年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。
・「被保険者」とは、在職中の者をいう。
・「年金受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
・「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
・「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
・「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
・「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年１回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各５点（計３０点）

（１）定常人口に達している年金制度がある。この年金制度の加入年齢は 20 歳であり、x 歳の被保険者数 l_x は次のとおりとする。

$$l_x = \begin{cases} 80 - x & (20 \le x < 40) \\ 60 - \dfrac{x}{2} & (40 \le x \le 60) \end{cases}$$

ある時から 20 歳で加入する被保険者数が 0.5 倍になり、この時から 10 年後の平均年齢は a 歳となった。a の値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）39.5　（Ｂ）39.7　（Ｃ）39.9　（Ｄ）40.1　（Ｅ）40.3
（Ｆ）40.5　（Ｇ）40.7　（Ｈ）40.9　（Ｉ）41.1　（Ｊ）41.3

（２） x 歳の給与が $B_x = 10{,}000x\ (20 \le x \le 60)$ で表される最終給与比例制の年金制度において、制度加入時からベースアップを毎年1.0%見込んだ場合と見込まなかった場合で標準保険料率を比較することを考える。このとき、「ベースアップを見込んだ標準保険料率÷ベースアップを見込まない標準保険料率」に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜計算の前提＞
・加入年齢は20歳、定年年齢は60歳
・予定利率は2.0%
・財政方式は加入年齢方式を採用
・給付は定年退職者のみに対して行い、60歳時点の給与に比例した終身年金を支払うものとする
・保険料の払い込みは20歳から59歳まで年１回各期初に発生するものとし、給与に比例した保険料を支払うものとする
・定年退職は期初に59歳の被保険者がその期末に脱退するものとし、定年退職以外の脱退は発生しないものとする
・昇給およびベースアップは期末に発生するものとし、期初59歳の被保険者の昇給およびベースアップについては脱退の直前に発生するものとする

＜諸数値＞
・ $1.01^{40} = 1.48886$、$1.02^{40} = 2.20804$

（Ａ）1.15　（Ｂ）1.18　（Ｃ）1.21　（Ｄ）1.24　（Ｅ）1.27
（Ｆ）1.30　（Ｇ）1.33　（Ｈ）1.36　（Ｉ）1.39　（Ｊ）1.42

（3）Trowbridge モデルの年金制度で定常状態のとき、次の（A）から（E）までは、それぞれある財政方式の積立金について記載している。次の（A）から（E）までのうち、誤っているものを全て選びなさい。なお、誤っているものがない場合は（F）をマークしなさい。また、各記号の意味は次のとおりとする。

x_e：加入年齢、x_r：定年年齢、ω：生存最終年齢、i：予定利率、$v = \dfrac{1}{1+i}$、

$l_x^{(T)}$：脱退残存表における x 歳$\left(x_e \le x < x_r\right)$の被保険者数、

l_x：x 歳$\left(x_r \le x < \omega\right)$の年金受給権者数、

S^p：年金受給権者の給付現価、
${}^{L}P$：被保険者 1 人あたりの平準積立方式の保険料

（A）各財政方式について積立金の水準が高い順に並べると次のとおりとなる
加入時積立方式＞平準積立方式＞退職時年金現価積立方式＞単位積立方式

（B）平準積立方式の積立金は次の算式で表すことができる

$$S^p + \sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left({}^{L}P \times \sum_{y=x_e}^{x-1} l_y^{(T)} \times (1+i)^{x-y-1} \right)$$

（C）加入時積立方式の積立金と単位積立方式の積立金の差は次の算式で表すことができる

$$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \times \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \times \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$$

（D）開放基金方式の積立金は単位積立方式の積立金と一致する

（E）開放型総合保険料方式にて運営されている年金制度において、仮になんらかの理由により不足額が発生し、積立金の積立水準が低下したとする。この場合に保険料を、定常状態を維持するために必要な保険料と発生した不足を償却するための保険料との合計になるよう設定し、翌年度以降、年金制度が予定どおりに推移したとしても、不足額は全く減少しない

（4）Trowbridge モデルの年金制度において、退職時年金現価積立方式の定常状態における積立金を ${}^{T}F$ 、加入時積立方式の定常状態における積立金を ${}^{In}F$ とするとき、$\dfrac{{}^{T}F}{{}^{In}F}$ を表す式として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、各記号の意味は次のとおりとする。

S^p ：年金受給権者の給付現価、

S^a ：在職中の被保険者の給付現価、

S^f ：将来加入が見込まれる被保険者の給付現価、

i ：予定利率、$v=\dfrac{1}{1+i}$

（A） $\dfrac{S^p-iS^a-iS^f}{S^p+S^a-iS^f}$

（B） $\dfrac{S^p-iS^a-iS^f}{S^p+vS^a-iS^f}$

（C） $\dfrac{(1+i)S^p-iS^a-iS^f}{(1+i)S^p+S^a-iS^f}$

（D） $\dfrac{(1+i)S^p-iS^a-iS^f}{(1+i)S^p+vS^a-iS^f}$

（E） $\dfrac{S^p-iS^a-iS^f}{(1+i)S^p+(1+i)S^a-iS^f}$

（F） $\dfrac{vS^p-iS^a-iS^f}{(1+i)S^p+(1+i)S^a-iS^f}$

（G） $\dfrac{S^p-iS^a-iS^f}{S^p+(1+i)S^a-iS^f}$

（H） $\dfrac{vS^p-iS^a-iS^f}{vS^p+(1+i)S^a-iS^f}$

（I） $\dfrac{(1+i)S^p-iS^a-iS^f}{(1+i)S^p+(1+i)S^a-iS^f}$

（J） $\dfrac{vS^p-iS^a-iS^f}{vS^p+vS^a-iS^f}$

（５）ある加入年齢方式の年金制度は定常状態に達しており、予定利率は2.0% である。被保険者及び年金受給権者に係る給付について、１年後の期初に一律1.05倍、２年後の期初にさらに一律1.05倍の給付増額を行うものとし、それぞれの給付増額に合わせて標準保険料も変更するものとする。未積立債務の償却は、１年後の期初、２年後の期初の給付増額時に、その時点における未積立債務の15% を償却することとしたとき、３年後の期初における未積立債務は、当初の定常状態における責任準備金の x% となった。このとき、x に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、保険料の払い込みは期初に発生するものとし、給付増額以外による未積立債務は発生しないものとする。

（Ａ）8.0　（Ｂ）8.1　（Ｃ）8.2　（Ｄ）8.3　（Ｅ）8.4
（Ｆ）8.5　（Ｇ）8.6　（Ｈ）8.7　（Ｉ）8.8　（Ｊ）8.9

（６）保険料と給付が年１回期初払いであり、第１年度末において定常状態にある年金制度において、第２年度から給付を $(1+\alpha)$ 倍に引き上げ、さらに第 $m+2$ 年度から保険料を $(1+K)$ 倍に引き上げたところ、第 $n+1$ 年度末に第１年度末の積立金に戻った。第 $n+2$ 年度以降は、保険料を当初の $(1+\beta)$ 倍として定常状態を保っている（給付は当初の $(1+\alpha)$ 倍のままである）。なお、給付と保険料の引き上げ以外の要因によって損益は発生していないものとする。このとき、次の①～③に当てはまる最も適切なものを選択肢の中からそれぞれ１つ選びなさい。ただし、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。なお、予定利率を i とし、$\alpha>0$、$\beta>0$、$\alpha\neq\beta$、$K>0$、$0<m<n$ であるものとする。

$$K=\beta\times\frac{\boxed{①}}{\boxed{②}-\boxed{③}}$$

（Ａ）m　（Ｂ）n　（Ｃ）$n-m$　（Ｄ）$n+m$　（Ｅ）$\ddot{a}_{\overline{m|}}$　（Ｆ）$\ddot{a}_{\overline{n|}}$

（Ｇ）$\ddot{a}_{\overline{n-m|}}$　（Ｈ）$\ddot{a}_{\overline{n+m|}}$　（Ｉ）$\ddot{a}_{\overline{2m|}}$　（Ｊ）$\ddot{a}_{\overline{2n|}}$　（Ｋ）$\ddot{a}_{\overline{mn|}}$　（Ｌ）$\ddot{a}_{\overline{2mn|}}$

問題２． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各６点（計３６点）

（１）ある年金制度は定常状態に達しており、保険料および給付とも年１回期初に支払っている。予定利率を2.0%とするとき、次の①、②の各問に答えなさい。また、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜諸数値＞
・ $1.02^{20}=1.48595$、$0.99^{20}=0.81791$

① あるとき20年間にわたって、積立金の運用利回りが毎年マイナス1.0%となったため、20年後の期末における積立金が定常状態の積立金のa倍となった。このとき、aに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）0.30　（Ｂ）0.35　（Ｃ）0.40　（Ｄ）0.45　（Ｅ）0.50
（Ｆ）0.55　（Ｇ）0.60　（Ｈ）0.65　（Ｉ）0.70　（Ｊ）0.75

② 積立金の運用利回りが予定利率を下回った年度の翌年度において、減少した積立金で今後収支相等するように給付額のみを削減する（保険料および予定利率は変更しない）ことで積立金の減少を抑制することを考える。このとき、①と同様に20年間にわたって積立金の運用利回りが毎年マイナス1.0%となった場合の20年後の期末における積立金が定常状態の積立金のb倍となった。このとき、bに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ）0.50　（Ｂ）0.55　（Ｃ）0.60　（Ｄ）0.65　（Ｅ）0.70
（Ｆ）0.75　（Ｇ）0.80　（Ｈ）0.85　（Ｉ）0.90　（Ｊ）0.95

