(D)　$a^{(m)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$　　(E)　$\dfrac{1}{m}\left(v^{\frac{1}{m}}+v^{\frac{2}{m}}+v^{\frac{3}{m}}+\cdots\cdots+v^n\right)$

(2)　$\mu_{x+t}=\dfrac{a}{1+at}\ (0\leq t\leq 1)$のとき，$a$ をq_xで表わせ。

(A)　$\dfrac{q_x}{1+q_x}$　　(B)　$\dfrac{q_x}{1-q_x}$　　(C)　$\dfrac{1}{1+q_x}$　　(D)　$\dfrac{1}{1-q_x}$　　(E)　q_x

(3)　経過 t において，$\mathring{e}_{x+t}$を支払う連続払終身年金の x 歳の人の年金現価を求めよ。

(A) $\dfrac{\mathring{e}_x}{\delta}$　(B) $\dfrac{\bar{a}_x}{\delta}$　(C)　$\dfrac{1}{\delta}\left(\mathring{e}_x-\bar{a}_x\right)$　(D)　$\dfrac{1}{\delta}\left(\mathring{e}_x+\mathring{a}_x\right)$　(E)　$\mathring{e}_x+\mathring{a}_x$

(4)　保険金額 1 の保険金年末払終身保険で，年払保険料が最初の10年間はP_1で，その後はP_2となる保険がある。この保険に30歳で加入すると第10保険年度末責任準備金が$10P_1$になるという。このP$_1$を求めよ。

(A)　$\dfrac{M_{30}}{N_{30}-10\,D_{40}}$　　(B)　$\dfrac{M_{30}}{N_{30}-N_{40}-10\,D_{40}}$　　(C)　$\dfrac{M_{30}+10\,D_{40}}{N_{30}}$

(D)　$\dfrac{M_{30}-M_{40}}{N_{30}-10\,D_{40}}$　　(E)　$\dfrac{M_{30}-M_{40}}{N_{30}-N_{40}-10\,D_{40}}$

(5)　次の式のうちで，正しいものはどれか。

(A)　$\displaystyle\int_n^{n+m}{}_tp_x\,\mu_{x+t}\,dt={}_{n|m}q_x$　　(B)　$\displaystyle\int_0^n{}_tp_x\,\mu_{x+t}\,dt={}_np_x$

(C)　$\displaystyle\int_0^1(\mu_{x+t}+\delta)\,dt=-\log\delta\,p_x$　　(D)　$\dfrac{\partial}{\partial x}\,{}_tp_x={}_tp_x(\mu_{x+t}-\mu_x)$

(E)　$\dfrac{\partial}{\partial t}\,{}_tp_x=-{}_tp_x\cdot\mu_x$

(6)　$P=\dfrac{D_{x+n}}{D_x\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$のとき，次の記述のうち正しいものを一つ選べ。

(A)　$\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}}-P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}<P\ddot{s}_{\overline{t}|}$ なる t　$(1<t<n)$ が存在する。

(B)　あるt_0　$(1<t_0<n)$があり，$1<t<t_0$ なら$\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}}-P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}>P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

$t_0\leq t<n$ なら$\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}}-P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}\leq P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

(C) ある t_0（$1<t_0<n$）があり，$1<t<t_0$ なら $\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} < P\ddot{s}_{\overline{t|}}$

$t_0 \leqq t < n$ なら $\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} \geqq P\ddot{s}_{\overline{t|}}$

(D) すべての t（$1 \leqq t \leqq n$）に対して $\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} > P\ddot{s}_{\overline{t|}}$

(E) すべての t（$1 \leqq t \leqq n$）に対して $\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} < P\ddot{s}_{\overline{t|}}$

(7) $P_{x:\overline{n|}} = 0.02923$，$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 13.0123$ のとき，i の値は次のどれか。

(A) 0.04　(B) 0.045　(C) 0.05　(D) 0.055　(E) 0.06

(8) 次の式のうちで，$(Ia)_\infty$ を表わす式はどれか。

(A) $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2}$　(B) $\frac{1}{i} - \frac{1}{i^2}$　(C) $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^3}$　(D) $\frac{1}{i} - \frac{1}{i^3}$　(E) $\frac{1}{i} - \frac{1}{i^4}$