（２）定年退職者のみに対して年金額１（年１回期初払い）を60 歳から５年間支払う年金制度をある年の期初に発足させることにした。ただし、既に定年退職している65歳未満の者についても年金額１（年１回期初払い）を支払うものとし、年金の支給期間は制度発足時の年齢を65から控除した期間（例えば、制度発足時に63歳の者には制度発足直後に支給が始まり、２年間支払われる）とする。また、発足時は既に定常人口に達している。
財政方式としては、「加入年齢方式」「開放基金方式」「閉鎖型総合保険料方式」「開放型総合保険料方式」「到達年齢方式」を検討している。このとき、次の①、②の各問に答えなさい。なお、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜計算の前提＞

・加入年齢は55歳、定年年齢は60 歳
・給付および保険料ともに年１回期初払い
・予定利率は5.0%
・定年退職以外の脱退は起こらない。すなわち、予定脱退率は定年年齢以外の全ての年齢で0.0%
・ 65歳までの死亡は発生しないものとする
・定年退職は期初に59歳の被保険者がその期末に脱退するものとする
・標準保険料と特別保険料の区別がある財政方式に関しては、未積立債務を５年間で元利均等償却する
・特別保険料率は被保険者数に対する一定割合とし、制度発足時の未積立債務が過不足なく償却されるように設定する
・制度発足時の積立金は0

＜諸数値＞

n	v^n	nv^n	$\sum_{k=1}^{n} v^{k-1}$
1	0.95238	0.95238	1.00000
2	0.90703	1.81406	1.95238
3	0.86384	2.59151	2.85941
4	0.82270	3.29081	3.72325
5	0.78353	3.91763	4.54595
合計	4.32948	12.56639	14.08099

① 財政方式として「到達年齢方式」を採用した場合の制度発足時の保険料率として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、保険料率は標準保険料率と特別保険料率の合計を表すものとする。

（Ａ）1.65	（Ｂ）1.68	（Ｃ）1.71	（Ｄ）1.74	（Ｅ）1.77
（Ｆ）1.80	（Ｇ）1.83	（Ｈ）1.86	（Ｉ）1.89	（Ｊ）1.92

② 採用を検討している５つの財政方式のうち制度発足時の保険料率が最小となる財政方式の名称および最小の保険料率として最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、標準保険料と特別保険料の区別がある財政方式における保険料率は標準保険料率と特別保険料率の合計を表すものとする。

（１）加入年齢方式	（２）開放基金方式	（３）閉鎖型総合保険料方式
（４）開放型総合保険料方式	（５）到達年齢方式	

（Ａ）0.90	（Ｂ）1.00	（Ｃ）1.10	（Ｄ）1.20	（Ｅ）1.30
（Ｆ）1.40	（Ｇ）1.50	（Ｈ）1.60	（Ｉ）1.70	（Ｊ）1.80

（３）定年退職者には年金支給開始年齢（60 歳）から年１回期初払いで生死に関わらず10年間年金を支払い、加入1年以上の中途退職者には一時金を支払う給与比例制の年金制度がある。この年金制度から支払われる年金額および一時金額は次のとおりである。

＜年金額＞

「定年退職時の給与に、加入から定年退職までの加入期間を乗じて得た額」を給付利率2.0%の期初払い10年確定年金現価率で除して得た額

＜一時金額＞

「中途退職時の給与に、加入から中途退職までの加入期間を乗じて得た額」

計算の前提を次のとおりとするとき、次の①、②の各問に答えなさい。なお、計算にあたって必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

＜計算の前提＞

・予定利率は2.0%
・財政方式は加入年齢方式を採用
・加入年齢は30歳、定年年齢は60歳
・予定脱退率は定年年齢以外の全ての年齢で2.0%（脱退には加入中の死亡を含む）
・予定昇給率は加入年齢以外の全ての年齢で2.0%
・昇給、新規加入および標準保険料の払い込みは年１回期初に発生し、その順は「昇給→新規加入→標準保険料の払い込み」とする
・標準保険料を払い込む被保険者の最終年齢は59歳とする
・定年退職時の給与は59歳の給与と同額とする
・定年退職による脱退は年１回期末、中途退職による脱退は年１回期央に発生する
・期初に59歳の被保険者は、期央に中途退職するか、または、期末に定年退職する
・一時金による給付の支払いは脱退と同時に発生する
・中途退職する場合の一時金額の算定において、加入期間は1年未満切り捨てとする

＜諸数値＞

・利率2.0%の期初払い10年確定年金現価率：9.16224
・利率5.5%の期初払い10年確定年金現価率：7.95220
・ $0.98^{30} = 0.54548$

・ $\left(\dfrac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.99015$ 　・ $\left(\dfrac{1}{1.02}\right)^{30} = 0.55207$

・ $\displaystyle\sum_{k=1}^{29} k \times 0.98^{k} = 295.33694$

① この年金制度において、定年退職者は年金を取得する代わりに、定年退職時に「定年退職時の給与に、加入から定年退職までの加入期間を乗じて得た額」を一時金として取得できる（以下、この一時金を「選択一時金」という）。この年金制度における標準保険料率の算定にあたっては、過去の実態を踏まえて、定年退職者は全員選択一時金を取得するものとしている。
今般、定年退職時の年金取得を奨励するため、給付利率を2.0%から5.5%に引き上げる制度変更を行う。
この制度変更によって、定年退職者の80%が年金を取得し、残りの20%が選択一時金を取得する見込みとなる。そのため、制度変更後の標準保険料率の算定にあたっては、定年退職者には次の給付額が一時金として支払われるものとした。

・給付額
制度変更後の年金額 × 利率2.0%の期初払い10年確定年金現価率 × 80%
＋ 選択一時金 × 20%

このとき、制度変更後の標準保険料率と制度変更前の標準保険料率の差に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 0.080 （Ｂ） 0.082 （Ｃ） 0.084 （Ｄ） 0.086 （Ｅ） 0.088
（Ｆ） 0.090 （Ｇ） 0.092 （Ｈ） 0.094 （Ｉ） 0.096 （Ｊ） 0.098

② ①の制度変更前後で標準保険料率が変わらないように、給付利率の引き上げと同時に、中途退職者に支払う一時金を a %削減することにした。なお、中途退職者に支払う一時金を削減した後においても、①と同様に、定年退職者の80%が年金を取得し、残りの20%が選択一時金を取得する見込みとなる。a に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（Ａ） 33.0 （Ｂ） 33.2 （Ｃ） 33.4 （Ｄ） 33.6 （Ｅ） 33.8
（Ｆ） 34.0 （Ｇ） 34.2 （Ｈ） 34.4 （Ｉ） 34.6 （Ｊ） 34.8

（4）定年退職者および中途退職者に対し、退職の翌期初より加入期間（1年未満の端数切り捨て）に応じた年金額を n 年間の確定年金として支払う年金制度がある。計算の前提を次のとおりとするとき、次の①、②の各問に答えなさい。

＜計算の前提＞

- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 予定利率は i 、$v=\dfrac{1}{1+i}$
- 加入年齢は x_e 歳、定年年齢は x_r 歳
- 加入期間 τ 年の退職者に対する年金額は α_τ
- x 歳の予定脱退率（脱退には加入中の死亡を含む）は q_x 、 $p_x=1-q_x$
- 標準保険料率は P
- 保険料の払い込みは年 1 回期初に発生する
- 定年退職による脱退は年 1 回期末、中途退職による脱退は年 1 回期央に発生する
- 期初に x_r-1 歳の被保険者は、期央に中途退職するか、または、期末に定年退職する
- 定年退職した場合の加入期間は x_r-x_e とする

① 「x_e 歳の被保険者の責任準備金＝0」であることから導かれる等式として正しいものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（B） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)-v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（C） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e}|}\right)+v^{x_r-x_e+1}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e+1}|}\right)=0$

（D） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（E） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e+1}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（F） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（G） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e+1}|}\right)=0$

（H） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e-1}\ {}_{x_r-x_e-1}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e-1}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e-1}|}\right)=0$

（I） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e-1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e-1}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x-1}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

（J） $\displaystyle\sum_{y=x_e}^{x_r-1} v^{y-x_e+1}\ {}_{y-x_e|}q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e+1}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e}\ {}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$

② この年金制度においてある年度に財政再計算を実施し、再計算前後の脱退残存表を比較したところ次の結果が得られた。なお、財政再計算前後とも x_e 歳の被保険者数は l_{x_e} 人である。

＜比較結果＞

・財政再計算後の x_e+t 歳の予定脱退者数が財政再計算前に比べて $0.02\times l_{x_e}$ 人増加

・財政再計算後の x_e+3t 歳の予定脱退者数が財政再計算前に比べて $0.02\times l_{x_e}$ 人減少

・ x_e+t 歳と x_e+3t 歳以外の年齢おける予定脱退者数に変わりはなかった

加入期間 τ 年の退職者に対する年金額を $\alpha_\tau=\tau\times(1+i)^{\tau+1}$ としたとき、財政再計算前後で P は変わらなかったとする。このとき P を表す式として正しいものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、$t>0$ 、$x_e+3t<x_r$ であるものとする。

（A） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^t(1-v^t)}$　　（B） $\dfrac{2t(1-v^n)}{v^t(1-v^t)}$　　（C） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^t(1-v^{2t})}$

（D） $\dfrac{3t(1-v^n)}{v^t(1-v^{3t})}$　　（E） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^{t+1}(1-v^t)}$　　（F） $\dfrac{2t(1-v^n)}{v^{t+1}(1-v^{2t})}$

（G） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^t(1+v^t)}$　　（H） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^{t+1}(1+v^t)}$　　（I） $\dfrac{t(1-v^n)}{v^{t+1}(1+v^{2t})}$

（J） $\dfrac{3t(1-v^n)}{v^{t+1}(1-v^{3t})}$

（５） 60 歳から15年保証終身年金（年 1 回期初払い）を支給するキャッシュバランス制度がある。この制度の年金額は、給付利率が3.0%のとき10であり、60 歳時点の仮想個人別勘定残高を給付利率に応じた15年間の確定年金現価率で除して計算される。
予定利率は3.0%であり、保証期間中の給付利率が表 1 のとおりに変動し、保証期間終了後の年金額を保証期間中の最終年度の年金額の80%に削減することとする。また、基数表は表 2 のとおりである。このとき次の①、②の各問に答えなさい。なお、計算にあたって必要であれば、現価率表は表 3 を使用しなさい。

表 1

保証期間	第 1 年度～第 10 年度	第 11 年度～第 15 年度
給付利率	2.5%	3.5%

表 2

予定利率	2.5%		3.0%		3.5%	
年齢	D_x	N_x	D_x	N_x	D_x	N_x
60 歳	209,840	3,728,896	156,706	2,636,409	117,192	1,870,309
70 歳	147,432	1,917,386	104,871	1,310,925	74,720	898,797
75 歳	117,795	1,239,408	81,776	833,123	56,871	561,481

表 3

予定利率	2.5%		3.0%		3.5%	
n	v^n	$\ddot{a}_{\overline{n\vert}}$	v^n	$\ddot{a}_{\overline{n\vert}}$	v^n	$\ddot{a}_{\overline{n\vert}}$
5	0.88385	4.76197	0.86261	4.71710	0.84197	4.67308
10	0.78120	8.97087	0.74409	8.78611	0.70892	8.60769
15	0.69047	12.69091	0.64186	12.29607	0.59689	11.92052

① この年金制度の保証期間の第 1 年度期初における 60 歳時点の年金現価は $\boxed{a}$ $\boxed{b}$ $\boxed{c}$ となる。空欄 a から c までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、年金現価は小数点以下第 1 位を四捨五入するものとし、計算結果が100未満となった場合は a に0 をマーク、計算結果が10未満となった場合は a および b に0 をマークしなさい。

② 給付利率を年度によらず3.5%で固定し、保証期間終了後の年金額が保証期間中の年金額の K 倍となる年金制度に変更する。併せて予定利率を2.5%に引き下げた場合に60歳時点の年金現価が①の年金現価と等しくなるときの K は $\boxed{d}.\boxed{e}\boxed{f}$ となる。空欄 d から f までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、K は小数点以下第3位を四捨五入するものとし、①の年金現価は①で解答した値を使用しなさい。

（6）A 社と B 社が 1 つの年金制度αを実施している。今般、年金制度αを分割し、新年金制度βを設立することになった。ある時点における年金制度αに関する前提および諸数値、分割に関する前提を次のとおりとするとき、次の①～③の各問に答えなさい。

＜年金制度αに関する前提および諸数値＞

・財政方式は加入年齢方式を採用

・A 社と B 社の被保険者および年金受給権者の年齢構成、加入期間構成、年齢別給与構成は互いに等しい（すなわち、A 社と B 社は規模が異なるだけで、被保険者および年金受給権者の構成は等しい）

・A 社の規模（被保険者数、給与総額および年金受給権者数）は B 社の1.5倍である

・特別保険料は設定していない

・予定利率：2.5%

・積立金：35,000

・利率2.5%の5年確定年金現価率（年12回期初払い）　：56.50204
　利率2.5%の10年確定年金現価率（年12回期初払い）：106.44161
　利率2.0%の5年確定年金現価率（年12回期初払い）：57.17241
　利率2.0%の10年確定年金現価率（年12回期初払い）：108.95522
　なお、これら4つの確定年金現価率は、年金月額を1として算定している

項目		A 社に関する諸数値
S^p	年金受給権者の給付現価	6,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	6,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	12,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	1,200
G^a	在職中の被保険者の給与現価	18,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	12,000
LB	被保険者の給与総額（月額）	180

＜分割に関する前提＞

・A 社の被保険者の 40% および B 社の被保険者の 30% は新年金制度 β に移る
・分割前の年金制度 α 、分割後の年金制度 α および新年金制度 β の被保険者の年齢構成、加入期間構成、年齢別給与構成は互いに等しい（すなわち、それぞれの年金制度は規模が異なるだけで、被保険者の構成は等しい）
・年金受給権者は引き続き年金制度 α に残り、新年金制度 β には年金制度 α から移す被保険者以外の人員は存在しない
・年金制度 α を分割するにあたって、年金制度 α から新年金制度 β に積立金の一部を移す
・新年金制度 β に移す積立金は、上記の積立金 35,000 から年金受給権者全員の給付現価を控除し、控除した後の値に、

$$\frac{\text{新年金制度}\beta\text{に移る被保険者の分割前の年金制度}\alpha\text{における責任準備金}}{\text{分割前の年金制度}\alpha\text{の被保険者の責任準備金}}$$

を乗ずることによって算出される
・新年金制度 β の計算基礎率は分割前の年金制度 α の計算基礎率と同一である
・①～③の各問の保険料は年12回期初に払い込むものとし、被保険者の給与に対する一定割合として設定する

①　年金制度 α を分割した時点で分割後の年金制度 α において財政再計算を行った。財政再計算の結果、計算基礎率および標準保険料率は変わらなかったが、未積立債務が発生しているため特別保険料を設定することになった。この未積立債務を財政再計算時点から5年間で元利均等償却する場合、特別保険料率は $\boxed{a}\ \boxed{b}.\boxed{c}$ % となる。空欄 a から c までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、特別保険料率は % 単位で小数点以下第 2 位を四捨五入して算定し、計算結果が 10% 未満となった場合は a に 0 をマークしなさい。

②　①の財政再計算と同時に分割後の年金制度 α の予定利率を 2.0% に引下げた場合、分割後の年金制度 α の責任準備金は、予定利率の引下げにより 8% 増加することがわかった。「予定利率の引下げにより発生した未積立債務」を財政再計算時点から10年間で元利均等償却し、「①の財政再計算により発生した未積立債務」を財政再計算時点から5年間で元利均等償却する場合、償却開始後、初回に拠出する特別保険料率の合計は $\boxed{d}\ \boxed{e}.\boxed{f}$ % になる。なお、分割後の年金制度 α の積立金の全額を「①の財政再計算時の責任準備金」に充てるものとする。空欄 d から f までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。端数処理については特別保険料率の合計値のみに対して行い、% 単位で小数点以下第 2 位を四捨五入して算定し、計算結果が 10% 未満となった場合は d に 0 をマークしなさい。

③　新年金制度βにおいて、今後の被保険者の新規加入が見込まれないことから、財政方式に閉鎖型総合保険料方式を採用することを検討している。閉鎖型総合保険料方式を採用した場合、新年金制度βの保険料率が 0% となるようにしたいと考えており、そのためには新年金制度βの被保険者の給付を一律 $\boxed{g}$ $\boxed{h}$.$\boxed{i}$ % 削減する必要がある。空欄gからiまでのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、解答は % 単位で小数点以下第 2 位を四捨五入して算定し、計算結果が 10% 未満となった場合はgに 0 をマークしなさい。

問題３． 定年退職者には年金支給開始年齢から年 1 回期初払いで生死に関わらず n 年間支払い、中途退職者には何も支払わない年金制度ⅠおよびⅡについて考える。年金制度ⅠおよびⅡの制度内容、計算の前提（年金制度ⅠおよびⅡともに共通)、記号の意味は次のとおりとする。
（１７点）

＜年金制度Ⅰの制度内容＞

「定年退職時の給与に、加入から退職までの加入期間に応じた一時金支給率を乗じて得た額」を給付利率 j の期初払い n 年確定年金現価率で除して得た額を年金額とする給与比例制

＜年金制度Ⅱの制度内容＞

「退職までの毎期初の給与の γ （$\gamma > 0$ ：定数）倍（以下、給与の γ 倍を付与することを「持分付与」という）に、利息付与率 k で付利した額の合計額」を給付利率 j の期初払い n 年確定年金現価率で除して得た額を年金額とするキャッシュバランス制度

＜計算の前提（年金制度ⅠおよびⅡともに共通）＞

- 財政方式は加入年齢方式を採用
- 新規加入、保険料の払い込みおよび持分付与は年 1 回期初に発生し、その順は「新規加入→保険料の払い込みおよび持分付与」とする
- 昇給および脱退（加入中の死亡は発生しない）は年 1 回期末に発生し、その順は「昇給→脱退」とする
- 期初に $x_r - 1$ 歳の被保険者は定年年齢到達により脱退し、x_r 歳の期初から年金の支給が開始されるものとする
- 定年退職した場合の加入期間は $x_r - x_e$ となる