(9) $A_x = 0.5$，$A_{x+t} = 0.6$ のとき ${}_tV_x$ の値は次のどれか。

(A) 0.5　(B) 0.4　(C) 0.3　(D) 0.2　(E) 0.1

(10) x 歳の人と y 歳の人のうち，1 人がn年後に生存し，他の 1 人が n 年以内に死亡する確率を求めよ。

(A) ${}_np_{xy}$　(B) ${}_np_x - {}_np_{xy}$　(C) ${}_np_x + {}_np_y + {}_np_{xy}$　(D) ${}_np_x + {}_np_y - {}_np_{xy}$

(E) ${}_np_x + {}_np_y - 2\,{}_np_{xy}$

2. 10歳の人と終身払込平準保険料の契約を結ぶ。15歳に達する前の死亡に対しては既払込純保険料の死亡年度末までの元利合計を支払い，15歳以降の死亡には保険金 1 を支払う。ここで，既払込保険料の元利合計を計算するのに用いる利率は，保険料計算に用いる利率と同じとし，保険金は年末払とする。

この年払純保険料を求め，15歳より前の死亡率に関係しないことを示せ。（20点）

3. 同一の純保険料額 P を毎年払い込む A，B 契約を次のとおり定める。

A 契約：x 歳加入n年満期養老保険（年払，保険金年末払）

B 契約：x 歳加入m年満期養老保険（年払，保険金年末払）

ここに，n＜m とし基礎率は両契約とも同一とする。

第t 保険年度末（$0 \leqq t \leqq n$）の A，B 契約の純保険料式責任準備金をそれぞれ ${}_tV^{(A)}$，${}_tV^{(B)}$ とするとき，${}_tV^{(A)}$ と ${}_tV^{(B)}$ の大小について論ぜよ。（20点）

4. 次の関係式が成り立つことを示せ。

$$1 - {}_{t+1}V_{x:\overline{n|}} = u_{x+t}\left\{\left(1 - {}_tV_{x:\overline{n|}}\right) - \left(P_{x:\overline{n|}} + d\right)\right\}$$

ここに，u_x は x の関数。（20点）

昭和59年度（解答例）

問題番号	解答欄
(1)	B
(2)	B
(3)	C
(4)	E
(5)	A
(6)	D
(7)	C
(8)	A
(9)	D
(10)	E

正解は上表のとおりであるが，以下問題を再掲すると共に，解法を略記する。

(1)　次の式のうちで，$a^{(m)}_{\overline{n}|}$に等しくないものはどれか。

(A) $\dfrac{1-v^n}{i^{(m)}}$　(B) $S^{(m)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$　(C) $a^{(m)}_{\overline{n+\frac{1}{m}}|}-\dfrac{1}{n}$　(D) $a^{(m)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$

(E) $\dfrac{1}{m}(v^{\frac{1}{m}}+v^{\frac{2}{m}}+v^{\frac{3}{m}}+\cdots\cdots+v^n)$

（答） (B)

$S^{(m)}_{\overline{1}|}\,a_n$ が $a^{(m)}_{\overline{n}|}$ に等しい。

(2)　$\mu_{x+t}=\dfrac{a}{1+at}$ ($0\leqq t\leqq 1$) のとき，a を q_x で表わせ。

(A) $\dfrac{q_x}{1+q_x}$　(B) $\dfrac{q_x}{1-q_x}$　(C) $\dfrac{1}{1+q_x}$　(D) $\dfrac{1}{1-q_x}$　(E) q_x

（答） (B)

$$\because\ \int_0^1\mu_{x+t}\,dt=\int_0^1\frac{adt}{1+at}=\left[\log\left(1+\frac{1}{a}\right)\right]_0^1=\log\left(1+\frac{1}{a}\right)-\log\frac{1}{a}=\log(1+a)$$