＜記号＞

x_e	最低加入年齢
x_r	定年年齢（年金支給開始年齢）
B_x	x 歳の被保険者 1 人あたりの給与
b_x	給与指数（$b_{x_e}=1$ とする）
α_t	加入期間 t に応じた一時金支給率
i	予定利率
$\ddot{a}_{\overline{n}\vert}$	利率 i の期初払い n 年確定年金現価率
j	給付利率
$\ddot{a}'_{\overline{n}\vert}$	利率 j の期初払い n 年確定年金現価率
γ	持分付与率
k	利息付与率

このとき、次の①～㉖に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。

年金制度 I において、x_e 歳で加入し、新規加入直後かつ保険料の払い込み直前における現在 x 歳の被保険者の給与 1 円あたりの給付現価を S_x^{I} とすると、

$$S_x^{\mathrm{I}} = \frac{\boxed{①} \times \boxed{②}}{\boxed{③}} \times \boxed{④}$$

と表すことができる。したがって、年金制度 I の被保険者 1 人あたりの標準保険料率 P^{I} は、

$$P^{\mathrm{I}} = \frac{\boxed{⑤} \times \boxed{⑥}}{\boxed{⑦}} \times \boxed{⑧}$$

となる。

年金制度Ⅱにおいて、x_e 歳で加入し、新規加入直後かつ保険料の払い込みおよび持分付与の直前における現在 x 歳の被保険者の給与 1 円あたりの給付現価を S_x^{II} とすると、

$$S_x^{\mathrm{II}} = \gamma \times \frac{\boxed{⑨} \times \boxed{⑩}}{\boxed{⑪}} \times \boxed{⑫}$$

と表すことができる。したがって、年金制度Ⅱの被保険者 1 人あたりの標準保険料率 P^{II} は、

$$P^{\mathrm{II}} = \gamma \times \frac{\boxed{⑬} \times \boxed{⑭}}{\boxed{⑮}} \times \boxed{⑯}$$

となる。

次に年金制度Ⅰがどのような条件を満たせば年金制度Ⅱの一種とみなすことができるか（すなわち、年金制度Ⅰの年金額がどのような条件を満たせば年金制度Ⅱの年金額と等しくなるか）について考える。年金制度ⅠおよびⅡについて、x_e 歳に加入した被保険者の定年退職時における年金額をそれぞれ $E^{\mathrm{I}}(X_r)$ 、$E^{\mathrm{II}}(X_r)$ とすると、

$$E^{\mathrm{I}}(X_r) = B_{x_e} \times \boxed{⑰} \times \boxed{⑱} \times \boxed{⑲}$$

$$E^{\mathrm{II}}(X_r) = B_{x_e} \times \gamma \times \boxed{⑳} \times \boxed{㉑}$$

となる。x_r 歳の給与指数 b_{x_r} は、

$$b_{x_r} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(b_y \times \frac{\boxed{㉒}}{\boxed{㉓}} \times \boxed{㉔} \right)$$

と表すことができるため、$E^{\mathrm{I}}(X_r)$ は、

$$E^{\mathrm{I}}(X_r) = B_{x_e} \times \boxed{㉕} \times \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(b_y \times \frac{\boxed{㉒}}{\boxed{㉓}} \right) \times \boxed{⑲}$$

となる。

ここで、$E^{\mathrm{I}}(X_r)$ と $E^{\mathrm{II}}(X_r)$ を比較し、給与指数 b_x が $\boxed{㉖}$ 、持分付与率 γ が $\boxed{㉕}$ を満たしていれば、年金制度Ⅰは年金制度Ⅱの一種とみなすことができる。

［①、⑤、⑰、㉔、㉕の選択肢］

（A） 1　（B） $\alpha_{x_r-x_e}$　（C） α_{x_r-x}　（D） α_{x-x_e}

（E） x_r-x_e　（F） x_r-x　（G） $x-x_e$　（H） $\alpha_{x_r-x_e}\times(x_r-x_e)$

（I） $\alpha_{x_r-x}\times(x_r-x)$　（J） $\alpha_{x-x_e}\times(x-x_e)$　（K） $\dfrac{1}{x_r-x_e}$　（L） $\dfrac{\alpha_{x_r-x_e}}{x_r-x_e}$

（M） $\dfrac{\alpha_{x_r-x}}{x_r-x}$　（N） $\dfrac{\alpha_{x-x_e}}{x-x_e}$

［②、③、⑥、⑨、⑪、⑬、⑱、㉒、㉓の選択肢］

（A） 1　（B） b_{x_e}　（C） b_x　（D） b_y　（E） b_{x_r-1}　（F） b_{x_r}

（G） D_{x_e}　（H） D_x　（I） D_y　（J） D_{x_r-1}　（K） D_{x_r}　（L） $b_{x_e}D_{x_e}$

（M） b_xD_x　（N） b_yD_y　（O） $b_{x_r-1}D_{x_r-1}$　（P） $b_{x_r-1}D_{x_r}$　（Q） $b_{x_r}D_{x_r}$

［④、⑧、⑫、⑯、⑲、㉑の選択肢］

（A） 1　（B） $\ddot{a}_{\overline{n|}}$　（C） $\ddot{a}'_{\overline{n|}}$　（D） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$　（E） $\dfrac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}$　（F） $\dfrac{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}$　（G） $\dfrac{\ddot{a}_{\overline{n|}}}{\ddot{a}'_{\overline{n|}}}$

［⑦、⑩、⑭、⑮、⑳の選択肢］

（A） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1}b_y$　（B） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1}b_yD_y$　（C） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}$　（D） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}b_y$　（E） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}b_yD_y$

（F） $\sum_{y=x_e}^{x_r}b_y$　（G） $\sum_{y=x_e}^{x_r}b_yD_y$　（H） $\sum_{y=x_e}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}$　（I） $\sum_{y=x_e}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}b_y$　（J） $\sum_{y=x_e}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}b_yD_y$

（K） $\sum_{y=x}^{x_r-1}b_y$　（L） $\sum_{y=x}^{x_r-1}b_yD_y$　（M） $\sum_{y=x}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}$　（N） $\sum_{y=x}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}b_y$　（O） $\sum_{y=x}^{x_r-1}(1+k)^{x_r-y}b_yD_y$

（P） $\sum_{y=x}^{x_r}b_y$　（Q） $\sum_{y=x}^{x_r}b_yD_y$　（R） $\sum_{y=x}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}$　（S） $\sum_{y=x}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}b_y$　（T） $\sum_{y=x}^{x_r}(1+k)^{x_r-y}b_yD_y$

［㉖の選択肢］

（A） $(1+k)^{x-x_e}$　（B） $(1+k)^{2x-x_e}$　（C） $(1+k)^{x_r-x_e}$　（D） $(1+k)^{x_r-x}$

問題４． Trowbridge モデルの年金制度において、加入年齢方式と開放基金方式における標準保険料および責任準備金の水準について考える。計算の前提を次のとおりとするとき、次の（1）～（3）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、必要であれば（問題４の付表）に記載された数値を使用しなさい。
（１７点）

＜計算の前提＞

- 加入年齢は x_e 歳、定年年齢は x_r 歳
- 予定利率は i 、$v=\dfrac{1}{1+i}$
- l_x は脱退残存表における x 歳（$x_e \le x < x_r$）の被保険者数
- 新規加入は年１回期初に発生し、死亡および脱退は年１回期末に発生する

（1）次の①～⑨に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。

単位積立方式における x 歳の被保険者１人あたりの保険料を ${}^{U}P_x$ とすると、加入年齢方式の被保険者１人あたりの標準保険料 ${}^{E}P$ は、${}^{U}P_x$ を用いて次のとおり表せる。

$$
{}^{E}P=\frac{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\boxed{\quad ① \quad}\right)}{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\boxed{\quad ② \quad}\right)}
$$

次に、開放基金方式の被保険者１人あたりの標準保険料 ${}^{OAN}P$ を ${}^{U}P_x$ を用いて表すことを考える。

まず、${}^{OAN}P$ は次のとおり表せる。

$$
{}^{OAN}P=\frac{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(l_x\times\frac{x_r-x}{x_r-x_e}\times\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\right)+\boxed{\quad ③ \quad}\times l_{x_e}\times\frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}}}{\displaystyle\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(l_x\times\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1}D_y}{D_x}\right)+\boxed{\quad ④ \quad}\times l_{x_e}\times\frac{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}{D_{x_e}}}
$$

ここで、${}^{OAN}P$ の分子を ${}^{U}P_x$ を使って表すと、

$${}^{OAN}P \text{ の分子} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\frac{\boxed{⑤}}{v^x}\right) + \boxed{③} \times \frac{\boxed{⑥}}{v^{x_e}}$$

${}^{U}P_x$ に着目して分子を整理すると、

$${}^{OAN}P \text{ の分子} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left({}^{U}P_x \times \boxed{⑦}\right)$$

${}^{OAN}P$ の分母も同様に計算されることから、${}^{OAN}P$ は次のとおり表せる。

$${}^{OAN}P = \frac{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\boxed{⑧}\right)}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\left(\boxed{⑨}\right)}$$

［①、②、⑧、⑨の選択肢］

（A） v^{x-1}　（B） v^x　（C） l_x　（D） D_x　（E） $N_x - N_{x_r}$

（F） ${}^{U}P_x$　（G） ${}^{U}P_x v^x$　（H） ${}^{U}P_x l_x$　（I） ${}^{U}P_x D_x$　（J） ${}^{U}P_x (N_x - N_{x_r})$

［③、④の選択肢］

（A） 1　（B） i　（C） $\frac{1}{i}$　（D） $1+i$　（E） $\frac{1}{1+i}$

（F） $\frac{i}{1+i}$　（G） $\frac{1+i}{i}$　（H） v^{x_e}　（I） v^{x_r}　（J） $v^{x_r - x_e}$

［⑤、⑥の選択肢］

（A） ${}^{U}P_x$　（B） ${}^{U}P_{x_e}$　（C） ${}^{U}P_x l_x$　（D） ${}^{U}P_{x_e} l_{x_e}$

（E） ${}^{U}P_x D_x$　（F） ${}^{U}P_{x_e} D_{x_e}$　（G） $\sum_{y=x_e}^{x-1} {}^{U}P_y l_y$　（H） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y$

（I） $\sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y l_y$　（J） $\sum_{y=x_e}^{x-1} {}^{U}P_y D_y$　（K） $\sum_{y=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y$　（L） $\sum_{y=x}^{x_r-1} {}^{U}P_y D_y$

［⑦の選択肢］

（A） 1　（B） v^x　（C） l_x　（D） D_x　（E） $1-v$

（F） $v^x(1-v)$　（G） $l_x(1-v)$　（H） $D_x(1-v)$　（I） $\dfrac{1}{1-v}$　（J） $\dfrac{v^x}{1-v}$

（K） $\dfrac{l_x}{1-v}$　（L） $\dfrac{D_x}{1-v}$

（2） ${}^{U}P_x$ と ${}^{E}P$ および ${}^{U}P_x$ と ${}^{OAN}P$ の大小関係について考える。保険料の計算の前提を次のとおりとするとき、${}^{U}P_x = \dfrac{\ddot{a}_{60}}{40} \times \boxed{\quad ① \quad}$ と表せることから、${}^{U}P_x$ が ${}^{E}P$ を上回る最小の年齢は $\boxed{a}\boxed{b}$ 歳、${}^{U}P_x$ が ${}^{OAN}P$ を上回る最小の年齢は $\boxed{c}\boxed{d}$ 歳となる。①に当てはまる最も適切なものおよび空欄 a から d までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

＜保険料の計算の前提＞

- 加入年齢は 20 歳、定年年齢は 60 歳
- 予定利率は 2.0%
- 予定脱退率は定年年齢以外の全ての年齢で 3.0%（脱退には加入中の死亡を含む）

［①の選択肢］

（A） 0.97^{x-20}　（B） 0.97^{60-x}　（C） $\left(\dfrac{1}{1.02}\right)^{x-20}$

（D） $\left(\dfrac{1}{1.02}\right)^{60-x}$　（E） $(0.97\times1.02)^{x-20}$　（F） $(0.97\times1.02)^{60-x}$

（G） $\left(\dfrac{0.97}{1.02}\right)^{x-20}$　（H） $\left(\dfrac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}$　（I） $\left(\dfrac{1.02}{0.97}\right)^{x-20}$

（J） $\left(\dfrac{1.02}{0.97}\right)^{60-x}$　（K） $\left(\dfrac{1}{0.97\times1.02}\right)^{x-20}$　（L） $\left(\dfrac{1}{0.97\times1.02}\right)^{60-x}$

（３）加入年齢方式と開放基金方式における被保険者１人あたりの年齢別の責任準備金について考える。
計算の前提を（２）と同一とするとき、被保険者１人あたりの年齢別の責任準備金が0以上である最小の年齢は、加入年齢方式の場合は$\boxed{e}\,\boxed{f}$歳、開放基金方式の場合は$\boxed{g}\,\boxed{h}$歳となる。空欄eからhまでのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。

問題 4 の付表

n	$\left(\frac{1}{1.02}\right)^n$	0.97^n	$\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^n$	$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{k-1}$
1	0.98039	0.97000	0.95098	1.00000
2	0.96117	0.94090	0.90436	1.95098
3	0.94232	0.91267	0.86003	2.85534
4	0.92385	0.88529	0.81787	3.71538
5	0.90573	0.85873	0.77778	4.53325
6	0.88797	0.83297	0.73966	5.31103
7	0.87056	0.80798	0.70340	6.05069
8	0.85349	0.78374	0.66892	6.75408
9	0.83676	0.76023	0.63613	7.42300
10	0.82035	0.73742	0.60494	8.05913
…	…	…	…	…
20	0.67297	0.54379	0.36596	12.93446
21	0.65978	0.52748	0.34802	13.30041
22	0.64684	0.51166	0.33096	13.64843
23	0.63416	0.49631	0.31474	13.97939
24	0.62172	0.48142	0.29931	14.29413
25	0.60953	0.46697	0.28464	14.59344
26	0.59758	0.45297	0.27068	14.87807
27	0.58586	0.43938	0.25741	15.14875
28	0.57437	0.42620	0.24480	15.40617
29	0.56311	0.41341	0.23280	15.65096
30	0.55207	0.40101	0.22138	15.88376
31	0.54125	0.38898	0.21053	16.10514
32	0.53063	0.37731	0.20021	16.31568
33	0.52023	0.36599	0.19040	16.51589
34	0.51003	0.35501	0.18106	16.70629
35	0.50003	0.34436	0.17219	16.88735
36	0.49022	0.33403	0.16375	17.05954
37	0.48061	0.32401	0.15572	17.22329
38	0.47119	0.31429	0.14809	17.37901
39	0.46195	0.30486	0.14083	17.52710
40	0.45289	0.29571	0.13393	17.66792
合計（1～40）	27.35548	22.77197	16.80185	473.24226

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

10 年後の平均年齢は、

$$\frac{\int_{20}^{30}\frac{1}{2}(80-x)x\,dx+\int_{30}^{40}(80-x)x\,dx+\int_{40}^{60}\left(60-\frac{x}{2}\right)x\,dx}{\int_{20}^{30}\frac{1}{2}(80-x)dx+\int_{30}^{40}(80-x)dx+\int_{40}^{60}\left(60-\frac{x}{2}\right)dx}=40.116\cdots$$

となる。よって、解答は（**D**）

（２）

60 歳時点の給与１万円あたりの年金現価を１として考える。ベースアップを見込まないとき、新規加入の被保険者の給与１万円あたりの給付現価をS とすると、

$$S=\frac{60}{20}\times\left(\frac{1}{1.02}\right)^{40}$$

新規加入の被保険者の給与１万円あたりの給与現価をG とすると、

$$G=1+\frac{21}{20}\times\left(\frac{1}{1.02}\right)+\frac{22}{20}\times\left(\frac{1}{1.02}\right)^{2}+\cdots+\frac{59}{20}\times\left(\frac{1}{1.02}\right)^{39}$$

ベースアップを見込むとき、同様に給付現価をS'、給与現価をG'とすると、

$$S'=\frac{60}{20}\times\left(\frac{1.01}{1.02}\right)^{40}$$

$$G'=1+\frac{21}{20}\times\left(\frac{1.01}{1.02}\right)+\frac{22}{20}\times\left(\frac{1.01}{1.02}\right)^{2}+\cdots+\frac{59}{20}\times\left(\frac{1.01}{1.02}\right)^{39}$$

したがって、求める値は、

$$\frac{S'}{G'}\div\frac{S}{G}=1.2078\cdots$$

よって、解答は(**C**)

（3）

（A） 加入時積立方式＞平準積立方式＞単位積立方式＞退職時年金現価積立方式
（教科書 58 ページ～60 ページ）

（B） $S^p + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}\left({}^{L}P \times \sum_{y=x_e}^{x-1} l_y^{(T)} \times (1+i)^{x-y} \right)$ （教科書 72 ページ 3-36）

（C） 正しい

加入時積立方式の積立金：$S^p + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \times \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$ （教科書 72 ページ 3-39）

単位積立方式の積立金：$S^p + \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \times \dfrac{x-x_e}{x_r-x_e} \times \dfrac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$ （教科書 69 ページ 3-30）

したがって、加入時積立方式の積立金と単位積立方式の積立金の差は、

$$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \times \frac{x_r-x}{x_r-x_e} \times \frac{D_{x_r}\ddot{a}_{x_r}}{D_x}$$

（D） 正しい（教科書 102 ページ）

（E） 正しい（教科書 103 ページ～104 ページ）

よって、解答は**（A）**、**（B）**

（4）

$d=1-v$ とすると、教科書 68、73 ページより、

$S^a + S^f = \dfrac{v}{d} \times {}^{T}C$ 、$S^p = {}^{T}F + {}^{T}C$ 　であるから、

$${}^{T}F = S^p - {}^{T}C = S^p - \frac{d}{v} \times (S^a + S^f) = S^p - iS^a - iS^f$$

また教科書 72、73 ページより、

$S^f = \dfrac{v}{d} \times {}^{In}C$ 　、$S^p + S^a = {}^{In}F + {}^{In}C$ 　であるから、

$${}^{In}F = S^p + S^a - {}^{In}C = S^p + S^a - \frac{d}{v} \times S^f = S^p + S^a - iS^f$$