したがって

$$q_x=1-e^{-\int_0^1\mu_{x+t}\,dt}=1-e^{-\log(1+a)}=1-\frac{1}{1+a}\,,\quad 1+a=\frac{1}{1-q_x}\,,\quad a=\frac{q_x}{1-q_x}$$

(3) 経過 t において $\mathring{e}_{x+t}$ を支払う連続払終身年金の x 歳の人の年金現価を求めよ。

(A) $\dfrac{\mathring{e}_x}{\delta}$ (B) $\dfrac{\bar{a}_x}{\delta}$ (C) $\dfrac{1}{\delta}(\mathring{e}_x-\bar{a}_x)$ (D) $\dfrac{1}{\delta}(\mathring{e}_x+\mathring{a}_x)$ (E) $\mathring{e}_x+\mathring{a}_x$

（答） (C)

∵ 現価は $\int_0^\infty \mathring{e}_{x+t}\,v^t\,{}_tp_x\,dt$ で表わされる。

$$\frac{d}{dt}\,\mathring{e}_{x+t}\;{}_tp_x=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{l_{x+t}}\int_{x+t}^\infty l_s d_s\;\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)=-\frac{l_{x+t}}{l_x}=-{}_tp_x$$ だから

$$\int_0^\infty \mathring{e}_{x+t}\,v^t\,{}_tp_x\,dt$$

$$=\left[\frac{v^t}{\log v}\,\mathring{e}_{x+t}\;{}_tp_x\right]_0^\infty-\int_0^\infty\frac{v^t}{\log v}(-{}_tp_x)\,dt$$

$$=-\frac{\mathring{e}_x}{\log v}+\frac{1}{\log v}\int_0^\infty v^t\,{}_tp_x\,dt$$

$$=\frac{1}{\delta}(\mathring{e}_x-\bar{a}_x)\qquad\left(\log v=-\delta\,,\ \int_0^\infty v^t\,{}_tp_x\,dt=\bar{a}_x\right)$$

(4) 保険金額１の保険金年末払終身保険で，年払保険料が最初の10年間はP_1で，その後はP_2となる保険がある。この保険に30歳で加入すると第10保険年度末責任準備金が$10P_1$になるという。このP_1を求めよ。

(A) $\dfrac{M_{30}}{N_{30}-10D_{40}}$ (B) $\dfrac{M_{30}}{N_{30}-N_{40}-10D_{40}}$ (C) $\dfrac{M_{30}+10D_{40}}{N_{30}}$ (D) $\dfrac{M_{30}-M_{40}}{N_{30}-10D_{40}}$

(E) $\dfrac{M_{30}-M_{40}}{N_{30}-N_{40}-10D_{40}}$

（答） (E)

第10保険年度末責任準備金を過去法で表わし，$10P_1$に等しいとおくと

$$P_1\frac{N_{30}-N_{40}}{D_{40}}-\frac{M_{30}-M_{40}}{D_{40}}=10P_1$$

$$\therefore P_1=\frac{M_{30}-M_{40}}{N_{30}-N_{40}-10D_{40}}$$

(5) 次の式のうちで，正しいものはどれか。

(A) $\displaystyle\int_n^{n+m} {}_tp_x\,\mu_{x+t}\,dt={}_{n|m}q_x$

(B) $\displaystyle\int_0^n {}_tp_x\,\mu_{x+t}\,dt={}_np_x$

(C) $\displaystyle\int_0^1(\mu_{x+t}+\delta)\,dt=-\log\delta\cdot p_x$

(D) $\displaystyle\frac{\partial}{\partial x}\,{}_tp_x={}_tp_x(\mu_{x+t}-\mu_x)$

(E) $\displaystyle\frac{\partial}{\partial x}\,{}_tp_x=-{}_tp_x\,\mu_x$

（答） (A)