したがって求める式は、

$$\frac{S^p - iS^a - iS^f}{S^p + S^a - iS^f}$$

よって解答は（A）

（5）

定常状態における責任準備金をVとする。１年後の期初の給付増額後および償却後の未積立債務をU_1とすると、

$$U_1 = V \times 0.05 \times (1-0.15)$$

２年後の期初の給付増額前および償却前の未積立債務をU_1'とすると、

$$U_1' = U_1 \times 1.02$$

２年後の期初の給付増額後および償却後の未積立債務をU_2とすると、

$$U_2 = (V \times 1.05 \times 0.05 + U_1') \times (1-0.15)$$

３年後の期初の未積立債務をU_2'とすると、

$$U_2' = U_2 \times 1.02 = 0.08310195V$$

よって、解答は（D）

（6）

第t年度の期末における積立金の額をF_t、保険料をC、給付をB、$d=1-v$とすると、当初の定常状態においては、

$$vF_1 = F_1 + C - B$$

$$dF_1 = B - C \quad \cdots①$$

第$m+1$年度の期末までは、

$$vF_{t+1} = F_t + C - (1+\alpha)B \quad (1 \le t \le m)$$

が成立し、両辺にv^{t-1}を乗じて$t=1$からmまで辺々を足すと、

$$\sum_{t=1}^{m} v^t F_{t+1} = \sum_{t=1}^{m} \left\{ v^{t-1}F_t + v^{t-1}C - v^{t-1}(1+\alpha)B \right\}$$

$$v^m F_{m+1} = F_1 + \{C - (1+\alpha)B\}\ddot{a}_{\overline{m|}} \cdots ②$$

次に第$m+2$年度の期初から第$n+1$年度の期末までは、

$vF_{t+1} = F_t + (1+K)C - (1+\alpha)B \quad (m+1 \le t \le n)$

が成立し、両辺にv^{t-1}を乗じて$t = m+1$からnまで辺々を足すと、

$$\sum_{t=m+1}^{n} v^t F_{t+1} = \sum_{t=m+1}^{n} \left\{ v^{t-1}F_t + v^{t-1}(1+K)C - v^{t-1}(1+\alpha)B \right\}$$

$$v^n F_1 = v^m F_{m+1} + \{(1+K)C - (1+\alpha)B\}\left(\ddot{a}_{\overline{n|}} - \ddot{a}_{\overline{m|}}\right) \quad \cdots ③$$

第$n+1$年度の期末以降は、$F_t = F_1 \quad (t \ge n+1)$

$$vF_1 = F_1 + (1+\beta)C - (1+\alpha)B$$

$$dF_1 = (1+\alpha)B - (1+\beta)C \cdots ④$$

①および④より

$$dF_1 = B - C = (1+\alpha)B - (1+\beta)C$$
$$\alpha B = \beta C = \beta B - \beta dF_1$$

$$B = \frac{\beta dF_1}{\beta - \alpha}, \quad C = \frac{\alpha dF_1}{\beta - \alpha} \cdots ⑤$$

また、②＋③より、

$$v^n F_1 = F_1 + \{C - (1+\alpha)B\}\ddot{a}_{\overline{m|}} + \{(1+K)C - (1+\alpha)B\}\left(\ddot{a}_{\overline{n|}} - \ddot{a}_{\overline{m|}}\right)$$
$$(1 - v^n)F_1 = \{(1+\alpha)B - (1+K)C\}\ddot{a}_{\overline{n|}} + KC\ddot{a}_{\overline{m|}}$$

これに⑤を代入すると、$1 - v^n = d\ddot{a}_{\overline{n|}}$より、

$$d\ddot{a}_{\overline{n|}}F_1 = \left\{ (1+\alpha)\frac{\beta dF_1}{\beta - \alpha} - (1+K)\frac{\alpha dF_1}{\beta - \alpha} \right\}\ddot{a}_{\overline{n|}} + K\frac{\alpha dF_1}{\beta - \alpha}\ddot{a}_{\overline{m|}}$$
$$(\beta - \alpha)\ddot{a}_{\overline{n|}} = \{(1+\alpha)\beta - (1+K)\alpha\}\ddot{a}_{\overline{n|}} + K\alpha\ddot{a}_{\overline{m|}}$$
$$K\left(\ddot{a}_{\overline{n|}} - \ddot{a}_{\overline{m|}}\right) = \beta\ddot{a}_{\overline{n|}}$$

$$K = \beta \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n|}}}{\ddot{a}_{\overline{n|}} - \ddot{a}_{\overline{m|}}}$$

よって解答は、①（Ｆ）、②（Ｆ）、③（Ｅ）

問題２.

（１）

①

積立金をF、保険料をC、給付額をB、予定利率をiとすると、定常状態においては毎年度の給付額、保険料および積立金は一定となるから、

$$F=(F+C-B)\times(1+i)$$

が成り立つ。

ある20年間における積立金の運用利回りをj、n年後の積立金をF_nとすると、$F_0=F$であり、

$$\begin{aligned}F_n&=(F_{n-1}+C-B)\times(1+j)\\&=\left[(1+j)^n-\frac{i}{1+i}\times\frac{1+j}{j}\left\{(1+j)^n-1\right\}\right]\times F_0\end{aligned}$$

となる。$n=20$、$i=2.0\%$、$j=-1.0\%$を代入すると、

$$\frac{F_{20}}{F_0}=0.46444\cdots$$

よって、解答は（D）

②

n年後の積立金をF_n'とすると、

$$\begin{aligned}F_1'&=(F_0+C-B)\times(1+j)\\&=\frac{F_0}{1+i}\times(1+j)\end{aligned}$$

２年目の給付B'は極限方程式を満たすように決定すればよいから、

$$F_1'=(F_1'+C-B')\times(1+i)$$

$$B'=C+d\times F_1'$$

となる。

$$\begin{aligned}F_2'&=(F_1'+C-B')\times(1+j)\\&=\frac{(1+j)^2}{(1+i)^2}\times F_0\end{aligned}$$

以下、同様にして、

$$\frac{F_{20}'}{F_0}=\frac{(1+j)^{20}}{(1+i)^{20}}=0.55042\cdots$$

よって、解答は（B）

（２）

①

各年齢の被保険者数および年金受給権者数は１とし、記号の意味を次のとおりとする。

S^p ：年金受給権者の給付現価

S^a ：在職中の被保険者の給付現価

S_{FS}^a ：在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価

S_{PS}^a ：在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価

G^a ：在職中の被保険者の人数現価

諸数値を用いると給付現価および人数現価はそれぞれ以下の通りとなる。

$$S^p = \sum_{n=1}^{5}\sum_{k=1}^{n} v^{k-1} = 14.08099$$

$$S^a = \sum_{n=1}^{5} v^n \times \left(\sum_{k=1}^{5} v^{k-1}\right) = 4.32948 \times 4.54595 = 19.68160$$

$$S_{FS}^a = \frac{1}{5} \times \sum_{n=1}^{5} n v^n \times \left(\sum_{k=1}^{5} v^{k-1}\right) = \frac{1}{5} \times 12.56639 \times 4.54595 = 11.42524$$

$$S_{PS}^a = S^a - S_{FS}^a = 8.25636$$

$$G^a = \sum_{n=1}^{5}\sum_{k=1}^{n} v^{k-1} = 14.08099$$

到達年齢方式を採用した場合の制度発足時における標準保険料率は、

$$\frac{S_{FS}^a}{G^a} = \frac{11.42524}{14.08099} = 0.81139$$

また、特別保険料率は制度発足時の未積立債務が $S^p + S_{PS}^a$ であることから、

$$\frac{S^p + S_{PS}^a}{5 \times \sum_{k=1}^{5} v^{k-1}} = \frac{14.08099 + 8.25636}{5 \times 4.54595} = 0.98274$$

したがって、保険料率は $0.81139 + 0.98274 = 1.79413$
よって、解答は（**F**）

②
教科書 100 ページより、開放型総合保険料方式において在職中の被保険者の過去勤務期間を通算し、かつすでに退職している者にも給付を行う場合の保険料率は、賦課方式の保険料率と一致する。このことから、開放型総合保険料方式を採用したとき保険料率は最小となり、その保険料率は1.00となる。
よって、解答は（**4**）、（**B**）

（３）

①

記号の定義を次のとおりとする。

G ：制度変更前の加入年齢における被保険者の給与現価

S ：制度変更前の加入年齢における被保険者の給付現価

$S^{'}$ ：制度変更後の加入年齢における被保険者の給付現価

B_x ： x 歳の給与

b_x ： x 歳の給与指数

i ：予定利率

v ： $\frac{1}{1+i}$

制度変更前後で、加入年齢における被保険者の中途退職に係る給付現価は変わらない。よって、制度変更前後の加入年齢における被保険者の定年退職に係る給付現価をそれぞれ $S_{定}$ 、$S^{'}_{定}$ とすると、制度変更前後の標準保険料率の差は $\frac{S^{'}_{定}-S_{定}}{G}$ となる。ここで、$\frac{S^{'}_{定}-S_{定}}{G}$ を m とする。

$$S_{定}=30\times B_{30}\frac{b_{60}D_{60}}{b_{30}D_{30}}$$

$$S^{'}_{定}=\left(30\times\frac{9.16224}{7.95220}\times 0.8+30\times 0.2\right)\times B_{30}\frac{b_{60}D_{60}}{b_{30}D_{30}}$$

$$\begin{aligned}S^{'}_{定}-S_{定}&=\left(30\times\frac{9.16224}{7.95220}\times 0.8+30\times 0.2-30\right)\times B_{30}\frac{b_{60}D_{60}}{b_{30}D_{30}}\\&=3.65194\cdots\times B_{30}\frac{1.02^{29}\times b_{30}v^{60}(1-0.02)^{30}l_{30}}{b_{30}v^{30}l_{30}}\\&=3.65194\cdots\times B_{30}\times 1.02^{29}\times\left(\frac{1}{1.02}\right)^{30}\times 0.98^{30}\\&=1.95300\cdots\times B_{30}\end{aligned}$$