$\because$ (A) $\displaystyle\int_n^{n+m} {}_tp_x\,\mu_{x+t}\,dt=\int_n^{n+m}\frac{l_{x+t}}{l_x}\left(-\frac{1}{l_{x+t}}\frac{dl_{x+t}}{dt}\right)dt$

$$=\frac{1}{l_x}\int_n^{n+m}\left(-\frac{dl_{x+t}}{dt}\right)dt$$

$$= \frac{l_{x+n} - l_{x+n+m}}{l_x}$$

$$= {}_{n|m}q_x$$

(B) $$\int_0^n {}_tp_x \mu_{x+t}\, dt = \frac{1}{l_x}\int_0^n \left(-\frac{dl_{x+t}}{dt}\right) dt$$

$$= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

$$= {}_nq_x$$

(C) $$\int_0^1 (\mu_{x+t} + \delta)\, dt = \int_0^1 \mu_{x+t}\, dt + \delta$$

$$= -\log \frac{l_{x+1}}{l_x} - \log v$$

$$= -\log vp_x$$

(D) $$\frac{\partial}{\partial x}\, {}_tp_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right)$$

$$= \frac{1}{l_x^2}\left(\frac{\partial l_{x+t}}{\partial x}\, l_x - l_{x+t}\frac{dl_x}{dx}\right)$$

$$= -{}_tp_x \mu_{x+t} + {}_tp_x \mu_x$$

$$= {}_tp_x\,(\mu_x - \mu_{x+t})$$

(E) $\dfrac{\partial}{\partial t}\,{}_tp_x = \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{l_{x+t}}{l_x}\right)$

$$= -\frac{l_{x+t}}{l_x}\frac{1}{l_{x+t}}\left(-\frac{dl_{x+t}}{dt}\right)$$

$$= -{}_tp_x\,\mu_{x+t}$$

(6) $P = \dfrac{D_{x+n}}{D_x\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$ のとき，次の記述のうち正しいものを一つ選べ。

(A) $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} < P\ddot{s}_{\overline{t}|}$ なる t ($1 < t < n$) が存在する。

(B) ある t_0 ($1 < t_0 < n$) があり $1 \leqq t < t_0$ なら $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} > P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

$t_0 \leqq t \leqq n$ なら $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \leqq P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

(C) ある t_0 ($1 < t_0 < n$) があり $1 \leqq t < t_0$ なら $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} < P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

$t_0 \leqq t \leqq n$ なら $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \geqq P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

(D) すべての t ($1 \leqq t \leqq n$) に対して $\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} > P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

(E)　すべての t（$1 \leqq t \leqq n$）に対して　$\dfrac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} < P\ddot{s}_{\overline{t}|}$

（答）　(D)

$$\because \quad \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = P\frac{D_x\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{D_{x+t}} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

$$= P\frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+t}} - P\frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}}$$

$$= P\frac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}}$$

$$= P\frac{D_x + D_{x+1} + \cdots\cdots + D_{x+t-1}}{D_{x+t}}$$

$$= P\left(\frac{l_x v^x + l_{x+1} v^{x+1} + \cdots\cdots + l_{x+t-1} v^{x+t-1}}{l_{x+t} v^{x+t}}\right)$$

$$> P\left\{(1+i)^t + (1+i)^{t-1} + \cdots\cdots + (1+i)\right\}$$

$$= P\ddot{s}_{\overline{t}|} \quad (t \geqq 1)$$

(7)　$P_{x:\overline{n}|} = 0.0293$，　$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 13.0123$ のとき，　i の値は次のどれか。

(A)　0.04　　(B)　0.045　　(C)　0.05　　(D)　0.055　　(E)　0.06

（答）　(C)

$$\because \quad P_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d \text{ より } d = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - P_{x:\overline{n}|} = 0.04755$$

$$\frac{i}{1+i} = 0.04755 \text{ より } i = 0.05$$

(8) 次の式のうちで，$(Ia)_\infty$ を表わす式はどれか。

(A) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}$ (B) $\frac{1}{i}-\frac{1}{i^2}$ (C) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^3}$ (D) $\frac{1}{i}-\frac{1}{i^3}$ (E) $\frac{1}{i}-\frac{1}{i^4}$

（答） (A)