次に、G を計算すると、

$$G = B_{30}\frac{\sum_{k=30}^{59} b_k D_k}{b_{30}D_{30}}$$

$$= B_{30}\frac{\sum_{k=30}^{59} 1.02^{k-30} \times b_{30}v^k(1-0.02)^{k-30} l_{30}}{b_{30}v^{30}l_{30}}$$

$$= B_{30}\sum_{k=30}^{59} 1.02^{k-30} \times \left(\frac{1}{1.02}\right)^{k-30} \times 0.98^{k-30}$$

$$= B_{30}\sum_{k=0}^{29} 0.98^k$$

$$= 22.726 \times B_{30}$$

よって、標準保険料率の差であるmは$0.08593\cdots$となり、解答は（**D**）

②

a％削減した後の加入年齢における被保険者の中途退職に係る給付現価を$(1-a)S_{中}$とする。

$a\dfrac{S_{中}}{G} = m$が成立するようなaを計算すればよい。

$$S_{中} = \frac{\sum_{k=1}^{29} kB_{30}b_{30+k}\overline{C}_{30+k}}{b_{30}D_{30}}$$

$$= B_{30}\frac{\sum_{k=1}^{29} k \times 1.02^k b_{30}v^{30+k+\frac{1}{2}} \times (1-0.98) \times l_{30+k}}{b_{30}v^{30}l_{30}}$$

$$= B_{30}\frac{0.02 \times b_{30}v^{30+\frac{1}{2}}\sum_{k=1}^{29} k \times 1.02^k v^k l_{30+k}}{b_{30}v^{30}l_{30}}$$

$$= B_{30} \times 0.02 \times \left(\frac{1}{1.02}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_{k=1}^{29} k \times 0.98^k$$

$$= 5.84855\cdots \times B_{30}$$

よって、

$$\frac{S_{中}}{G} = \frac{5.84855\cdots \times B_{30}}{22.726 \times B_{30}} = 0.25735\cdots$$

$a = 0.33392\cdots$となり、解答は（**C**）

（4）

①

x_e 歳における給付現価を S_{x_e} 、人数現価を G_{x_e} とすると、それぞれ下記の算式で表せる。

$$S_{x_e}=\left(vq_{x_e}\times\alpha_{x_e-x_e}+v^2{}_1|q_{x_e}\times\alpha_{x_e+1-x_e}+\cdots+v^{x_r-x_e}{}_{x_r-x_e-1}|q_{x_e}\times\alpha_{x_r-x_e-1}+v^{x_r-x_e}{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\times\alpha_{x_r-x_e}\right)\times\ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$G_{x_e}=q_{x_e}\times\ddot{a}_{\overline{1}|}+{}_1|q_{x_e}\times\ddot{a}_{\overline{2}|}+\cdots+{}_{x_r-x_e-1}|q_{x_e}\times\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}+{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\times\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e}|}$$

x_e 歳における責任準備金＝0 であることから $S_{x_e}-P\times G_{x_e}=0$ より、

$$\sum_{y=x_e}^{x_r-1}v^{y-x_e+1}{}_{y-x_e}|q_{x_e}\left(\alpha_{y-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{y-x_e+1}|}\right)+v^{x_r-x_e}{}_{x_r-x_e}p_{x_e}\left(\alpha_{x_r-x_e}\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\ddot{s}_{\overline{x_r-x_e}|}\right)=0$$

よって、解答は（F）

②

${}_\tau|q_{x_e}$ を財政再計算前の脱退残存表に基づくもの、${}_\tau|q'_{x_e}$ を財政再計算後の脱退残存表に基づくものとするとき、題意より

x_e+t 歳においては ${}_t|q'_{x_e}={}_t|q_{x_e}+0.02$ 、x_e+3t 歳においては ${}_{3t}|q'_{x_e}={}_{3t}|q_{x_e}-0.02$ 、その他の年齢においては ${}_\tau|q'_{x_e}={}_\tau|q_{x_e}\left(\tau\neq t、\ \tau\neq 3t\right)$ かつ ${}_{x_r-x_e}p'_{x_e}={}_{x_r-x_e}p_{x_e}$

である。

①で求めた等式に ${}_\tau|q_{x_e}$ 、${}_\tau|q'_{x_e}$ それぞれを代入して差をとると、

$$v^{t+1}\times 0.02\times\left(\alpha_t\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\ddot{s}_{\overline{t+1}|}\right)-v^{3t+1}\times 0.02\times\left(\alpha_{3t}\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\ddot{s}_{\overline{3t+1}|}\right)=0$$

$$\left(0.02\alpha_t v^{t+1}-0.02\alpha_{3t}v^{3t+1}\right)\times\ddot{a}_{\overline{n}|}-P\times\left(0.02\ddot{a}_{\overline{t+1}|}-0.02\ddot{a}_{\overline{3t+1}|}\right)=0$$

$\alpha_\tau=\tau\times(1+i)^{\tau+1}$ より、

$$(-0.04t)\times\frac{1-v^n}{1-v}-0.02P\times\left(\frac{1-v^{t+1}}{1-v}-\frac{1-v^{3t+1}}{1-v}\right)=0$$

$$2t\times\left(1-v^n\right)+P\times\left(-v^{t+1}+v^{3t+1}\right)=0$$

$$P=\frac{2t\left(1-v^{n}\right)}{v^{t+1}\left(1-v^{2t}\right)}$$

よって、解答は（F）

（５）

①

予定利率iに対するn年確定年金現価率を$\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(i)}$とおくと、仮想個人別勘定残高は、$10\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(3.0\%)}$とおける。

したがって求める年金現価は次のとおりとなり、計算基数の予定利率は3.0%であるため、

$$10\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(3.0\%)}\times\left\{\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(2.5\%)}}\times\ddot{a}_{\overline{10}|}^{(3.0\%)}+\frac{1}{\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(3.5\%)}}\times\left(v^{10}\times\ddot{a}_{\overline{5}|}^{(3.0\%)}+0.80\times\frac{N_{75}}{D_{60}}\right)\right\}=165.20453\cdots$$

よって、解答は$a=1,b=6,c=5$

②

変更後の年金現価は次のとおりとなり、計算基数の予定利率は2.5%であるため、

$$10\frac{\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(3.0\%)}}{\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(3.5\%)}}\times\left(\ddot{a}_{\overline{15}|}^{(2.5\%)}+K\frac{N_{75}}{D_{60}}\right)=165$$

これをKについて解くと、$K=0.55958\cdots$

よって、解答は$d=0,e=5,f=6$

（６）

①

・標準保険料率

$$\frac{1200+800}{12000+8000}=0.1$$

・A 社の被保険者の責任準備金

$$6{,}000+12{,}000-0.1\times18{,}000=16{,}200$$

・B 社の被保険者の責任準備金

$$4{,}000+8{,}000-0.1\times12{,}000=10{,}800$$

・新年金制度βに移る被保険者の責任準備金

$$16{,}200\times0.4+10{,}800\times0.3=9{,}720$$

・新年金制度βへ移る積立金

$$\left(35{,}000-6{,}000-4{,}000\right)\times\frac{9{,}720}{16{,}200+10{,}800}=9{,}000$$

・分割後の年金制度αの未積立債務

積立金　：$35{,}000-9{,}000=26{,}000$

責任準備金　：$16{,}200+10{,}800-9{,}720+6{,}000+4{,}000=27{,}280$

未積立債務　：$27{,}280-26{,}000=1{,}280$

・分割後の年金制度αの被保険者の給与総額

$180\times 0.6+120\times 0.7=192$

・分割後の年金制度αの特別保険料率

$$\frac{1{,}280}{192\times 56.50204}=11.798\cdots\%$$

よって、解答は$a=1$、$b=1$、$c=8$

②

$$\frac{27{,}280\times 0.08}{192\times 108.95522}+\frac{1{,}280}{192\times 57.17241}=22.093\cdots\%$$

よって、解答は$d=2$、$e=2$、$f=1$

③

・新年金制度βの給付現価

$18{,}000\times 0.4+12{,}000\times 0.3=10{,}800$

・新年金制度βの積立金

$9{,}000$

閉鎖型総合保険料方式で保険料率を０％とするには、給付現価＝積立金にすればよい。

このとき、削減率は

$$1-\frac{9{,}000}{10{,}800}=0.1666\cdots$$

となる。よって、解答は$g=1$、$h=6$、$i=7$

問題３.

年金制度Ｉにおいて、x_e歳で加入し、新規加入直後かつ保険料の払い込み直前における現在x歳の被保険者の給与１円あたりの給付現価をS_x^{I}、給与現価をG_x^{I}とすると、

$$S_x^{\mathrm{I}}=\frac{\alpha_{x_r-x_e}\times b_{x_r}D_{x_r}}{b_xD_x}\times\frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}} \quad 、\quad G_x^{\mathrm{I}}=\frac{\sum_{y=x}^{x_r-1}b_yD_y}{b_xD_x}$$

と表すことができる。したがって、年金制度Ｉの被保険者１人あたりの標準保険料率P^{I}は、

$$P^{\mathrm{I}} = \frac{\alpha_{x_r - x_e} \times b_{x_r} D_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r - 1} b_y D_y} \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

となる。

年金制度Ⅱにおいて、x_e 歳で加入し、新規加入直後かつ保険料の払い込みおよび持分付与の直前における現在 x 歳の被保険者の給与 1 円あたりの給付現価を S_x^{II} 、給与現価を G_x^{II} とすると、

$$S_x^{\mathrm{II}} = \gamma \times \frac{D_{x_r} \times \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+k)^{x_r - y} b_y}{b_x D_x} \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}} \quad 、 \quad G_x^{\mathrm{II}} = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} b_y D_y}{b_x D_x}$$

と表すことができる。したがって、年金制度Ⅱの被保険者 1 人あたりの標準保険料率 P^{II} は、

$$P^{\mathrm{II}} = \gamma \times \frac{D_{x_r} \times \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+k)^{x_r - y} b_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y D_y} \times \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

となる。

年金制度ⅠおよびⅡについて、x_e 歳で加入した被保険者の定年退職時における年金額をそれぞれ

$E^{\mathrm{I}}(X_r)$ 、$E^{\mathrm{II}}(X_r)$ とすると、

$$E^{\mathrm{I}}(X_r) = B_{x_e} \times \alpha_{x_r - x_e} \times b_{x_r} \times \frac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

$$E^{\mathrm{II}}(X_r) = B_{x_e} \times \gamma \times \sum_{y=x_e}^{x_r-1} (1+k)^{x_r - y} b_y \times \frac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

となる。x_r 歳の給与指数 b_{x_r} は、

$$b_{x_r} = \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(b_y \times \frac{b_{x_r}}{b_y} \times \frac{1}{x_r - x_e} \right)$$

と表すことができるため、$E^{\mathrm{I}}(X_r)$ は、

$$E^{\mathrm{I}}(X_r) = B_{x_e} \times \frac{\alpha_{x_r - x_e}}{x_r - x_e} \times \sum_{y=x_e}^{x_r-1} \left(b_y \times \frac{b_{x_r}}{b_y} \right) \times \frac{1}{\ddot{a}'_{\overline{n}|}}$$

となる。

ここで、$E^{\mathrm{I}}(X_r)$ と $E^{\mathrm{II}}(X_r)$ を比較し、給与指数 b_x が $b_x = (1+k)^{x-x_e}$ 、持分付与率 γ が $\dfrac{\alpha_{x_r - x_e}}{x_r - x_e}$ を満たしていれば、年金制度Ⅰは年金制度Ⅱの一種とみなすことができる。

よって、解答は①（B）、②（Q）、③（M）、④（G）、⑤（B）、⑥（Q）、⑦（B）、⑧（G）、⑨（K）、⑩（D）、⑪（M）、⑫（G）、⑬（K）、⑭（D）、⑮（B）、⑯（G）、⑰（B）、⑱（F）、⑲（E）、⑳（D）、㉑（E）、㉒（F）、㉓（D）、㉔（K）、㉕（L）、㉖（A）

問題４.

（１）

教科書 121 ページ、122 ページを参照。

解答は①（Ｉ）、②（D）、③（C）、④（C）、⑤（L）、⑥（K）、⑦（K）、⑧（H）、⑨（C）

（２）

$$ {}^{U}P_x = \frac{1}{40} \times \left(\frac{1}{1.02}\right)^{60-x} \times 0.97^{60-x} \times \ddot{a}_{60} = \frac{\ddot{a}_{60}}{40} \times \left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} $$

次に ${}^{U}P_x > {}^{E}P$ を満たす最小の年齢 x_1 を求める。

$$ {}^{E}P = \frac{D_{60}\ddot{a}_{60}}{\sum_{x=20}^{59} D_x} = \frac{\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{40} \ddot{a}_{60}}{\sum_{k=1}^{40}\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{k-1}} $$

${}^{U}P_x > {}^{E}P$ を整理すると、

$$ \left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} > \frac{40 \times \left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{40}}{\sum_{k=1}^{40}\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{k-1}} = \frac{40 \times 0.13393}{17.66792} = 0.30321\ldots $$

したがって、これを満たす最小の年齢 $x_1 = 37$

最後に ${}^{U}P_x > {}^{OAN}P$ を満たす最小の年齢 x_2 を求める。

（１）より、${}^{OAN}P = \dfrac{\sum_{x=20}^{59} {}^{U}P_x l_x}{\sum_{x=20}^{59} l_x}$

ここで、$\dfrac{\sum_{x=20}^{59} l_x}{l_{20}} = \sum_{x=20}^{59} 0.97^{x-20}$ だから、

$$\frac{\sum_{x=20}^{59} {}^{U}P_x l_x}{l_{20}} = \sum_{x=20}^{59}\left(\frac{\ddot{a}_{60}}{40}\times\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}\times 0.97^{x-20}\right) = \frac{0.97^{40}\times\ddot{a}_{60}}{40}\times\sum_{x=20}^{59}\left(\frac{1}{1.02}\right)^{60-x}$$

${}^{U}P_x > {}^{OAN}P$ を整理すると、

$$\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} > \frac{0.97^{40}\times\sum_{k=1}^{40}\left(\frac{1}{1.02}\right)^{k}}{\sum_{k=1}^{40}0.97^{k-1}} = \frac{0.29571\times 27.35548}{\frac{22.77197}{0.97}} = 0.34457\ldots$$

したがって、これを満たす最小の年齢 $x_2 = 39$

よって、解答は①（H）、$a=3$、$b=7$、$c=3$、$d=9$

（3）

S_x を x 歳の被保険者１人あたりの給付現価、G_x を x 歳の被保険者１人あたりの人数現価とする。以降の計算では、題意の年齢を求める際、60 歳時点の年金現価に依存しないため、$\ddot{a}_{60}=1$ とする。

加入年齢方式の場合、$S_{20} - {}^{E}PG_{20} = S_{20} - \left(\dfrac{S_{20}}{G_{20}}\right)\times G_{20} = 0$

したがって、責任準備金が 0 以上となる最小の年齢 $x_3 = 20$

次に、$S_x - {}^{OAN}PG_x \geq 0$ となる最小の年齢 x_4 を求める。

$$S_x = \left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}、G_x = \sum_{k=1}^{60-x}\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{k-1} = \frac{1-\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}}{1-\frac{0.97}{1.02}} = 20.4\times\left\{1-\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}\right\}$$ より

$$S_x - {}^{OAN}PG_x = \left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} - {}^{OAN}P\times 20.4\times\left\{1-\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x}\right\} \geq 0$$

上の式を整理して、

$$\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} \geq \frac{{}^{OAN}P\times 20.4}{1+{}^{OAN}P\times 20.4} = 1-\frac{1}{1+{}^{OAN}P\times 20.4}$$

$${}^{OAN}P = \frac{\frac{0.97^{40}}{40}\times\sum_{k=1}^{40}\left(\frac{1}{1.02}\right)^{k}}{\sum_{k=1}^{40}0.97^{k-1}} = \frac{\frac{0.29571}{40}\times 27.35548}{\frac{22.77197}{0.97}}$$ より

$$\left(\frac{0.97}{1.02}\right)^{60-x} \geq 0.14946\ldots$$

したがって、これを満たす最小の年齢$x_4 = 23$
よって、解答は$e = 2$、$f = 0$、$g = 2$、$h = 3$

以上

問題番号			正答	配点
問題１．（３０点）	（１）		**（D）**	５点
	（２）		**（C）**	５点
	（３）		**（A）** **（B）**	完答で５点
	（４）		**（A）**	５点
	（５）		**（D）**	５点
	（６）	①	**（F）**	完答で５点
		②	**（F）**	
		③	**（E）**	
問題２．（３６点）	（１）	①	**（D）**	３点
		②	**（B）**	３点
	（２）	①	**（F）**	３点
		②	**（4）** **（B）**	完答で３点
	（３）	①	**（D）**	３点
		②	**（C）**	３点
	（４）	①	**（F）**	３点
		②	**（F）**	３点
	（５）	① abc	165	完答で３点
		② def	056	完答で３点
	（６）	① abc	118	完答で２点
		② def	221	完答で２点
		③ ghi	167	完答で２点
問題３．（１７点）		①	**（B）**	完答で２点
		②	**（Q）**	
		③	**（M）**	
		④	**（G）**	
		⑤	**（B）**	完答で２点
		⑥	**（Q）**	
		⑦	**（B）**	
		⑧	**（G）**	
		⑨	**（K）**	完答で２点
		⑩	**（D）**	
		⑪	**（M）**	
		⑫	**（G）**	
		⑬	**（K）**	完答で２点
		⑭	**（D）**	

		⑮	（B）	
		⑯	（G）	
		⑰	（B）	完答で２点
		⑱	（F）	
		⑲	（E）	
		⑳	（D）	完答で２点
		㉑	（E）	
		㉒	（F）	完答で３点
		㉓	（D）	
		㉔	（K）	
		㉕	（L）	完答で２点
		㉖	（A）	
問題４．（１７点）	（１）	①	（I）	完答で１点
		②	（D）	
		③	（C）	完答で１点
		④	（C）	
		⑤	（L）	完答で１点
		⑥	（K）	
		⑦	（K）	２点
		⑧	（H）	完答で２点
		⑨	（C）	
	（２）	①	（H）	１点
		ab	37	完答で２点
		cd	39	完答で３点
	（３）	ef	20	完答で１点
		gh	23	完答で３点