$\because \quad (Ia)_\infty = v+2v^2+3v^3+4v^4+\cdots\cdots$

$v(Ia)_\infty = \qquad v^2+2v^2+3v^4+\cdots\cdots$

より $(I-v)(Ia)_\infty = a_\infty$

$a_\infty = \frac{1}{i}$ だから

$$(Ia)_\infty = \frac{1}{1-v}\cdot\frac{1}{i} = \frac{1+i}{i^2} = \frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}$$

(9) $A_x = 0.5$，$A_{x+t} = 0.6$ のとき ${}_tV_x$ の値は次のどれか。

(A) 0.5 (B) 0.4 (C) 0.3 (D) 0.2 (E) 0.1

（答） (D)

$$\because \quad {}_tV_x = \frac{A_{x+t}-A_x}{1-A_x} = \frac{0.6-0.5}{1-0.5} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$

(10) x 歳の人と y 歳の人のうち1人が n 年後に生存し，他の1人が n 年以内に死亡する確率を求めよ。

(A) ${}_np_{xy}$ (B) ${}_np_x - {}_np_{xy}$ (C) ${}_np_x + {}_np_y + {}_np_{xy}$ (D) ${}_np_x + {}_np_y - {}_np_{xy}$

(E) ${}_np_x + {}_np_y - 2\,{}_np_{xy}$

（答） (E)

$\because \quad {}_np_{\overset{[1]}{xy}} = {}_np_x(1-{}_np_y) + {}_np_y(1-{}_np_x)$

$$= {}_np_x + {}_np_y - 2\,{}_np_x\cdot{}_np_y$$

$$= {}_n p_x + {}_n p_y - 2\,{}_n p_{xy}$$

2. 求める年払純保険料をＰとすると

収入の現価＝$P\ddot{a}_{10}$

最初５年間の支出現価＝$\dfrac{P}{D_{10}}(\ddot{s}_{\overline{1|}}C_{10}+\ddot{s}_{\overline{2|}}C_{11}+\ddot{s}_{\overline{3|}}C_{12}+\ddot{s}_{\overline{4|}}C_{13}+\ddot{s}_{\overline{5|}}C_{14})$

15歳以降の支出現価＝$\dfrac{M_{15}}{D_{10}}$

である。よって，収支相等の原則により

$$P\ddot{a}_{10}=\frac{P}{D_{10}}(\ddot{s}_{\overline{1|}}C_{10}+\ddot{s}_{\overline{2|}}C_{11}+\cdots\cdots+\ddot{s}_{\overline{5|}}C_{14})+\frac{M_{15}}{D_{10}}$$

$$P=\frac{M_{15}}{N_{10}-(\ddot{s}_{\overline{1|}}C_{10}+\ddot{s}_{\overline{2|}}C_{11}+\cdots\cdots+\ddot{s}_{\overline{5|}}C_{14})}$$

$$=\frac{M_{15}}{\left\{(D_{10}+D_{11}+\cdots\cdots+D_{14})-(\ddot{s}_{\overline{1|}}C_{10}+\ddot{s}_{\overline{2|}}C_{11}+\cdots\cdots+\ddot{s}_{\overline{5|}}C_{14})\right\}+N_{15}}$$

ここで，$\{\quad\}$ 内を整理すると，

$$v^{10}l_{10}-v^{-1}v^{11}d_{10}$$

$$+v^{11}l_{11}-(v^{-2}+v^{-1})v^{12}d_{11}$$

$$+v^{12}l_{12}-(v^{-3}+v^{-2}+v^{-1})v^{13}d_{12}$$

$$+v^{13}l_{13}-(v^{-4}+v^{-3}+v^{-2}+v^{-1})v^{14}d_{13}$$

$$+v^{14}l_{14}-(v^{-5}+v^{-4}+v^{-3}+v^{-2}+v^{-1})v^{15}d_{14}$$

$$=v^{10}l_{10}-v^{10}d_{10}-v^{10}d_{11}-v^{10}d_{12}-v^{10}d_{13}-v^{10}d_{14}$$

$+v^{11}l_{11}-v^{11}d_{11}-v^{11}d_{12}-v^{11}d_{13}-v^{11}d_{14}$

$+v^{12}l_{12}-v^{12}d_{12}-v^{12}d_{13}-v^{12}d_{14}$

$+v^{13}l_{13}-v^{13}d_{13}-v^{13}d_{14}$

$+v^{14}l_{14}-v^{14}d_{14}$

$=v^{10}l_{15}+v^{11}l_{15}+v^{12}l_{15}+v^{13}l_{15}+v^{14}l_{15}$

$=v^{15}l_{15}\,(v^{-5}+v^{-4}+v^{-3}+v^{-2}+v^{-1})$

$=D_{15}\,\ddot{s}_{\overline{5}|}$

$$\therefore\ P=\frac{M_{15}}{\ddot{s}_{\overline{5}|}D_{15}+N_{15}}$$

となり，15歳より前の死亡率とは無関係である。

3. (1) $P_{x:\overline{n}|}>P_{x:\overline{m}|}$

$\because\ A_{x:\overline{n}|}=1-d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\qquad P_{x:\overline{n}|}=\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-d\ ,\ P_{x:\overline{m}|}=\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}-d$

$n<m$ だから $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}<\ddot{a}_{x:\overline{m}|}\qquad P_{x:\overline{n}|}=\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}-d>\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}-d=P_{x:\overline{m}|}$

(2) A，B 契約の保険金をそれぞれ δ_A，δ_B とすると

$$\delta_A=\frac{P}{P_{x:\overline{n}|}}\quad ,\quad \delta_B=\frac{P}{P_{x:\overline{m}|}}$$

(1)によって $\delta_A<\delta_B$

過去法によれば

$${}_tV^{(A)}=P\frac{N_x-N_{x+t}}{D_{x+t}}-\delta_A\frac{M_x-M_{x+t}}{D_{x+t}}$$

$$
{}_{t}\mathrm{V}^{(\mathrm{B})} = \mathrm{P}\frac{\mathrm{N}_x - \mathrm{N}_{x+t}}{\mathrm{D}_{x+t}} - \delta_{\mathrm{B}}\frac{\mathrm{M}_x - \mathrm{M}_{x+t}}{\mathrm{D}_{x+t}}
$$

$$
\Longrightarrow \quad {}_{t}\mathrm{V}^{(\mathrm{A})} - {}_{t}\mathrm{V}^{(\mathrm{B})} = (\delta_{\mathrm{B}} - \delta_{\mathrm{A}})\frac{\mathrm{M}_x - \mathrm{M}_{x+t}}{\mathrm{D}_{x+t}} \geqq 0
$$

$$
\Longrightarrow \quad {}_{t}\mathrm{V}^{(\mathrm{A})} \geqq {}_{t}\mathrm{V}^{(\mathrm{B})} \qquad (\text{等号は，} \quad t = 0 \ \text{のとき})
$$

4. 責任準備金の漸化式から

$$
vp_{x+t} \cdot {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|} = {}_{t}V_{x:\overline{n}|} + \mathrm{P}_{x:\overline{n}|} - vq_{x+t}
$$

両辺から vp_{x+t} を引いて

$$
-vp_{x+t}(1 - {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|}) = {}_{t}V_{x:\overline{n}|} + \mathrm{P}_{x:\overline{n}|} - v(p_{x+t} + q_{x+t})
$$

$v(p_{x+t} + q_{x+t}) = v = 1 - d$ だから

$$
-vp_{x+t}(1 - {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|}) = -(1 - {}_{t}V_{x:\overline{n}|}) + (\mathrm{P}_{x:\overline{n}|} + d)
$$

$$
\therefore \quad 1 - {}_{t+1}V_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{vp_{x+t}}\left\{(1 - {}_{t}V_{x:\overline{n}|}) - (\mathrm{P}_{x:\overline{n}|} + d)\right\}
$$

$u_{x+t} = \dfrac{1}{vp_{x+t}}\left(= \dfrac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}}\right)$ とおけば関係式を得る。